

# Modélisation de la Turbulence M2 - EE

**Gomez Thomas**

Institut Jean Le Rond d'Alembert  
[thomas.gomez@upmc.fr](mailto:thomas.gomez@upmc.fr)

1

## Objectifs du cours

- ✓ **Caractériser et classer les écoulements turbulents.**
- ✓ **Introduire les outils mathématiques.**
- ✓ **Introduire les quantités caractéristiques et donner des ordres de grandeurs.**
- ✓ **Introduction à la physique de la turbulence.**
- ✓ **Présenter des méthodes permettant d'évaluer et quantifier les quantités physiques associées aux différents écoulements turbulents.**

2

## Plan du cours

- **I. Nature de la turbulence**
- **II. Concepts de base**
- **III. Ecoulements de paroi**
- **IV. Ecoulements cisailés**
- **V. Modélisation**
- **VI. Méthodes Numériques/Expérimentales**

3

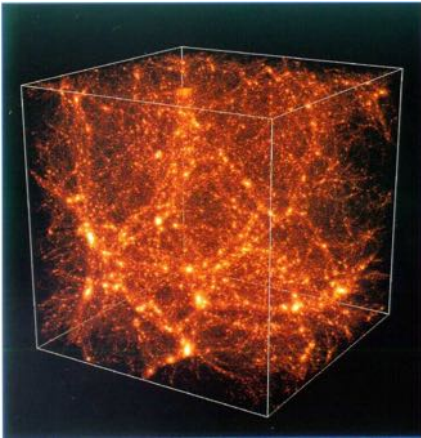
## Nature de la Turbulence

- **Quelques exemples**

4

## Astrophysique

- Univers simulé de 500 millions d'années lumière de coté,  $N=256^3$




IAP/IDRIS

UNIVERSITÉ DE BOURGOGNE - URBLE & MARIÉ - CURIE  
thomas.gomez@uirmc.fr

8

## Astrophysique

- Jupiter - Tâche rouge

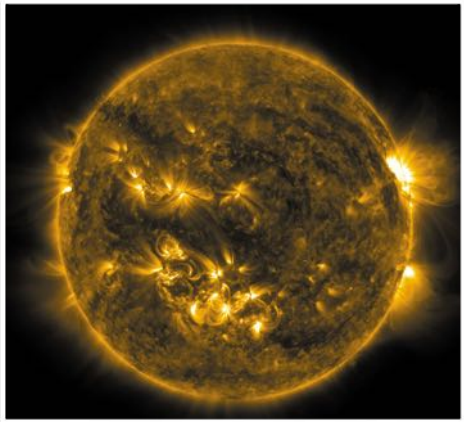


NASA, ESA, and A. Simon-Miller (NASA Goddard Space Flight Center)

UNIVERSITÉ DE BOURGOGNE - URBLE & MARIÉ - CURIE  
thomas.gomez@uirmc.fr

9

## Astrophysique

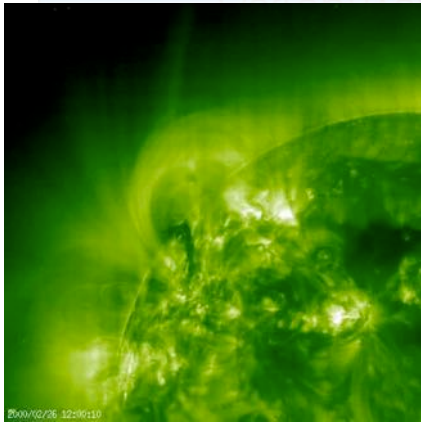


- Boucles de champ magnétique
- Dynamo solaire
- Héliosphère protège tout le système solaire des particules très énergétiques provenant du centre de la galaxie

UNIVERSITÉ DE BOURGOGNE - URBLE & MARIÉ - CURIE  
thomas.gomez@uirmc.fr

10

## Astrophysique

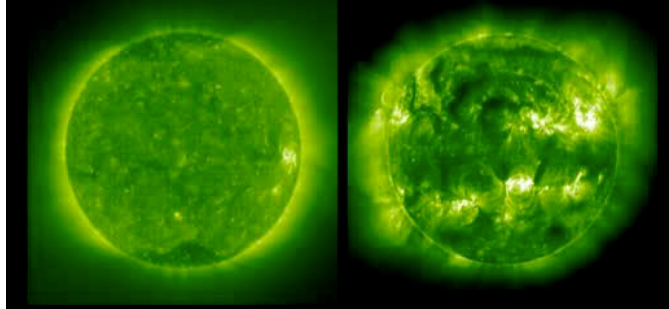


- Boucles de champ magnétique
- Complex filament eruption - EIT 195A (Feb. 27 2000)

UNIVERSITÉ DE BOURGOGNE - URBLE & MARIÉ - CURIE  
thomas.gomez@uirmc.fr

11

## Astrophysique

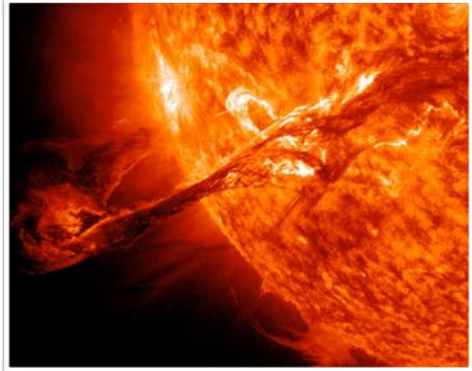


- Sonde SOHO
- Boucles de champ magnétique
- Comparison of solar activity in 1996 vs 1999.

UNIVERSITÉ DE BREST - MARIE CURIE 9 thomas.gomez@uapmc.fr

12

## Astrophysique



- Ejection de masse coronale, plasma
- Energie > 40 Milliard d'explosion nucléaire
- Vent solaire => Qques minutes atteint la terre

UNIVERSITÉ DE BREST - MARIE CURIE 10 thomas.gomez@uapmc.fr

13

## Aéronautique

- **Tip vortex behind an airplane**




Wake Vortex Study at Wallops Island  
NASA Langley Research Center 5/4/1990 Image # EL-1996-00130

UNIVERSITÉ DE BREST - MARIE CURIE 11 thomas.gomez@uapmc.fr

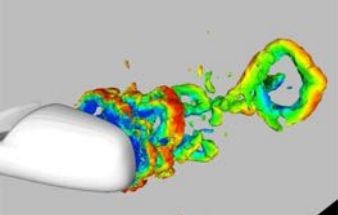
14

## Automobile



- **Trainée**
- **Appuis aérodynamiques**
- **Sources acoustiques**

Posson & Pérot, AIAA Paper 2006

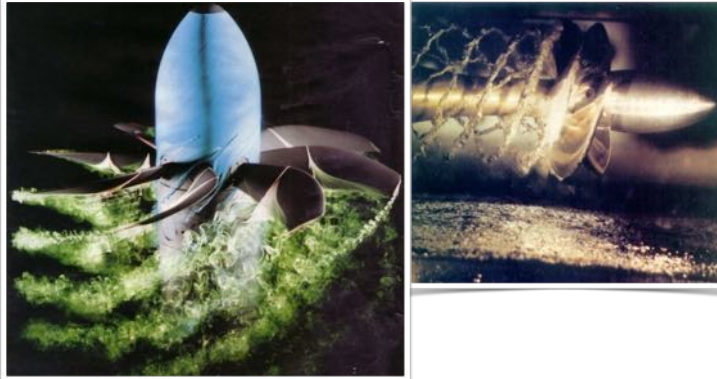


UNIVERSITÉ DE BREST - MARIE CURIE 12 thomas.gomez@uapmc.fr

15

## Hydrodynamique

### • Hélice et cavitation



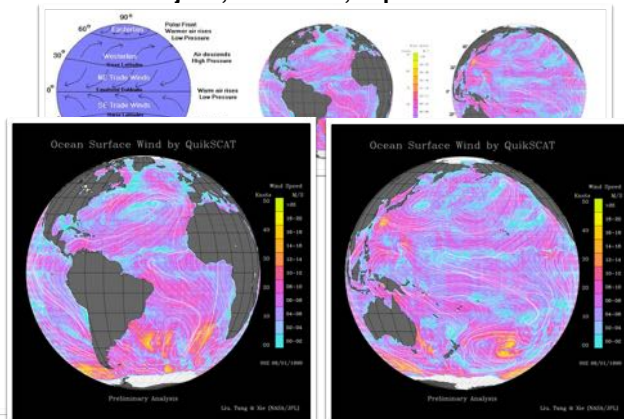
## Géophysique

### • le mont Sakarujima, Aout 2013, Japon



## Géophysique

### • le mont Sakarujima, Aout 2013, Japon



## Comment définir la turbulence

### • Caractéristiques :

- ☑ **stochastique**
- ☑ **vorticale - 3D**
- ☑ **Complexe - Non déterministe**
- ☑ **Forte diffusivité turbulente => mélange**
- ☑ **Hiérarchie de structures** (tourbillons)
- ☑ **Multi-échelle**



## Enjeux

### Objectifs :

- ☑ Réduction de trainée / Optimisation
- ☑ Réduction des émissions acoustiques
- ☑ Prévion météo terrestre/solaire
- ☑ Prévion de la contamination par une pollution atmosphérique
- ☑ Contrôle d'écoulement
- ☑ Génie des procédés (mélange)

20

## Bibliographie

- H. Tennekes and J. L. Lumley, **A First Course in Turbulence**, MIT Press, 1972.
- S.B. Pope, **Turbulent Flows**, Cambridge University Press, 2000.
- U. Frisch, **Turbulence**, Cambridge University Press, 1995.

21

## Historique

22

## Historique

• **Léonard de Vinci  
1452-1519**

• **Newton**

$$m \times \Gamma = \sum F$$

• **Euler**

Equation pour une  
particule fluide

• **Claude Navier 1823**

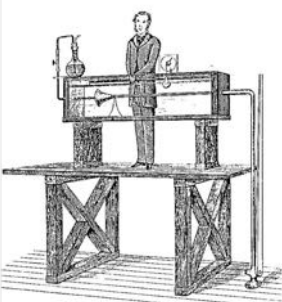
Terme visqueux



23

## Expérience de Reynolds 1883

### Régimes Laminaire/Turbulent



The general results were as follows:—

(1) When the velocities were sufficiently low, the streak of colour extended in a beautiful straight line through the tube, Fig. 3.

Fig. 3.

(2) If the water in the tank had not quite settled to rest, at sufficiently low velocities, the streak would 'shift' about the tube, but there was no appearance of sinuosity.

(3) As the velocity was increased by small stages, at some point in the tube, always at a considerable distance from the trumpet or intake, the colour band would all at once mix up with the surrounding water, and fill the rest of the tube with a mass of coloured water, as in Fig. 4.

Fig. 4.

Any increase in the velocity caused the point of break down to approach the trumpet, but with no velocities that were tried did it reach this.

On viewing the tube by the light of an electric spark, the mass of colour resolved itself into a mass of more or less distinct curls, showing eddies, as in Fig. 5.

Fig. 5.

UNIVERSITÉ DU SAOIR MARIE CURIE
21
thomas.gomez@upmc.fr
CRS

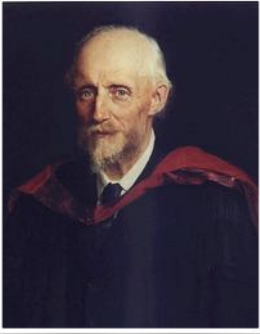
24

## Nombre de Reynolds

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu}$$

Effets Inertiels

Effets Visqueux



Osborne Reynolds, fin XIXème

- Grandeurs caractéristiques: vitesse, longueur, viscosité
- Paramètre de contrôle
- Sans dimension
- Reynolds critique  $Re_c$ : 1ère transition
- $Re_c \gg 1$  turbulence pleinement développée

UNIVERSITÉ DU SAOIR MARIE CURIE
22
thomas.gomez@upmc.fr
CRS

25

## Nombre de Reynolds et échelles caractéristiques


$$Re = \frac{\rho UL}{\mu}$$

- Echelles de longueur

$$\ell/\eta \sim Re^{3/4}$$

Petites échelles

Grandes échelles



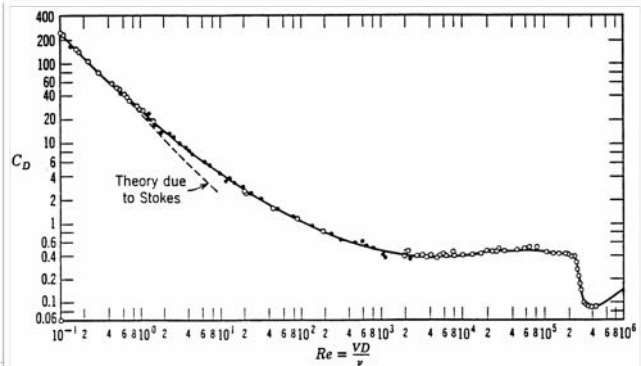
Osborne Reynolds, fin XIXème

UNIVERSITÉ DU SAOIR MARIE CURIE
23
thomas.gomez@upmc.fr
CRS

26

## Coefficient de traînée

$$C_D = \frac{F}{\frac{1}{2} \rho U^2 S}$$



Theory due to Stokes

UNIVERSITÉ DU SAOIR MARIE CURIE
24
thomas.gomez@upmc.fr
CRS

27

## Ordres de grandeurs

### Coefficient de traînée

$$C_D = \frac{F}{\frac{1}{2}\rho U^2 S}$$

Ecoulement	Cd
Aéronautique	0,005-0.010
Hydro	0,03
Aile portante	0,14
Automobile record	0,31
AX	0,35
Clio II	0,24
Prius (2009)	0,24

## Ordres de grandeurs

### Viscosité

Fluide	Viscosité (cm <sup>2</sup> /s)
mercure	0,0012
eau	0,011
alcool	0,022
air	0,15
huile d'olive	1,08
glycérine	18,5

## Ordres de grandeurs

### Nombre de Reynolds

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu}$$

Ecoulement	Viscosité (cm <sup>2</sup> /s)	Vitesse (m/s)	Longueur (m)	Nombre de Reynolds
Atmosphère	0,15	10	15	10 <sup>7</sup>
Conduite d'eau	0,011	0,1	0,05	5.10 <sup>3</sup>

## Ordres de grandeurs

### Nombre de Reynolds magnétique

	R <sub>m</sub>
INDUSTRIE	
générateur MHD-gaz	10 <sup>-3</sup>
décharge diffuse	10 <sup>-3</sup>
arcjet	6 x 10 <sup>-2</sup>
métal liquide (mercure)	1 à 10
propulseur MHD à plasma (MPD)	3
réactions thermonucléaires contrôlées	10 <sup>2</sup>
ASTROPHYSIQUE	
noyau de la Terre	10 <sup>3</sup>
ionosphere	10 <sup>3</sup>
atmosphère solaire	10 <sup>8</sup>
couronne solaire	10 <sup>15</sup>
espace interplanétaire	10 <sup>15</sup>
espace interstellaire	10 <sup>21</sup>

## Ordres de grandeurs

### Le soleil

$\Lambda$	Gravité sans dimension	$\Lambda = gd^3/\kappa^2$
R	Nombre de Rayleigh	$R = gd^4\nabla s/\nu\kappa$ , à la surface solaire $R = 10^{20}$
Re	Nombre de Reynolds	$Re = d v/\nu$ , à la surface solaire $Re = 10^{10}$
Pr	Nombre de Prandtl	$Pr = \nu/\kappa$ , à la surface solaire $Pr \approx 10^{-9}$
$Pr_m$	Nombre de Prandtl magnétique	$Pr_m = \nu/\eta$ , à la surface solaire $Pr_m < 10^{-3}$
$\zeta$	Rapport des Prandtl	$\zeta = \eta/\kappa$
Q	Nombre de Chandrasekhar	$Q = B^2 d^2/\mu_0 \mu \eta$
Nu	Nombre de Nusselt	défini par l'équation (2.17)
M	Nombre de Mach	$M = v/c_s$ , à la surface solaire $M \approx 0.1$ à 1
$C_k$	Nombre de Mach thermique	$C_k = \sqrt{\gamma}\kappa/d c_s$

## Classification des Ecoulements turbulents

1. Turbulence homogène isotrope (THI)
2. Free shear flows
  - 2.1. Jets
  - 2.2. Sillage derrière un obstacle
  - 2.3. Couche de mélange
3. Couche limite turbulente

## Turbulence Homogène Isotrope



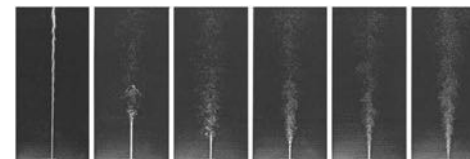
Simulation  
numérique

Turbulence  
compressible

Iso valeurs de  
vorticité

D. H. Porter, A. Pouquet, and P.  
R. Woodward

## Jets



**Kwon & Seo (2005)**

$Re \in [177, 5142]$



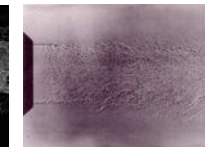
**Kurima, Kasagi & Hirata, 1983**

$Re \sim 5.6 \times 10^3$



**Ayrault, Balint & Schon, 1981**

$Re \sim 1.1 \times 10^4$

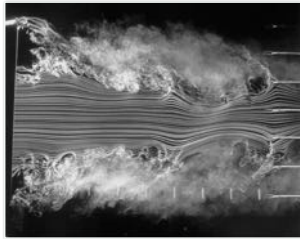


**Mollo-Christensen, MIT 1963**

$Re \sim 4.6 \times 10^5$




## Jets



Visualisation avec des filets de fumée  
Courtesy of Fiedler (1987)

$Re_D \sim 5.4 \times 10^4$




Jet rond à partir d'une paroi  
Florent, J. Mec (1965)

$Re_D \sim 10^6$

UNIVERSITÉ  
DU SAHARA  
COURIE

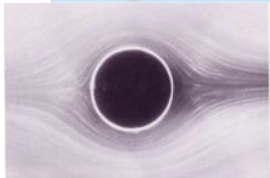
33

thomas.gomez@unmc.fr

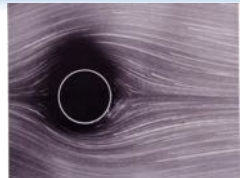


36

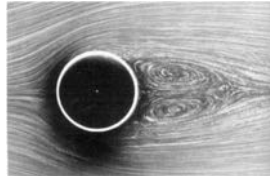
## Sillage derrière un obstacle cylindrique



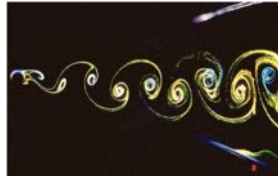
$Re_D \sim 0.16$



$Re_D \sim 1.54$



$Re_D \sim 26$




$Re_D \sim 138$

UNIVERSITÉ  
DU SAHARA  
COURIE


34

thomas.gomez@unmc.fr



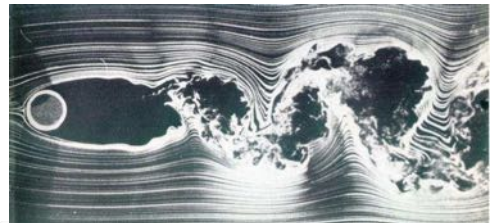
37

## Sillage derrière un obstacle cylindrique



$Re_D \sim 140$

- Van Dyke, An album of fluid motion
- ONERA-DAFE




$Re_D \sim 10^5$

UNIVERSITÉ  
DU SAHARA  
COURIE

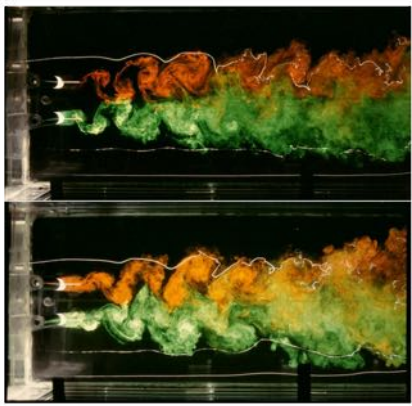
35

thomas.gomez@unmc.fr



38

## Sillages




- Intéraction de Sillages
- Bégurier & Fraunié, Int J. of Heat and Mass Transfert (1991)

UNIVERSITÉ  
DU SAHARA  
COURIE

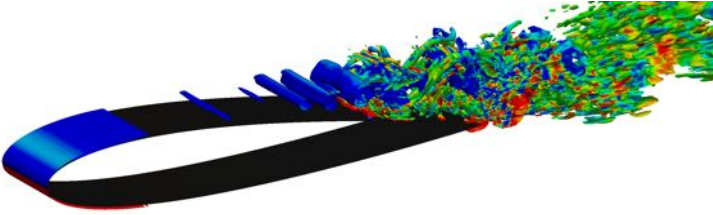
36

thomas.gomez@unmc.fr



39

## Couches limites

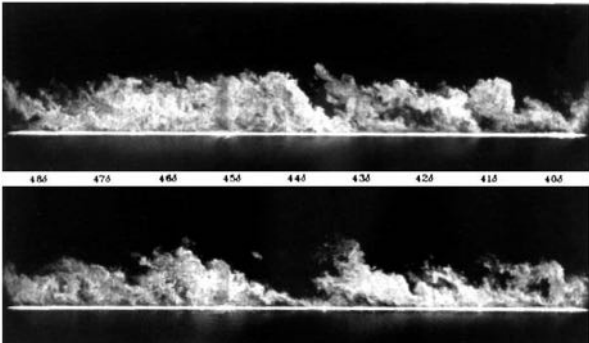


- Couche limite compressible
- LES - LMFN Laval

UNIVERSITÉ DE BRUXELLES CURIE 37 thomas.gomez@upmc.fr

40

## Couches limites



460 470 480 490 500 510 520 530 540

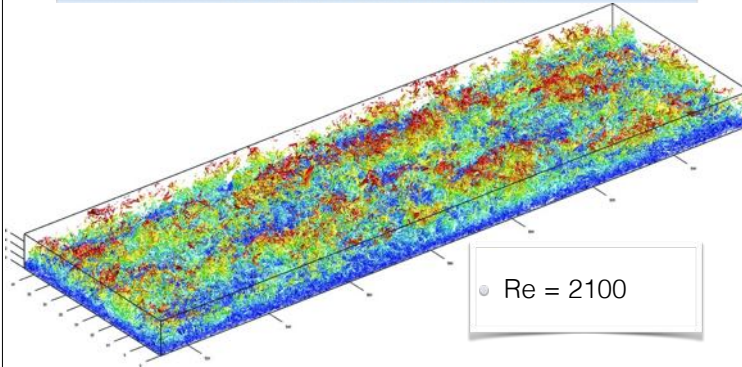
M. W. Smith\* and Alexander J. Smits  
Princeton University

- $Re = 82000$
- $M = 2.82$

UNIVERSITÉ DE BRUXELLES CURIE 38 thomas.gomez@upmc.fr

41

## Couches limites



- $Re = 2100$

Juan Sillero, Universidad Politécnica de Madrid

UNIVERSITÉ DE BRUXELLES CURIE 39 thomas.gomez@upmc.fr

42

## Conclusion

- **Écoulements turbulents omniprésents**
- **Fort impact sur l'environnement** : météo, pollution (acoustique, atmosphérique), consommation énergétique, contrôle
- **Nécessiter de développer des outils** pour évaluer et anticiper les comportements turbulents des écoulements.
  - **Modéliser** : comprendre la physique
  - **Simuler** : développer des méthodes mathématiques et numériques adaptées
  - **Post-traiter** les données : exploitation et intégration des flux de données
- « Cela m'amène au grand défi mathématique qui fait l'objet d'un des sept prix d'un montant d'un million de dollars annoncés récemment par la fondation Clay au Collège de France. Le problème est de montrer que les équations de Navier-Stokes conduisent à un problème " bien posé ". Cela veut dire que si l'on connaît le mouvement du fluide à un instant initial on veut pouvoir montrer qu'il y a une solution unique à tout instant ultérieur. Notez que cette fois le problème n'est pas celui des erreurs mais de l'unicité de la solution. Ce problème a été résolu dans les années trente par Jean Leray dans le cas de deux dimensions d'espace (ce qui est pertinent en météorologie et en océanographie). Le problème est beaucoup plus difficile en dimension trois. » U. Frisch

UNIVERSITÉ DE BRUXELLES CURIE 40 thomas.gomez@upmc.fr

44