Microondas y Recepción Satelital

J. A. Bava
A. J. Sanz

1 PROPAGACION

1-1 Características generales y espectros electromagnéticos

Los medios de comunicación de una señal entre un transmisor y un receptor con la finalidad de transportar información son:

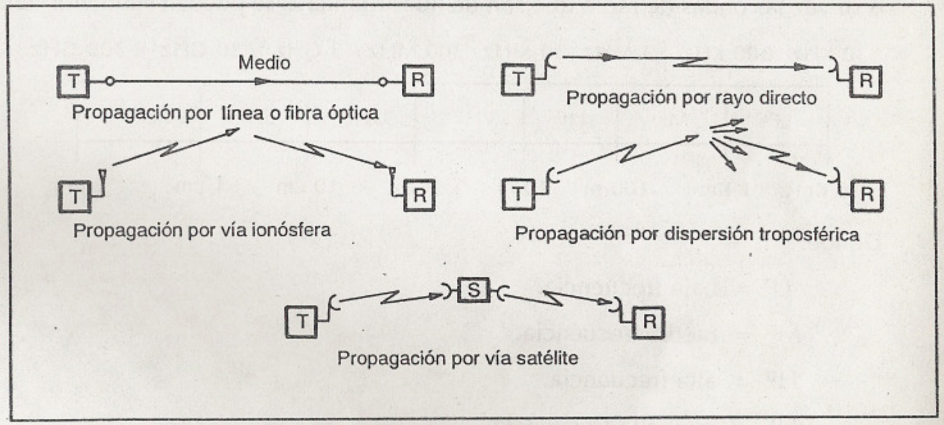


Figura 1. Medios de comunicación de una señal.

En el primer caso se observa una propagación en un medio confinado, mientras que en los otros casos se observa una propagación en un medio el cual no es confinado y el que se tratará en este capítulo.

En todos estos casos la señal viaja en forma de una onda electromagnética compuesta de un campo eléctrico **E** y un campo magnético **H**, los que son encargados de llevar el contenido de la información entre transmisor y receptor.

El espectro electromagnético según su longitud de onda o frecuencia se puede dividir en:

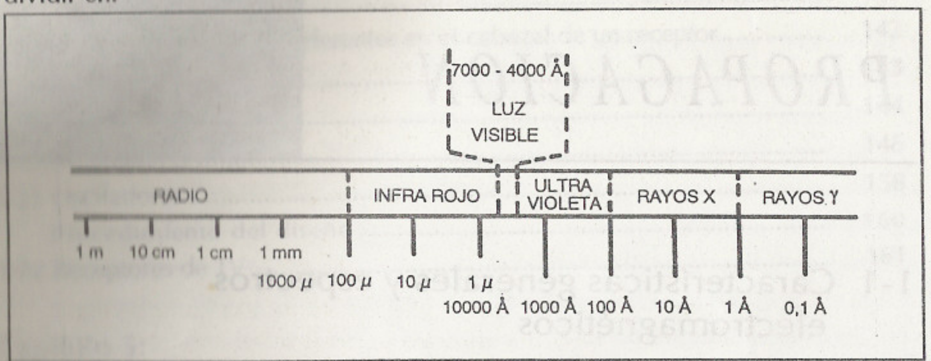
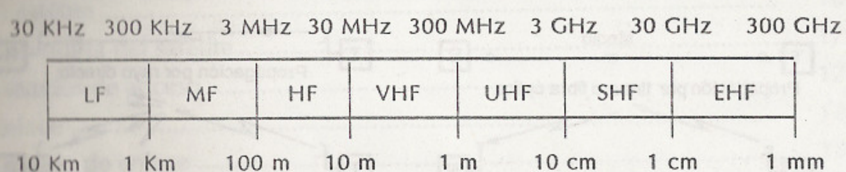


Figura 2. Espectro electromagnético.

A su vez las ondas de radio que son de nuestro interés se pueden subdividir en:



Donde:

LF = baja frecuencia.

MF = media frecuencia.

HF = alta frecuencia.

VHF = muy alta frecuencia.

UHF = ultra alta frecuencia.

SHF = súper alta frecuencia.

EHF = extra alta frecuencia.

Microondas

El término microonda, definido por los diccionarios técnicos, se aplica a las ondas de radio situadas en el rango de frecuencia superior a 1 Ghz. En esta zona del

espectro los elementos que forman los circuitos son componentes distribuidos, no concentrados. Por lo tanto las técnicas de microondas difieren un poco de las técnicas de radiofrecuencias por que sus componentes deben ser tratados en forma especial como veremos en los capítulos siguientes. Además otra de las características de importancia, es que en esas longitudes de ondas la señal atraviesa la ionósfera fácilmente, permitiendo las comunicaciones de radio por satélite o la observación de radiación emitidas por el espacio, como es la radioastronomía.

1-2 Ecuaciones de Maxwell

No es nuestro propósito realizar un análisis profundo de las ecuaciones de Maxwell, pero si utilizar los fundamentos y los parámetros que de estas surgen, ya que son de vital importancia en el cálculo de la propagación de ondas electromagnéticas.

Analizaremos en forma muy rápida las ecuaciones de Maxwell con el objetivo de deducir los fundamentos que ellas encierran con respecto a la propagación de ondas electromagnéticas.

Dichas ecuaciones son:

$$\oint \mathbf{H}\, dl = \int_s (\mathbf{J} + d\mathbf{D} / dt)\, ds \qquad (1)$$

$$\oint \mathbf{E}\, dl = -\int_s d\mathbf{B} / dt\ \ ds \qquad (2)$$

$$\oint \mathbf{D}\, ds = \int_v \rho\, dv \qquad (3)$$

$$\oint \mathbf{B}\, ds = 0 \qquad (4)$$

En forma diferencial pueden ser escritas como:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + d\mathbf{D} / \mathrm{dt} = \mathbf{J} + \mathrm{j}\, \omega\, \mathbf{D} \qquad (5)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\, d\mathbf{B} / \mathrm{dt} = -\, \mathrm{j}\, \omega\, \mathbf{B} \qquad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \qquad (7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \qquad (8)$$

Siendo:

∇A gradientes.

$\nabla \cdot A$ divergencias.

$\nabla \times A$ rotor.

$\nabla^2 A$ laplaciano.

E = campo eléctrico, volt / m.

D = densidad de flujo eléctrico, coul / m².

H = campo magnético, amp / m.

B = densidad de flujo magnético, webers / m².

J = densidad de conducción de corriente, amp / m².

ρ = densidad de cargas, coul / m³.

dl = longitud del elemento m.

ds = superficie del elemento m².

dv = volumen del elemento m³.

ε = permitividad del medio Faraday / m.

μ = permeabilidad del medio Henrys / m.

σ = conductividad mhos / m.

En un medio que sea homogéneo y con cargas se tiene:

$$\mathbf{D} = \varepsilon\, \mathbf{E} \qquad (9)$$

$$\mathbf{B} = \mu\, \mathbf{H} \qquad (10)$$

$$\mathbf{J} = \sigma\, \mathbf{E} \qquad (11)$$

Luego las ecuaciones de Maxwell quedan:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma\, \mathbf{E} + \varepsilon\, d\mathbf{E} / dt \qquad (12)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu\, d\mathbf{H} / dt \qquad (13)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho / \varepsilon \qquad (14)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \qquad (15)$$

De las ecuaciones (12) y (13) se deduce con respecto a la propagación de ondas electromagnéticas, que un campo eléctrico variable produce un campo magnético variable, y un campo magnético variable produce un campo eléctrico variable y así sucesivamente.

Si la energía eléctrica se desplaza más allá de la energía magnética que la generó y lo mismo pasa con la energía magnética, podemos decir que lo que se propaga es una onda electromagnética.

Viéndolo de otra forma, un campo eléctrico produce un campo magnético en la región donde varía el eléctrico y también en la región vecina.

Como conclusión podemos decir que una perturbación eléctrica o magnética originada en una región no puede ser confinada a ese espacio sino que la energía se propaga hacia afuera.

1-3 Ecuación de la onda

Vamos a demostrar que las ecuaciones de Maxwell conducen a las ecuaciones de ondas:

Tomemos la expresión (13):

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu\, d\mathbf{H} / dt \qquad (16)$$

Apliquemos el operador rotor:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu\, (\nabla \times d\mathbf{H} / dt) \qquad (17)$$

Como el orden del derivador no altera el resultado, tenemos:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu\, d(\nabla \times \mathbf{H}) / dt \qquad (18)$$

Para un medio homogéneo y sin carga ni conductividad $\Rightarrow \sigma = 0$, luego la (12) queda:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon\, d\mathbf{E} / dt \qquad (19)$$

Reemplazando en (18) tenemos:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = - \mu\, d(\varepsilon\, d\mathbf{E} / dt) / dt \qquad (20)$$

Operando con el primer término:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \qquad (21)$$

Al suponer un medio sin cargas tenemos que: $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$

Por lo tanto: $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\nabla^2 \mathbf{E}$ (22)

Reemplazando en (20):

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu\, \varepsilon\, d^2 \mathbf{E} / dt^2 \quad \text{(ecuación de la onda)} \qquad (23)$$

Esta ecuación desarrollada en sus componentes la podemos expresar de la siguiente manera:

$$d^2E_x / dx^2 + d^2E_x / dy^2 + d^2E_x / dz^2 = \mu\, \varepsilon\, d^2E_x / dt^2 \qquad (24)$$

$$d^2E_y / dx^2 + d^2E_y / dy^2 + d^2E_y / dz^2 = \mu\, \varepsilon\, d^2E_y / dt^2 \qquad (25)$$

$$d^2E_z / dx^2 + d^2E_z / dy^2 + d^2E_z / dz^2 = \mu\, \varepsilon\, d^2E_z / dt^2 \qquad (26)$$

De la misma forma se puede realizar el análisis para el campo magnético y obtendríamos que:

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \mu\, \varepsilon\, d^2 \mathbf{H} / dt^2 \qquad (27)$$

Siendo la ecuación de la onda para el campo magnético.

1-4 Constante de propagación

La constante de propagación en un medio normal está expresada como:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{j\, \omega\, \mu\, \sigma - \omega^2\, \mu\, \varepsilon} \qquad (28)$$

siendo:

γ = constante de propagación m^{-1} (similitud con líneas)

α = atenuación m^{-1}

β = constante de fase rad / m^{-1}

$\omega = 2\,\pi\, f$ = frecuencia en radian seg^{-1}

Como en nuestro caso $\sigma = 0$, nos queda $\gamma = \pm\, j\, \beta = \pm j\omega \sqrt{\mu\, \varepsilon}$ (29)

1-5 Propagación en medios no confinados

Vamos a analizar una onda plana viajando en la dirección *x* con una polarización lineal del campo eléctrico **E** en la dirección *y*, luego $\mathbf{E}_x = 0$, $\mathbf{E}_z = 0$ (como se verá en el párrafo 1-9) y de las (24, 25, 26) se deduce que:

$$d^2E_y / dx^2 = \mu\, \varepsilon\, d^2E_y / dt^2 \qquad (30)$$

Si el campo eléctrico varía en el tiempo con una frecuencia en radianes w podemos decir que:

$$dE_y / dt = j\, \omega\, E_y \qquad (31)$$

$$d^2E_y / dt^2 = - \omega^2\, E_y \qquad (32)$$

Además utilizando la ecuación (29), expresamos la ecuación de la onda como:

$$d^2E_y / dx^2 = \gamma^2\, E_y \qquad (33)$$

$$\Rightarrow \quad d^2E_y / dx^2 - \gamma^2\, E_y = 0 \qquad (34)$$

La solución de ésta ecuación está dada por:

$$E_y = \dot{E}_0\, e^{\pm \gamma x} \qquad (35)$$

Como $\gamma = \pm\, j\, \beta$ por lo tanto

$$E_y = \dot{E}_0\, e^{\pm j \beta x} \qquad (36)$$

$\dot{E}_0$ es un fasor y su variación con el tiempo es:

$$\dot{E}_0 = E_0\, e^{j\omega t} \tag{37}$$

por lo tanto: $E_y = E_0\, e^{j(\omega t \pm \beta x)}$ (38)

Esta ecuación puede indicarse como:

$$E_y = E_0 \cos(\omega t + \beta x) \tag{39}$$

Analizaremos el campo magnético. Sabemos de (13) que:

$$\nabla \times E = -\mu\, dH / dt \tag{40}$$

desarrollando el rotor:

$$\nabla \times E = \begin{vmatrix} \dot{i} & \dot{j} & \dot{k} \\ d/dx & d/dy & d/dz \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} =$$

$$\nabla \times E = (dE_z/dy - dE_y/dz)\,\dot{i} + (dE_x/dz - dE_z/dx)\,\dot{j} + (dE_y/dx - dE_x/dy)\,\dot{k} \tag{41}$$

Luego la ecuación (40) se puede expresar como:

$$\mu\, dH_x / dt = -(dE_z/dy - dE_y/dz) \tag{42}$$

$$\mu\, dH_y / dt = -(dE_x/dz - dE_z/dx) \tag{43}$$

$$\mu\, dH_z / dt = -(dE_y/dx - dE_x/dy) \tag{44}$$

Pero en una onda plana $E_x = 0$ y $E_z = 0$, además los componentes de E_y se propagan en la dirección $x \Rightarrow d\,E_y / dz = 0$, por lo tanto nos queda:

$$\mu\, dH_z / dt = -\, dE_y / dx \tag{45}$$

Luego reemplazando la (39) en esta ecuación:

$$\mu\, dH_z / dt = \beta E_0 \,\mathrm{sen}(\omega t - \beta x) \tag{46}$$

$$\mu\, \omega H_z = \beta E_0 \,\mathrm{sen}(\omega t - \beta x) \tag{47}$$

$$\mu\, \omega H_z = \beta E_y \tag{48}$$

$$H_z = (\beta / \mu\, \omega)\, E_y \tag{49}$$

De esta ecuación podemos rescatar la velocidad de propagación de la onda electromagnética expresada por $v_p = \omega / \beta$, por lo tanto:

$$H_z = (1 / \mu\, v_p)\, E_y \tag{50}$$

Analizando esta ecuación se deduce que el campo eléctrico y magnético son perpendiculares entre si cuando se propagan en un medio.

Además si realizamos el mismo proceso que con el campo eléctrico obtenemos que:

$$\nabla^2 H = \mu\, \varepsilon\, d^2 H / dt^2 \tag{51}$$

Para una onda plana la solución de esta ecuación es:

$$H_z = H_0 \cos(\omega t \pm \beta x) \tag{52}$$

Luego la representación gráfica de una onda plana por lo dicho anteriormente, pero propagándose en un medio no confinado es mostrada en la figura 3.

Cabe destacar que una onda electromagnética se propaga en todas las direcciones como un frente de onda esférica, pero ésta a unos pocos km de la fuente irradiante es prácticamente una onda plana.

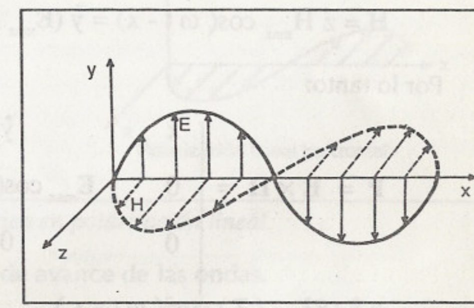


Figura 3. Propagación de onda electromagnética plana.

1-6 Velocidad de propagación e impedancia intrínseca del medio

Se puede deducir la relación entre el campo eléctrico y magnético

$$H_z / E_y = 1 / \mu\, v_p \Rightarrow E_y / H_z = \mu\, v_p \tag{53}$$

Pero $v_p = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$, por lo tanto: $E_y / H_z = \sqrt{\mu/\varepsilon} = Z_i$ (54)

Esta relación se denomina impedancia intrínseca del medio (tiene cierta similitud con la impedancia característica de una línea Z_0) en el vacío.

$$Z_i = \sqrt{\mu/\varepsilon} = 120\,\pi = 377 \text{ ohms} \tag{55}$$

1-7 Vector de Poynting

Una onda electromagnética que viaja por el espacio transporta energía, la cual atraviesa un área. Por lo tanto existe un flujo de potencia a través de esa superficie que definimos con P y se expresa como:

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \qquad (\text{watt} / \text{m}^2) \tag{56}$$

El vector de Poynting de una onda plana se puede determinar como:

$$\mathbf{E} = \dot{y}\, \mathbf{E}_{max} \cos(\omega t - x) \tag{57}$$

$$\mathbf{H} = \dot{z}\, \mathbf{H}_{max} \cos(\omega t - x) = \dot{y}\, (\mathbf{E}_{max} / Z_i) \cos(\omega t - x) \tag{58}$$

Por lo tanto:

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \begin{vmatrix} \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \\ 0 & \mathbf{E}_{max} \cos(\omega t - x) & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{E}_{max} / Z_i \cos(\omega t - x) \end{vmatrix} = \tag{59}$$

$$= \dot{x}\, (\mathbf{E}^2{}_{max} / Z_i) \cos^2(\omega t - x) \tag{60}$$

La figura 4 grafica esta situación.

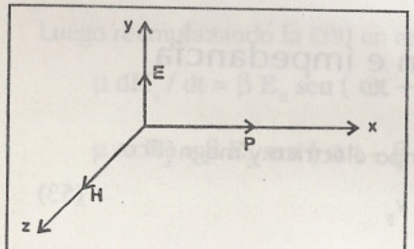


Figura 4. Dirección de vectores en una onda electromagnética plana.

Como hemos demostrado, la dirección del vector de Poynting P es perpendicular al plano que contiene a **H** y **E**, o sea en la dirección de propagación.

1-8 Ondas electromagnéticas polarizadas

En comunicaciones siempre se toma como plano de polarización el de vector de campo eléctrico.

Hasta este momento hemos supuesto un campo eléctrico con una sola componente, pero este puede tener varias componentes, generando distintos tipos de polarización como se verá con más detenimiento en el capítulo 4.

1-9 Polarización lineal

Es cuando el campo eléctrico **E** tiene una única componente en el plano. Pueden ser clasificadas a su vez en horizontal y vertical

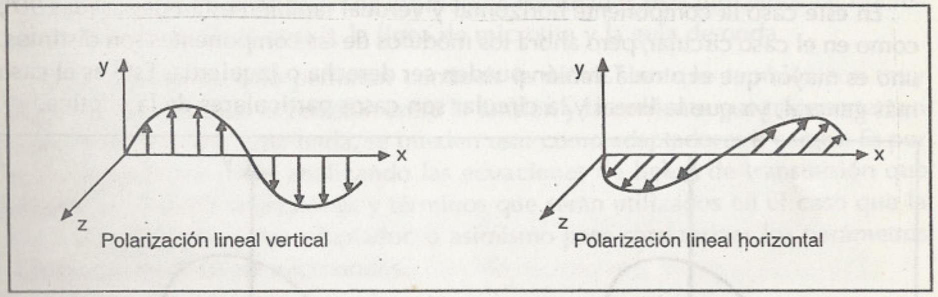


Figura 5. Propagación del campo eléctrico en polarización lineal.

En ambas figuras *x* es la dirección de avance de las ondas.

1-10 Polarización circular

Se puede entender por una onda formada por componentes, una en el plano horizontal y otra en el vertical, de igual valor pero desfasadas 90° en el tiempo.

El giro del vector en el campo eléctrico a derecha o a izquierda depende de como es el desfasaje de una componente con respecto a la otra.

Se denomina polarización circular derecha si el vector campo eléctrico gira en sentido horario cuando la onda se aleja del observador e izquierda en el sentido antihorario.

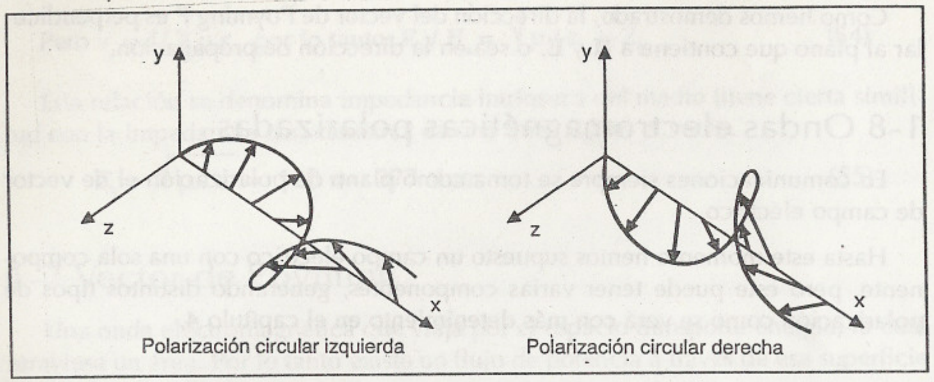


Figura 6. Propagación del campo eléctrico en polarización circular.

1-11 Polarización elíptica

En este caso la componente horizontal y vertical también están desfasadas 90º, como en el caso circular, pero ahora los módulos de las componentes son distintos, uno es mayor que el otro. También pueden ser derecha o izquierda. Este es el caso más general, ya que la lineal y la circular son casos particulares de la elíptica.

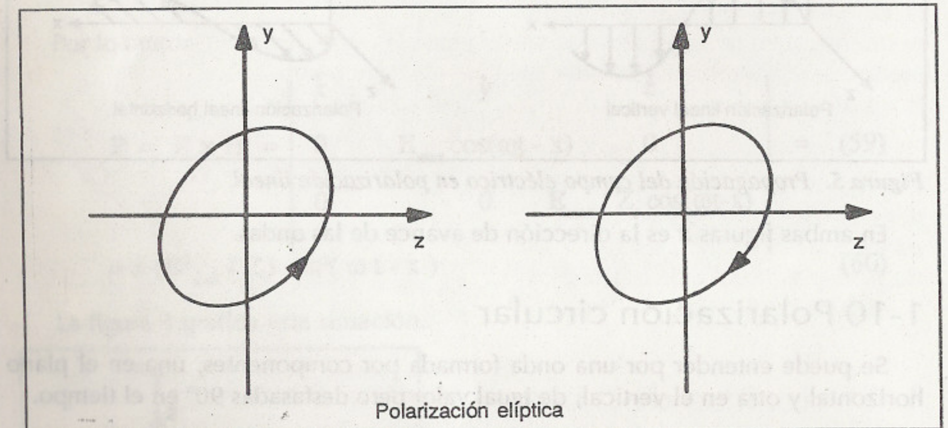


Figura 7. Propagación frontal del campo eléctrico en polarización elíptica.

Por lo visto anteriormente por simplicidad no se ha dibujado el campo **H**, pero es sencillo suponer que dicho campo se mueve de la misma forma que el **E** pero a 90 grados.