

# Matematika Dasar

untuk Fakultas Pertanian

Uha Isnaini

[Uhaisnaini.com](http://Uhaisnaini.com)

# Contents

## 1 Sistem Koordinat dan Fungsi

# Sistem Koordinat dan Fungsi

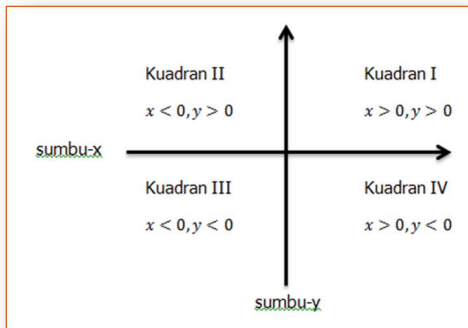
- Sistem koordinat adalah suatu cara/metode untuk menentukan letak suatu titik. Ada beberapa macam system koordinat: Sistem Koordinat Cartesius, Sistem Koordinat Kutub, Sistem Koordinat Tabung, dan Sistem Koordinat Bola.
- Pada bagian ini hanya akan dibicarakan Sistem Koordinat Cartesius dan Sistem Koordinat Kutub saja.

# Sistem Koordinat Cartesius

- Diberikan 2 garis lurus, satu mendatar (horizontal) selanjutnya disebut sumbu-x dan yang lain tegak (vertical) selanjutnya disebut sumbu-y.
- Perpotongan kedua sumbu tersebut dinamakan titik asal (origin) dan diberi tanda  $O$ . Titik-titik disebelah kanan dan atas  $O$  dipasangkan dengan bilangan-bilangan real positif sedangkan titik-titik di sebelah kiri dan bawah  $O$  dengan bilangan-bilangan real negatif.

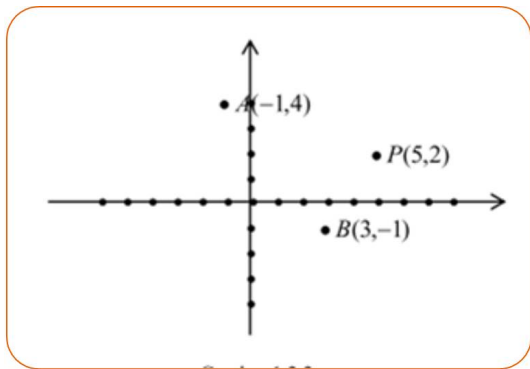
# Sistem Koordinat Cartesius

Oleh ke dua sumbu, bidang datar (bidang koordinat) terbagi menjadi 4 daerah (kuadran), yaitu kuadran I, kuadran II, kuadran III, dan kuadran IV



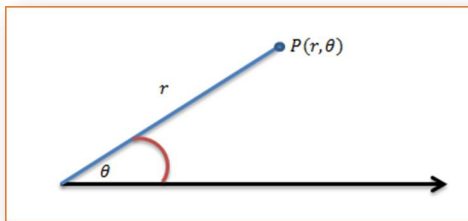
# Sistem Koordinat Cartesius

Letak sebarang titik pada bidang dinyatakan dengan pasangan berurutan  $(x, y)$ . Dalam hal ini,  $x$  disebut absis sedangkan  $y$  disebut ordinat.



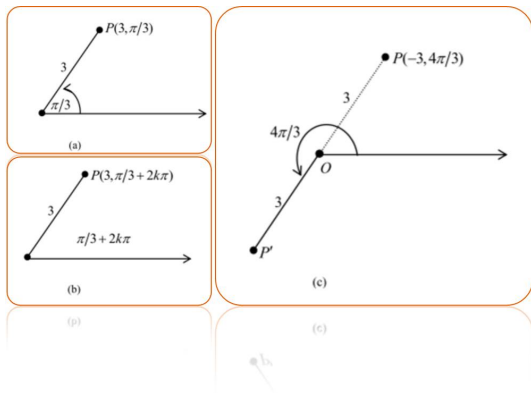
# Sistem Koordinat Kutub

Pada sistem koordinat kutub, letak titik  $P$  pada bidang dinyatakan dengan pasangan bilangan real  $(r, \theta)$  dengan  $r$  menyatakan jarak titik  $P$  ke titik  $O$  (disebut kutub) sedangkan  $\theta$  adalah sudut antara sinar yang memancar dari titik  $O$  melewati titik  $P$  dengan sumbu- $x$  positif (disebut sumbu kutub).



# Sistem Koordinat Kutub

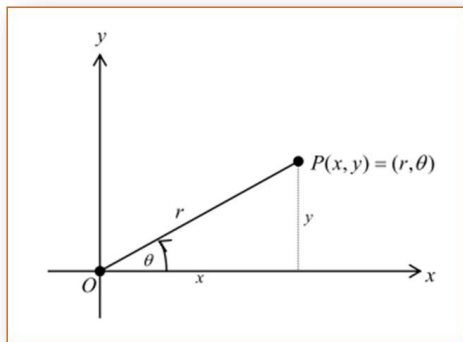
Secara umum,  $(r, \theta)$  dapat pula dinyatakan :  
 $(r, \theta + 2k\pi)$  atau  $(r, \theta + (2k + 1)\pi)$  dengan  $k$  bilangan bulat.





# Hubungan SK Cartesius dengan SK Kutub

Apabila kutub dan titik asal diimpitkan, demikian pula sumbu kutub dan sumbu  $x$  positif juga diimpitkan, maka kedudukan titik dapat digambarkan sebagai berikut:



# Hubungan SK Cartesius dengan SK Kutub

Dari rumus segitiga siku-siku diperoleh hubungan sebagai berikut :

$$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$$

dan

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \theta = \arctan \left( \frac{y}{x} \right)$$

Contoh : Nyatakan dalam SK Cartesius :

- 1  $A(4, \frac{2\pi}{3})$
- 2  $B(5, \frac{\pi}{4})$
- 3  $C(3, \frac{-5\pi}{6})$

# Hubungan SK Cartesius dengan SK Kutub

Nyatakan dalam sistem koordinat kutub :

①  $A(3, 3)$

②  $B(2, 2)$

③  $C(2, 2\sqrt{3})$

Nyatakan persamaan berikut dalam SK yang lain:

①  $r = 3 \cos \theta$

②  $r^2 = 1 + \sin \theta$

③  $x - y = 0$

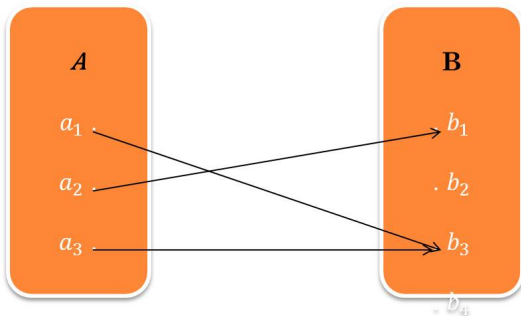
④  $y^2 = 1 - 4x$

# Relasi dan Fungsi

Jika  $A$  dan  $B$  masing-masing himpunan yang tidak kosong maka

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A, y \in B\}$$

Relasi dari  $A$  ke  $B$  didefinisikan sebagai himpunan tak kosong  $R \subseteq A \times B$ .



# Fungsi

Jika  $R$  adalah relasi dari  $A$  ke  $B$  dan  $x \in A$  berelasi  $R$  dengan  $y \in B$  maka ditulis:

$$(x, y) \in R \text{ atau } xRy \text{ atau } y = R(x)$$

## Definisi

Diketahui  $R$  relasi dari  $A$  ke  $B$ . Apabila setiap  $x \in A$  berelasi  $R$  dengan tepat satu  $y \in B$  maka  $R$  disebut fungsi dari  $A$  ke  $B$ .

Dengan kata lain,  $R$  disebut fungsi jika untuk setiap  $x, y \in A$  dengan  $x = y$  maka  $R(x)$  ada dan  $R(x) = R(y)$

# Fungsi

- Jika  $f$  merupakan fungsi dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$ , dituliskan  $f : A \rightarrow B$
- $A$  disebut daerah asal (domain) dan  $B$  disebut daerah kawan (kodomain)
- Jika tidak disebutkan, domain fungsi  $f$  dinotasikan  $D_f$  adalah himpunan terbesar di dalam  $\mathbb{R}$  sehingga  $f$  terdefiniskan.
- Range  $f$ , ditulis  $R_f$  atau  $Im_f$  merupakan himpunan elemen di  $B$  yang punya kawan di  $A$
- Jika  $x \in A$  punya kawan  $y \in B$  maka dikatakan  $y$  merupakan bayangan  $x$  oleh  $f$

# Fungsi

Carilah  $D_f$  dan  $R_f$  :

①  $f(x) = \frac{1}{x+7}$

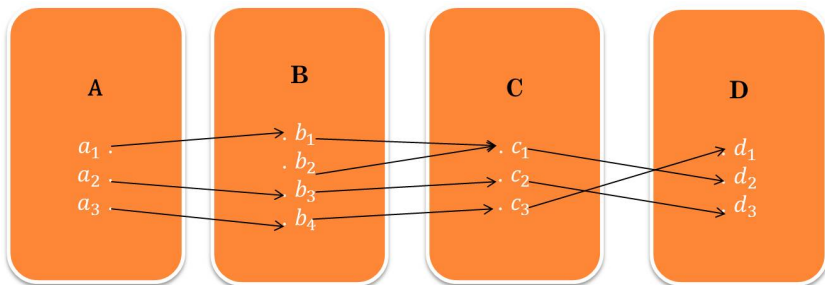
②  $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

③  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+9}}$

④  $f(x) = \frac{1}{x} + \log(x^2 - x - 6)$

# Fungsi Surjektif, Fungsi Injektif, dan Fungsi Bijektif

Perhatikan gambar, lihat perbedaannya





# Fungsi Surjektif, Fungsi Injektif, dan Fungsi Bijektif

Diketahui  $f$  fungsi dari  $A$  ke  $B$ .

- Apabila setiap anggota himpunan  $B$  mempunyai kawan anggota himpunan  $A$ , maka  $f$  disebut fungsi surjektif atau fungsi pada (onto function).
- Apabila setiap anggota himpunan  $B$  mempunyai yang kawan yang tunggal di  $A$ , maka  $f$  disebut fungsi injektif atau fungsi 1-1 (into function).
- Jika setiap anggota himpunan  $B$  mempunyai tepat satu kawan di  $A$  maka  $f$  disebut fungsi bijektif atau korespodensi 1 – 1. Dengan kata lain  $f$  bijektif jika dan hanya jika  $f$  surjektif dan injektif.

# Sifat-sifat fungsi

Diberikan skalar real  $\alpha$  dan fungsi-fungsi  $f$  dan  $g$ .

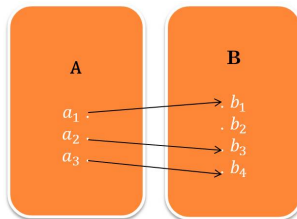
- $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$
- $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$
- $(\alpha f)(x) = \alpha f(x)$
- $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
- $(\frac{f}{g})(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ , dengan  $g(x) \neq 0$ .

Domain masing-masing fungsi di atas adalah irisan domain  $f$  dan domain  $g$ , kecuali untuk  $\frac{f}{g}$ ,

$$D_{\frac{f}{g}} = \{x \in D_f \cap D_g \mid g(x) \neq 0\}.$$

# Fungsi Invers

Diberikan fungsi  $f : A \rightarrow B$ . Kebalikan (invers) fungsi  $f$  adalah relasi  $g$  dari  $B$  ke  $A$  sehingga  $g(f(x)) = x$ . Pada umumnya, invers suatu fungsi belum tentu merupakan fungsi.



Apabila  $f : A \rightarrow B$  merupakan korespondensi 11, maka mudah ditunjukkan bahwa invers  $f$  juga merupakan fungsi. Fungsi ini disebut fungsi invers, ditulis dengan notasi  $f^{-1}$ .

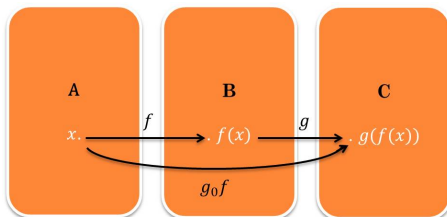
# Fungsi Komposisi

Diberikan fungsi  $f : A \rightarrow B$  dan  $g : B \rightarrow C$ .

## Definisi

Fungsi komposisi dari  $g$  dan  $f$ , ditulis  $g \circ f$ , didefinisikan  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ , dengan domain

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}.$$



# Latihan

Diketahui  $f(x) = x + 1$ ,  $g(x) = 1/x$ ,  $h(x) = x^2$ .

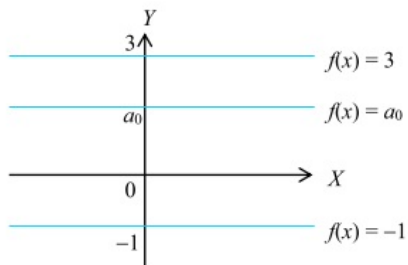
Carilah :

- 1  $f + g$
- 2  $f \circ g - g \circ f$
- 3  $fg + gh$
- 4  $(fg)^{-1}$

# Grafik Fungsi

Fungsi konstan:  $f(x) = c$ .

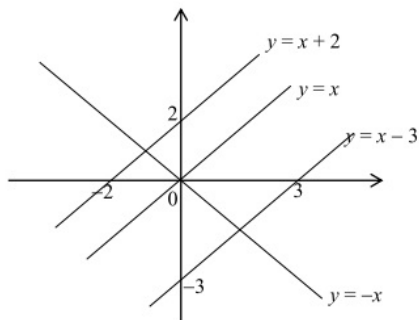
Grafik fungsi ini berupa garis lurus sejajar sumbu  $-x$ .



# Grafik Fungsi

Fungsi linear:  $f(x) = mx + n$

Grafik fungsi ini berupa garis lurus dengan gradien  $m$  dan melalui titik  $(0, n)$ .

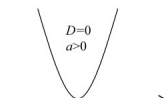
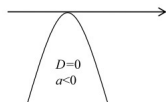
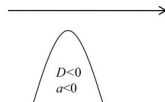
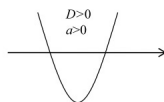
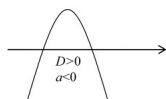


# Grafik Fungsi

Fungsi kuadrat:  $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ .

Grafik fungsi kuadrat berupa parabola. Diskriminan:

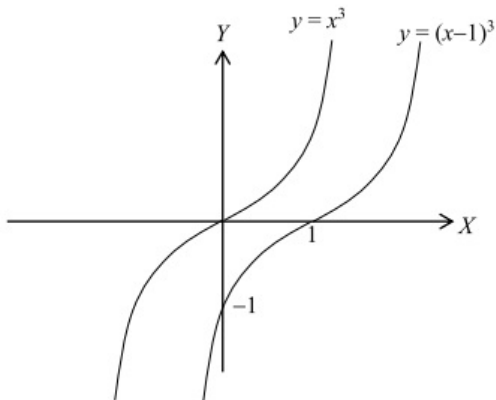
$D = b^2 - 4ac$ . Secara umum, grafik fungsi kuadrat ini dapat digambarkan sebagai berikut:





# Grafik Fungsi

Fungsi kubik:  $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0, a_3 \neq 0$ .

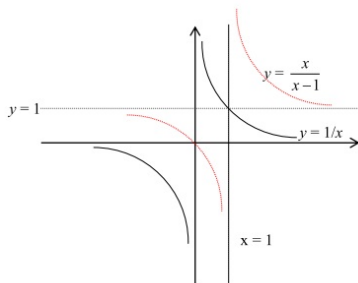


# Grafik Fungsi

Fungsi  $f(x)$  yang dapat dinyatakan sebagai hasil bagi dua fungsi suku banyak

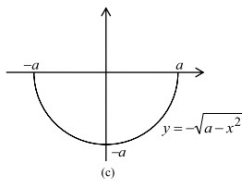
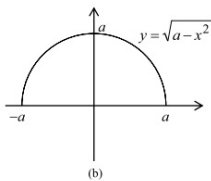
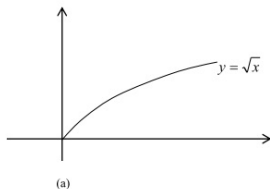
$$f(x) = \frac{a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n}{b_0 + b_1x + \cdots + b_nx^n}$$

disebut fungsi pecah.



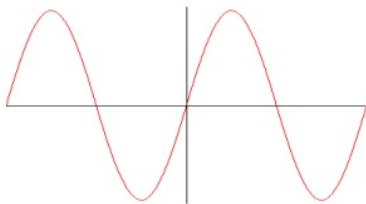
# Grafik Fungsi

Beberapa contoh grafik fungsi Irrasional

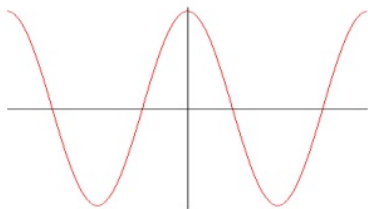


# Grafik Fungsi

Beberapa contoh grafik fungsi Trigonometri



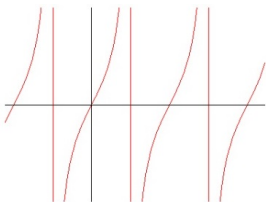
Grafik  $y = \sin x$



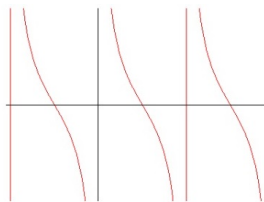
Grafik  $y = \cos x$

# Grafik Fungsi

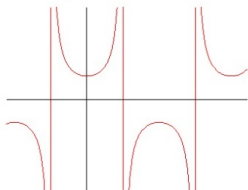
Beberapa contoh grafik fungsi Trigonometri



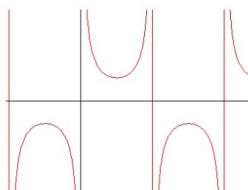
Grafik  $y = \tan x$



Grafik  $y = \cot x$



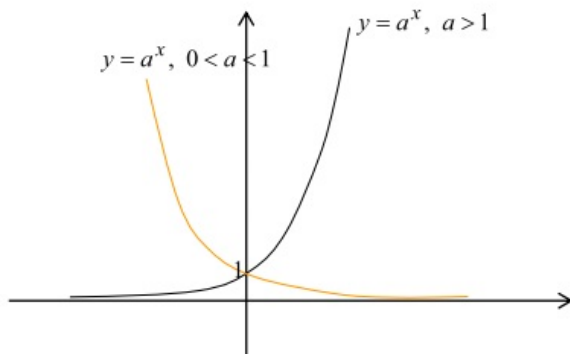
Grafik  $y = \sec x$



Grafik  $y = \csc x$

# Grafik Fungsi

Fungsi Eksponensial : Untuk  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ , fungsi  $f$  dengan rumus  $f(x) = a^x$  disebut fungsi eksponensial.



# Grafik Fungsi

Fungsi Logaritma : Untuk  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $y = {}^a\log x \Leftrightarrow x = a^y$ .

