

ESERCIZI

1. I RAPPORTI

- 1** **Quesito.** Indica l'operazione necessaria per ottenere l'informazione richiesta.
- ▶ Il costo di un foglio di carta da fotocopie.
 - ▶ La distanza percorsa da un'automobile con un litro di carburante.
 - ▶ Il carburante necessario a un'automobile per percorrere 1 km.
 - ▶ Il consumo medio di cioccolata in Italia nel 2003.

- 2** **Caccia all'errore.** Perché questa frase non è corretta? «Se io aumento sia il numeratore sia il denominatore di una frazione, il risultato non cambia.»

- 3** Scrivi in ordine crescente i seguenti numeri:

★★★

$$\frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{16}{9}, \frac{2}{3}, \frac{5}{2}, \frac{1}{3}$$

- 4** Una boccetta di medicinale da 10 ml con contagocce può erogare 600 gocce di medicinale.

★★★

- ▶ Qual è in media il volume di una goccia?

[0,017 ml]



Massimiliano Trevisan

- 5** Nel campionato di calcio di serie 2008/2009, Zlatan Ibrahimovic giocò con l'Inter segnando 25 reti in 35 partite.

★★★

- ▶ Quanti gol ha segnato, in media, in ogni partita?

[0,7]

2. LE PROPORZIONI

- 6** A partire dai seguenti rapporti, puoi costruire 4 proporzioni. Quali?

★★★

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{2}, \frac{6}{10}, \frac{6}{12}, \frac{12}{24}$$

- 7** Risolvi le proporzioni:

★★★

$$10 : 14 = 25 : x \qquad 8,1 : 1,8 = x : 6,0$$

$$6,4 : x = 102,4 : 25,6 \qquad 16 : x = x : 25$$

[35; 27; 1,6; 20]

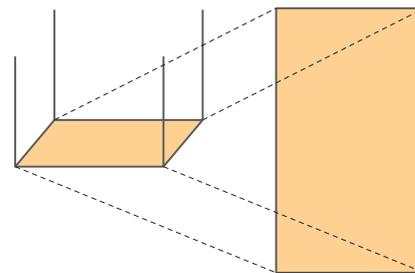
- 8** Un foglio di carta ha dimensioni rispettivamente pari a 15,0 cm e 10,5 cm.

★★★

- ▶ È possibile riprodurre su questo foglio un'immagine le cui dimensioni originarie sono rispettivamente pari a 20,0 cm e 12,0 cm, senza tagliare l'immagine né lasciare spazi bianchi?

- 9** Una stanza rettangolare è larga 4,0 m e lunga 5,2 m. Vogliamo realizzarne una piantina in scala, in modo che la larghezza della stanza risulti 16,0 cm.

★★★



- ▶ Qual è lunghezza della piantina?

[20,8 cm]

- 10** Nel 2000, nel Lazio vivevano 5 300 000 persone. Di esse, 753 000 avevano meno di 15 anni. Nello stesso anno, la popolazione italiana era 57 000 000.

★★★

- ▶ In proporzione quante persone con meno di 15 anni vivevano in Italia nel 2000?

[Circa 8 000 000]

3. LE PERCENTUALI

- 11** Determina le percentuali indicate:

★★★

- a) il 15% di 280 è 42
- b) il 24% di 225 è
- c) il 3,6% di 115 è
- d) lo 0,88% di 0,900 è

- 12** Calcola la percentuale:

★★★

- a) 34 rispetto a 50 è il 68%
- b) 0,17 rispetto a 1,2 è il
- c) $2,9 \times 10^3$ rispetto a $7,5 \times 10^3$ è il
- d) 13,8 rispetto a 200 è il

- 13** ★★★ Determina il numero che costituisce la percentuale indicata:
- a) il 30% di 240 è 72,0
 - b) il 0,85% di 6,8 è
 - c) il 11,5% di $14,0 \times 10^3$ è
 - d) il 91% di 0,80 è

- 14** ★★★ Il diametro di una penna, misurato con un calibro, è di 1,015 cm con un'incertezza dello 0,5%.
- Qual è, in millimetri, il massimo errore che si può commettere in questa misura?

[0,05 mm]

- 15** ★★★ In 100 g d'acqua sciogliamo 2,56 g di sale da cucina.
- Qual è la percentuale di sale nella soluzione, cioè la percentuale del sale rispetto all'intera massa dell'acqua e del sale?

[2,50%]

- 16** ★★★ Se preleviamo 20,7 kg dell'elemento piombo in natura, in media 302 g di tale campione saranno costituiti da atomi radioattivi.
- Quale percentuale della massa del piombo sulla Terra è costituita da atomi radioattivi?

[1,46%]

- 17** ★★★ Nell'etichetta di un barattolo di marmellata si specifica che il peso netto è pari a 195 g e la percentuale di frutta sul totale è del 32%.
- Qual è la massa di frutta sull'intero prodotto?

[62 g]

- 18** ★★★ L'acciaio inossidabile è una lega costituita da ferro (85%), cromo (13%) e carbonio (2%).
- In un oggetto di acciaio inossidabile di massa pari a 1,25 kg qual è la massa rispettivamente del ferro, del cromo e del carbonio contenuti?

[1,06 kg; 0,16 kg; 0,03 kg]

- 19** ★★★ Il prezzo di un gelato è 1,50 euro.
- Se l'inflazione teorica è del 2,6%, quanto costerà lo stesso gelato fra un anno?
 - Se invece il prezzo del gelato fra un anno sarà € 1,60, qual è il reale aumento percentuale?

[€ 1,54; 6,7%]

- 20** ★★★ Paolo deposita 10 000 € in banca. Il tasso d'interesse è del 2% annuo.
- A quanto ammonta il suo capitale dopo un anno?
 - E dopo due anni?

[10 200 €; 10 404 €]

- 21** ★★★ Il rapporto tra il volume immerso e quello totale di un iceberg è direttamente proporzionale al rapporto tra la densità del ghiaccio ($0,94 \text{ g/cm}^3$) e quella dell'acqua marina ($1,05 \text{ g/cm}^3$).
- Quale percentuale del volume dell'iceberg emerge dal pelo dell'acqua?

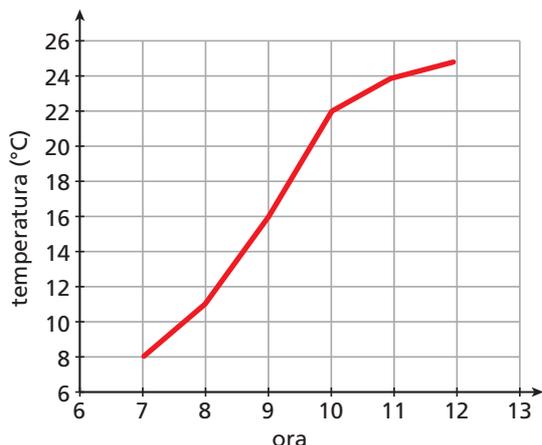
[10%]



CARY YIM/Shutterstock

4. I GRAFICI

- 22** ★★★ **Completa la tabella.** Nel grafico è riportata la temperatura misurata tra le 7 e le 12 di un giorno di primavera.



- Leggendo i dati del grafico, completa la tabella riportata sotto.

ORA	TEMPERATURA (°C)
7:00	8
8:00	
9:00	
10:00	
11:00	
12:00	

23 Un automobilista registra in una tabella i chilometri percorsi nel corso di ogni mese.

★★★ La tabella ottenuta alla fine dell'anno è la seguente:

MESE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
km	900	1300	1400	1400	1200	1200	800	2000	800	1300	1400	1000

- Scegli un opportuno fattore di scala sui due assi e costruisci il grafico corrispondente alla tabella come insieme di punti.

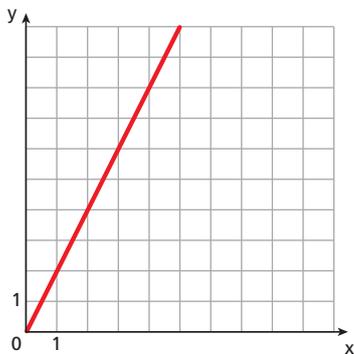
24 La formula che esprime la relazione fra due grandezze è $y = 10 - x^2$.

★★★

- Assegnando a x un certo numero di valori da 0 a 3, traccia il grafico corrispondente.

25 **Completa la tabella.** Il grafico qui sotto rappresenta la relazione fra due grandezze x e y .

★★★



La relazione fra le due grandezze può essere espressa con la formula $y = kx$, dove k è un numero assegnato.

- Determina il valore di k .

5. LA PROPORZIONALITÀ DIRETTA

26 **Completa.** Scrivi il valore costante del rapporto fra queste coppie di grandezze, secondo l'esempio:

- Perimetro e lato di un quadrato: 4
- Circonferenza e raggio di un cerchio:
- Perimetro e lato di un triangolo equilatero:
- Diagonale e lato di un quadrato:

27 **Completa.** Scrivi la formula che lega queste coppie di grandezze direttamente proporzionali, secondo l'esempio:

- Perimetro P e lato l di un quadrato: $P = 4l$
- Circonferenza C e diametro d di un cerchio:
- Area A e quadrato q del raggio di un cerchio:
- Perimetro P e lato l di un esagono regolare:

28 **Caccia all'errore.** Perché questa frase non è corretta? «Tutte le relazioni di proporzionalità diretta hanno come grafico una retta, e tutte le rette corrispondono a una relazione di proporzionalità diretta.»

29 La tabella seguente riporta il volume e la massa di quantità variabili di alcol.

★★★

VOLUME (cm ³)	MASSA (g)
5	4,0
10	8,0
15	12,0
20	16,0
25	20,0

- Qual è il valore costante del rapporto fra massa e volume nell'alcol?
- Qual è la formula che lega la massa m e il volume V di una quantità data di alcol?

$$[0,80 \text{ g/cm}^3; m = (0,80 \text{ g/cm}^3) V]$$

30 Costruisci il grafico della relazione di proporzionalità presentata nell'esercizio precedente.

★★★

- Si tratta di una retta passante per l'origine? Perché?

31 Ho corso per 2 km e ho consumato 180 kcal.

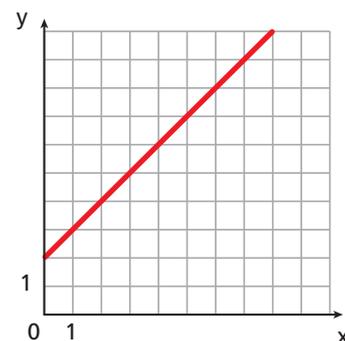
★★★

- Visto che il dispendio di energia è direttamente proporzionale alla distanza percorsa, quanto consumo quando corro per 6 km?

$$[540 \text{ kcal}]$$

32 Il grafico qui sotto rappresenta la relazione di dipendenza lineare fra le grandezze x e y .

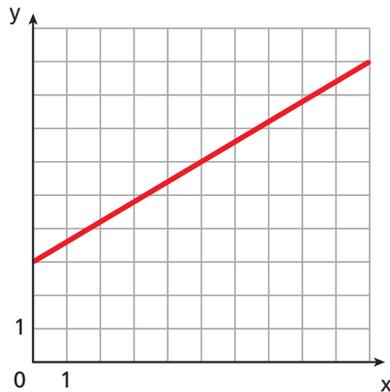
★★★



- ▶ Determina la formula che esprime tale relazione nella forma $y = kx + q$.
- ▶ Cosa accade alla relazione fra x e y se si pone $q = 0$?
- ▶ Come si trasforma un grafico in questo caso?

$$[y = x + 2]$$

- 33** La relazione fra le grandezze x e y è descritta dal grafico seguente.



- ▶ Di che tipo di relazione si tratta?
- ▶ Quando x aumenta di cinque unità, quale aumento subisce y ?
- ▶ Quanto vale il rapporto (costante) fra un aumento di x e il corrispondente aumento di y ?
- ▶ Quale formula esprime la relazione fra x e y ?

$$[y \text{ aumenta di tre unità; } 5/3; y = \frac{3}{5}x + 3]$$

6. LA PROPORZIONALITÀ INVERSA

- 34** Caccia all'errore. Perché questa frase non è corretta? «Il primo ottobre la temperatura era di 12 °C; il due ottobre c'erano 10 °C; il 3 avevamo 8 °C. La temperatura sta scendendo in modo inversamente proporzionale al trascorrere dei giorni.»

- 35** Scrivi la formula che lega queste coppie di grandezze inversamente proporzionali, secondo l'esempio:

- a) Numero N di lati e lato l di un poligono regolare di perimetro pari a 10 cm.

$$N = \frac{10 \text{ cm}}{l}$$

- b) Base b e altezza h di un rettangolo di area pari a 25 m².

.....

- c) Area di base A e altezza h di una piramide di volume pari a 32 cm³.

.....

- 36** Il prodotto di due lunghezze x e y inversamente proporzionali ha il valore costante di 60 m².

- ▶ Qual è il valore di y se x è pari a 5,0 m?
- ▶ Assegna ad x una serie di valori, calcola i corrispondenti valori di y e traccia il grafico della loro relazione.

$$[12 \text{ m}]$$

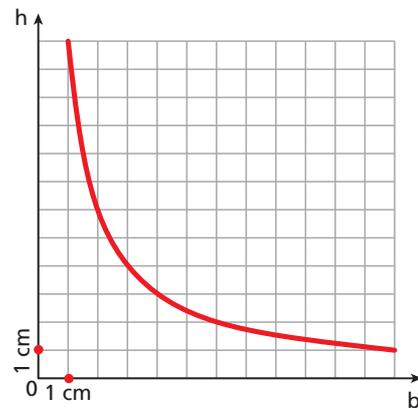
- 37** Completa la tabella. Con uno stesso volume di liquido, pari a 50 cm³, riempiamo alcuni recipienti cilindrici di diametro variabile. Il liquido raggiunge in ogni caso un'altezza diversa.

- ▶ Compila la seguente tabella relativa all'esempio descritto:

AREA DI BASE A (cm ²)	ALTEZZA RAGGIUNTA DAL LIQUIDO h (cm)
10	5,0
20	
30	
40	
50	

- ▶ Qual è la formula che esprime la relazione fra A e h ?

- 38** Il grafico qui sotto illustra la relazione fra la base b e l'altezza h di una serie di rettangoli diversi, aventi tutti la stessa area.



- ▶ Quale è il valore comune dell'area dei rettangoli?
- ▶ Qual è la formula che esprime la relazione fra b e h ?

$$[12 \text{ cm}^2; h = 12 \text{ cm}^2/b]$$

7. LA PROPORZIONALITÀ QUADRATICA DIRETTA E INVERSA

- 39** Scrivi il valore costante del rapporto fra la prima grandezza e il quadrato della seconda, in base all'esempio.

- a) Area e lato di un quadrato: 1
- b) Area e raggio di un cerchio:
- c) Area e diagonale di un quadrato:

40 **★★★** Scrivi la formula che lega le coppie di grandezze dell'esercizio precedente, secondo l'esempio:

- a) Area A e lato l di un quadrato: $A = l^2$
 b) Area A e raggio r di un cerchio:
 c) Area A e diagonale d di un quadrato:

41 **★★★** L'attrazione gravitazionale F fra due corpi rispettivamente di massa M_1 e M_2 posti alla distanza d si determina con la formula

$$F = G \times \frac{M_1 M_2}{d^2},$$

dove G è una costante detta costante di gravitazione universale.

- Che tipo di relazione esiste fra F e d per due corpi dati?

42 **★★★** Quando un oggetto cade all'interno di un tubo in cui è stato fatto il vuoto, la distanza d da esso percorsa e l'intervallo di tempo i da esso impiegato sono legati dalla relazione $d = 4,9 i^2$.

- Qual è la distanza percorsa da un oggetto che cade in questo modo in un intervallo di 1,2 s? [7,1 m]

43 **★★★** In un cilindro di altezza $h = 1,00$ m, il volume V aumenta rapidamente all'aumentare del raggio r .



- Assegna al raggio una serie di valori compresi fra 0,10 m e 1,00 m, determina il corrispondente valore del volume e traccia il grafico in base alla tabella ottenuta.

8. COME SI LEGGE UNA FORMULA

44 In base all'esempio, esprimi a parole le seguenti formule, dove compaiono le grandezze generiche x , y e z :

- a) $z = 20 xy$ è direttamente proporzionale sia a x sia a y
 b) $z = \pi x/y$
 c) $z = \sqrt{3} y^2/x$
 d) $z = 0,5 y/x^2$

45 Traduci in formule queste affermazioni sulla relazione fra diverse grandezze, introducendo un fattore di proporzionalità k , come nell'esempio.
 a) La lunghezza dell'ombra è direttamente proporzionale all'altezza dell'oggetto: $L = kh$

- b) Il prezzo degli oggetti è inversamente proporzionale al loro numero:
 c) La superficie del corpo è direttamente proporzionale al quadrato della sua larghezza:
 d) La forza di gravità è inversamente proporzionale al quadrato della distanza:

46 **★★★** La durata D di un'escursione è direttamente proporzionale al numero N di tappe. Per un certo valore di N , D risulta uguale a 2,5 ore.

- Qual valore assume D per un numero di tappe triplo rispetto a quello dell'esempio?

[$D = 7,5$ ore]

47 **★★★** Il tempo T necessario a fabbricare un certo prodotto è inversamente proporzionale al numero O di operai che eseguono il lavoro. Per un valore particolare di O , il valore di T risulta pari a 48 ore.

- Qual risulterà il valore di T se il numero degli operai viene moltiplicato per cinque volte?

[$T = 9,6$ ore]

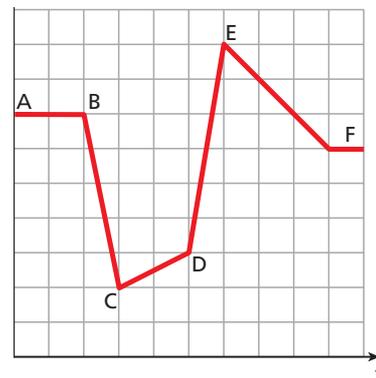
48 **★★★** La quantità Q di vernice necessaria per verniciare un oggetto sferico è direttamente proporzionale al quadrato del raggio r dell'oggetto. Q risulta uguale a 60 g per un certo valore di r .

- Qual valore assume Q se il valore di r è raddoppiato?

[$Q = 240$ g]

9. COME SI LEGGE UN GRAFICO

49 **★★★** Il grafico seguente riproduce l'andamento del valore V di un titolo finanziario al passare del tempo t .

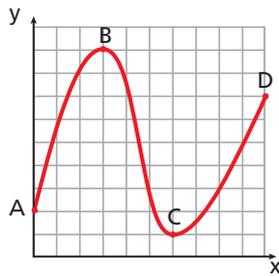


- Descrivi l'andamento di V , nelle varie fasi. Utilizza termini come «aumenta rapidamente» o «diminuisce lentamente» o «resta invariato».

50 **★★★** Traccia due grafici diversi fra loro, in modo che entrambi rappresentino il seguente andamento della variabile y in funzione della variabile x :

«All'aumentare di x , y in una prima fase aumenta lentamente, poi resta costante, infine diminuisce rapidamente.»

- 51** Descrivi a parole l'andamento della grandezza y al variare della grandezza x .

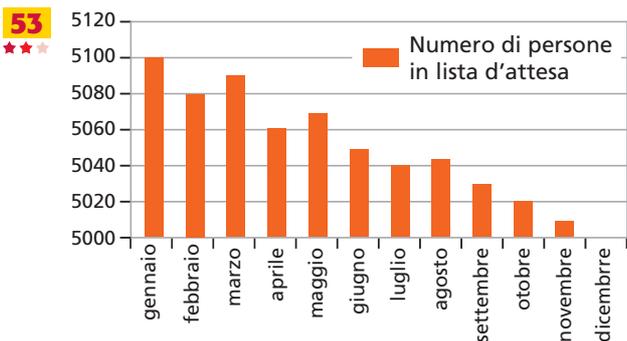


- Come puoi modificare il grafico in modo che la grandezza y sembri variare poco?

- 52** La tabella riporta la temperatura di una stanza al passare del tempo.

t (min)	T ($^{\circ}\text{C}$)
0	18,0
5	18,2
10	18,4
15	18,5
20	18,5
25	18,3
30	18,2
35	18,3
40	18,2
45	18,1

- Traccia un grafico a partire dalla tabella.
 ► Descrivi a parole l'andamento del grafico.
 ► Disegna un altro grafico che dia la sensazione che la temperatura vari di molto.



Il diagramma illustra la riduzione dei pazienti in lista d'attesa negli ospedali di una determinata autorità sanitaria.

- A quanto equivale in percentuale la diminuzione di pazienti in lista d'attesa da gennaio a dicembre?
 ► Come puoi modificare il grafico perché la grandezza y (numero di persone in lista d'attesa) sembri variare di poco?

[2,0%; scala sull'asse verticale da 0 a 5000]

10. LE POTENZE DI 10

- 54** Traduci queste potenze di 10 in numeri decimali:

- a) $10^7 = 10\,000\,000$
 b) $10^{11} = \dots\dots\dots$
 c) $10^{-4} = \dots\dots\dots$
 d) $10^{-8} = \dots\dots\dots$

- 55** Scrivi i numeri espressi a parole prima in cifre e poi come potenza di dieci:

- a) un milione 1 000 000 10^6
 b) un miliardo
 c) cento miliardi
 d) diecimila miliardi

- 56** Traduci questi numeri decimali in potenze di 10:

- a) 0,000 01 = 10^{-5}
 b) 0,001 =
 c) 100 000 =
 d) 10 000 000 =

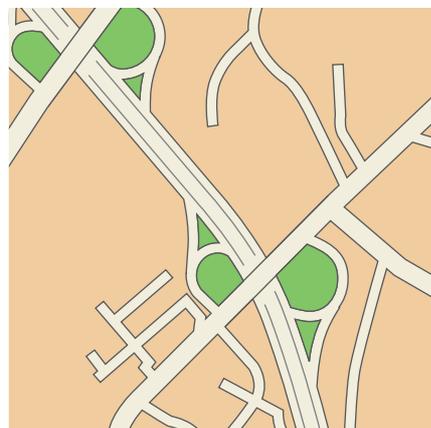
- 57** Determina il risultato delle seguenti operazioni:

- a) $10^4 \times 10^{12} = 10^{16}$ $10^6 : 10^9$
 b) $10^{11} \times 10^{-8}$ $10^{-5} : 10^{-11}$
 c) $10^{-7} \times 10^4$ $(10^4)^3$
 d) $10^{-18} \times 10^{-7}$ $(10^{-2})^5$

- 58** Determina il risultato delle seguenti operazioni:

- a) $10^{-1} \times 10^{-2} = 10^{-3}$ $10^7 : 10^5$
 b) $10^{-6} \times 10^6$ $10^3 : 10^{-3}$
 c) $10^{-8} \times 10^{15}$ $(10^3)^{-4}$
 d) $10^8 \times 10$ $(10^4)^2$

- 59** Il lato dell'area quadrata rappresentata in scala in questa mappa misura $2,4 \times 10^3$ m.



- Determina l'area della zona in m^2 .

[$5,8 \times 10^6 \text{ m}^2$]

60 Determina il risultato di questa espressione:

$$\frac{12 \times 10^8}{4 \times 10^3} + (0,5 \times 10^3)^2 - (6 \times 10^{11}) \times (9 \times 10^{-6})$$

[$-4,6 \times 10^6$]

61 Determina il risultato di questa espressione:

$$3 \times 10^6 + \frac{12 \times 10^{-4}}{0,3 \times 10^{-9}} - \frac{3,2 \times 10^{-6}}{0,01 \times 10^{-9}} +$$

$$-(1,6 \times 10^6)$$

[$5,08 \times 10^6$]

62 L'attrazione gravitazionale F fra due corpi rispettivamente di massa M_1 e M_2 , posti alla distanza d , si determina (tralasciando le unità di misura) con la formula:

$$F = 6,67 \times 10^{-11} \times \frac{M_1 M_2}{d^2}$$

Nel caso del sistema Sole-Terra, i valori delle grandezze indicate sono:

$$M_1 = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}; M_2 = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg};$$

$$d = 1,50 \times 10^{11} \text{ m}.$$

- ▶ Determina l'intensità dell'attrazione gravitazionale fra il Sole e la Terra, sempre tralasciando le unità di misura. [3,53 $\times 10^{22}$]

11. LE EQUAZIONI

63 In queste equazioni, isola l'incognita e specifica quale principio hai usato:

- a) $x + 7 = 8$ $x = 8 - 7$ Primo principio
- b) $4x = 35$
- c) $27 - x = 30$
- d) $5x - 9 = 31$

64 In queste equazioni, isola l'incognita x applicando i principi di equivalenza:

- a) $x + a = b$ $x = b - a$
- b) $kx = h$
- c) $m - x = n$
- d) $ax - b = c$

65 Risolvi la seguente equazione:

$$30x + 12 = 72$$

[2]

66 Isola l'incognita di queste equazioni:

- a) $-kx = F$
- b) $m - x = n$
- c) $vx + s = p$

67 Trasforma queste frasi in equazioni e risolvi.

- ▶ Quale numero moltiplicato per 3 dà come risultato 126?
- ▶ Quale numero diminuito di 3 dà come risultato -7 ?
- ▶ Quale numero diviso per 112 dà come risultato 1?
- ▶ Quale numero moltiplicato per 5 e sommato a 12 dà come risultato 27?

[42; -4 ; 112; 3]

68 Risolvi la seguente equazione:

$$20x^2 = 75$$

[1,9]

69 Risolvi in v la seguente equazione:

$$mv^2 - 2K = 0$$

[$v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$]

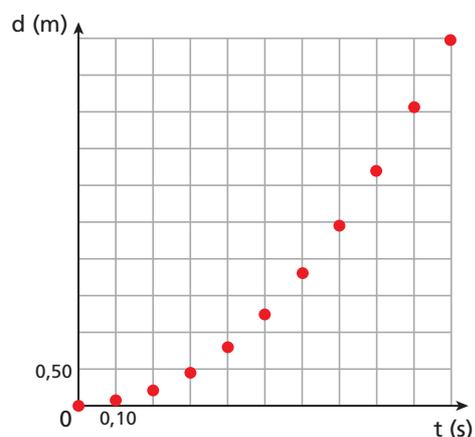
PROBLEMI GENERALI

1 Un file musicale in formato compresso ha una durata di 2 minuti e 58 secondi e una dimensione in memoria di 736 368 byte.

- ▶ Qual è la dimensione in memoria di un secondo di musica?
- ▶ Quanto durerebbe l'esecuzione della musica compressa in un solo byte?

[4137 byte; $2,417 \times 10^{-4}$ s]

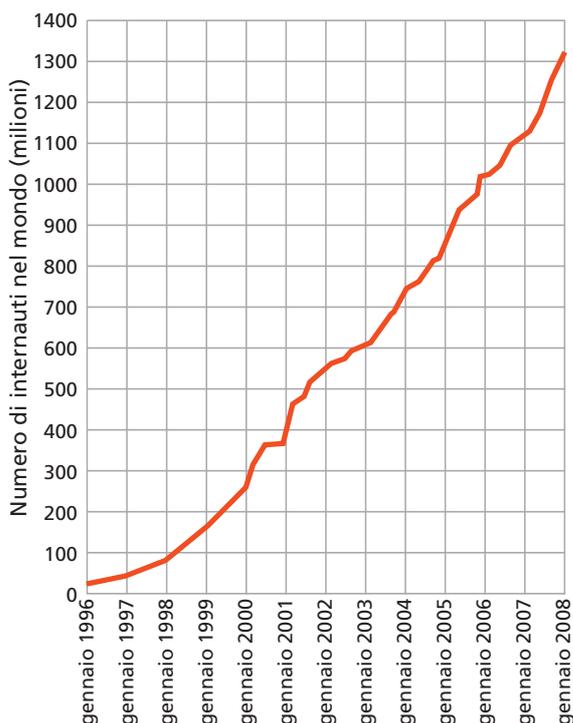
2 Il grafico a lato è stato costruito in base ai dati sulla caduta di un oggetto all'interno di un tubo dove era stato fatto il vuoto. Con un sonar, lo sperimentatore ha registrato a intervalli regolari di tempo le distanze percorse dall'oggetto.



- ▶ Qual è l'ultimo istante in cui è stata effettuata una registrazione?
- ▶ Qual è la massima distanza misurata dal sonar?
- ▶ Compila una tabella corrispondente al grafico.

[1,00 s; 5,0 m]

- 3** Il grafico seguente rappresenta la crescita del numero di persone nel mondo che hanno accesso a Internet.



- ▶ Qual era il numero di queste persone nel gennaio 1999? E nel gennaio 2003?
- ▶ Qual è stato in percentuale l'aumento degli utenti di Internet fra il 1999 e il 2003?
- ▶ Se questa percentuale di aumento si mantenesse costante, quante persone dovrebbero avere accesso a Internet nel 2007?
- ▶ Questa previsione è confermata dal grafico?

[circa 150 milioni; circa 600 milioni; 300%; 2400 milioni]

- 4** Considera la relazione matematica espressa dalla formula:

$$y = \frac{x^3}{50}$$

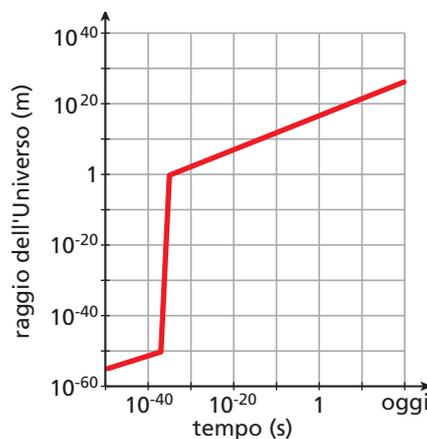
- ▶ Assegna a x una ventina di valori distinti compresi fra -5 e 5 e calcola i corrispondenti valori di y , quindi costruisci il grafico corrispondente.
- ▶ Sovrapponi al grafico ottenuto quello della retta $y = 0,25x$. Determina i punti che le due linee hanno in comune.

- 5** La massa di un raccoglitore ad anelli aumenta con il numero di fogli inseriti. La tabella seguente registra una serie di dati della massa:

NUMERO FOGLI	MASSA (g)
0	300
25	425
50	550
75	675
100	800

- ▶ Traccia il grafico corrispondente a questa tabella e stabilisci che tipo di relazione c'è fra massa e numero di fogli.
- ▶ Qual è il rapporto fra l'aumento della massa del raccoglitore e il numero di fogli? Si tratta di un rapporto costante?
- ▶ Qual è la formula che lega la massa m del raccoglitore e il numero n dei fogli?

- 6** Il grafico seguente (adattato dal libro di Alan Guth, *L'universo inflazionario*) rappresenta una recente ipotesi sull'espansione dell'Universo. Secondo questa ipotesi, a un'età compresa fra i 10^{-37} s e i 10^{-35} s, l'Universo avrebbe subito una espansione rapidissima nota come *inflazione*. Fai attenzione al fatto che gli assi del grafico sono graduati in potenze di 10.



- ▶ Di quante volte aumenta il raggio dell'Universo passando da una tacca all'altra dell'asse verticale?
- ▶ Quante volte sarebbe aumentato il raggio dell'Universo nel corso dell'inflazione?

[10^{10} volte; 10^{50} volte]