

Modellierung der Spindynamik zur Untersuchung von Imperfektionsresonanzen

Jan Felix Schmidt

Masterarbeit in Physik
angefertigt im Physikalischen Institut

vorgelegt der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität
Bonn

Oktober 2012

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie die Zitate kenntlich gemacht habe.

1. Gutachter: PD Dr. Wolfgang Hillert
2. Gutachter: Prof. Dr. Hartmut Schmieden

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Die Beschleunigeranlage ELSA	2
2	Spindynamik in Kreisbeschleunigern	5
2.1	Spin im Magnetfeld	5
2.2	Der Polarisationsvektor	8
2.3	Depolarisierende Resonanzen	9
2.4	Synchrotronstrahlung	14
2.5	Stellenwert der verschiedenen Effekte für ELSA	17
3	Die Spindynamik-Simulation POLE	19
3.1	Anforderungen an eine Spindynamik-Simulation für ELSA	19
3.2	Aufbau des Programmpakets	21
3.3	Bereitstellung von Magnetfeldern (BSUPPLY)	22
3.3.1	Koordinatensystem und Einheiten	22
3.3.2	Beiträge einzelner Magnetfamilien	23
3.3.3	Import aus MAD-X	23
3.3.4	Import aus dem ELSA-Kontrollsystem	24
3.3.5	Zusammenstellen der Feldverteilungen für einen Umlauf	25
3.3.6	Ausgabe der Feldverteilung als Fourierreihe	26
3.3.7	Differenz-Modus und Spin-Phasenvorschub	28
3.4	Numerische Berechnung der Spinbewegung (TBMTSOLVER)	30
3.4.1	Startbedingungen der Spinvektoren	32
3.4.2	Implementierung von Synchrotronschwingungen	33
3.5	Konvergenzuntersuchungen am Beispiel einer Imperfektionsresonanz	38
4	Die Korrektur von Imperfektionsresonanzen an ELSA	43
4.1	Die Harmonischen-Korrektur	43
4.2	Das Korrektorsystem von ELSA	44
4.3	Analyse der Feldverteilung der Harmonischen-Korrektur (BSUPPLY)	46
4.3.1	Das neue Korrektur-Schema	50
4.4	Simulation der Polarisations-Optimierung (TBMTSOLVER)	52
5	Zusammenfassung und Ausblick	57
A	Abbildungen zur Analyse von $\gamma_a = 4, 5$ und 6	59
B	Weitere Simulationen der Polarisations-Optimierung	63
C	Normierung von Amplituden und Phasen	67

D Auszüge aus Programm-Dateien	69
Literatur	71
Abbildungsverzeichnis	73
Danksagung	75

Kapitel 1

Einleitung

An der Beschleunigeranlage ELSA (**E**lektronen-**S**tretcher-**A**nlage) am Physikalischen Institut der Universität Bonn werden Elektronen mit einer Energie von bis zu 3,2 GeV für Experimente der Hadronenphysik bereitgestellt. Das BGO-OD Experiment [3] und das Crystal-Barrel Experiment [8] untersuchen im Rahmen des Sonderforschungsbereichs SFB/TR-16 »Elektromagnetische Anregung subnuklearer Systeme« [26] Baryonenresonanzen, um theoretische Modelle zur Beschreibung der inneren Struktur der Baryonen zu überprüfen. Dazu werden Doppelpolarisationsexperimente durchgeführt, bei denen ein Target aus polarisierten Protonen mit polarisierten Photonen angeregt wird, die aus dem Elektronenstrahl von ELSA durch Bremsstrahlung erzeugt werden. Nur durch die Bereitstellung von polarisierten Elektronen können dabei zirkularpolarisierte Photonen erzeugt werden. Der Polarisationsgrad der Elektronen ist hierbei entscheidend für die Effizienz der Experimente.

Die Beschleunigeranlage ELSA, die in Abschnitt 1.1 näher vorgestellt wird, besteht aus einem Linear- und zwei Kreisbeschleunigern. Um einen hohen Polarisationsgrad zu gewährleisten, müssen die Elektronen unter Erhaltung der Spinausrichtung von der Quelle durch alle drei Beschleunigerstufen bis zum Experiment transportiert werden. Dies stellt insbesondere im sogenannten ELSA Stretcherring eine Herausforderung dar, der die Elektronen mit typischerweise 4 GeV/s von 1,2 GeV bis auf die gewünschte Endenergie beschleunigt. Weil die Magnetfelder in einem Kreisbeschleuniger periodisch auftreten, können sie dort resonant mit dem Spin wechselwirken und so depolarisierende Resonanzen verursachen. Diese treten zu festen Zeitpunkten während der Beschleunigung auf, weil die Geschwindigkeit der Spin-Präzession von der Energie der Elektronen abhängt, und müssen zur Erhaltung der Polarisation korrigiert werden. Trotz verschiedener Korrekturverfahren im ELSA Stretcherring kommt es auf dem Weg von der Quelle bis zum Experiment zu einer Verringerung des Polarisationsgrades von etwa 15 %.

Eine Messung des Polarisationsgrades ist bisher nur mit dem Møller-Polarimeter [17] am Crystal-Barrel Experiment und damit nach Durchlaufen der gesamten Beschleunigeranlage möglich, sodass Untersuchungen von Spindynamik und Polarisationsverlusten während des Energieanstiegs im ELSA Stretcherring nur eingeschränkt möglich sind. Um ein besseres Verständnis der während dieses Zeitraumes ablaufenden Prozesse zu gewinnen, wurde im Rahmen dieser Arbeit gemeinsam mit [7] die Spindynamik-Simulation POLE entwickelt, die die Spinbewegung in Kreisbeschleunigern numerisch berechnen kann.

Ziel von POLE ist es, depolarisierende Resonanzen zu simulieren und den Polarisationsgrad unter dem Einfluss der Korrekturverfahren zu berechnen. Dazu muss das Programm zunächst alle für ELSA gültigen Rahmenbedingungen berücksichtigen, soll dann aber auch für beliebige andere Beschleuniger einsetzbar sein. Ein besonderer Schwerpunkt liegt deshalb auf der vollständigen Automatisierung der Bereitstellung aller für die Spinbewegung relevanten Magnetfelder eines Beschleunigers. Dabei werden alle benötigten Daten aus einem Format importiert¹, in dem sie bereits für möglichst viele Beschleuniger vorliegen, sodass POLE vielen Nutzern einfach zugänglich ist. Bei der Berechnung der Spinbewegung

¹ MAD-X [19]

sollen der Fragestellung angepasste Näherungen die benötigte Rechenzeit reduzieren. Außerdem muss der für Elektronen wichtige Einfluss von Synchrotronstrahlung berücksichtigt werden, indem zunächst einfache Modelle implementiert und hinsichtlich ihrer Auswirkung auf die Spindynamik getestet werden. Ziel ist es dabei, zunächst eine der zwei Klassen depolarisierender Resonanzen vollständig zu simulieren – die sogenannten Imperfektionsresonanzen.

Diese Arbeit beginnt mit einer kurzen Vorstellung der Beschleunigeranlage ELSA, an der alle im Folgenden gezeigten Simulationen durchgeführt wurden. Nach einer Einführung in die Spindynamik in Kreisbeschleunigern in Kapitel 2 wird in Kapitel 3 POLE vorgestellt. Dabei werden die Funktionen des Programms erläutert und anhand von Simulations-Ergebnissen diskutiert. In Kapitel 4 wird abschließend das Korrekturverfahren für Imperfektionsresonanzen an ELSA untersucht, dessen Analyse mit POLE Probleme aufzeigt, die im Zusammenhang mit den Polarisationsverlusten stehen könnten, und gleichzeitig verschiedene Anwendungsmöglichkeiten von POLE für die Verbesserung der Polarisation in ELSA und deren Verständnis demonstriert.

1.1 Die Beschleunigeranlage ELSA

Abbildung 1.1 gibt einen Überblick über die Beschleunigeranlage ELSA. Sie besteht aus drei Stufen: Aus dem Linearbeschleuniger LINAC 1 oder LINAC 2 werden die Elektronen in das sogenannte *Booster-Synchrotron* injiziert, dort vorbeschleunigt und dann im *Stretcherring* akkumuliert und anschließend auf die gewünschte Endenergie beschleunigt. Von dort werden sie dann mittels Resonanzextraktion langsam zu den Experimentierplätzen extrahiert.

Polarisierte Elektronen werden an ELSA von der 50 kV-Quelle mit einem Polarisationsgrad von 80 % bis 85 % bereitgestellt [14]. Bei einer typischen Endenergie von 2,35 GeV erreichen sie das Experiment mit einem Polarisationsgrad von etwa 65 %. Für die Untersuchung der Spinbewegung dazwischen sind insbesondere die beiden Kreisbeschleuniger von Bedeutung.

Das seit 1967 betriebene Booster-Synchrotron beschleunigt die Elektronen im 69,9 m langen Ring auf typischerweise 1,2 GeV. Der Strom in seinen 12 Ablenkmagneten mit fokussierendem Feldanteil schwingt in einem Schwingkreis mit der Netzfrequenz von 50 Hz, sodass die Verweildauer der Elektronen im Synchrotron die Länge der ansteigenden Flanke des Magnetfeldes und damit die halbe Periodendauer der Schwingung nicht übersteigen kann. Somit erfolgt die Extraktion bereits nach 10 ms, was einer mittleren Geschwindigkeit des Energieanstiegs von 120 GeV/s entspricht. Depolarisierende Resonanzen werden dadurch sehr schnell gekreuzt und sind deutlich weniger ausgeprägt als im Stretcherring.

Seit 1987 dient das Booster-Synchrotron als Injektor für den 164,4 m langen Stretcherring. Dieser verfügt über separate Magnet-Familien zur Ablenkung und Fokussierung der Elektronen. Seine 24 Dipol- und 32 Quadrupolmagnete ermöglichen eine Speicherung aber auch eine Nachbeschleunigung der Elektronen auf bis zu 3,2 GeV mit einer Geschwindigkeit von typischerweise 4 GeV/s , die die Korrektur depolarisierender Resonanzen erforderlich macht. Die Strahlage wird von 32 *Beam-Position Monitoren* (BPMs) erfasst und mit einem System aus Korrektormagneten korrigiert, das in Abschnitt 4.2 vorgestellt wird. Es wird auch für die Korrektur von Imperfektionsresonanzen eingesetzt.

Der für den Experimentierbetrieb mit polarisiertem Elektronenstrahl, und damit auch für Spindynamik-Simulationen, relevante Betriebsmodus ist der sogenannte *Boostermodus*, bei dem Injektion, Beschleunigung und Extraktion der Elektronen in etwa 5 s langen Zyklen ablaufen. Ein solcher Zyklus ist in Abbildung 1.2 exemplarisch dargestellt. Er beginnt mit der Akkumulation eines Strahlstroms von typischerweise $I_{\text{ELSA}} = 20 \text{ mA}$ im Stretcherring bei $E_{\text{ELSA}} = 1,2 \text{ GeV}$ durch meist 21 Füllungen des Booster-Synchrotrons im Abstand von 20 ms. Nach 50 ms zur Dämpfung der Strahlschwingungen und etwa 0,5 s nach dem Zyklusstart beginnt die Nachbeschleunigung, die im Folgenden in Anlehnung an den

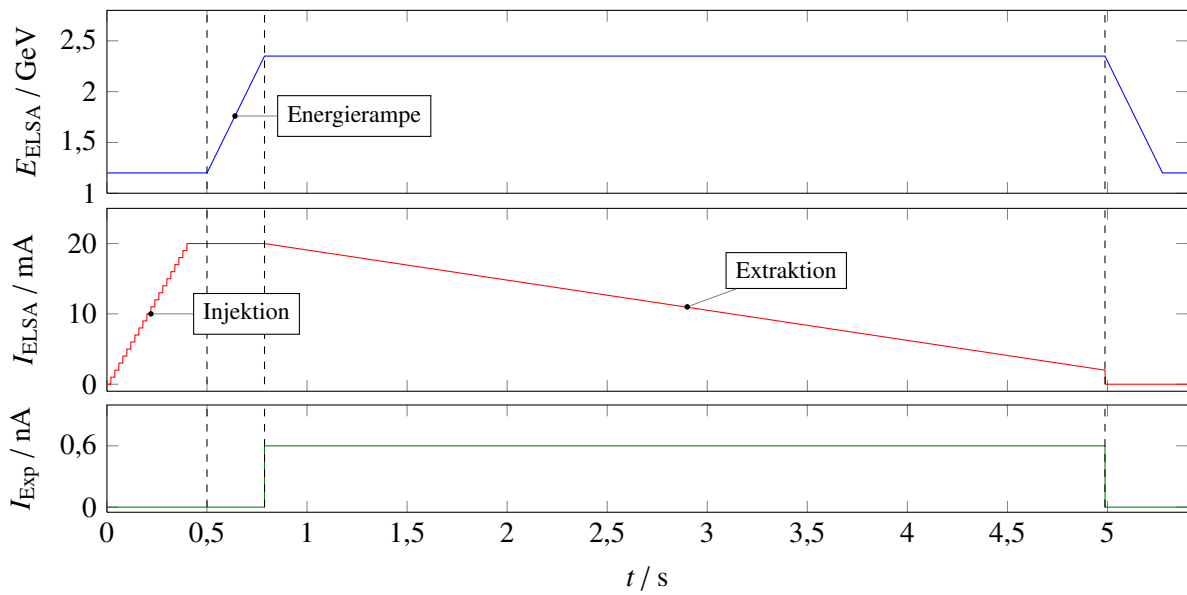


Abbildung 1.2: Verlauf von Energie und Strahlstrom im Boostermodus von ELSA [21]

Anstieg des Stroms in den Magneten *Energierampe* genannt wird. Sie ist linear und dauert in Abhängigkeit von der gewählten Endenergie und Geschwindigkeit einige 100 ms. Anschließend wird, nach einer kurzen Präparationszeit, für üblicherweise etwa 4 s ein regelbarer Strom I_{Exp} in der Größenordnung von einigen 100 pA zu einem der Experimente extrahiert. So werden dem Experiment mindestens 80 % der Zeit Elektronen zur Verfügung gestellt. Nachdem die Magnete des Stretcherrings wieder auf die Injektionsenergie heruntergefahren sind (in der Abbildung an E_{ELSA} erkennbar), beginnt der nächste Zyklus.

Alle für die Spinbewegung im ELSA Stretcherring relevanten Effekte, wie depolarisierende Resonanzen, treten während der Energierampe auf, deren Beginn aus diesem Grund für die Simulationen in dieser Arbeit häufig als $t = 0$ s definiert wird, im Bezug auf den Beginn des Zyklusses aber etwa bei $t = 0,5$ s liegt.

Kapitel 2

Spindynamik in Kreisbeschleunigern

In diesem Kapitel werden Aspekte der Spindynamik in Kreisbeschleunigern behandelt, die der Einführung in das Thema und der Vorbereitung der in den folgenden Kapiteln beschriebenen Simulationen dienen. Dabei werden einige Begriffe der Beschleunigerphysik verwendet, die beispielsweise in [28] zu finden sind.

2.1 Spin im Magnetfeld

Der Spin ist eine Teilcheneigenschaft, die als quantenmechanischer Drehimpuls beschrieben wird. Die zugehörige Quantenzahl hat für jedes Teilchen einen festen Wert – für Elektron und Proton gilt $s = 1/2$. Daraus folgt, dass der Spinoperator \hat{S} bezüglich einer beliebig festgelegten Richtung z nur zwei diskrete Zustände mit den Eigenwerten $S_z = \pm 1/2\hbar$ annimmt, die auch *Spin up* und *Spin down* genannt werden. Wie für alle quantenmechanischen Drehimpulse gibt es kein gemeinsames Basissystem für alle drei Komponenten, sodass zwar das Betragsquadrat mit $S^2 = s(s+1)\hbar^2 = 3/4\hbar^2$ angegeben werden kann, S_x und S_y bei einer Messung von S_z aber unbestimmt sind. Der Erwartungswert des Spin-Vektors $\langle \vec{S} \rangle$ bei einer Messung zeigt somit in z -Richtung und hat den Betrag $|\langle \vec{S} \rangle| = S_z$.

Der Spin entspricht keinem mechanischen Drehimpuls und kann keiner Drehung im Ortsraum zugeordnet werden. Daher bezieht sich das beschriebene diskrete System auf einen vom Ortsraum unabhängigen, abstrakten Zustandsraum mit zwei Zuständen (*Spin up* und *Spin down*). Im Ortsraum eines dreidimensionalen Laborsystems kann der Spin über den Erwartungswert $\langle \vec{S} \rangle$ als klassischer Vektor beschrieben werden und, für ein freies Teilchen, beliebig orientiert sein. Deshalb genügt für die Betrachtung der Spindynamik eine klassische Beschreibung des Erwartungswertes. Erst bei einer Messung oder Wechselwirkung mit anderen Teilchen wird die Quantenmechanik relevant. Dabei wird eine Raumrichtung ausgezeichnet, bezüglich der die Ausrichtung des Spins in zwei diskreten Werten gemessen werden kann. Nur eine Statistik über viele Teilchen erlaubt wieder eine »kontinuierliche« Angabe einer mittleren Spin-Ausrichtung. Diese wird Polarisationsgrad genannt und in Abschnitt 2.2 betrachtet. Im Folgenden wird die klassische Beschreibung verwendet und der Begriff des Spins bezieht sich stets auf den Erwartungswert. In dieser Arbeit wird nur der Spin des Elektrons thematisiert.

Analog zum Bahndrehimpuls des Elektrons hat sein Spin ein Magnetisches Moment $\langle \vec{\mu}_s \rangle = g_s \frac{e}{2m} \langle \vec{S} \rangle$, das mit einem Magnetfeld \vec{B} gemäß

$$\Delta E = -\langle \vec{\mu}_s \rangle \cdot \vec{B} = -g_s \frac{e}{2m} \langle \vec{S} \rangle \cdot \vec{B} \quad (2.1)$$

wechselwirkt und dadurch messbar wird. Liegt in einem Laborsystem ein Magnetfeld vor, definiert dieses eine ausgezeichnete Richtung, die, gemäß dem Skalarprodukt in Gleichung (2.1), zur Quantisierungsachse z des Spins wird. g_s ist der Landé-Faktor, der die Abweichung des Magnetischen Moments

des Spins von dem des Bahndrehimpulses angibt und experimentell sowie theoretisch zu

$$g_s = 2 \cdot (1 + a) = 2,002\,319\,30 \dots \quad (2.2)$$

bestimmt wurde. Die normierte Abweichung vom Wert 2 wird gyromagnetische Anomalie a genannt.

Zur Beschreibung der Bewegung des Spin Erwartungswertes muss seine zeitliche Änderung betrachtet werden. Nach dem Ehrenfest'schen Theorem gilt

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{S} \rangle = g_s \frac{e}{2m} \langle \vec{S} \rangle \times \vec{B} = \Omega_L \langle \vec{S} \rangle \times \frac{\vec{B}}{|B|} \quad (2.3)$$

Steht der Spin-Erwartungswert parallel zum Magnetfeld, ist er zeitlich konstant. Die Änderung einer zu \vec{B} senkrechten Spin Komponente steht senkrecht auf $\langle \vec{S} \rangle$ und \vec{B} . Der Spin Erwartungswert präzediert also mit der Frequenz

$$\Omega_L = g_s \frac{e}{2m} |B| = (1 + a) \frac{e}{m} |B| \quad (2.4)$$

um das Magnetfeld. Dies wird Larmorpräzession genannt. Bewegt sich das Elektron dabei selbst mit einer Geschwindigkeit nahe der Lichtgeschwindigkeit, muss Gleichung (2.3) bezüglich des Verhältnisses der Präzessionsgeschwindigkeit des Spins zur Winkelgeschwindigkeit des Elektrons angepasst werden. Eine Formulierung dieses Verhaltens des Spins liefert die von Thomas, Bargmann, Michel und Telegdi aufgestellte Thomas-BMT-Gleichung [2, 27], die auch die Spinbewegung in einem Kreisbeschleuniger beschreibt:

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{S} \rangle = \frac{e}{\gamma m} \langle \vec{S} \rangle \times \left[(1 + \gamma a) \vec{B}_\perp + (1 + a) \vec{B}_\parallel - \left(\gamma a + \frac{\gamma}{1 + \gamma} \right) \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} \right] \quad (2.5)$$

Hier werden zusätzlich elektrische Felder \vec{E} berücksichtigt. Außerdem zeigt der Vergleich von Gleichung (2.5) mit Gleichung (2.3) eine Veränderung der Präzessionsfrequenz gegenüber der klassischen Larmorpräzession. Auf Grund der relativistischen Bewegung des Elektrons wird dabei zwischen Magnetfeldern parallel (\vec{B}_\parallel) und senkrecht (\vec{B}_\perp) zur Bewegungsrichtung unterschieden. Im Folgenden werden diese auch als longitudinale und transversale Felder bezeichnet. Der Lorentzfaktor γ steigt linear mit der Teilchenenergie. Steigt auch der Betrag der Magnetfelder linear mit der Energie, wie beispielsweise in einem Synchrotron (siehe auch Abschnitt 3.3.1), hebt dies den Vorfaktor $1/\gamma$ auf und die Präzessionsfrequenz um \vec{B}_\parallel ist energieunabhängig. Sie entspricht der klassischen Larmorfrequenz Ω_L . Die Geschwindigkeit der Präzession um \vec{B}_\perp hingegen steigt linear mit der Energie (Thomaspräzession).

In einem konstanten Magnetfeld $\vec{B}_\perp =: B_0$ vollführen Elektronen mit Lichtgeschwindigkeit eine Kreisbewegung mit Radius R , deren Umlauffrequenz ω_{rev} durch

$$ec|B_0| = \frac{\gamma mc^2}{R} \quad \Rightarrow \quad \omega_{\text{rev}} = \frac{e|B_0|}{\gamma m} \quad (2.6)$$

gegeben ist. Der Vergleich mit Gleichung (2.5) zeigt, dass die Präzessionsfrequenz in diesem Feld gerade $\Omega = (1 + \gamma a)\omega_{\text{rev}}$ beträgt. Der Faktor $(1 + \gamma a)$ gibt also die Anzahl der Präzessionen um B_0 pro Umlauf an: Einmal dreht sich der Spin durch den Umlauf des Teilchens selbst um die im Laborsystem angegebene Feld-Achse. Zusätzlich präzediert er γa mal pro Umlauf. Wäre der Landé-Faktor $g_s = 2$, also $a = 0$, würde keine solche zusätzliche Präzession stattfinden.

Für die Anwendung auf einen Kreisbeschleuniger kann die Thomas-BMT-Gleichung durch Näherungen vereinfacht werden. Dort werden longitudinale elektrische Felder zum Beschleunigen und transversale Magnetfelder zum Ablenken der Teilchen benutzt. Aus diesem Grund ist \vec{E} in der Regel parallel

zu $\vec{\beta}$ und das Kreuzprodukt in Gleichung (2.5) geht gegen Null. Auch die Wirkung transversaler elektrischer Felder ist gegenüber einem transversalen Magnetfeld um den Faktor $1/c$ ($\sim 10^{-8}$) unterdrückt. Damit kann der dritte Term vollständig vernachlässigt werden. Ähnliches gilt für den zweiten Term, denn longitudinale Magnetfelder treten meist nur als schwache Randfelder der Magnete auf, die entlang der Teilchenbahn viele Größenordnungen kleiner als die transversalen Felder sind. Einen Sonderfall stellen hierbei Solenoid-Magnete mit starken longitudinalen Feldern dar, die beispielsweise zur gezielten Drehung des Spins eingesetzt werden. Für einen Beschleuniger ohne Solenoide kann die Thomas-BMT-Gleichung demnach zu

$$\frac{d}{dt}\langle\vec{S}\rangle \approx \frac{e}{\gamma m}(1 + \gamma a) \cdot \langle\vec{S}\rangle \times \vec{B}_\perp \quad (2.7)$$

genähert werden.

Magnetfelder im Kreisbeschleuniger

Die durch Gleichung (2.7) beschriebene Spinbewegung wird von der Energie des Elektrons sowie von Betrag und Richtung des Magnetfeldes \vec{B}_\perp bestimmt. Dieses setzt sich im Beschleuniger aus der Abfolge verschiedener Magnete zusammen und ist deshalb zunächst eine Funktion der longitudinalen Position s entlang des Rings. Abbildung 2.1 zeigt als Beispiel für Koordinatensystem und Magnetfelder einen Ausschnitt des ELSA Stretcherrings, der in Abschnitt 1.1 vorgestellt wurde.

Dabei handelt es sich um ein Synchrotron. In ihm wird der Strom der Magnete synchron mit der Energiezunahme der beschleunigten Elektronen erhöht, um sie auf einer Kreisbahn mit konstantem Radius zu halten. Die stärksten Magnetfelder, die dabei auf die Teilchen wirken, sind die vertikalen Führungsfelder (B_z) der Dipolmagnete, die die Teilchen auf die Kreisbahn ablenken. Ein solcher ist in Abbildung 2.1 im Vordergrund zu sehen (grünes Magnetfeld). Zwischen den Dipolmagneten sind verschiedene andere Magnetfamilien wie beispielsweise Quadrupole, Sextupole oder Korrektormagnete angeordnet, die sowohl vertikale als auch horizontale Felder aufweisen können und damit zum Beispiel den Strahl fokussieren, die Chromatizität oder die Strahlage korrigieren. In der Abbildung ist ein Quadrupolmagnet dargestellt. Im Gegensatz zum Dipol hängt sein Magnetfeld (blau) von der horizontalen und vertikalen Strahlposition ab, die mit x und z in einem mit dem Sollorbit mitbewegten Koordinatensystem bezeichnet wird. Dabei sind Verschiebungen nach außen und oben positiv definiert. Diese Ablagen setzen sich aus der umlaufperiodischen Bahn des Ladungsschwerpunktes, dem sogenannten *Closed Orbit*, und der Bewegung jedes Einzelteilchens im Phasenraum zusammen. Das Magnetfeld des Quadrupols verschwindet auf der Sollbahn und steigt linear mit der Ablage (siehe auch Abschnitt 3.3.2).

Der Spin präzediert nach Gleichung (2.7) immer um den Magnetfeldvektor, der sich an jeder Position s aus der Vektorsumme der dort anliegenden Magnetfelder ergibt. In den Dipolen ist dies die z -Achse. Außerhalb eines Dipols liegt zunächst kein Magnetfeld an, sodass der Spin seine Ausrichtung beibehält.

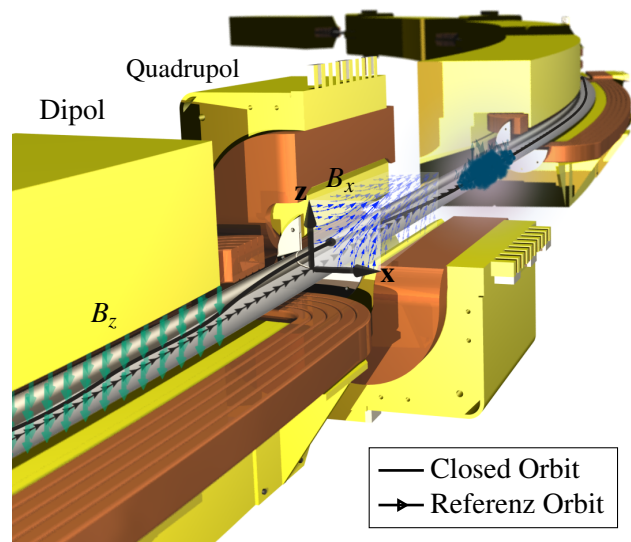


Abbildung 2.1: Koordinatensystem und Magnetfelder im Kreisbeschleuniger [6, 7]

Erst im nächsten Dipol setzt er seine Drehung um die z -Achse fort. In einem nur aus Dipolen aufgebauten Beschleunigerring beschreibt der Spin demnach eine unterbrochene Präzessionsbewegung um die z -Achse, bei der die z -Komponente des Spin-Erwartungswertes $\langle S_z \rangle$ konstant bleibt. Die Anzahl der Präzessionen pro Umlauf beträgt γa , weshalb $Q_{sp} = \gamma a$ auch als Spin-Arbeitspunkt bezeichnet wird.

Befindet sich zwischen den Dipolen nun ein anderer Magnet, erfährt der Spin eine kleine zusätzliche Drehung – klein, weil sowohl die Feldstärken als auch die Magnetlängen typischerweise klein im Vergleich zu den Dipolen sind. Entscheidend sind hierbei die Magnete mit horizontalen Feldern, da diese eine Drehung um die x -Achse bewirken und sich $\langle S_z \rangle$ somit ändert. Ob es größer oder kleiner wird, hängt, nach Gleichung (2.7), von der Ausrichtung des Spins zum Magnetfeld ab und somit von der Phase der Spin-Präzession um B_z beim Erreichen des jeweiligen Magneten. Über viele Umläufe mitteln sich diese Änderungen in den meisten Fällen heraus, so dass $\langle S_z \rangle$ unverändert durch den Beschleuniger transportiert werden kann. Die Ausnahmen sind sogenannte depolarisierende Resonanzen und werden in Abschnitt 2.3 behandelt.

Betrachtet man den Spin-Vektor an einer festen Position s im Beschleunigerring, wird über viele Umläufe eine Präzession um eine zeitlich stabile Achse $\hat{n}_0(s)$ beobachtet, die normalerweise mit der z -Achse zusammenfällt. Sie wird invariante Spinachse genannt. Auf dem Closed Orbit ist die Frequenz dieser Präzession gerade der nicht ganzzahlige Anteil des Spin-Arbeitspunktes Q_{sp} . Im Allgemeinen hängen $\hat{n}_0(s)$ und Q_{sp} von der Ablage des Elektrons ab. Dies kann mit dem von Derbenev und Kondratenko eingeführten koordinatenabhängigen invarianten Spinfeld $\hat{n}(s, x, z)$ [9] und einem koordinatenabhängigen Spin-Arbeitspunkt $Q_{sp}(s, x, z)$ beschrieben werden. Für ELSA handelt es sich dabei aber um kleine Korrekturen [15], die in dieser Arbeit nicht näher betrachtet werden.

2.2 Der Polarisationsvektor

Im ELSA Stretcherring werden etwa 10^{11} Elektronen gespeichert und beschleunigt. Der Einfluss des Spins, zum Beispiel auf ein spin-sensitives Experiment oder eine Messung mit einem Polarimeter, ist daher statistischer Natur. Ein einzelner Spin $\langle \vec{S} \rangle$ kann bezüglich der durch die Messung definierten Quantisierungsachse z nur zwei diskrete Werte annehmen. Erst die Messung des Mittelwerts des Spins über N Teilchen erlaubt einen »kontinuierlichen« Messwert

$$P_z = \frac{N_{up} - N_{down}}{N} \quad (2.8)$$

Der Mittelwert kann dann wieder als klassischer präzedierender Spin-Vektor

$$\vec{P} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \langle \vec{S} \rangle_i \quad (2.9)$$

eines repräsentativen Makroteilchens betrachtet werden, dessen Komponente parallel zur Quantisierungsachse gemessen wird. Sie wird als Polarisationsgrad bezüglich dieser Achse, zum Beispiel P_z , bezeichnet. Im Vergleich mit dem Spin-Vektor eines einzelnen Elektrons hat der Mittelwert-Vektor einen zusätzlichen Freiheitsgrad: seine Länge $|\vec{P}|$. Sie ist unabhängig von der Ausrichtung zu einer Quantisierungsachse ein Maß für die »Parallelität« oder *Kohärenz* der Spins und wird im Folgenden Polarisationsvektor genannt. \vec{P} wird als Polarisations-Vektor bezeichnet.

Ändert der Mittelwert beispielsweise seine z -Komponente, so handelt es sich um eine Änderung der Richtung der Polarisations, die sich für eine Messung bezüglich dieser festen Achse als Verringerung des Polarisationsgrads auswirkt. Bei einer Verringerung des Betrags $|\vec{P}|$ hingegen geht tatsächlich Polarisations-

tion verloren – dies wird Depolarisation genannt.

Sind die Spins der Elektronen beliebig orientiert, ist der Mittelwert aller drei Spin-Komponenten und damit auch die Polarisation Null. Wie in Abschnitt 2.1 beschrieben, bleibt $\langle S_z \rangle$ im Synchrotron während der Präzession um die Dipolfelder konstant. Damit kann ein Elektronenstrahl in einem Synchrotron beschleunigt werden, ohne dass sich der Polarisationsgrad P_z verringert. Die Komponenten des Polarisationsvektors senkrecht zur z -Achse bleiben nur erhalten, wenn alle Elektronen mit der selben Geschwindigkeit präzedieren. Das ist in der Realität auf Grund der Energiebreite $\sigma_E = \sigma_\gamma mc^2$ des Elektronenstrahls und der Synchrotronstrahlung nicht der Fall (siehe Abschnitt 2.4). Zeigt der Polarisationsvektor nicht in z -Richtung, geht mit der Zeit Polarisation verloren. Daher wird ein polarisierter Elektronenstrahl immer mit dieser Polarisationsrichtung in ein Synchrotron injiziert.

2.3 Depolarisierende Resonanzen

Voraussetzung für die Erhaltung des z -Polarisationsgrades ist, dass sich alle Drehungen der Spins um horizontale Magnetfelder B_x während der periodischen Bewegung im Synchrotron im zeitlichen Mittel aufheben. Betrag und Richtung der Drehungen hängen insbesondere von der Phase der Spin Präzession um B_z beim Auftreten von B_x ab. Sie heben sich demnach im Mittel gerade dann nicht auf, wenn ein B_x in Phase mit der Präzession um B_z auftritt. Das bedeutet, dass besagtes $B_x(s)$ die selbe Frequenz wie die Spin-Präzession hat. Dann bewirkt es bei jedem Durchgang eines Teilchens eine Drehung des Spins in dieselbe Richtung und verändert so über viele Umläufe den z -Polarisationsgrad. Die Frequenz der Magnetfeldverteilung $B_x(s)$ im Beschleunigerring lässt sich über eine Fourieranalyse bezüglich der Position im Ring s verstehen. Diese ist im Kreisbeschleuniger periodisch, der Ringumfang U entspricht der Periodenlänge. Da eine Transformation in den Frequenzraum für Zeit-Koordinaten anschaulicher ist, wird das Magnetfeld hier über die Zeit t parametrisiert, die für ultrarelativistische Elektronen über die Lichtgeschwindigkeit mit s verknüpft ist. Die Periodenlänge entspricht dann der Umlaufzeit $T_{\text{rev}} = U/c$. $B_x(t)$ für einen Umlauf kann über die Fourierreihe

$$B_x(t) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) \quad \text{mit } \omega_i = i \cdot \omega_{\text{rev}} \quad (2.10)$$

dargestellt werden. Sie setzt sich aus Beiträgen der Frequenzen ω_i zusammen, deren Amplituden A_i und Phasen φ_i aus dem komplexen Spektrum

$$b_x(\omega) = \frac{1}{T_{\text{rev}}} \int_0^{T_{\text{rev}}} B_x(t) e^{-i\omega t} dt, \quad b_x(\omega) \in \mathbb{C} \quad (2.11)$$

mit

$$A_i = |b_x(\omega_i)| = \sqrt{\text{Re}(b_x(\omega_i))^2 + \text{Im}(b_x(\omega_i))^2} \quad \varphi_i = \arctan\left(\frac{\text{Im}(b_x(\omega_i))}{\text{Re}(b_x(\omega_i))}\right) \quad (2.12)$$

berechnet werden. Dies entspricht einer diskreten Fouriertransformation von $B_x(t)$, deren Frequenzen ω_i auf Grund der Periodenlänge Vielfache der Umlauffrequenz ω_{rev} sind. Hat in diesem Magnetfeldspektrum die Frequenz ω_r , die mit der Präzessionsfrequenz identisch ist, eine von Null verschiedene Amplitude A_r , wird der z -Polarisationsgrad verändert. Wegen des Auftretens dieses Effekts bei resonanter Kopplung der Frequenz der Präzession und des »anregenden« Magnetfelds wird er depolarisierende Resonanz genannt.

Abbildung 2.2 zeigt ein Beispiel: In (a) ist die Auswirkung eines horizontalen Feldes (blauer Pfeil)

auf einen Spin-Vektor (rot) während eines Umlaufs im Beschleuniger zu sehen. Der Spin eines im Uhrzeigersinn umlaufenden Teilchens steht zunächst vertikal, also parallel zum Dipolfeld B_z , und präzediert daher nicht. Durch das horizontale Feld dreht er sich ein wenig um dessen Achse und bekommt eine Komponente senkrecht zu B_z , die in den folgenden Dipolen (blaue Quader) zu präzedieren beginnt. Wenn der Spin das horizontale Feld im nächsten Umlauf (nicht mehr eingezeichnet) mit der selben Ausrichtung erreicht, ist die Resonanzbedingung erfüllt und er wird weiter in die Horizontale gedreht. Betrachtet man dann den Spinvektor über viele Umläufe, beispielsweise an der Position des horizontalen Feldes, erkennt man eine Präzession um dessen Achse. Die in Abschnitt 2.1 erwähnte invariante Spinachse $\hat{n}(s)$ steht während der Resonanz also nicht mehr vertikal, sondern parallel zum treibenden Magnetfeld. Sie ist in Abbildung 2.2(b) für den gesamten Ring als blaue Pfeile dargestellt und liegt vollständig in der horizontalen Ebene. Dabei präzediert sie selbst mit der Resonanzfrequenz ω_r , mit der auch die anregende Feldkomponente (grüne Pfeile) oszilliert.

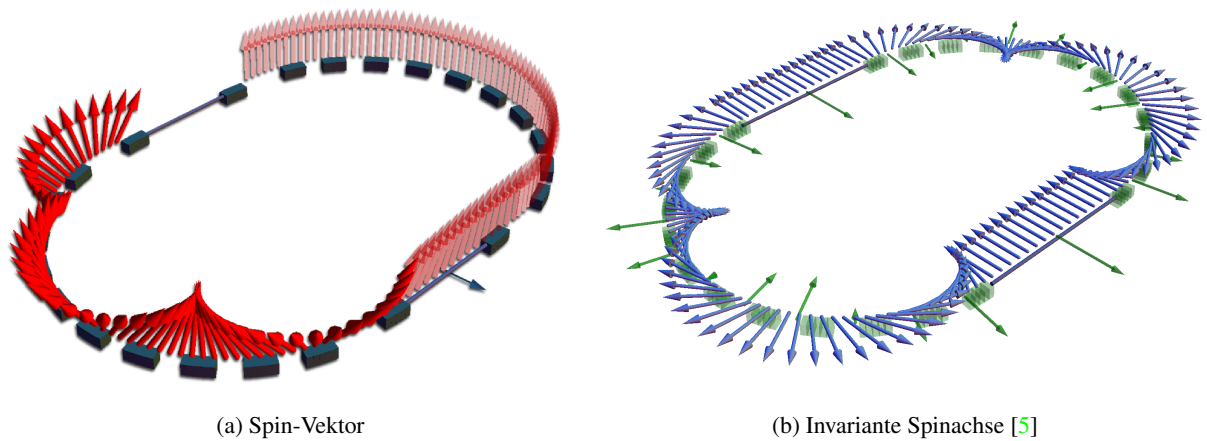


Abbildung 2.2: Beispiel für die Spinbewegung in einer depolarisierenden Imperfektionsresonanz

Für einen realen Beschleuniger, in dem nicht über den gesamten Umlauf das vertikale Führungsfeld anliegt, ist die Präzessionsfrequenz niemals identisch mit einer der Frequenzen ω_i des horizontalen Magnetfeldspektrums, da die Koordinatensysteme verschieden sind. Während der Parameter t den Umlauf kontinuierlich parametrisiert und die Frequenzkomponenten von $B_x(t)$ damit Vielfache der Umlauffrequenz sind, vollführt der Spin eine außerhalb der Dipolmagnete unterbrochene Präzession. Diese ist in Abbildung 2.3 für einen Umlauf dargestellt. Dort ist $\langle S_x \rangle$ des um die z -Achse präzedierenden Spinvektors aufgetragen (rot). Es sind drei Schwingungen erkennbar, zwischen den Dipolen bleibt $\langle S_x \rangle$ aber konstant. Innerhalb eines Dipols ist die Präzession wiederum etwas schneller als eine entsprechende Schwingung mit $\omega_i = 3\omega_{\text{rev}}$ (blau). Das resonanztreibende Feld, das in Phase mit der Spin-Präzession ist, setzt sich in diesem Koordinatensystem demnach immer aus mehreren Frequenzkomponenten zusammen, die nur so die unterbrochene Schwingung abbilden können. Eine Beschreibung einer Resonanz als einzelne Frequenzkomponente ist nur durch eine andere Parametrisierung des Beschleuniger-Umlaufs möglich. Dazu wird der sogenannte *Spin-Phasenvorschub* θ eingeführt. θ gibt zu jeder Position s die Phase der Präzession um B_z an und kann als

$$\theta(s) = \int_0^s \frac{1}{R(s')} ds' \quad (2.13)$$

berechnet werden. Dabei wird der Nullpunkt von s als Nullpunkt von θ übernommen, nach einem Um-

lauf gilt $\theta = 2\pi$, so dass θ energieunabhängig ist und der Spin auch in diesem System Q_{sp} mal pro Umlauf präzediert. Für die Parametrisierung wird nur die Präzession in jedem Dipolmagneten mit Ablenkradius R berücksichtigt. Sie beträgt bei N identischen Dipolen jeweils

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{N} .$$

Alle Positionen zwischen zwei Dipolen haben jeweils das selbe θ , was in Abbildung 2.3 für einige Positionen exemplarisch eingetragen ist. Wird in Gleichung (2.10) und (2.11) entsprechend t durch θ ersetzt, kann ein einzelnes $\omega_i^\theta = \omega_r$ identifiziert werden.

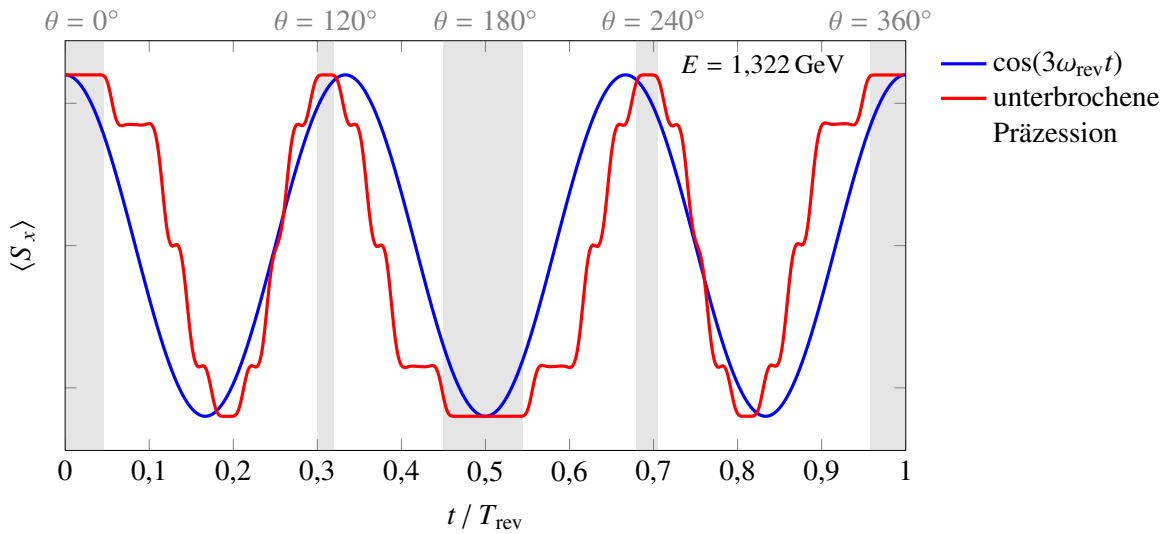


Abbildung 2.3: Vergleich der unterbrochenen Spin-Präzession im ELSA Stretcherring mit einer Schwingung

Depolarisierende Resonanzen treten wegen der Energieabhängigkeit des Spin-Arbeitspunktes Q_{sp} , beziehungsweise γa , bei spezifischen Resonanzenergien auf, bei denen γa gerade der Frequenz einer im mitbewegten Koordinatensystem nicht verschwindenden horizontalen Feldkomponente entspricht. Genau das passiert in zwei Fällen:

1. Wenn γa ganzzahlig ist,
2. Wenn γa ein Vielfaches des optischen Arbeitspunktes ist.

Diese beiden Fälle repräsentieren die zwei wichtigsten Klassen von depolarisierenden Resonanzen, die bei der Beschleunigung eines polarisierten Elektronenstrahls berücksichtigt und zur Erhaltung des Polarisationsgrades korrigiert werden müssen. Sie werden im Folgenden näher erläutert.

Zusätzlich können depolarisierende Resonanzen bei beliebigen γa durch ein mit der entsprechenden Frequenz zeitlich oszillierendes Magnetfeld herbeigeführt werden. Sie werden Parametrische Resonanzen genannt und treten meist nur bei absichtlicher Anregung auf.

Imperfektionsresonanzen (ganzzahlige Resonanzen)

Bei ganzzahligem Spin-Arbeitspunkt

$$Q_{\text{sp}} = k_0 , \quad k_0 \in \mathbb{Z}$$

erreicht der Spin eine feste Position im Beschleunigerring nach jedem Umlauf mit der selben Ausrichtung. An dieser wird keine Präzession beobachtet. Damit bleibt die Stellung des Spins gerade zu solchen horizontalen Magnetfeldern unverändert, die an einer festen Position ebenfalls bei jedem Umlauf den selben Wert haben. Das gilt für die Feldkomponenten, deren Frequenzen ω_i Vielfache der Umlauffrequenz ω_{rev} sind – also gerade jene Frequenzen die im Spektrum aus (2.10) enthalten sind. Dazu zählen

- Felder durch Ablagen des Closed Orbits von der Sollbahn in den Quadrupolen und Sextupolen,
- Felder durch Verkippung der Dipolmagnete um die Strahlachse (Aufstellungsfehler),
- Feldfehler von Magneten,
- Felder von vertikalen Korrektormagneten.

In einem idealen Beschleuniger treten all diese Felder nicht auf, weshalb man diese depolarisierenden Effekte auch Imperfektionsresonanzen nennt. Die Schwingung der Einzelteilchen um den Closed Orbit spielt keine Rolle, da die entsprechenden Arbeitspunkte bereits auf Grund der Vermeidung von optischen Resonanzen niemals ganzzahlig sind. Die Stärke der Imperfektionsresonanzen wird von der Größe der Aufstellungs- und Feldfehler und der vertikalen Auslenkung des Closed Orbits von der Sollbahn bestimmt, die letztendlich auch auf Fehler der Magnete zurück zu führen ist. Die Felder der Korrektormagnete korrigieren gerade den Closed Orbit und verringern dadurch die auf die Elektronen wirkenden Felder der Quadrupolmagnete.

Bei dem bereits diskutierten Beispiel aus Abbildung 2.2 handelt es sich um die Imperfektionsresonanz $\gamma a = 3$. Die Imperfektionsresonanzen werden im Rahmen dieser Arbeit näher untersucht.

Intrinsische Resonanzen

Jedes einzelne Teilchen vollführt durch die Divergenz und Fokussierung des Strahls transversale Schwingungen um den Closed Orbit. Die Anzahl dieser Betatronschwingungen pro Umlauf ist der Arbeitspunkt Q_x beziehungsweise Q_z , der durch die Magnetoptik vorgegeben wird. Wenn der Spin-Arbeitspunkt einem dieser Arbeitspunkte entspricht, haben im mitbewegten Koordinatensystem alle durch die entsprechende Betatronoszillation verursachten Feldanteile die selbe Frequenz wie die Spin Präzession. Dazu zählen horizontale Felder in den Quadrupolen und Sextupolen. Sie entstehen durch

- vertikale Betatronschwingung (Q_z), weil z.B. $B_x^{\text{quad}} \propto z$ und
- horizontale Betatronschwingung (Q_x) bei Kopplung der Schwingungen etwa durch Sextupole oder durch Verkippung der Quadrupole.

Da Betatronschwingungen immer auftreten und von der Optik der Maschine abhängen, werden diese depolarisierenden Effekte intrinsische Resonanzen genannt. Sie treten allgemein bei Spin-Arbeitspunkten

$$Q_{\text{sp}} = k_z \cdot Q_z + k_x \cdot Q_x + k \cdot P, \quad k_z, k_x, k \in \mathbb{Z}$$

auf, wobei $n = |k_z| + |k_x|$ die Ordnung der Resonanz angibt und P die Periodizität des Beschleunigers ist. Die Stärke der intrinsischen Resonanzen nimmt mit steigender Ordnung n ab, weil für $n > 1$ die Frequenzen nicht mehr identisch sind und Feld und Präzession nicht mehr die ganze Zeit in Phase sind, auch wenn die Maxima des Feldes weiterhin immer bei der gleichen Phase der Präzession liegen. Auf Grund der in der Regel kleinen Kopplung sind die vertikalen Resonanzen (Q_z) deutlicher ausgeprägt als die horizontalen. Ihre Stärke wird im Wesentlichen von der Amplitude der Betatronschwingung und damit von der vertikalen Emittanz ϵ_z bestimmt.

Charakterisierung depolarisierender Resonanzen

Eine depolarisierende Resonanz wird mit dem zugehörigen γa (Q_{sp}) bezeichnet. Ihren Einfluss auf die Polarisation quantifiziert die relative Änderung des vertikalen Polarisationsgrades. Für eine isolierte und für alle Teilchen gleich starke Resonanz, die mit linearem Energieanstieg gekreuzt wird¹, gibt es eine analytische Beschreibung dieser Änderung: Die Froissart-Stora Gleichung [11] für Imperfektions- bzw. intrinsische Resonanzen

$$\frac{P_f}{P_i} = 2 \exp\left(-\frac{\pi|\epsilon|^2}{2\alpha}\right) - 1 \quad \text{bzw.} \quad \frac{P_f}{P_i} = \frac{2}{\frac{\pi|\epsilon_r|^2}{\alpha} + 1} - 1 \quad . \quad (2.14)$$

Dabei bezeichnen P_f und P_i den Polarisationsgrad nach beziehungsweise vor der Resonanz, α ist die Kreuzungsgeschwindigkeit. Sie beträgt

$$\alpha \cdot \omega_{\text{rev}} = \begin{cases} \dot{\gamma} a & \text{für Imperfektionsresonanzen,} \\ \dot{\gamma} a \pm \dot{Q}_z & \text{für (vertikale) intrinsische Resonanzen.} \end{cases} \quad (2.15)$$

ϵ gibt die sogenannte Resonanzstärke an und wird durch die resonanztreibende Feldkomponente $b_x(\omega_r)$ bestimmt. Im realen Beschleuniger kann diese allerdings, wie bereits erläutert, nur bei Parametrisierung der Felder mit dem Spin-Phasenvorschub eindeutig identifiziert werden. Die Amplitude von $b_x(\omega_r)$ ist zwar ein Maß für die Stärke einer Resonanz, aber im Allgemeinen nicht identisch mit ϵ in (2.14), da erst eine passende Normierung gewählt werden muss. Diese ist aber nicht immer sinnvoll, da die Froissart-Stora Gleichung nicht in jedem Fall gültig ist. Zu Resonanzen höherer Ordnung tragen mehrere Frequenzen bei, so dass die Definition einer Resonanzstärke dann die Kombination dieser Komponenten erfordert [16].

Die Änderung des Polarisationsgrades steigt mit der Amplitude des anregenden Magnetfeldes und ist umso geringer, je schneller die Resonanz gekreuzt wird. Die zwei Grenzfälle für eine Resonanzkreuzung sind nach Gleichung (2.14)

$$\begin{array}{lll} \frac{|\epsilon|^2}{\alpha} \rightarrow 0 & \Rightarrow & \frac{P_f}{P_i} \rightarrow 1 \quad \text{kein Einfluss auf Spin} \\ \frac{|\epsilon|^2}{\alpha} \rightarrow \infty & \Rightarrow & \frac{P_f}{P_i} \rightarrow -1 \quad \text{vollständiger Spin-Flip} \end{array}$$

Im letzteren Fall einer besonders starken oder besonders langsam gekreuzten Resonanz, dreht sich P_z vollständig in die entgegengesetzte Richtung. Damit ändert sich der Betrag des Polarisationsgrades nicht. Für Elektronen ist dieser vollständige Spin-Flip auf Grund der Synchrotronstrahlung nicht immer möglich. Sie verändert den Verlauf der Froissart-Stora Kurve für große Resonanzstärken. Der Einfluss von Synchrotronstrahlung wird in Abschnitt 2.4 behandelt.

Korrektur depolarisierender Resonanzen

Um den Polarisationsgrad während der Beschleunigung in einem Synchrotron erhalten zu können, müssen alle währenddessen gekreuzten depolarisierenden Resonanzen korrigiert werden. Gemäß Gleichung (2.14) erfordert dies entweder eine Reduzierung der Resonanzstärke, indem die resonanztreibende Feldkomponente unterdrückt wird, oder eine Erhöhung der Kreuzungsgeschwindigkeit, indem die Resonanzbedingung nur so kurz wie möglich erfüllt wird. An der Beschleunigeranlage ELSA wird Letzteres

¹ Außerdem wird Synchrotronstrahlung vernachlässigt.

für intrinsische und Ersteres für Imperfektionsresonanzen angewendet, deren Korrekturverfahren in Kapitel 4 dieser Arbeit beschrieben und analysiert wird.

2.4 Synchrotronstrahlung

Die bisher diskutierte Spindynamik wird durch die Abstrahlung von Synchrotronlicht modifiziert, deren Auswirkungen in diesem Abschnitt nach [28] diskutiert werden. Nach der klassischen Elektrodynamik strahlt jedes geladene Teilchen bei Beschleunigung Photonen ab. Im Beschleuniger überwiegt dabei die abgestrahlte Leistung P_{\perp} bei Ablenkung auf eine Kreisbahn (mit Radius R) deutlich gegenüber der Strahlungsleistung P_{\parallel} bei Beschleunigung in Bewegungsrichtung:

$$P_{\perp} \propto \frac{1}{m_0^4} \frac{E^4}{R^2} \qquad P_{\parallel} \propto \frac{1}{m_0^2} \left(\frac{dE}{dx} \right)^2 .$$

Deshalb wird die Strahlung auch Synchrotronstrahlung genannt. Auf Grund der Abhängigkeit von der Masse der beschleunigten Teilchen ist sie für Elektronen um 10^{13} stärker als für Protonen und spielt für Protonenbeschleuniger unterhalb der TeV-Skala keine Rolle. Die abgestrahlte Leistung steigt mit der vierten Potenz der Strahlenergie und führt pro Umlauf zu einem Energieverlust von

$$\Delta E_{\text{rev}}/\text{keV} \approx 88,5 \frac{E^4/\text{GeV}}{R/\text{m}} , \qquad (2.16)$$

der in den Hochfrequenzresonatoren ausgeglichen werden muss.

Einfluss auf die longitudinale Strahldynamik

Eine solche Energieabweichung ΔE eines Elektrons von der Sollenergie E_0 verursacht durch die Impulsabhängigkeit der Bahnlänge eine Änderung der Umlaufzeit

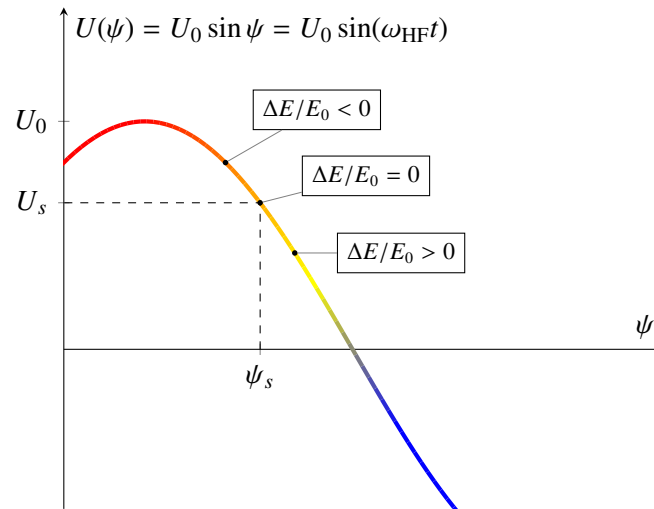
$$\frac{\Delta T}{T_0} = \left(\alpha_c - \frac{1}{\gamma^2} \right) \frac{\Delta E}{E_0} \stackrel{v \rightarrow c}{\approx} \alpha_c \frac{\Delta E}{E_0} , \qquad (2.17)$$

deren Größe über den *Momentum-Compaction-Factor* α_c angegeben wird². Damit entsteht eine Verschiebung der Phase $\Delta\psi$, zu der das Elektron die Beschleunigungsspannung in den Hochfrequenzresonatoren erreicht:

$$\Delta\psi = \omega_{\text{HF}} \cdot \Delta T = h\omega_{\text{rev}} \cdot \Delta T . \qquad (2.18)$$

Abbildung 2.4 veranschaulicht die Auswirkung der Phasenverschiebung auf die Beschleunigung von Elektronen durch die Spannung $U(\psi) = U_0 \sin(\psi)$: Die Sollphase ψ_s ist so gewählt, dass ein Elektron mit $\Delta E/E_0 > 0$, das wegen $\Delta T/T_0 > 0$ den Resonator später erreicht, eine kleinere Beschleunigungsspannung erfährt als das Sollteilchen, während ein Elektron mit $\Delta E/E_0 < 0$ mehr Energie gewinnt als das Sollteilchen. Diese sogenannte Phasenfokussierung führt automatisch zu einer Stabilisierung der Phase und, betrachtet über viele Umläufe, zu einer Schwingung der Elektronen um die Sollenergie – der Synchrotronoschwingung. Sie tritt nicht nur auf Grund der Synchrotronstrahlung, sondern auch durch die bei der Injektion gegebene Energie- und Phasenbreite auf. Das Verhältnis der Resonator-Spannung U_0

² Den *Momentum-Compaction-Factor* bestimmt die Optik des Beschleunigers und er beträgt für ELSA $\alpha_c \approx 0,062$.


 Abbildung 2.4: Beschleunigungsspannung $U(\psi)$ für Elektronen mit unterschiedlichen Energien

zur Beschleunigungsspannung des Sollteilchens U_s wird Überspannungsfaktor

$$q = \frac{U_0}{U_s} = \frac{1}{\sin(\psi_s)} \quad (2.19)$$

genannt. In der Praxis können q und ψ_s durch die Wahl von U_0 festgelegt werden.

Für kleine ΔE handelt es sich bei der Synchrotronsschwingung um eine harmonische Schwingung³

$$\Delta \ddot{E} + 2\alpha_s \Delta \dot{E} + \omega_s^2 \Delta E = 0$$

mit der Synchrotronfrequenz

$$\omega_s = \omega_{\text{rev}} \sqrt{-\frac{eU_0 h}{2\pi\beta^2 E} \cos(\psi_s) \left(\alpha_c - \frac{1}{\gamma^2}\right)} \stackrel{v \rightarrow c}{\approx} \omega_{\text{rev}} \sqrt{-\frac{eU_0 h}{2\pi E} \cos(\psi_s) \alpha_c} \quad (2.20)$$

Die Synchrotronsschwingung wird durch die Abstrahlung von Synchrotronlicht und die dadurch verursachte Abweichung ΔE angeregt. Gleichzeitig wirkt die Synchrotronstrahlung auch dämpfend, weil nach Gleichung (2.16) der Energieverlust pro Umlauf für Elektronen mit höherer Energie wesentlich größer ist. Die Dämpfungskonstante ist

$$\alpha_s = \frac{\Delta E_{\text{rev}}}{2E_0 T_0} J_s \quad (2.21)$$

wobei J_s von der Optik des Beschleunigers abhängt und für ELSA $J_s \approx 2$ gilt. So stellt sich nach einer Dämpfzeit $\tau_s = \alpha_s^{-1}$ im Bereich von 1 ms bis 100 ms ein Gleichgewicht mit einem gaußverteilten Energieprofil der Breite

$$\left(\frac{\sigma_E}{E}\right)^2 = \gamma^2 \frac{C_q}{J_s R} \Rightarrow \sigma_\gamma = \gamma^2 \sqrt{\frac{C_q}{J_s R}} \quad \text{mit } C_q = 3,84 \cdot 10^{-13} \text{ m} \quad (2.22)$$

³ Die Frequenz ω_s der Schwingung ist von der Auslenkung abhängig. Dies kann nur für kleine Amplituden vernachlässigt werden.

ein [22]. Diese Energiebreite kann für eine gegebene Beschleunigeroptik nicht verändert werden. Für ELSA beträgt sie $\sigma_E/E \approx 0,0005$. Einige der genannten Größen werden in Tabelle 3.3 (Seite 35) für den ELSA Stretcherring bei verschiedenen Strahlenergien aufgelistet.

Einfluss auf die Spindynamik

Wegen des linearen Zusammenhangs zwischen Spin-Arbeitspunkt γa und Teilchenenergie $E = \gamma mc^2$ folgt aus der Energieverteilung direkt die Spin-Arbeitspunkt-Verteilung. Die Spin-Arbeitspunkte der Elektronen sind demnach ebenfalls gaußverteilt um $Q_{sp} = \gamma a$ mit der von Gleichung (2.22) gegebenen Breite

$$\sigma_{\gamma a} = \sigma_{\gamma} \cdot a = \gamma^2 \sqrt{\frac{C_q}{J_s R}} \cdot a \quad . \quad (2.23)$$

Das bedeutet, dass die einzelnen Elektronen mit leicht unterschiedlichen Geschwindigkeiten präzedieren. Während die Spin-Vektoren bei einer Präzession mit identischer Geschwindigkeit starr zueinander stehen, verändert sich bei verschiedenen Geschwindigkeiten ihre Stellung zueinander permanent. Durch die stochastische Abstrahlung einzelner Synchrotronlicht-Photonen und den damit verbundenen stochastisch auftretenden Energieverlust jedes einzelnen Elektrons wird dieser Effekt noch verstärkt. Der Mittelwert der Spin-Vektoren, der Polarisations-Vektor, ändert dabei nicht mehr nur seine Richtung, sondern auch seinen Betrag. Seine zur stabilen Präzessionsachse senkrechten Komponenten verschwinden mit der Zeit gemäß

$$|P_x^2 + P_y^2|(t) \propto \exp\left(-\frac{1}{2} \left(2\pi \frac{\sigma_E}{E} \omega_{rev} t\right)^2\right) \quad . \quad (2.24)$$

Zeigt der Polarisationsvektor im Synchrotron nicht exakt in Richtung der Dipolfelder, bleibt demnach zwar P_z konstant, $|\vec{P}|$ verringert sich aber. Wegen diesem auch *Spin-Diffusion* genannten Effekt kann ein einmal aus der Vertikalen herausgekippter Anteil des Polarisations-Vektors für Elektronen nicht nach beliebiger Zeit durch »Zurückdrehen« wiederhergestellt werden.

Darüber hinaus treten durch die Synchrotronschwingung sogenannte Synchrotron-Seitenbänder der depolarisierenden Resonanzen auf. Die Synchrotronschwingung mit ω_s um die Sollenergie verursacht Seitenbänder der Präzessionsfrequenz $\Omega \pm \omega_s$, die wegen $\Omega = \gamma a \cdot \omega_{rev}$ einer Energieverschiebung von

$$\Delta\gamma = \pm \frac{\omega_s}{a \cdot \omega_{rev}} \quad (2.25)$$

entsprechen. Im Gegensatz zur Resonanzkreuzung ohne Synchrotronstrahlung ist die Resonanzbedingung dadurch zusätzlich $\pm\Delta\gamma$ neben der Resonanzenergie erfüllt und es wird jeweils eine zusätzliche Resonanz unterhalb und oberhalb der Resonanzenergie beobachtet, die schwächer ausgeprägt ist als die zugehörige Hauptresonanz. Diese zusätzliche Verringerung von P_z vor und nach der Resonanz führt beispielsweise dazu, dass für Elektronen auch bei vollständigem Spin-Flip in der Haupt-Resonanz der Polarisationsgrad P_z durch das Kreuzen der Resonanz sinken kann (Beispiel in Abschnitt 3.4.2). Dadurch verändert sich der Verlauf der Froissart-Stora Kurve für große Resonanzstärken. Der Einfluss der Seitenbänder nimmt, analog zur Synchrotronstrahlung, mit der Energie zu. Sie können nicht als von der Hauptresonanz unabhängige Resonanzen betrachtet werden, da sie zeitlich dicht beieinander liegen. Bei einer linearen Energierampe der Geschwindigkeit \dot{E} sind die Seitenbänder

$$\Delta t_s = \frac{\Delta\gamma mc^2}{\dot{E}} \quad (2.26)$$

von der Haupt-Resonanz entfernt.

2.5 Stellenwert der verschiedenen Effekte für ELSA

Die in diesem Kapitel beschriebenen Prozesse laufen auf unterschiedlichen Zeitskalen ab. Zwischen der Dauer der Emission eines Synchrotronlicht-Photons und der Dämpfzeit der Synchrotronschwingung liegen etwa 10 Größenordnungen. Welche Effekte für die Spindynamik und damit auch für deren numerische Simulation relevant sind, hängt also entscheidend davon ab, über welchen Zeitraum die Spinbewegung betrachtet werden soll. In Abbildung 2.5 sind die unterschiedlichen Effekte am Beispiel von ELSA graphisch nach ihrer zeitlichen Dauer sortiert dargestellt. Sie werden im Folgenden bezüglich ihres Stellenwerts für eine Spindynamik-Simulation während der Energierampe des Stretcherrings diskutiert.

Die Umlaufzeit der Elektronen im Ring beträgt etwa 500 ns. Geringfügig kürzer sind die Periodenlängen der transversalen Schwingungen der Elektronen und der Spin-Präzession – es finden jeweils einige Schwingungen pro Umlauf statt. Auf dieser Zeitskala können durch Lösen der Thomas-BMT-Gleichung einzelne Präzessionen der Spin-Vektoren berechnet werden, die zentraler Bestandteil der Spindynamik sind. Die dafür benötigte periodische Magnetfeldverteilung und der Closed Orbit umfassen genau einen Umlauf, der somit allen Simulationen als Zeiteinheit zugrunde liegt.

Der Spin-Arbeitspunkt steigt mit der Sollenergie während der Energierampe, die bei ELSA einige 100 ms dauert. Mit der Sollenergie verändern sich die Zeitkonstanten einiger Prozesse, was in der Abbildung durch farbige Balken markiert ist. Während der Energierampe werden verschiedene depolarisierende Resonanzen gekreuzt, die den Polarisationsgrad P_z verändern. Dies geschieht nicht auf der Skala einzelner Spin-Präzessionen, sondern dauert mindestens einige hundert Umläufe. Resonanzen erster Ordnung wirken bereits nach 0,1 ms, für Resonanzen höherer Ordnungen muss die Resonanzbedingung teilweise für einen um mehrere Größenordnungen längeren Zeitraum erfüllt sein, damit sich diese auf den Polarisationsgrad auswirken. Dies ist durch die schnelle Energierampe nicht gegeben, sodass nur Resonanzen erster Ordnung beobachtet werden. Damit spielen sich die für Simulationen interessantesten Prozesse der Kreuzung einer einzelnen depolarisierenden Resonanz in der Größenordnung einiger Millisekunden ab.

Weil die Zykluslänge von ELSA 10 s nicht übersteigt, sind alle auf längeren Zeitskalen ablaufenden Effekte nicht relevant. So können Resonanzen höherer Ordnungen vernachlässigt werden und auch die sogenannte Selbstpolarisation nach Sokolov und Ternov [24, 25], bei der sich durch die Synchrotronstrahlung nach 2 min bis 3 h automatisch ein gewisser Polarisationsgrad aufbaut, ist nicht von Bedeutung, da das Abwarten der Polarisationszeit für Beschleuniger mit externen Fixed-Target Experimenten in Hinblick auf das Tastverhältnis nicht sinnvoll ist.

Ein weiterer wichtiger Faktor für die Spindynamik ist die longitudinale Bewegung und damit die Energieschwingung der Elektronen. Sie setzt sich aus verschiedenen Komponenten zusammen: Innerhalb von 0,1 ps wird ein Synchrotronlicht-Photon emittiert, das die Energie des Elektrons um einen zufälligen Betrag (Energiespektrum des Synchrotronlichts, siehe [28]) reduziert. Dies geschieht etwa alle 10 ps und führt durch die hohe Anzahl an Photonen innerhalb eines Umlaufs zu einem näherungsweise kontinuierlichen Energieverlust, der durch die stochastische Abstrahlung aber für jedes Elektron und mit jedem Umlauf unterschiedlich groß ausfällt. Erst nach einem Umlauf wird dem Elektron dann in den Beschleunigungsresonatoren wieder Energie zugeführt, so dass die Energie als Funktion der Zeit einer »Sägezahn«-Funktion gleicht. Die Größe des Energiegewinns hängt dabei aber, wie in Abschnitt 2.4 beschrieben, von der Phase der Beschleunigungsspannung ab und ändert sich jeden Umlauf. Daraus ergibt sich auf einer Zeitskala von etwa 20 Umläufen eine Synchrotronschwingung. Ein

Schwingungsgleichgewicht für den gesamten Elektronenstrahl stellt sich erst nach einigen tausend Umläufen oder 1 ms bis 10 ms ein, was in etwa der Dauer einer Resonanzkreuzung entspricht. Somit kann die Synchrotronschwingung in Simulationen auf dieser Zeitskala näherungsweise als einfache Oszillation betrachtet werden. Dabei muss zwar nicht die Emission einzelner Photonen aufgelöst werden, es gilt aber Auswirkungen der daraus resultierenden stochastischen Energie-Änderung auf dieser Zeitskala zu untersuchen.

Somit beschränken sich die für Simulationen der Spinbewegung im ELSA Stretcherring während der Energierampe relevanten Effekte auf die Spin-Präzession um die Magnetfelder des Beschleunigers, die Synchrotronschwingung, sowie stochastische Änderungen der Energie im Bereich von einem bis zu einigen Millionen Umläufen.

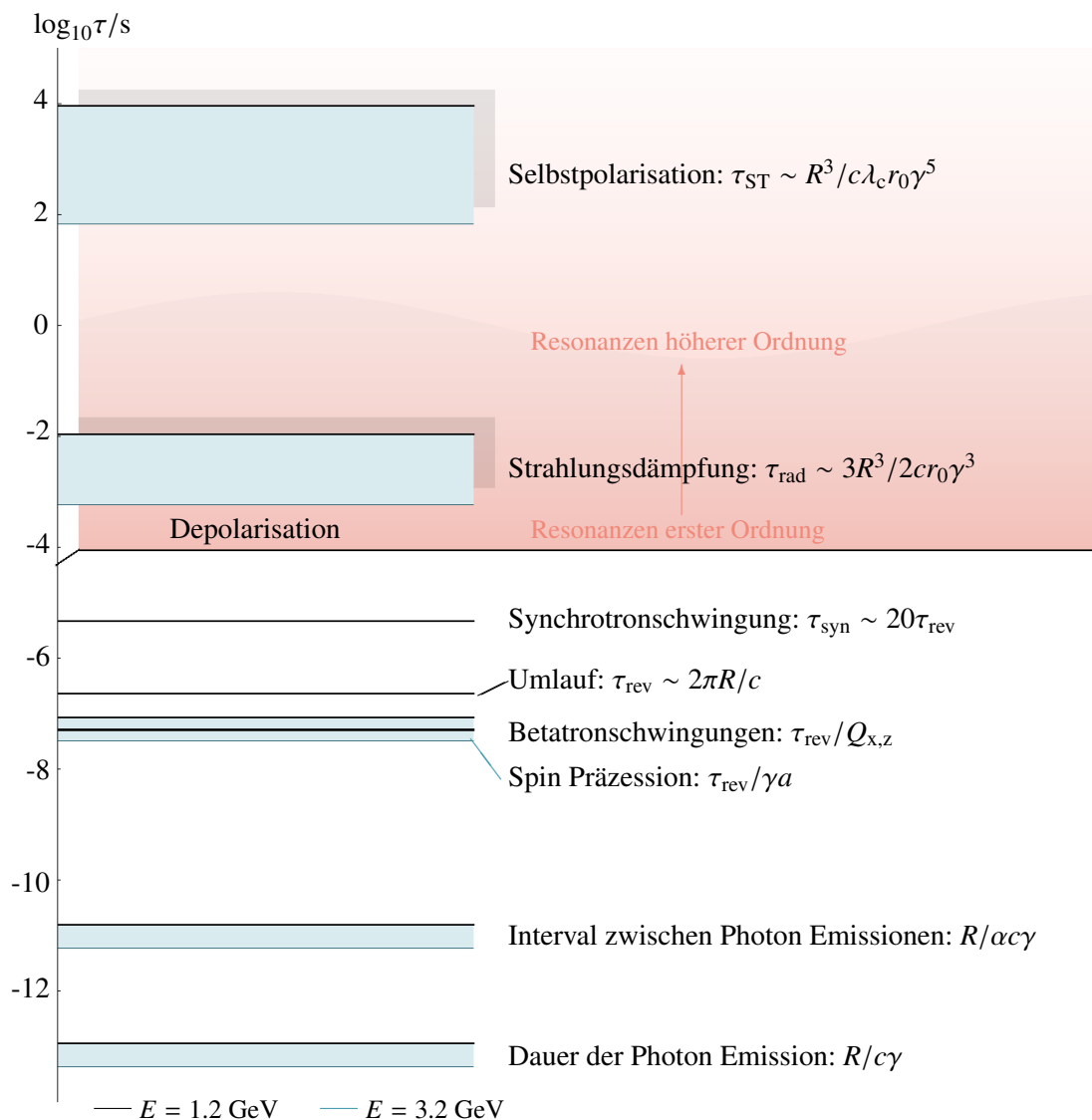


Abbildung 2.5: Zeitskalen einiger Prozesse im Kreisbeschleuniger am Beispiel von ELSA [7]

Kapitel 3

Die Spindynamik-Simulation POLE

In diesem Kapitel werden das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Programm beschrieben und seine aktuellen Funktionen anhand von Beispielen vorgestellt.

3.1 Anforderungen an eine Spindynamik-Simulation für ELSA

Während einem Zyklus des Boostermodus verbringen die Elektronen einen Großteil der Zeit im Stretcherring. Der Linearbeschleuniger und die Transferkanäle sind für die Spinbewegung vergleichsweise unproblematisch, weil sie nicht periodisch durchlaufen werden und somit keine depolarisierenden Resonanzen auftreten. Im Booster-Synchrotron werden zwar Resonanzen gekreuzt, die Resonanzbedingungen sind wegen der sehr hohen Kreuzungsgeschwindigkeit aber so kurz erfüllt, dass der Einfluss vergleichsweise gering ist und keine zusätzlichen Korrekturen eingesetzt werden. In dieser Arbeit wird daher ausschließlich der Stretcherring betrachtet, obwohl alle geschilderten Anforderungen ebenso Simulationen des Booster-Synchrotrons sowie anderer Kreisbeschleuniger ermöglichen.

Die Diskussion der für ELSA relevanten Effekte in Abschnitt 2.5 zeigt, dass außerhalb einer depolarisierenden Resonanz im Stretcherring keinerlei Veränderung des z -Polarisationsgrades zu erwarten ist. Der interessante Bereich des Zyklus beschränkt sich also auf die Resonanzkreuzung während der Energierampe. Zeitbereiche der Energierampe, etwa um eine Resonanz herum, sollen beliebig herausgegriffen und mit unterschiedlicher zeitlicher Auflösung und freier Wahl der wirkenden Magnetfeldkomponenten und der Zeitabhängigkeit der Energie jedes Teilchens analysierbar sein. Daraus ergeben sich die Anforderungen an das Programmpaket, die im Folgenden erläutert werden.

Zwar geht es in dieser Arbeit um die Simulation von Imperfektionsresonanzen, in Zukunft soll das entwickelte Programm aber auch die Untersuchung von intrinsischen Resonanzen ermöglichen, die in der Konzeption des Programms bereits vorgesehen sind. Die Berechnung der entsprechenden Magnetfelder ist aber bisher nicht Teil des Programms.

Magnetfelder

Die Spinbewegung in ELSA wird von der Präzession um alle vertikalen und horizontalen Magnetfelder bestimmt. Es gilt also die Anordnung aller relevanten Magnetfelder im Ring als Funktionen $B_x(s)$ und $B_z(s)$ abzubilden. Eine solche Funktion muss eine Vielzahl verschiedener Magnettypen mit unterschiedlichem Feldverlauf beinhalten. Einige der Felder sind nicht nur von der Position s abhängig sondern auch eine Funktion der transversalen Strahllage x und z , die also ebenfalls berücksichtigt werden muss. Das Programm muss alle beteiligten Felder in einer Feldverteilung von einheitlichem Format und Koordinatensystem bereitstellen. Dieses sollte der periodischen Struktur eines Kreisbeschleunigers gerecht werden, aber für jeden solchen Beschleuniger einsetzbar sein. Es gibt keine Programme, die eine solche Feldverteilung in gewünschter Weise generieren. In den Formaten vieler Programme liegt aber das sogenannte Lattice eines Beschleunigers vor. Der Begriff Lattice wird hier für die Anordnung der

Elemente in einem Beschleuniger verwendet. Es enthält die Positionen aller Magnete (sowie anderer Elemente) und deren Eigenschaften wie beispielsweise Ablenkwinkel oder Quadrupolstärke. Ein solches Programm ist das weit verbreitete MAD-X [19], das am CERN für das Design von Beschleunigern und die Simulation ihrer Strahloptik entwickelt wurde. Da für die meisten Beschleuniger ein MAD-X-Lattice vorliegt, wird dieses als Ausgangspunkt für die Berechnung der Feldverteilung gewählt. Ziel ist es, aus einem beliebigen MAD-X-Lattice vollständig automatisiert die gesamte Feldverteilung des zugrunde liegenden Beschleunigers zu generieren.

Alle für Imperfektionsresonanzen relevanten Felder sollen dabei berücksichtigt werden. Dazu gehören nach Abschnitt 2.3 die Felder von Dipol- und Korrektormagneten sowie die Quadrupol- und Sextupolfelder in Abhängigkeit vom Closed Orbit. Darüber hinaus spielen Aufstellungsfehler als resonanztreibende Feldkomponenten eine wichtige Rolle. Insbesondere eine Verdrehung der Dipolmagnete um die Strahlachse verursacht starke horizontale Felder und sollte daher berücksichtigt werden. Zusätzliche Fehlauflösungen sollten im Nachhinein leicht zu implementieren sein, um neuen Fragestellungen nachzugehen. Von zentraler Bedeutung sind die Korrektormagnete, die für die Korrektur des Orbits und der Imperfektionsresonanzen verantwortlich sind und zur gezielten Anregung von Imperfektionsresonanzen benutzt werden können. Sie werden einzeln entsprechend der gerade benötigten Orbit- und Spin-Korrektur angesteuert. Dies muss auch in der Simulation möglich sein. Zusätzlich ist für den ELSA Stretcherring auch die Verwendung von realen Korrektoreinstellungen und Closed Orbit Daten, die mit dem ELSA-Kontrollsystem aufgezeichnet werden, zur Feldberechnung wünschenswert. Insbesondere in diesem Fall können sich die Korrektoreinstellung und der Closed Orbit innerhalb des berechneten Zeitintervalls ändern. Dies sollte ohne Aufteilen der Simulation in entsprechende Teilstücke berücksichtigt werden können. Alle genannten Felder wiederholen sich exakt nach einem Umlauf. Deshalb muss die Feldverteilung für genau einen Umlauf bereitgestellt werden.

Die Magnetfeldverteilung soll in einer Textdatei und in für jeden Kreisbeschleuniger anwendbaren Koordinaten im Ruhesystem des Teilchens bereitgestellt werden, damit alle Abhängigkeiten von der Teilchenbahn, die berücksichtigt werden sollen, bereits enthalten sind und dadurch prinzipiell beliebige Effekte ohne Veränderung des eigentlichen Programms untersucht werden können. Darüber hinaus soll dem Anwender so die Freiheit zur manuellen Definition und nachträglichen Manipulation von Feldkomponenten gegeben werden.

Zur Beschreibung von intrinsischen Resonanzen ist zusätzlich eine Simulation der Betatronschwingung und damit das Tracking eines Einzelteilchens über viele Umläufe notwendig (siehe Abschnitt 2.3). Dieses kann, zum Beispiel, ebenfalls mit MAD-X durchgeführt werden. Die Generierung der resultierenden Magnetfeld-Daten gehört bisher nicht zu den Funktionen des Programmpakets und muss demnach manuell durchgeführt werden. Intrinsische Resonanzen werden in dieser Arbeit nicht untersucht.

Synchrotronstrahlung und Statistik

Der zweite wichtige Faktor für die Spinbewegung ist die Energie der Teilchen und deren Veränderung während des simulierten Zeitintervalls (vergleiche Abschnitt 2.4 und 2.5). Für die Berechnung soll eine lineare Energierampe beliebiger Geschwindigkeit vorgegeben werden können, sowie zusätzliche zeitabhängige Energie-Terme zur Simulation von Synchrotronresonanzen und Synchrotronstrahlung. Diese sollen kein rechenintensives Modell statistischer Abstrahlung einzelner Photonen enthalten, sondern durch vereinfachende Annahmen zu einem möglichst realistischen Nachbilden der Einflüsse auf die Spinbewegung führen. Um dieses Modell anzupassen und so die Einflüsse der Synchrotronstrahlung besser zu verstehen, ist es erforderlich verschiedene Varianten des Energieverlaufs zu implementieren und diese nach Bedarf aktivieren und modifizieren zu können.

Teil dieses Modells muss eine Unterscheidung verschiedener Teilchen mit unterschiedlichem Ener-

gieverlauf sein, damit beispielsweise die Energiebreite und die Depolarisation korrekt abgebildet werden können. Es ist also die Berechnung vieler Spins erforderlich, deren Mittelwert für jeden Zeitpunkt den Polarisations-Vektor ergibt und damit erst eine Simulation von Polarisationsgrad und Polarisation möglich macht. Die Startbedingung für die Ausrichtung jedes einzelnen Spins sollte frei wählbar sein.

Rechenzeit und Näherungen

Die beschriebenen Anforderungen zielen auf eine Nutzung des Programms zur Analyse einzelner Effekte während der Energierampe ab, wie etwa das Kreuzen einer Imperfektionsresonanz. Dabei stehen Wiederholungen solcher Simulationen für verschiedene Einstellungen diverser Parameter im Vordergrund. Anders als beispielsweise die einmalige Bestimmung der Gleichgewichtspolarisation eines vergleichsweise statischen Speicherrings ist dies nur mit kurzen Rechenzeiten realisierbar. Um diese zu erreichen bedarf es der Möglichkeit die Magnetfeldverteilung zu vereinfachen. Auf Grund der scharfen Kanten der Feldstärke an den Rändern jedes Magneten und der Relevanz nur bestimmter Frequenzen für jede depolarisierende Resonanz (vergleiche Abschnitt 2.3) ist eine Frequenzfilterung der Feldverteilung sinnvoll. Außerdem ist eine flexible Einstellung der Rechengenauigkeit sowie eine Parallelisierung der Berechnung mehrerer Spins für Mehrkern-Prozessoren wünschenswert. Alle Näherungen gilt es natürlich hinsichtlich ihres Einflusses auf die Ergebnisse zu untersuchen.

3.2 Aufbau des Programmpakets

Das geforderte Programmpaket wurde im Rahmen dieser Arbeit gemeinsam mit [7] in der Programmiersprache C++ entwickelt und wird im Folgenden `POLE` genannt. Aus den beschriebenen Anforderungen ergeben sich zwei Aufgabenbereiche mit sehr unterschiedlichen Schwerpunkten:

1. Bereitstellen der Feldverteilungen $B_x(s)$ und $B_z(s)$ im gewünschten Format
2. numerische Berechnung der Spinbewegung mit wählbaren Startbedingungen und Näherungen.

Bei Ersterem ist eine systematische Einlese, Datenverarbeitung und Ausgabe entscheidend. Es gilt verschiedene Eingangsformate, Einheiten und Koordinatensysteme zusammen zu bringen und eine Erweiterbarkeit des Programmcodes um zusätzliche Feldanteile auf einfache und übersichtliche Weise zu gewährleisten. Bei der Berechnung der Spinbewegung hingegen geht es ausschließlich um maximale Performance in Verbindung mit hoher Flexibilität in Rechengenauigkeit und berücksichtigten Effekten. Damit Feldverteilungen für die Berechnungen auch manuell erstellt werden können, sollte die Berechnung unabhängig vom ersten Programmteil arbeiten. Aus diesen Gründen ist eine Aufteilung von `POLE` in zwei unabhängige Programme sinnvoll.

Das Programm zur Bereitstellung der Feldverteilung wird im Folgenden `BSUPPLY` genannt und in Abschnitt 3.3 beschrieben. Es nutzt `MAD-X`-Dateien und Daten des `ELSA`-Kontrollsystems als Eingabe und erzeugt das vom zweiten Programm erwartete Format. Darüber hinaus können zusätzliche Ausgaben von `BSUPPLY` auch separat zur Veranschaulichung und Analyse von Feldverteilungen sowie zur Auswertung der Feldverteilung bei der Korrektur von Imperfektionsresonanzen (siehe Kapitel 4) benutzt werden. Die Berechnung der Spinbewegung wird durch numerische Integration der Thomas-BMT-Gleichung durchgeführt, weshalb das zweite Programm im Folgenden als `TBMTSOLVER` bezeichnet wird. Es wird in Abschnitt 3.4 behandelt.

Bei der Entwicklung der beiden Programme handelt es sich um einen iterativen Prozess aus Implementierung neuer Funktionen, kritischer Überprüfung der Ergebnisse und Veränderung der Anforderungen. Trotzdem werden die Funktionen von `BSUPPLY` im folgenden Abschnitt chronologisch entlang des

Programmablaufs beschrieben, damit sie besser nachvollzogen werden können. Anschließend werden die aktuellen Möglichkeiten der Simulation mit TBMTSOLVER anhand von Beispielen erläutert.

3.3 Bereitstellung von Magnetfeldern (BSUPPLY)

3.3.1 Koordinatensystem und Einheiten

Ziel von BSUPPLY ist es, die transversalen Magnetfeldverteilungen $B_x(s, z)$ und $B_z(x, s)$ an jeder Position s entlang eines Beschleunigers zu beschreiben. Dazu muss zunächst die Frage nach dem geeigneten Koordinatensystem für die Position s und die Amplituden der Felder beantwortet werden.

Die Position s wird durch die Zeit t in Sekunden angegeben. In TBMTSOLVER hat das den Vorteil, dass Spin $\langle \vec{S} \rangle(t)$, Magnetfeld $\vec{B}(t)$ und Teilchenenergie $E(t)$ unabhängig von der Umlaufperiodizität mit einer einzigen fortlaufenden Variablen parametrisiert werden. Bei der Magnetfeldbereitstellung in BSUPPLY wird diese unter Annahme von Bewegung mit Lichtgeschwindigkeit aus $t = s/c$ berechnet. Für die von TBMTSOLVER bestimmten Spin-Vektoren $\langle \vec{S} \rangle(t)$ kann umgekehrt jederzeit wieder eine Position und über die vorgegebene Energierampe auch eine Energie zum entsprechenden Zeitpunkt berechnet werden. Im Grunde genommen ist durch diese Variablenwahl auch die Untersuchung nicht periodischer Beschleuniger möglich.

Die Amplitude der Felder wird dadurch charakterisiert, wie stark sie ein geladenes Teilchen ablenken. Quantitativ wird das durch den Ablenkradius $R(x, z)$ bestimmt, der für ein Teilchen mit Impuls p und Ladung e über das Gleichgewicht aus Lorentzkraft und Zentrifugalkraft mit der Feldstärke $B(x, z)$ zusammenhängt:

$$B(x, z) = \frac{p}{e} \cdot \frac{1}{R(x, z)} =: \frac{p}{e} \cdot \tilde{B}(x, z) \quad (3.1)$$

p/e wird magnetische Steifigkeit genannt und gibt an, wie leicht sich die Teilchenbahn durch ein Magnetfeld krümmen lässt.

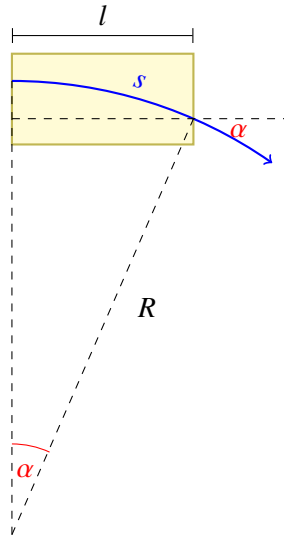


Abbildung 3.1: Skizze zur Bestimmung des Kickwinkels

Die Steifigkeit

$$\frac{p}{e} = \frac{\beta \gamma m c}{e} \stackrel{v \rightarrow c}{\approx} \frac{E/eV}{c} \quad (3.2)$$

nimmt linear mit der Teilchenenergie E zu, weshalb die Feldstärke B aller Magnete im Beschleuniger mit der Energie ansteigen muss um einen gleichbleibenden Ablenkradius zu erhalten. $1/R$ gibt damit die energieunabhängige Stärke eines Magneten in m^{-1} an und wird in dieser Arbeit *Magnetstärke* \tilde{B} genannt.

Beim Durchlaufen eines Magneten der Länge l entspricht sie einer Ablenkung um den Winkel α , der nach Abbildung 3.1 zu

$$\alpha = \frac{s}{R} = \arcsin\left(\frac{l}{R}\right) \stackrel{\alpha \rightarrow 0}{\approx} \frac{l}{R} \quad (3.3)$$

bestimmt werden kann und im Folgenden als Kickwinkel bezeichnet wird. Abgesehen von den Führungsfeldern der Dipole liegt er typischerweise in der Größenordnung von mrad. Mit Hilfe des Kickwinkels kann die Magnetstärke auch als

$$\tilde{B}(x, z) = \frac{1}{R(x, z)} \approx \frac{\alpha(x, z)}{l} \quad (3.4)$$

geschrieben werden.

Um die Feldstärke eines Dipols, Quadrupols, Sextupols oder Korrektors zu berechnen, wird also nur die für den jeweiligen Magneten spezifische Magnetstärke, der Closed Orbit innerhalb des Magneten und die momentane Steifigkeit (Strahlenergie) benötigt. Da die Multiplikation mit der Steifigkeit problemlos in der Thomas-BMT-Gleichung in TBMTSOLVER erfolgen kann, wird als Eingangsformat die energieunabhängige Magnetstärke \tilde{B} in m^{-1} verwendet und lediglich diese von BSUPPLY bereitgestellt. Das hat den großen Vorteil, dass die generierten Feldverteilungen $\tilde{B}_x(t)$ und $\tilde{B}_z(t)$ für jede beliebige Strahlenergie gültig sind.

Außerdem wiederholen sich alle von BSUPPLY zu berücksichtigenden Magnetstärken nach einem Umlauf, weil sowohl die Anordnung der Magnete als auch der Closed Orbit umlaufperiodisch sind. Deshalb muss die bereitgestellte Feldverteilung lediglich einen Umlauf des Beschleunigers umfassen. Dieser wird dann in TBMTSOLVER periodisch fortgesetzt. Sollen zusätzlich zum Beispiel Betatronschwingungen manuell in die Eingangsdatei einbezogen werden, muss diese mehr als einen Umlauf lang sein.

3.3.2 Beiträge einzelner Magnetfamilien

Um die spezifische Magnetstärke einzelner Magnetfamilien zu bestimmen, wird diese für kleine Ablagen von der Sollbahn entwickelt. Für die vertikale Magnetstärke gilt

$$\tilde{B}_z(x) \stackrel{(3.1)}{=} \frac{e}{p} B_z(x) = \underbrace{\frac{e}{p} B_{z,0}}_{1/R} + \underbrace{\frac{e}{p} \frac{dB_z}{dx}}_k \cdot x + \frac{1}{2} \underbrace{\frac{e}{p} \frac{d^2 B_z}{dx^2}}_m \cdot x^2 + \dots \quad (3.5)$$

Die Stärken der in Beschleunigern üblichen Magnete lassen sich durch jeweils einen Term von Gleichung (3.5) beschreiben: Für Dipole gilt der bereits oben erläuterte Ablenkradius $\tilde{B}_z = 1/R \approx \alpha/l$. Mit dieser Formel lassen sich auch die Magnetstärken der Korrektormagnete beschreiben, die ebenfalls eine homogene Feldverteilung aufweisen. Während für die N_{dip} Dipole $\alpha \approx 2\pi/N_{\text{dip}}$ gilt, liegt der Kickwinkel eines Korrektors meist unterhalb von einem mrad. Für Quadrupole und Sextupole ist die Magnetstärke in den Gleichungen (3.1) und (3.4) durch

$$\begin{aligned} \tilde{B}_z^{\text{quad}} &= k \cdot x & \tilde{B}_z^{\text{sext}} &= \frac{1}{2} m \cdot (x^2 - z^2) \\ \tilde{B}_x^{\text{quad}} &= k \cdot z & \tilde{B}_x^{\text{sext}} &= m \cdot xz \end{aligned}$$

zu ersetzen [28]. Sie hängt linear beziehungsweise quadratisch von der Ablage ab und wird durch die Quadrupolstärke k und die Sextupolstärke m bestimmt. Die Magnetfelder der Sextupole koppeln die Strahlbewegung der Ebenen x und z .

3.3.3 Import aus MAD-X

BSUPPLY beginnt mit dem Importieren der Magnetstärken und Positionen der Magnete aus einer MAD-X-Datei. Da mit MAD-X nicht nur ein verbreitetes Format für Beschleuniger Lattices, sondern auch ein etabliertes Programm zur Berechnung der Strahlbewegung vorliegt, wird auch die Berechnung des Closed Orbit nicht neu implementiert sondern auf Ergebnisse einer zuvor ausgeführten MAD-X-Simulation mit dem sogenannten »Twiss Modul« [20] zurückgegriffen. Dieses erzeugt eine Textdatei, die für jedes im Beschleuniger definierte Element eine konfigurierbare Zeile mit Angaben zu dem jeweiligen Element enthält. Damit die Konfiguration nicht vom Nutzer des Programms passend für BSUPPLY eingestellt

werden muss, übernimmt dies ein Skript¹, das die in Quelltext D.3 aufgeführten Befehle an eine beliebige MAD-X-Datei anhängt und diese dann ausführt. Tabelle 3.1 enthält die in der Ausgabe verwendeten MAD-X-Variablen und ihre Verknüpfung mit den gesuchten Magnetstärken.

Magnet	Keyword		MAD-X-Variable	Magnetstärke
alle		s	Position s in m (Magnetende)	
alle		l	Magnetlänge l in m	
Quadrupol	QUADRUPOLE	x, y	Closed Orbit Ablage x, z in m	
Dipol	SBEND, RBEND	angle	Ablenkwinkel α in rad	$1/R = \alpha/l$
vert. Korrektor	VKICKER	vkick	Kickwinkel α in rad	$1/R = \alpha/l$
Quadrupol	QUADRUPOLE	k11	Produkt aus k in m^{-2} und l	$k = k11/l$
Sextupol	SEXTUPOLE	k21	Produkt aus m in m^{-3} und l	$m = k21/l$

Tabelle 3.1: Zusammenhang der MAD-X-Variablen des »Twiss Moduls« mit Magnetstärken

Das Programm durchläuft die MAD-X-Datei, identifiziert Magnetfamilien anhand der »Keyword«-Angabe und liest die entsprechenden Größen ein. Dabei wird der Closed Orbit nur in den Quadrupolen eingelesen, da er dort extremal ist. Später wird eine Interpolation für beliebige benötigte Positionen durchgeführt und diese dann zur Berechnung der Magnetstärke der Quadrupole und Sextupole verwendet. Für diese beiden Magnetfamilien wird deshalb an dieser Stelle des Programms lediglich k oder m importiert und die Magnetstärke unter Berücksichtigung des Orbits erst später bestimmt (siehe Tabelle 3.2).

Darüber hinaus können in MAD-X mit dem »ealign« Befehl Fehlauflastellungen von Magneten definiert werden [20]. Diese können zum Beispiel als feste Werte für einzelne Magnete gesetzt oder allen Magneten einer Familie zufällig mit gaußverteilten Amplituden zugewiesen werden. Das bereits erwähnte Skript konfiguriert MAD-X so, dass mittels des »esave« Befehls jeweils eine Datei mit allen Fehlauflastellungen der Dipole und Quadrupole erzeugt wird. Diese können dann wiederum von BSUPPLY eingelesen und bei der Berechnung der Magnetstärken berücksichtigt werden. Bisher werden auf diese Weise nur Drehungen der Dipole um die s -Achse mit dem Drehwinkel ψ (MAD-X-Variable dpsi) einbezogen (Tabelle 3.2), durch die das Dipolfeld eine horizontale Komponente bekommt.

3.3.4 Import aus dem ELSA-Kontrollsystem

Optional können anschließend die Korrektorkickwinkel, k , m und der Closed Orbit aus dem ELSA-Kontrollsystem eingelesen werden. Die Längen und Positionen der Magnete sowie die Ablenkwinkel der Dipole werden aber in jedem Fall durch die MAD-X-Datei vorgegeben. BSUPPLY überschreibt die anderen Variablen lediglich durch erneutes Einlesen. Dabei werden nicht die aktuell im ELSA-Kontrollsystem eingestellten Parameter, sondern Aufzeichnungen verwendet. Das hat den Vorteil, dass zum Einen Simulationen zu einem beliebigen späteren Zeitpunkt möglich sind und zum Anderen keine direkte Anbindung von BSUPPLY an das ELSA-Kontrollsystem erforderlich ist, sondern lediglich die aufgezeichneten Textdateien kopiert werden müssen.

Für die Aufzeichnung solcher Datensätze wird eine Funktion des ELSA-Kontrollsystems benutzt², die Messungen der Strahlablagen im Stretcherring mit dem BPM System abspeichert. Es wird für jede Millisekunde eines ELSA-Zyklus im Boostermodus die horizontale und vertikale Ablage an je-

¹ Der Begriff Skript bezieht sich in dieser Arbeit auf Linux shell-Skripte.

² Spuren aufnehmen

dem BPM aufgezeichnet. Da sich diese an jedem Quadrupol befinden, entsprechen ihre Daten bereits den einzulesenden Ablagen. Um eine höhere Genauigkeit zu erreichen, werden die exakten Positionen der BPMs übernommen, die in jedem Datensatz mit abgespeichert werden. Analog zum gemessenen Closed Orbit wird auch die Position der Korrektoren aus der Aufzeichnung des ELSA-Kontrollsystem übernommen. Allerdings führt BSUPPLY dabei einen Vergleich mit den aus MAD-X importierten Positionen durch und warnt den Benutzer, wenn Abweichungen oberhalb einer (einstellbaren) Schwelle von 5 cm auftreten. Damit auch die eingestellten Quadrupol- und Sextupolstärken k und m aus dem ELSA-Kontrollsystem übernommen werden können, wurde das entsprechende Programm so angepasst, dass es bei der Aufzeichnung eine zusätzliche Datei mit den entsprechenden Parametern erzeugt.

Die Kontrollsystem-Funktion generiert außerdem Dateien mit den Erreger-Strömen der vertikalen Korrektormagnete für den gesamten Zyklus. Für BSUPPLY wird nicht die Stromstärke, die wie die Feldstärke mit der Teilchenenergie ansteigt, sondern der energieunabhängige und physikalisch aussagekräftigere Kickwinkel α benötigt. Die Umrechnung der Stromstärke I erfolgt für Korrektor i gemäß

$$\alpha_i(t)/\text{mrad} = \frac{I_i(t)/\text{A}}{\eta_i \cdot E(t)/\text{GeV}} \quad (3.6)$$

Der empirische Skalierungsfaktor η in $^{\circ}/\text{mrad GeV}$ ist für jeden Magneten unterschiedlich und wird ebenfalls mit jedem Datensatz abgespeichert. Die Stromstärken werden im Datensatz nicht direkt gegen den Zeitpunkt des Zyklusses aufgetragen, sondern gegen einen Index, dem in einem separat ausgegebenen »Timing-Vektor« Zeitpunkte zugeordnet werden. All das erschwert nicht nur das Importieren der Korrektor-Daten mit BSUPPLY, sondern auch ihre direkte Nutzung zur Analyse bei der Bedienung des Beschleunigers. Darüber hinaus widerspricht eine Umrechnung mit Gleichung (3.6) in BSUPPLY dem Konzept des Programms, das ansonsten völlig unabhängig von der Teilchenenergie ist und diese nicht als Parameter benötigt.

Aus diesen Gründen wird die Umrechnung von Strom in Kickwinkel nicht in BSUPPLY durchgeführt. Stattdessen wurde die Kontrollsystem-Funktion so angepasst, dass beim Aufnehmen eines Datensatzes zusätzlich für jeden Korrektormagneten eine Datei mit den Zeitpunkten des Zyklusses und den zugehörigen Kickwinkeln erzeugt wird. Diese kann nicht nur für BSUPPLY, sondern für beliebige Anwendungen genutzt werden. Für ältere Datensätze, die vor der Einführung dieser Funktion aufgezeichnet wurden (12. April 2012), wurde ein separates Programm zur Erzeugung der zusätzlichen Daten bereitgestellt. Abbildung 3.2 zeigt ein Beispiel für Strom und Kickwinkel eines Korrektors. Bei dem kurzzeitigen Anstieg des Kickwinkels handelt es sich um eine Harmonischen-Korrektur, die in Kapitel 4 behandelt wird.

BSUPPLY liest die beschriebenen Daten für den gesamten aufgezeichneten ELSA-Zyklus ein. Zu welchem Zeitpunkt die Feldverteilung berechnet werden soll, muss beim Programmstart festgelegt werden. Dabei können auch mehrere Zeitpunkte in einer Textdatei aufgelistet werden. BSUPPLY generiert dann separate Ausgabe-Dateien für jeden gewählten Zeitpunkt. Dafür wird nur einmal der gesamte Zyklus eingelesen. Lediglich die im Folgenden beschriebenen Schritte werden wiederholt durchgeführt.

3.3.5 Zusammenstellen der Feldverteilungen für einen Umlauf

Aus den importierten Ablagen und Magneteigenschaften müssen nun die Feldverteilungen $\vec{B}_x(t)$ und $\vec{B}_z(t)$ an äquidistanten Punkten entlang eines Umlaufs im Beschleuniger ermittelt werden. Dabei arbeitet BSUPPLY intern zunächst noch mit s statt t zur Positionsangabe – entsprechend des Koordinatensystems von MAD-X. Für den ELSA Stretcherring wird beispielsweise eine Schrittweite von 1 cm gewählt, was einer Einteilung des Umlaufs in $N_{\text{samp}} = 16440$ Punkte entspricht. An jedem Punkt prüft BSUPPLY, ob sich ein Magnet an dieser Position befindet und ordnet die entsprechende horizontale und vertikale

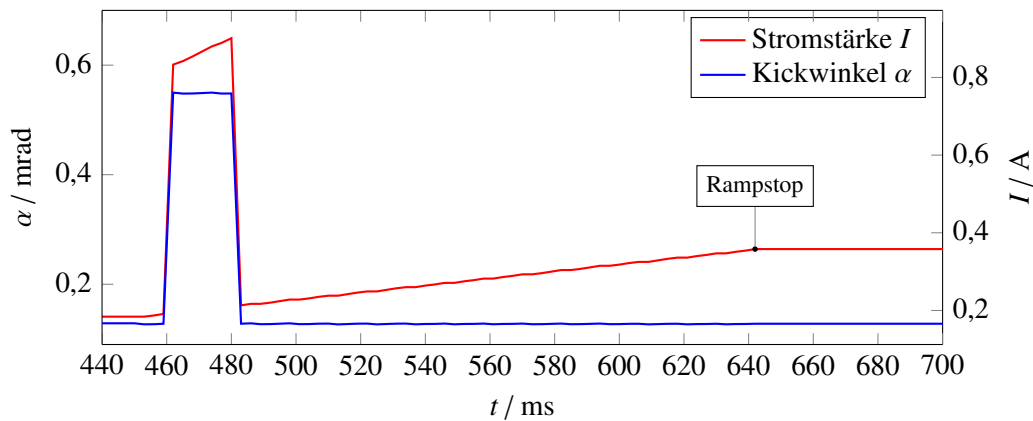


Abbildung 3.2: Kickwinkel und Stromstärke des vertikalen Korrektormagneten VC14 im ELSA Stretcherring, aus dem Datensatz 2012-07-06-15-22-00

Magnetstärke wie in Tabelle 3.2 vermerkt zu. Dabei werden vertikal momentan nur die dominierenden Dipolfelder berücksichtigt und alle anderen Felder zu null genähert. Auf Grund der Trennung nach Magnetfamilien in der Datenstruktur von BSUPPLY ist es leicht möglich im Quelltext nachträglich eine weitere Magnetfamilie hinzuzufügen oder die Berechnung der Magnetstärke, beispielsweise durch weitere Fehlauflösungen, zu modifizieren.

Magnet	Magnetstärke	
	vertikal \tilde{B}_z	horizontal \tilde{B}_x
Dipol	$\alpha/l \cdot \cos(\psi)$	$-\alpha/l \cdot \sin(\psi)$
vert. Korrektor	0	α/l
Quadrupol	≈ 0	$k \cdot z$
Sextupol	≈ 0	$0,5 \cdot m \cdot xz$
Driftstrecke	0	0

Tabelle 3.2: Bestimmung der horizontalen und vertikalen Magnetstärken

Weil für einige Magnetstärken die Ablagen an den entsprechenden Punkten benötigt werden, wird der Closed Orbit für alle N_{samp} Punkte durch Interpolation zwischen den eingelesenen Positionen bestimmt. Da die Positionen der importierten Ablagen in der Nähe der Quadrupole liegen und der Strahl in den Quadrupolen (de-)fokussiert wird, handelt es sich in guter Näherung um die Extrema eines zwischen diesen Positionen linear verlaufenden Closed Orbits. Zur Interpolation wird auf die Methode nach Akima [1] zurückgegriffen und die Implementierung der GNU Scientific Library (GSL) [12] mit periodischen Randbedingungen verwendet. In Abbildung 3.3 ist ein Beispiel dargestellt.

3.3.6 Ausgabe der Feldverteilung als Fourierreihe

Wie in Abschnitt 3.1 erläutert, sollen die Feldverteilungen über einen Frequenzfilter genähert werden. Dazu eignet sich die Darstellung über eine Fourierreihe nach Gleichung (2.10). Diese ermöglicht die gezielte Auswahl von Frequenzen, die bei der Simulation berücksichtigt werden sollen, und eine Beschreibung der Feldverteilung durch eine kontinuierliche Funktion, die deren Periodizität automatisch enthält. So kann die Magnetstärke $\tilde{B}(t)$ zu einem beliebigen Zeitpunkt durch die Angabe von Frequenzen in

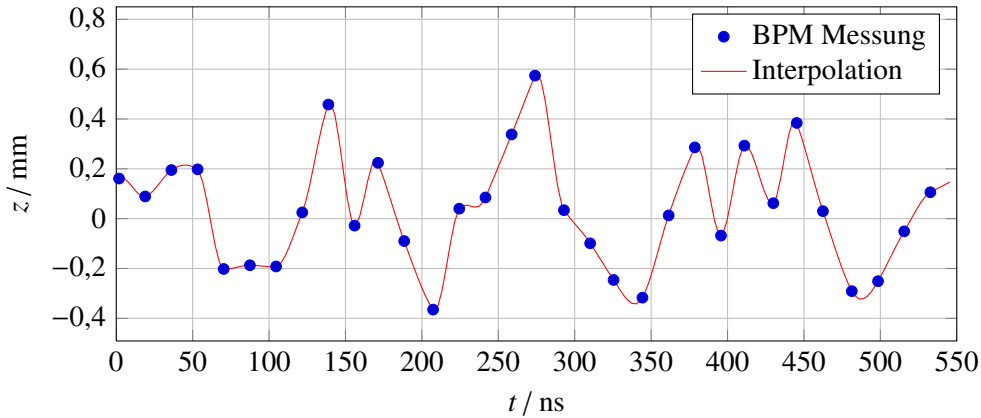


Abbildung 3.3: Beispiel für den vertikalen Closed Orbit im ELSA Stretcherring, gemessen mit dem BPM System und interpoliert mit der GSL Akima Methode in BSUPPLY

Hz, Amplituden in m^{-1} und Phasen in Grad berechnet werden. Welche Frequenzen dabei berücksichtigt werden, ist dem Nutzer überlassen. Meist ist ein Tiefpassfilter mit einer Grenzfrequenz f_{\max} sinnvoll.

BSUPPLY berechnet die benötigten Amplituden und Phasen des Frequenzspektrums gemäß Gleichung (2.11) und (2.12) über eine Fouriertransformation der für N_{samp} Stützstellen gleichen Abstands vorliegenden Feldverteilung. Dazu wird die »Mixed-Radix« Fast Fourier Transformation (FFT) der GSL [12] benutzt. Auf Grund der Abbildung eines Umlaufs in der Feldverteilung sind die daraus bestimmten Frequenzen ausschließlich Vielfache der Umlauffrequenz f_{rev} . Es gilt

$$\Delta f = f_{\text{rev}} \quad ,$$

beginnend mit dem konstanten Feldanteil $f = 0$ und fortgesetzt bis zur durch das Nyquist Theorem gegebenen Maximalfrequenz³

$$f_{\max} = \frac{N_{\text{samp}}}{2} \cdot f_{\text{rev}} \quad .$$

An dieser Stelle wird klar, warum in diesem Spektrum keine intrinsischen Resonanzen untersucht werden können: Deren Resonanzfrequenz ist kein Vielfaches der Umlauffrequenz und somit ist die resonanztreibende Feldkomponente nicht enthalten. Um sie zu bestimmen muss ein Tracking der Betatronschwingung über mehrere Umläufe gemacht werden. Mit der Anzahl der Umläufe N_u verbessert sich die Frequenzauflösung zu

$$\Delta f = \frac{f_{\text{rev}}}{N_u} \quad .$$

Die über die FFT ermittelten Amplituden und Phasen müssen noch so normiert beziehungsweise verschoben werden, dass sie genau denen der Kosinusfunktion der Fourierreihe (2.10) entsprechen. Dies wird in Anhang C dokumentiert. Quelltext D.2 enthält ein Beispiel für eine Ausgabe-Datei von BSUPPLY, die dann von TBMTSOLVER eingelesen werden kann. Sie enthält neben dem Spektrum der Magnetstärke einige zusätzliche Informationen wie beispielsweise die Ebene (horizontal, vertikal, longitudinal), Maximalfrequenz und Zeitstempel oder Name und Umfang des Beschleunigers, die aus MAD-X importiert werden. BSUPPLY gibt grundsätzlich ein horizontales, ein vertikales und ein longitudinales Spektrum aus, wobei Letzteres nicht berechnet wird, sondern zum jetzigen Zeitpunkt lediglich eine leere Formatvorlage bietet um manuell Feldverteilungen für TBMTSOLVER anlegen zu können. Der gesamte

³ Die Ausgabe von BSUPPLY kann auf ein niedrigeres f_{\max} begrenzt werden.

beschriebene Programmablauf von BSUPPLY dauert für den ELSA Stretcherring weniger als 1 s.

Abschließend zeigt Abbildung 3.4 ein Beispiel für eine mit BSUPPLY aus einer MAD-X-Datei erzeugte Feldverteilung des ELSA Stretcherrings. Im oberen Teil der Abbildung sind die an den N_{samp} Stützstellen bestimmten Magnetstärken dargestellt (blau). In der vertikalen Verteilung sind deutlich die 24 Dipole identischer Stärke in ihrer *missing magnet* Anordnung zu sehen. Deutlich kleiner sind die Amplituden der horizontalen Verteilung. Hier dominieren die 32 Quadrupole, deren Amplituden durch den vertikalen Closed Orbit variieren. Das ist sogar innerhalb eines Quadrupols an der leicht schwankenden Magnetstärke zu erkennen. Noch schmaler sind die Beiträge der nur 10 cm langen vertikalen Korrektormagnete, die hier die Einstellung einer Harmonischen-Korrektur zeigen. Darüber hinaus sind, an den selben Positionen wie in der vertikalen Verteilung, horizontale Feldanteile der Dipolmagnete zu erkennen, die durch gaußverteilte Verdrehungen ψ in MAD-X eingestellt wurden. Sie verursachen in MAD-X erst die vertikalen Closed Orbit Ablagen, die dann wiederum die horizontalen Quadrupolfelder hervorrufen. Die Stärken der Sextupolmagnete sind zu gering um in der Abbildung erkennbar zu sein. Zusätzlich eingetragen sind die Näherungen dieser Feldverteilungen durch Fourierreihen verschiedener Grenzfrequenzen f_{max} . In der vertikalen Verteilung ist dabei gut zu erkennen, dass die Magnetstärke für niedrigere f_{max} seltener auf Null fällt, aber auch niedrigere Maximalwerte hat. Die Fläche unter den Kurven und damit das integrale Feld über den gesamten Umlauf ist unabhängig von f_{max} . Das heißt der Spin präzediert für $f_{\text{max}} = 0$ langsamer als in der exakten Lösung, aber auch kontinuierlich während des gesamten Umlaufs, sodass der Spin-Arbeitspunkt von dieser Näherung der Feldverteilung nicht beeinflusst wird. Im unteren Teil von Abbildung 3.4 sind die Frequenzspektren selbst aufgetragen. Zum vertikalen Spektrum tragen nicht alle Vielfachen der Umlauffrequenz bei, aber beispielsweise die Symmetrien der Dipolanordnung sind mit den Frequenzen 2, 10 und 12 erkennbar. Das Spektrum enthält keinen erkennbaren Beitrag der Frequenz 24, wohl aber einen der den 32 Halbzellen der FODO Struktur entspricht. Im horizontalen Spektrum sind nahezu alle Frequenzen vertreten. Sie sind ein Maß für die Stärke der Imperfektionsresonanzen, ohne dass jedoch direkt eine Zuordnung einzelner Frequenzen zu Resonanzen möglich ist (Parametrisierung des Umlaufs, siehe Abschnitt 2.3).

Alle Daten für grafische Darstellungen von Feldverteilungen, Spektren, Closed Orbit (Abbildung 3.3) sowie Korrektor-Kickwinkeln können direkt aus BSUPPLY gewonnen werden, das dafür optionale Ausgabe-Dateien bereitstellt, die dann zur Analyse von Feldverteilungen weiterverarbeitet werden können.

3.3.7 Differenz-Modus und Spin-Phasenvorschub

BSUPPLY verfügt über einen zusätzlichen sogenannten *Differenz-Modus* zur Analyse von Änderungen des Closed Orbits und der Korrektor-Feldverteilung. Er wird zur Untersuchung der Feldverteilung der Korrektur von Imperfektionsresonanzen benutzt (Kapitel 4). Im Differenz-Modus liest BSUPPLY den Closed Orbit und die Korrektorkickwinkel zusätzlich aus einem zweiten ELSA Datensatz oder einer zweiten MAD-X-Datei ein und bildet die Differenz. Mit dieser werden dann, wie in Abschnitt 3.3.5 bis 3.3.6 beschrieben, die Feldverteilungen und Spektren ermittelt. So erhält der Nutzer beispielsweise aus einem Datensatz mit und einem ohne Korrektur von Imperfektionsresonanzen ausschließlich die durch die Korrektur verursachte Änderung der Feldverteilung.

Die Amplituden der im Differenz-Modus bestimmten horizontalen Feldverteilung werden von BSUPPLY außerdem in Kickwinkel umgerechnet⁴ und der Umlauf bezüglich dem Spin-Phasenvorschub θ (Gleichung (2.13)) parametrisiert. Dazu werden mit Hilfe der eingelesenen Positionen der Magnete jeweils die Magnetstärken aller Quadrupole und Korrektoren zwischen zwei Dipolen addiert, da sie zum

⁴ Die Umrechnung von Magnetstärke in Kickwinkel erfolgt nach Gleichung (3.4) durch Multiplikation mit der Magnetlänge.

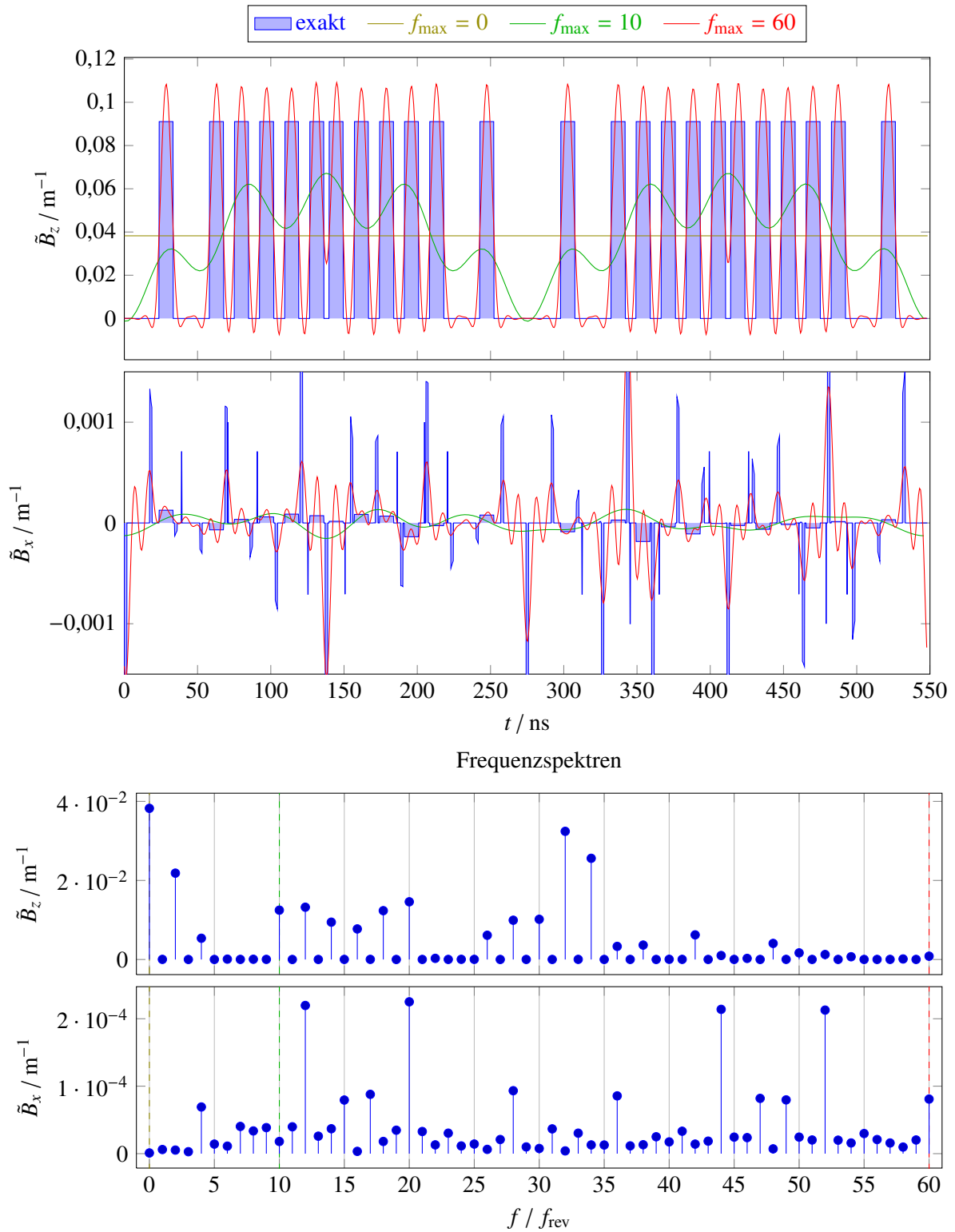


Abbildung 3.4: Beispiel einer Feldverteilung im ELSA Stretcherring, mit BSUPPLY aus MAD-X erzeugt

selben θ gehören (Abbildung 2.3). Das zugehörige Spektrum enthält nicht Vielfache der Umlauffrequenz f_{rev} sondern die Spin Präzessionsfrequenzen bei ganzzahligem $\gamma a = 1, 2, \dots$, die im Folgenden zur Erinnerung an diesen Unterschied mit f^θ bezeichnet werden. Dieses Spektrum enthält gerade die resonanztreibenden Feldkomponenten $f_r = f_i^\theta$ und damit die Resonanzstärken und soll deshalb in Zukunft auf alle von BSUPPLY berücksichtigten Felder erweitert werden. In dieser Darstellung kann zum Beispiel die Korrektur von Imperfektionsresonanzen nach Gleichung (4.1) untersucht werden (Kapitel 4).

3.4 Numerische Berechnung der Spinbewegung (TBMTsolver)

Um aus den als Fourierspektren bereitgestellten Feldverteilungen nun die Spinbewegung zu berechnen, wird die Thomas-BMT-Gleichung numerisch integriert. Das Konzept wurde bereits in [6] vorgestellt. Zur Eingabe dient, neben den Spektren, eine Konfigurationsdatei, in der alle in diesem Abschnitt erwähnten Einstellungen und Startbedingungen als Textzeilen hinterlegt werden (Beispiel in Quelltext D.1). Um diese automatisiert zu erzeugen wird bisher ein Skript verwendet, eine grafische Benutzeroberfläche für Konfiguration und Ausführung von TBMTsolver wird derzeit erstellt. Bei Programmaufruf werden die Eingabedateien eingelesen, dann die Thomas-BMT-Gleichung über den eingestellten Zeitbereich für jedes konfigurierte Teilchen schrittweise gelöst und die berechneten Spin-Komponenten jedes Teilchens mit wählbarer Auflösung in eine separate Textdatei geschrieben. Abschließend wird für jeden Zeitschritt der Polarisations-Vektor als Mittelwert über alle Teilchen bestimmt. Im Folgenden sind die einzelnen Komponenten des Programms genauer beschrieben.

Die Thomas-BMT-Gleichung wird in der Näherung aus Gleichung (2.7) verwendet. Da das Magnetfeld in TBMTsolver nicht als Feldstärke $\vec{B}_\perp(t)$ sondern als energieunabhängige Magnetstärke $\vec{B}_\perp(t)$ vorliegt, wird diese nach Gleichung (3.1) ersetzt und die magnetische Steifigkeit gemäß (3.2) unter der guten Näherung $\beta = 1$ eingesetzt. Daraus folgt die Thomas-BMT-Gleichung in der Form

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \vec{S} \rangle(t) &\approx \frac{e}{\gamma(t)m} \frac{\gamma(t)mc}{e} (1 + \gamma(t)a) \cdot \langle \vec{S} \rangle(t) \times \vec{B}_\perp(t) \\ &= c \cdot (1 + \gamma(t)a) \cdot \langle \vec{S} \rangle(t) \times \vec{B}_\perp(t) \end{aligned} \quad (3.7)$$

mit expliziter Kennzeichnung der zeitabhängigen Größen. Eine weitere Anpassung ist nötig, weil die Feldverteilungen in mitbewegten Koordinaten (x, s, z) beziehungsweise (x, t, z) beschrieben sind, die Thomas-BMT-Gleichung aber vom Laborsystem ausgeht, in dem der Spin pro Umlauf zusätzlich zu den γa Präzessionen im mitbewegten System einmal mit dem Impuls umläuft. Diese zusätzliche Drehung führt in den Simulationen zu um $\gamma a = 1$ verschobenen Resonanzbedingungen und wird daher aus Gleichung (3.7) entfernt. Darüber hinaus können longitudinale Magnetstärken als zusätzlicher Term nach Gleichung (2.5) wieder eingeführt werden, falls ein, manuell erstelltes, longitudinales Spektrum berücksichtigt werden soll.

So ergibt sich die Thomas-BMT-Gleichung in der in TBMTsolver benutzten Darstellung

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{S} \rangle(t) \approx c \cdot a \cdot \langle \vec{S} \rangle(t) \times \left[\gamma(t) \vec{B}_\perp(t) + \vec{B}_\parallel(t) \right] . \quad (3.8)$$

In Komponentenschreibweise entspricht dies

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\langle S_x \rangle(t) &= c \cdot a \cdot \left[\gamma(t)\langle S_s \rangle(t)\tilde{B}_z(t) - \langle S_z \rangle(t)\tilde{B}_s(t) \right] \\ \frac{d}{dt}\langle S_s \rangle(t) &= c \cdot a \cdot \left[\gamma(t)\left(\langle S_z \rangle(t)\tilde{B}_x(t) - \langle S_x \rangle(t)\tilde{B}_z(t)\right) \right] \\ \frac{d}{dt}\langle S_z \rangle(t) &= c \cdot a \cdot \left[-\gamma(t)\langle S_s \rangle(t)\tilde{B}_x(t) + \langle S_x \rangle(t)\tilde{B}_s(t) \right] \quad .\end{aligned}$$

Diese drei Gleichungen werden von TBMTSOLVER numerisch integriert. Dazu wird ein Runge-Kutta Verfahren mit variabler Schrittweite in der Implementierung von [13] verwendet. Es erlaubt sowohl die Angabe einer Fehlertoleranz der Integrationsschritte, wodurch deren Genauigkeit auf Kosten der Rechenzeit variiert werden kann (siehe Abschnitt 3.5) als auch eine nachträgliche Bestimmung von Funktionswerten zwischen den Integrationsschritten, die wichtig für die Mittelwertberechnung über alle Teilchen ist. Die Magnetstärken $\tilde{B}(t)$ werden über die Fourierreihe nach Gleichung (2.10) aus den eingelesenen Spektren berechnet. Dabei ist es auch möglich an einem oder mehreren Zeitpunkten innerhalb des gewählten Zeitbereichs zu anderen Spektren zu wechseln und so Veränderungen der Feldverteilung zu simulieren. Die Energieabhängigkeit von Feldstärken und Präzessionsgeschwindigkeit ist ausschließlich durch den Faktor $\gamma(t) = E(t)/mc^2$ gegeben. Er umfasst sowohl eine lineare Energierampe, die mittels Startenergie E_0 und Geschwindigkeit \dot{E} als

$$E(t) = E_0 + \dot{E}t \quad \text{mit } E_0 = 1,2 \text{ GeV für den ELSA Stretcherring} \quad (3.9)$$

vorgegeben werden kann, als auch das Modell für die Synchrotronschwingung, das weiter unten in Abschnitt 3.4.2 diskutiert wird. Die Spin-Vektoren $\langle \vec{S} \rangle$ werden grundsätzlich mit der Länge $|\langle \vec{S} \rangle| = 1$ angegeben, so dass die Ergebnisse leicht als prozentual zu interpretieren sind.

Abbildung 3.5 beinhaltet ein erstes Ergebnis.

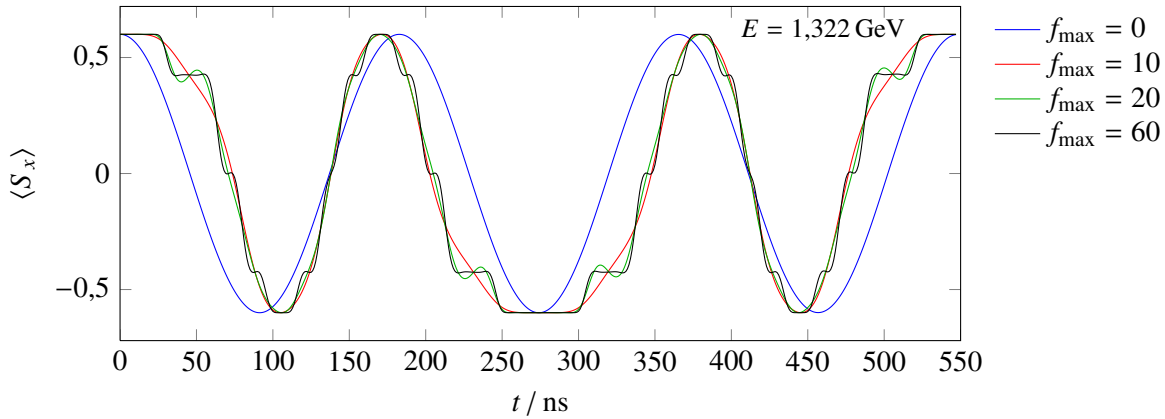


Abbildung 3.5: Spin-Präzession im ELSA Stretcherring berechnet mit unterschiedlichen Grenzfrequenzen f_{\max} des Feldspektrums

Dargestellt ist $\langle S_x \rangle$ eines Spin-Vektors über einen Umlauf im ELSA Stretcherring bei einer Energie von 1,322 GeV. Das entspricht $\gamma a = 3$, also der Resonanzenergie der dritten Imperfektionsresonanz. Da im gewählten Beispiel aber nur die vertikalen Führungsfelder der Dipole vorgegeben wurden, tritt keine Resonanz auf. Es wird lediglich die Präzession um die Feldachse beobachtet. Dabei ist direkt der Einfluss der gewählten Grenzfrequenz f_{\max} der Feldverteilung auf die Spinbewegung sichtbar: Er

bestimmt die Genauigkeit mit der die zwischen den Dipolen unterbrochene Präzession simuliert wird. Für $f_{\max} = 0$ ist eine kontinuierliche Schwingung zu sehen, mit steigendem f_{\max} wird immer genauer zwischen Präzession in den Dipolen und konstanter Spin-Ausrichtung dazwischen unterschieden.

Um aus der Spinbewegung auf die Polarisierung zu schließen muss, wie in Abschnitt 2.2 beschrieben, über viele Teilchen gemittelt werden. Der Polarisations-Vektor wird nach Abschluss aller Integrationen für jeden Zeitschritt nach Gleichung (2.9) als Mittelwert über alle Spin-Vektoren gebildet und in einer Datei abgespeichert. Die Integration über das gesamte Zeitintervall muss für jedes Teilchen, also für jeden Spin-Vektor, durchgeführt werden. Die Rechenzeit steigt also linear mit der Anzahl der Teilchen. Um diesen Einfluss zu verringern wurde die Integration für jedes Teilchen als von anderen Programmteilen unabhängiger *User Thread* gestaltet, die parallel ausgeführt werden können. Auf Rechnern mit Mehrkernprozessoren kann damit gleichzeitig auf jedem Kern ein Teilchen berechnet werden. Ein Beispiel für die Rechenzeit in Abhängigkeit von der Teilchenzahl ist in Abschnitt 3.5 zu finden.

Die einzelnen Teilchen können sich einerseits in den Startbedingungen für $\langle \vec{S} \rangle$ und andererseits in der Funktion $\gamma(t)$ unterscheiden.

3.4.1 Startbedingungen der Spinvektoren

Die Startbedingungen bestimmen die Spinausrichtung zum Beginn der Berechnung. Sie sind für die Simulation der vertikal ausgerichteten Spins während der Energierampe im ELSA Stretcherring nur in sofern relevant, als sie den Polarisationsgrad durch Mittelung korrekt wiedergeben müssen. Das heißt, der vertikale Polarisationsgrad P_z sollte dem gewünschten Startwert entsprechen. Außerdem sollten $P_x = P_y = 0$ sein. Dies ist auf zwei Weisen erreichbar: Entweder sind alle $\langle \vec{S} \rangle$ parallel zur z -Achse ausgerichtet. Dann bestimmt entsprechend der Interpretation als diskrete Messung nach Gleichung (2.8) das Verhältnis der Anzahl von *Spin up* und *Spin down*, also $\langle S_z \rangle_0 = +1$ und $\langle S_z \rangle_0 = -1$, den vertikalen Polarisationsgrad. Oder alle Spins erhalten $\langle S_z \rangle_0 = P_{z,0}$ und $\langle S_x \rangle_0$ sowie $\langle S_y \rangle_0$ werden gleichmäßig auf dem entsprechenden Kegel um die z -Achse verteilt, sodass $P_x = P_y = 0$ erfüllt ist. Abbildung 3.6 zeigt das Verhalten von 12 Spinvektoren beim Kreuzen der Imperfektionsresonanz $\gamma a = 3$ in beiden Fällen.

Bei Annäherung an die Resonanz beginnen die bis dahin stabilen $\langle S_z \rangle$ zu oszillieren, in der Resonanz fallen sie innerhalb von etwa einer halben Millisekunde ab und schwingen sich anschließend auf einen neuen stabilen Wert ein. Es ist gut zu erkennen, dass sich das Verhalten der einzelnen Spins (farbige Kurven) für unterschiedliche Startbedingungen in Folge der jeweils anderen Phasenbeziehung zur resonanztreibenden Feldkomponente unterscheidet. Besonders deutlich wird dies im Fall $\langle S_z \rangle_0 = 0,66$, in dem sich $\langle S_z \rangle$ für einige Teilchen beim Kreuzen der Resonanz sogar vergrößert. In Bezug auf die Bewegung der einzelnen Spins unterscheiden sich die beiden Szenarien deutlich, der Polarisationsgrad (schwarz) stimmt aber zu jedem Zeitpunkt gut überein. Zur Berechnung des Polarisationsgrades spielt es also keine Rolle, welche der Anschauungen für die Simulation gewählt wird. Der Vorteil des $\langle S_z \rangle_0 = \pm 1$ Ansatzes ist die präzisere Festlegung der Polarisierung, die beim Kegel-Ansatz von der gleichmäßigen Verteilung der $\langle S_x \rangle$ und $\langle S_y \rangle$ abhängig ist, die für wenige Teilchen problematisch sein kann (siehe Abschnitt 3.5). Dafür erlaubt der Kegel-Ansatz auch für geringe Teilchenzahlen eine beliebige Einstellung von P_z und veranschaulicht die Bandbreite der Spinbewegung für verschiedene Phasenbeziehungen. Deshalb wird diese für die folgenden Untersuchungen genutzt.

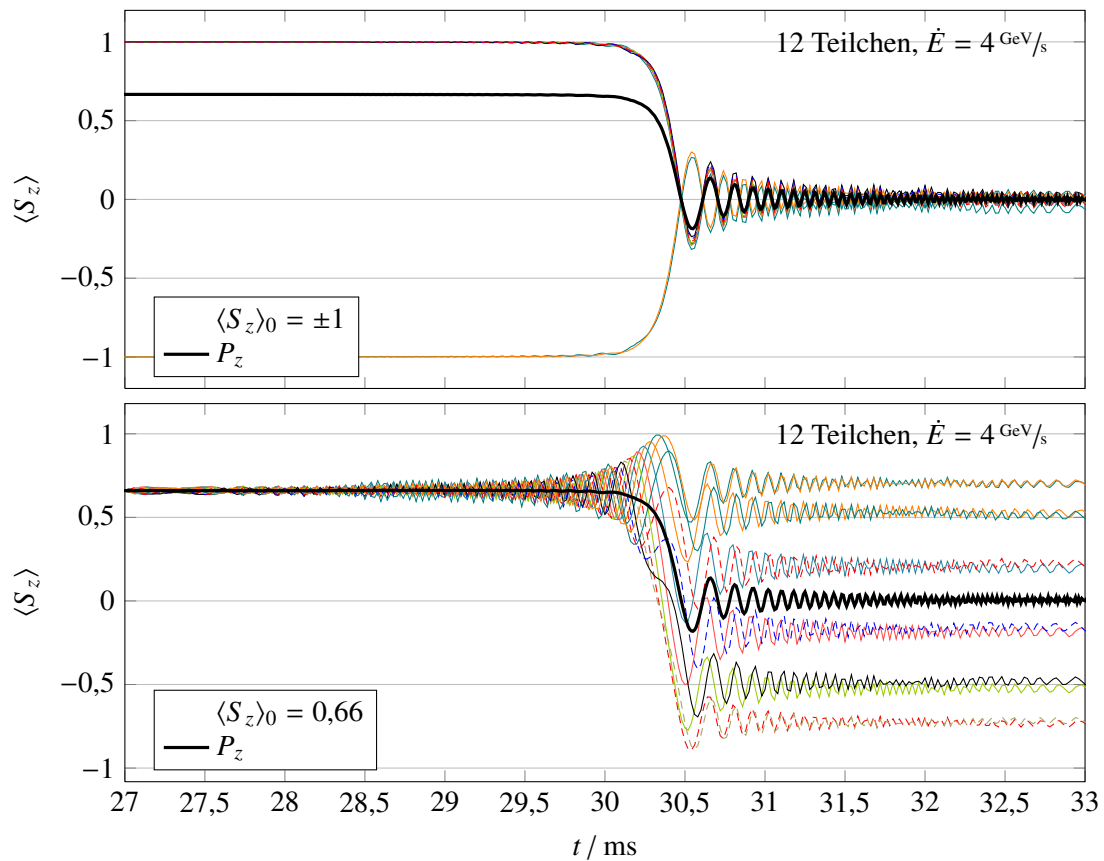


Abbildung 3.6: Kreuzen der Imperfektionsresonanz $\gamma a = 3$ im ELSA Stretcherring für verschiedene Startbedingungen mit $P_{z,0} = 66\%$

3.4.2 Implementierung von Synchrotronschwingungen

Um die Auswirkungen der Abstrahlung von Synchrotronlicht auf die Spinbewegung untersuchen zu können, wird die Funktion $\gamma(t)$ gemäß

$$\gamma(t) = \gamma_{\text{lin}}(t) + \gamma_{\text{syli}}(t) \quad (3.10)$$

modifiziert. Sie setzt sich dann aus der linearen Energierampe γ_{lin} nach Gleichung (3.9) und einem Modell für die Synchrotronstrahlung γ_{syli} zusammen, für das verschiedene Ansätze in TBMTSOLVER implementiert sind und in Zukunft weitere Verfahren untersucht werden sollen. Sie müssen im Wesentlichen in der Lage sein zwei Effekte zu simulieren:

1. Spin-Diffusion durch Dekohärenz der Spin-Präzessionen
2. Synchrotron-Seitenbänder depolarisierender Resonanzen

In wieweit das mit den bisher implementierten Verfahren möglich ist und wie diese modifiziert werden müssen, ist derzeit noch Gegenstand der Untersuchungen. Im Folgenden wird der aktuelle Kenntnisstand zusammengefasst, der auf Tests zweier Modelle der Synchrotronschwingung basiert.

Modell 1 Die einfachste Umsetzung einer Synchrotronschwingung als Energieschwingung ist

$$\gamma_{\text{syl}i}(t) = A_i \cdot \cos(2\pi f_s t + \phi_i) \quad (3.11)$$

mit einer festen Amplitude, Frequenz und Phase für jedes Teilchen i , die für TBMTSOLVER in der Konfigurationsdatei hinterlegt werden. Diese müssen dann über alle Teilchen so verteilt sein, dass sich die korrekte Verteilung im longitudinalen Phasenraum ergibt. Das heißt, die Phasen ϕ_i müssen gleichverteilt und die Amplituden A_i mit einer Breite σ_γ nach Gleichung (2.22) um die Sollenergie gaußverteilt sein. Die Frequenzen sollten die Synchrotronfrequenzen f_s ($\omega_s = 2\pi f_s$) zur entsprechenden Energie nach Gleichung (2.20) sein. Da $\gamma_{\text{syl}i}$ nur die Abweichung von der Sollenergie darstellt, liegt der Schwerpunkt der Gaußverteilung bei $\gamma_{\text{syl}i} = 0$. Das Erstellen von Einträgen für die Konfigurationsdatei mit entsprechender statistischer Verteilung wird von einem Skript übernommen, das die Gaußverteilung aus gleichverteilten Zufallszahlen näherungsweise mit Hilfe einer Irwin-Hall Verteilung der Ordnung $n = 12$ erhält⁵.

Modell 2 Ein solches Gauß-Profil der Amplituden und Frequenzen ist nur für sehr viele Teilchen möglich. Deshalb wurde zum Vergleich ein alternativer Ansatz implementiert, bei dem schon $\gamma(t)$ jedes einzelnen Teilchens mehrere Schwingungen mit gaußförmiger Gewichtung der Amplituden enthält. Das Verfahren wurde bereits in [6] vorgestellt. Es berechnet

$$\gamma_{\text{syl}i} = \sigma_\gamma \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{N}} \exp\left(-\frac{1}{2}\xi_k^2\right) \cdot \cos([\omega_s + \xi_k \Delta\omega_s]t + \phi_{k,i}) \quad , \quad (3.12)$$

wobei $\xi_k = \left(\frac{4k}{N-1} - 2\right)$ die x -Werte der Standardnormalverteilung im Intervall $[-2\sigma, 2\sigma] = [-2, 2]$ parametrisiert und $\Delta\omega_s = \omega_s(\gamma_{\text{lin}} - \sigma_\gamma) - \omega_s(\gamma_{\text{lin}})$ die der Energieverschiebung σ_γ entsprechende Verschiebung der Synchrotronfrequenz ist. N wird in der Konfigurationsdatei eingestellt und gibt die Anzahl der unterschiedlichen Schwingungen an. Deren Phasen $\phi_{k,i}$ werden für jedes Teilchen i zufällig, aber durch einen »seed« reproduzierbar, bestimmt. Es entsteht für jedes Teilchen eine Überlagerung von N Schwingungen, die alle bei jedem Teilchen vorkommen, aber in ihrer Amplitude gewichtet sind. So hat hier die Schwingung mit ω_s stets die größte Amplitude und die Teilchen unterscheiden sich nur in den Phasen $\phi_{k,i}$. Durch die Überlagerung der einzelnen Schwingungen ändert sich die Amplitude von $\gamma_{\text{syl}i}$ mit der Zeit und verläuft für jedes Teilchen anders, sodass im Gegensatz zu Modell 1 auch Schwankungen durch die Photonen-Abstrahlung vereinfacht nachempfunden werden. Dieses Verfahren ist in TBMTSOLVER implementiert, es werden lediglich die »seeds« und N bei der Konfiguration festgelegt. Die für die Berechnungen, beispielsweise von ω_s , benötigten Größen wie Resonatorspannung U_0 oder Harmonischenzahl h müssen in der Konfigurationsdatei bereitgestellt werden, was teilweise ein Skript durch Übertragen der Werte aus MAD-X übernimmt. Tabelle 3.3 enthält alle benötigten Konstanten für den ELSA Stretcherring. Darüber hinaus sind Beispiele für U_0 , f_s sowie Energie- und Frequenzbreite für verschiedene Energien angegeben. Sie spiegeln das bei ELSA übliche Verfahren wider, die Synchrotronfrequenz konstant bei $f_s = 89$ kHz zu halten, indem die Resonatorspannung U_0 mit der Energie erhöht wird. Im Folgenden wird je ein Beispiel für die zwei zu simulierenden Effekte vorgestellt.

Um Spin-Diffusion und damit Depolarisation zu beobachten, werden die Bewegungen vieler zu Beginn parallel longitudinal ($\langle S_s \rangle_0 = 1$, $\langle S_z \rangle_0 = \langle S_x \rangle_0 = 0$) ausgerichteter Spins im rein vertikalen Magnetfeld simuliert. Es wird erwartet, dass die unterschiedlichen Präzessionsgeschwindigkeiten

⁵ Die Irwin-Hall Verteilung der Ordnung n ist die Wahrscheinlichkeits-Verteilung der Summe von n gleichverteilten Zufallszahlen aus dem Intervall $[0, 1]$.

Konstanten		E/GeV	U_0/MV	q	f_s/kHz	σ_γ	σ_E/E	$\Delta f_s/\text{kHz}$
h	274	1,322	1,162	47,1	89	0,90	0,0003	0,02
R	10,96 m	1,763	1,552	19,9	89	1,60	0,0005	0,03
f_{rev}	1,824 MHz	2,203	1,945	10,2	89	2,50	0,0006	0,05
α	0,062 193 348	2,644	2,357	6,0	89	3,61	0,0007	0,07
J_s	1,931 529 77	3,085	2,808	3,8	89	4,91	0,0008	0,12
C_q	$3,84 \cdot 10^{-13}$ m	3,200	2,938	3,5	89	5,28	0,0008	0,14

Tabelle 3.3: Typische Parameter der Synchrotronschwingung im ELSA Stretcherring

zu einem Absinken der anfänglich vollständigen Polarisation $|\vec{P}|$ führen. Das Ergebnis ist in Abbildung 3.7 zu sehen: Für beide Modelle tritt keine Depolarisation auf. Dies wurde unabhängig von der Teilchenenergie, Teilchenanzahl oder Simulationsdauer beobachtet. Offensichtlich mitteln sich die Geschwindigkeitsdifferenzen der Schwingungen um die Sollenergie symmetrisch in der Weise, dass der Schwerpunkt stets in die ursprüngliche Richtung zeigt. Erst eine für jedes Teilchen unterschiedliche konstante Verschiebung von $\gamma(t)$ führt in den bisherigen Tests zu Depolarisation (grüne Kurve). Im in der Abbildung dargestellten Beispiel wurde als Verschiebung für jedes Teilchen zusätzlich zu Gleichung (3.12) A_i zu $\gamma(t)$ addiert. Dies entspricht einer Energieschwingung, die nicht um die Sollenergie zentriert ist, sondern für jedes Teilchen einen anderen Schwerpunkt hat.

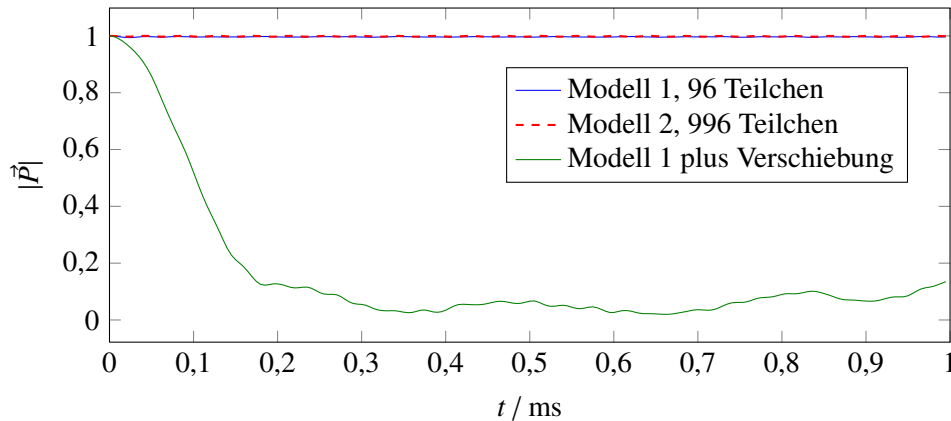


Abbildung 3.7: Spin-Diffusion und Synchrotronschwingungs-Modelle von POLE

Abbildung 3.8 zeigt ein Beispiel für Synchrotron-Seitenbänder der Imperfektionsresonanz $\gamma\alpha = 6$, die bei 2,644 GeV beziehungsweise $t = 361$ ms auftritt⁶. Dazu wurde ein resonanztreibendes Feld gewählt, das ohne Seitenbänder einen vollständigen Spin-Flip verursacht. Analog zu Abbildung 3.6 ist $\langle S_z \rangle$ von 12 Teilchen für beide beschriebenen Startbedingungen übereinander abgebildet. Zusätzlich sind nebeneinander Simulationen mit beiden Modellen für die Synchrotronschwingung aufgetragen. Für Modell 2 wurden die 12 abgebildeten Teilchen mit $N = 20$ berechnet, für Modell 1 wurde der Polarisationsgrad mit 96 Teilchen bestimmt, von denen eine Auswahl in der Abbildung dargestellt ist.

In allen vier Fällen sind vor und nach der Haupt-Resonanz je ein weiterer Zeitpunkt zu erkennen, an dem sich $\langle S_z \rangle$ vieler Teilchen ändert. Insbesondere fällt auf, dass dort auch Teilchen, die sich bisher auf Grund einer ähnlichen Phase der Spinpräzession nahezu identisch verhalten haben, jetzt unterschied-

⁶ Mit abnehmender Energie sind die Seitenbänder weniger ausgeprägt, bei $\gamma\alpha = 3$ sind sie kaum zu erkennen.

liche $\langle S_z \rangle$ bekommen, weil sich ihre Synchrotronschwingung zu diesem Zeitpunkt unterscheidet. Das zeigt sich insbesondere im Fall $\langle S_z \rangle_0 = \pm 1$ (oben), weil dort ein Großteil der Teilchen dieselben Startbedingungen hat. In Modell 1 treten stärkere Abweichungen einzelner $\langle S_z \rangle$ auf, da sich die Synchrotronschwingungen hier nicht nur in den Phasen, sondern auch in den Amplituden unterscheiden.

Beide Modelle erlauben also die Beobachtung von Seitenbändern. Sie unterscheiden sich aber deutlich in ihrer Position. So liegen sie in Modell 1 ($5,3 \pm 0,3$) ms von der Haupt-Resonanz entfernt, während die Simulation mit Modell 2 einen kleineren Abstand von ($3,7 \pm 0,3$) ms ergibt. Nach Gleichung (2.26) werden 5,375 ms erwartet. Somit ergibt Modell 1, entsprechend seiner Konzeption, das realistischere Ergebnis. Zusätzlich zu den Seitenbändern fällt an einigen Stellen auf, dass sich die Frequenz, mit der $\langle S_z \rangle$ schwingt, scheinbar verringert. Dabei handelt es sich aber um Schwebungen, die durch die Schrittweite entstehen, mit der die Datenpunkte von TBMTsolver ausgegeben und hier dargestellt werden.

Der Polarisationsgrad P_z wird in beiden Modellen durch das erste Seitenband um etwa 10 % verringert. Die Startbedingungen haben darauf abermals kaum Einfluss. Jedoch ist die Änderung des Polarisationsgrades durch das zweite Seitenband in Modell 2 etwa doppelt so groß wie in Modell 1. In beiden Modellen führen die Seitenbänder, wie in Abschnitt 2.4 erläutert, dazu, dass sich trotz vollständigem Spin-Flip in der Hauptresonanz $|P_z|$ bei der Resonanzkreuzung verringert. Der Betrag des Polarisationsvektors $|\vec{P}|$ nimmt in den Synchrotron-Seitenbändern ebenfalls ab – jeweils um etwa 5 % bis 10 %. Hier wird also Depolarisation beobachtet. In der Haupt-Resonanz bleibt $|\vec{P}|$ hingegen konstant, da die starken resonanztreibenden Felder alle Spin-Vektoren führen und in gleicher Weise »umklappen«. Da beide Modelle keine Spin-Diffusion zeigen (Abbildung 3.7), bleibt $|\vec{P}|$ nach der Resonanzkreuzung konstant, obwohl das Verschwinden der P_x - und P_y -Anteile erwartet wird. Hierzu werden weitere Studien und Modifikationen der Modelle durchgeführt, die nicht nur die Simulation weiter an das erwartete Verhalten anpassen sollen, sondern eben auch zeigen, welche Veränderung der Teilchen-Energie wie auf die Spindynamik wirkt.

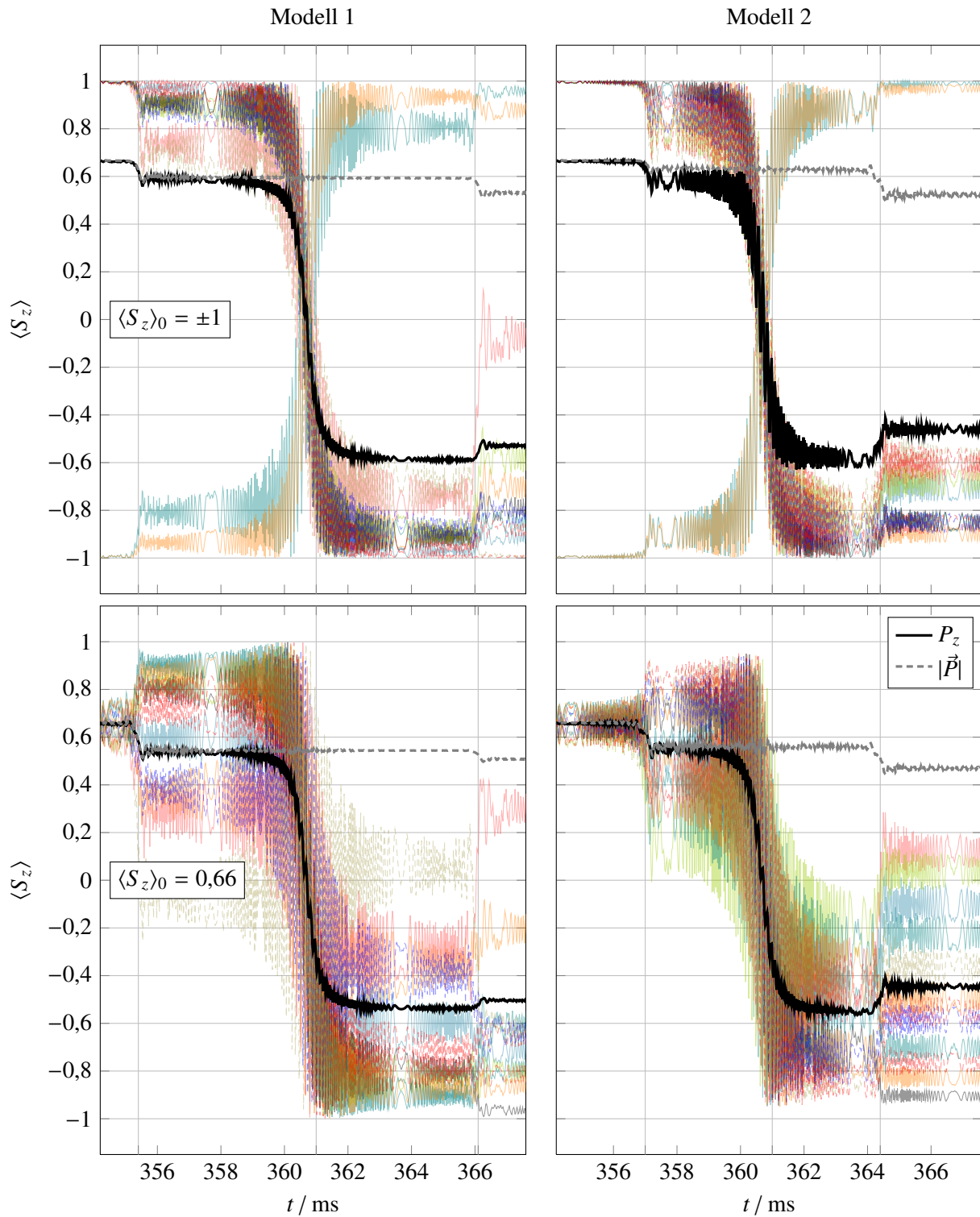


Abbildung 3.8: Simulation von Synchrotron-Seitenbändern für $\gamma a = 6$ mit verschiedenen Startbedingungen (untereinander) für beide Modelle für Synchrotronschwingungen (nebeneinander)

3.5 Konvergenzuntersuchungen am Beispiel einer Imperfektionsresonanz

POLE erlaubt es dem Nutzer anhand mehrerer Parameter die Rechenzeit gegen die Genauigkeit der Ergebnisse abzuwiegen. Das ist nur dann sinnvoll, wenn die Resultate mit zunehmender Genauigkeit konvergieren. In diesem Abschnitt wird das Konvergenzverhalten mehrerer Parameter untersucht und Messungen ihres Einflusses auf die Rechenzeit dargestellt. Da solche Studien Teil jeder neuen Untersuchung mit POLE sein sollten, wurde das Vorgehen mit einem Skript automatisiert. Es verändert den gewünschten Parameter in der Konfigurationsdatei, führt BSUPPLY und TBMTSOLVER unter Messung der Rechenzeit aus und sichert die Ergebnisse jedes Durchlaufs.

Alle hier gezeigten Beispiele stammen aus der Simulation der 3. Imperfektionsresonanz für die in Kapitel 4 diskutierte Feldverteilung im ELSA Stretcherring. Es wird der vertikale Polarisationsgrad P_z und die Polarisation $|\vec{P}|$ nach dem Kreuzen der Resonanz in Abhängigkeit folgender Parameter betrachtet:

- Fehlertoleranz der Integrationsschritte, im Folgenden Genauigkeit λ genannt
- Grenzfrequenz der Feldspektren f_{\max} (identisch für x und z)
- Anzahl der Teilchen N_p (jeweils mit Kegel-Startbedingungen, siehe Abschnitt 3.4.1)

Dabei wird immer $\dot{E} = 4 \text{ GeV/s}$ sowie das Synchrotronschwingungs-Modell 2 verwendet und mit einem Polarisationsgrad $P_z = 0,725$ vor der Resonanz begonnen. Die Datenpunkte sind zur besseren Verdeutlichung ihres Verlaufs mit Linien verbunden.

Genauigkeit λ

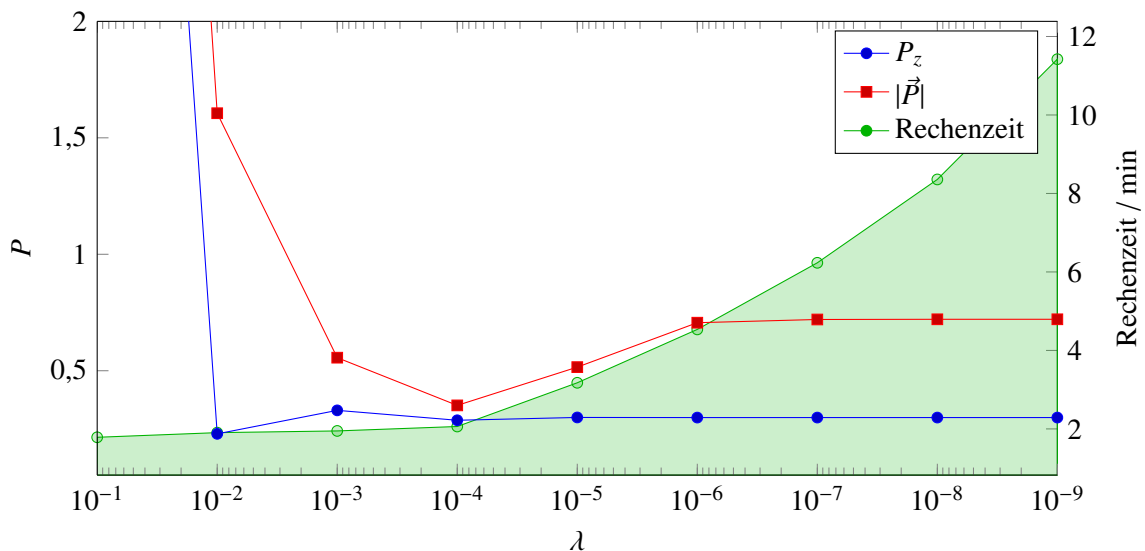


Abbildung 3.9: POLE-Konvergenzuntersuchung: Genauigkeit λ (andere Parameter: $N_p = 12$, $f_{\max} = 20$)

Wie aus Abbildung 3.9 hervorgeht, konvergieren P_z und $|\vec{P}|$ schnell mit ansteigender Genauigkeit. Dieses Verhalten bestätigt die Funktionalität der Schrittweitensteuerung des Runge-Kutta Verfahrens. Im gezeigten Beispiel führt bereits $\lambda = 10^{-2}$ zu einem ähnlichen P_z wie höhere Genauigkeiten. Das entspricht etwa einer relativen Genauigkeit von 1%. $|\vec{P}|$ zeigt allerdings erst ab 10^{-6} keine signifikante

Änderung mehr. Somit wird ein λ von 10^{-6} oder 10^{-7} für die Untersuchungen in Kapitel 4 gewählt. Eine noch höhere Genauigkeit scheint nicht sinnvoll zu sein, zumal die Rechenzeit schon ab $\lambda = 10^{-4}$ deutlich ansteigt. Vermutlich muss der Algorithmus dann erstmals regelmäßig Integrationen mit verkleinerter Schrittweite wiederholen um die geforderte Genauigkeit einzuhalten.

Grenzfrequenz f_{\max}

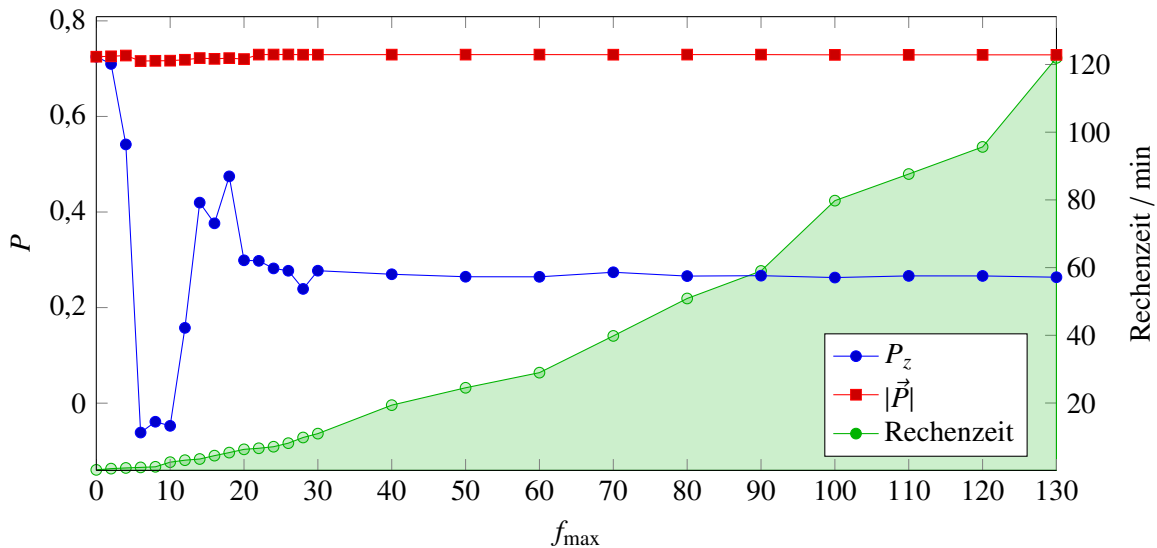


Abbildung 3.10: POLE-Konvergenzuntersuchung: Grenzfrequenz f_{\max} (andere Parameter: $N_p = 12$, $\lambda = 10^{-7}$)

In Abbildung 3.10 ist der Einfluss der Grenzfrequenz der mit BSUPPLY berechneten Feldspektren zu sehen. Für einen Umlauf eines einzelnen Spin-Vektors wurde dies bereits in Abbildung 3.5 gezeigt. Auch bei der Kreuzung einer Imperfektionsresonanz wird P_z maßgeblich von f_{\max} beeinflusst, da dieses auch die resonanztreibende horizontale Feldverteilung filtert (vgl. Abbildung 3.4). Für $f_{\max} \rightarrow 0$ ist dementsprechend keine Änderung von P_z durch die Resonanz zu erwarten. Bei Erhöhung der Grenzfrequenz sind dann deutliche Veränderungen zu beobachten. Eine einzelne Resonanzfrequenz kann, wegen der bereits diskutierten Parametrisierung (Abschnitt 2.3), aber nicht aus dem Spektrum der Umlaufharmonischen identifiziert werden. So bleibt auch für höhere Grenzfrequenzen ein leichter Einfluss auf P_z bestehen. Etwa ab einem f_{\max} von 20 bis 30 ist dieser aber vergleichsweise gering. Die danach deutlich ansteigende Rechenzeit spricht gegen die Verwendung einer höheren Grenzfrequenz für die Simulationen in Kapitel 4. Der Anstieg wird durch die Auswirkung der steileren Kanten der Feldverteilung auf die Breite der Integrationsschritte und die Feldberechnung über die Fourierreihe verursacht (Für jeden Zeitschritt müssen f_{\max} Kosinus-Funktionen berechnet und addiert werden.). Im Vergleich mit Abbildung 3.9 fällt auf, dass die Auswirkung auf die Rechenzeit hier wesentlich größer ist.

Der Betrag $|\vec{P}|$ bleibt, anders als bei Variation der Genauigkeit, nahezu unverändert. Das liegt daran, dass mit dem beschriebenen Modell 2 für die Synchrotronschwingung bisher keine Depolarisation beobachtet wurde – unabhängig von der Feldverteilung und damit auch von f_{\max} .

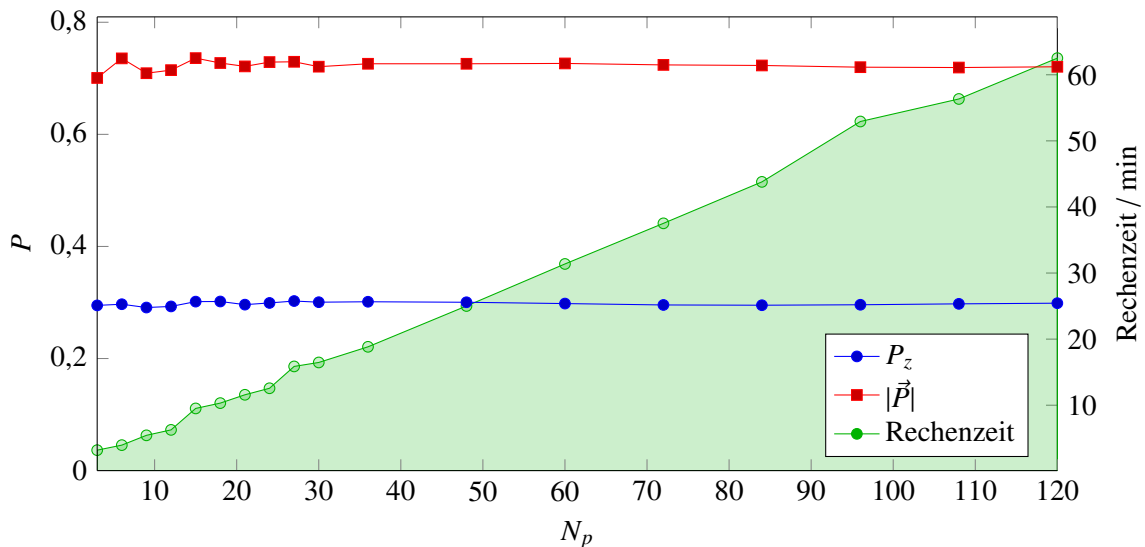
Teilchenzahl N_p

 Abbildung 3.11: POLE-Konvergenzuntersuchung: Teilchenzahl N_p (andere Parameter: $\lambda = 10^{-7}$, $f_{\max} = 20$)

Abbildung 3.11 zeigt, dass schon wenige Teilchen ausreichen um P_z zu simulieren. Der Betrag des Polarisationsvektors weicht dann allerdings noch etwas ab, da bei den gewählten Kegel-Startbedingungen die Mittelung der $\langle S_x \rangle_0$ und $\langle S_y \rangle_0$ dann noch nicht präzise funktioniert. Neben den Startbedingungen unterscheiden sich die Teilchen nur in ihren Synchrotronschwingungen, deren Einfluss auf $\gamma a = 3$ sehr gering ist. Somit bestätigt diese Messreihe in erster Linie die geeignete Wahl der Startbedingungen. Die Rechenzeit steigt näherungsweise linear mit der Teilchenzahl. Eine genauere Betrachtung in Abbildung 3.12 veranschaulicht aber die Zeitersparnis durch Parallelisierung der Threads. Für die dargestellte Messung wurde ein Prozessor mit 12 Kernen⁷ verwendet, aber unterschiedlich viele parallele Threads zugelassen. Sobald N_p die Anzahl n der Threads übersteigt, steigt die Rechenzeit sprunghaft an, weil die Berechnung der zusätzlichen Teilchen dann erst nach Abschluss der ersten n Teilchen beginnt. So wird im Idealfall eine Stufenfunktion der Stufenbreite n erwartet. Die Messung zeigt aber, dass die Rechenzeit auch innerhalb einer Stufe leicht mit der Teilchenzahl steigt, die Threads also nicht vollkommen unabhängig voneinander sind. Dieser Effekt scheint mit stärkerer Auslastung des Prozessors zuzunehmen. Trotzdem erweist sich das Ausschöpfen des Potentials von Mehrkernprozessoren bei passender Wahl der Teilchenzahl als sehr zeitsparend. Für die Simulationen in Kapitel 4 werden deshalb die möglichen 12 Threads mit 12 Teilchen genutzt.

⁷ Intel® Core™ i7 - 3930K CPU mit 3,2 GHz und 6 nativen Kernen. Alle angegebenen Rechenzeiten wurden mit diesem System gemessen.

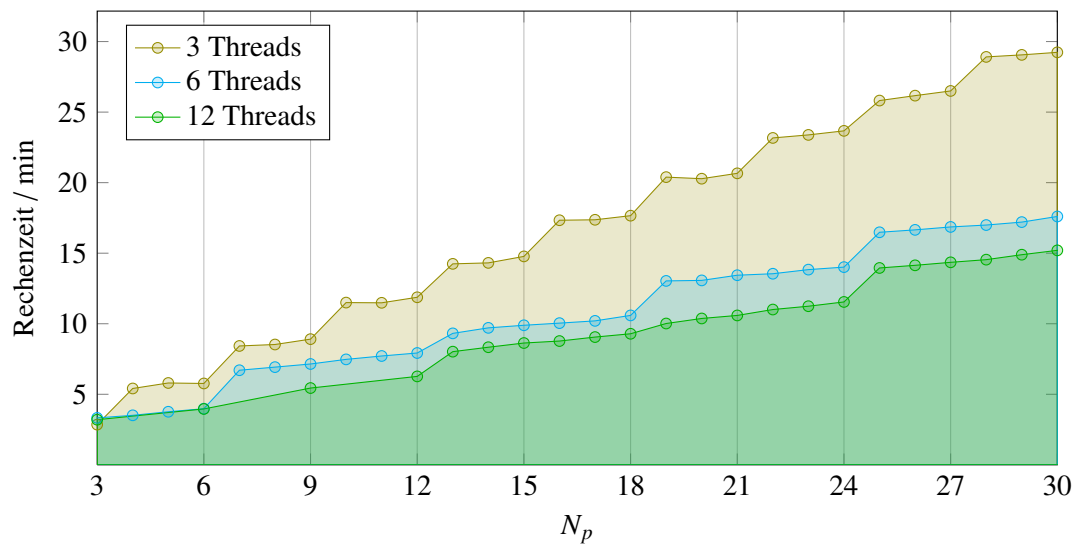


Abbildung 3.12: TBMTSOLVER Rechenzeit für unterschiedlich viele parallele Threads in Abhängigkeit von der gewählten Teilchenzahl N_p (andere Parameter: $\lambda = 10^{-7}$, $f_{\max} = 20$)

Kapitel 4

Die Korrektur von Imperfektionsresonanzen an ELSA

Als Anwendungsbeispiel für POLE wird in diesem Kapitel die Korrektur von Imperfektionsresonanzen im ELSA Stretcherring betrachtet. Abschnitt 4.1 erklärt zunächst das Korrektur-Verfahren, das auf die in Abschnitt 4.2 vorgestellten Korrektormagnete zurückgreift. Es folgen Untersuchungen der eingestellten Feldverteilung mit BSUPPLY, bevor abschließend deren Auswirkungen auf den Polarisationsgrad mit TBMTSOLVER simuliert werden.

4.1 Die Harmonischen-Korrektur

Während der Nachbeschleunigung des Elektronenstrahls im ELSA Stretcherring werden, je nach gewählter Endenergie, verschiedene Imperfektionsresonanzen gekreuzt. Sie sind in Tabelle 4.1 angegeben.

γa	3	4	5	6	7
Energie / GeV	1,322	1,763	2,203	2,644	3,084
Zeit / ms	30,5	140,6	250,8	361,0	471,1

Tabelle 4.1: Energien der Imperfektionsresonanzen, sowie Zeitpunkte nach Rampstart bei $\dot{E} = 4 \text{ GeV/s}$

Zur Korrektur von Imperfektionsresonanzen im ELSA Stretcherring wird die Resonanzstärke reduziert. Das heißt, es wird für ein Zeitintervall um den Resonanz-Zeitpunkt eine zusätzliche Feldverteilung angelegt, die gerade so eingestellt wird, dass sie die resonanztreibende Feldkomponente kompensiert, also dieselbe Frequenz und Amplitude aber eine um 180° verschobene Phase aufweist. Weil solche Felder für Imperfektionsresonanzen umlaufperiodisch sind, wird dieses Verfahren Harmonischen-Korrektur genannt. Das benötigte Korrekturfeld wird analog zur Fourierreihe aus Gleichung (2.10) als

$$\alpha(\theta) = A \cos(\gamma a \theta - \varphi) = B \sin(\gamma a \theta) + C \cos(\gamma a \theta) \quad (4.1)$$

beschrieben¹, wobei der Umlauf im Beschleuniger nicht mit der Zeit sondern mit dem Spin-Phasenverschub θ parametrisiert wird, da die resonante Feldverteilung, wie in Abschnitt 2.3 erläutert, nur in diesem System als einzelne Frequenzkomponente existiert und die Korrektur somit bezüglich diesem Parameter eingestellt werden muss. Die Feldverteilung kann im ELSA-Kontrollsystem wahlweise über die Amplitude A und Phase φ einer Kosinusfunktion oder über die Amplituden B und C einer Sinus- und einer Kosinusfunktion festgelegt werden, wobei die Amplituden als Kickwinkel α in mrad angegeben

¹ Das Vorzeichen von φ entspricht hier der Konvention des ELSA-Kontrollsystems.

werden. Beide Parameterpaare lassen sich ineinander umrechnen:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{B^2 + C^2} & B &= A \sin \varphi \\ \varphi &= \arctan\left(\frac{B}{C}\right) & C &= A \cos \varphi \end{aligned} \quad (4.2)$$

Da θ umlaufperiodisch ist, kann die korrigierende horizontale Feldverteilung durch zeitlich konstante Felder der momentan 30 vertikalen Korrektormagnete des Stretcherrings appliziert werden. Die exakte Position der Korrektormagnete zwischen den Dipolen ist dabei für die Harmonischen-Korrektur unerheblich, weil auf Grund der unterbrochenen Präzession alle Felder zwischen zwei Dipolmagneten zum selben θ gehören (Abbildung 2.3). Primäre Aufgabe dieses im nächsten Abschnitt 4.2 vorgestellten Systems ist die Korrektur des vertikalen Orbits.

Das Hauptproblem bei dieser Art von Korrektur ist, dass die aus Feldfehlern bestehende resonanztreibende Feldverteilung unbekannt ist und aus Messungen prinzipiell nicht mit ausreichender Genauigkeit bestimmt werden kann. Deshalb müssen die zwei freien Parameter der Harmonischen-Korrektur (A und φ oder B und C) empirisch eingestellt werden. Für jede Resonanz werden dafür nacheinander beide Parameter systematisch variiert und für jede Einstellung der Polarisationsgrad mit dem Møller Polarimeter am Crystal Barrel Experiment gemessen. An jede dieser Messreihen wird eine Gaußfunktion angepasst und der dem Maximum entsprechende Parameterwert als ideale Einstellung der Korrektur angenommen. Dieses Vorgehen ist sehr zeitaufwändig, weil jede einzelne Polarisationsmessung etwa 10 min bis 15 min benötigt. Damit dauert die gesamte Polarisations-Optimierung, die zu Beginn jeder Strahlzeit mit polarisierten Elektronen durchgeführt werden muss, mindestens 12 h. Dabei setzt sie die Unabhängigkeit der beiden Korrektur-Parameter voraus, die mathematisch zwar gegeben ist, in der Praxis aber von der Zusammensetzung der Feldverteilung abhängt, die deshalb in Abschnitt 4.3 mit BSUPPLY analysiert wird. In Abschnitt 4.4 wird schließlich die empirische Polarisations-Optimierung mit TBMT-SOLVER simuliert.

4.2 Das Korrektorsystem von ELSA

Um die Harmonischen-Korrektur auf der Energierampe im ELSA Stretcherring zu applizieren, müssen die Korrektormagnete in der Lage sein, die gewünschte periodische Feldverteilung räumlich korrekt und genau zum Zeitpunkt der Imperfektionsresonanz zu erzeugen. Dieser Abschnitt gibt einen kurzen Überblick über das System. Dabei ist zu beachten, dass derzeit ein neues Korrektorsystem für den ELSA Stretcherring in Betrieb genommen wird, das auch die Harmonischen-Korrektur verbessern soll. Alle Korrektormagnete werden bereits von neu entwickelten Netzgeräten angesteuert [10], die Magnete selbst werden demnächst ausgetauscht. Dadurch können im Vergleich zum alten System höhere Feldstärken und kürzere Anstiegszeiten realisiert werden. Diese Umstellung hat keinen Einfluss auf die Simulationen, da diese immer auf der Annahme basieren, dass die eingestellten Feldstärken exakt anliegen.

Zur Zeit sind im ELSA Stretcherring 30 vertikale Korrektormagnete in Betrieb. Ihre Spulen erzeugen aus einem maximalen Strom von 1,5 A ein Magnetfeld mit $B_{\max} = 17$ mT maximaler Feldstärke [18], was nach Gleichung (3.6) einem maximalen Kickwinkel von

$$\alpha_{\max} \approx \frac{1 \text{ mrad}}{E/\text{GeV}} \quad (4.3)$$

entspricht². In der Praxis wird der für die Harmonischen-Korrektur zur Verfügung stehende Kickwinkel darüber hinaus durch die Orbitkorrektur begrenzt, die bereits einen gewissen Kickwinkel an jedem Korrektor erfordert. Zu diesem wird dann die Harmonischen-Korrektur addiert, die nur noch den verbleibenden Spielraum bis zur Maximalamplitude nutzen kann. Die neuen Magnete werden mit bis zu 8 A Stromstärke 40 mT maximale Feldstärke ermöglichen.

Im Jahr 2011 wurde die Anzahl der vertikalen Korrektormagnete N^{kor} von 18 auf 30 erhöht. Damit kann die Harmonischen-Korrektur mit mehr Stützstellen entlang des Stretcherrings appliziert werden. Die Auswirkung dieses Ausbaus wird in Abschnitt 4.3 und 4.4 untersucht.

Neben der Bereitstellung der benötigten Feldverteilung ist die zeitliche Abstimmung mit der Energie-rampe für die Harmonischen-Korrektur entscheidend. Die Netzgeräte der Korrektormagnete können Ströme in Millisekunden-Auflösung applizieren, die zuvor für einen ELSA-Zyklus aus dem ELSA-Kontrollsystem vorgegeben und im Netzgerät abgespeichert werden. Damit die Felder der Harmonischen-Korrektur zum richtigen Zeitpunkt anliegen, muss die Anstiegszeit des Magnetfeldes berücksichtigt werden. Abbildung 4.1 beinhaltet eine vergleichende Messung des Ist-Stroms in einem alten und einem neuen Korrektormagneten, denen vom ELSA-Kontrollsystem ein Rechtecksignal mit 1 A Amplitude beginnend 500 ms nach Zyklus-Start vorgegeben wurde. Die Messung wurde unter realen Bedingungen mit den neuen Netzgeräten im Beschleunigerring durchgeführt.

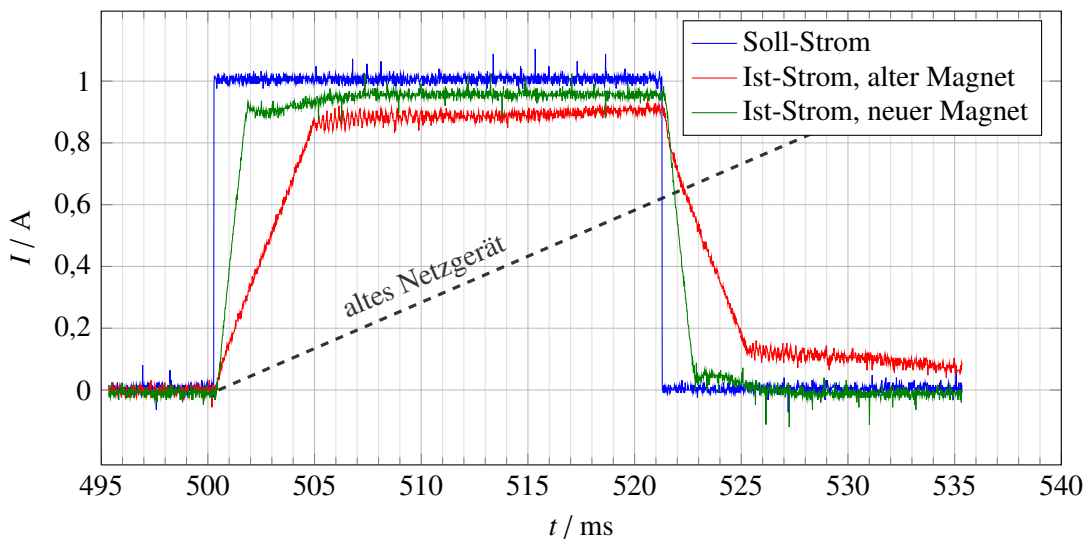


Abbildung 4.1: Messung des Ist-Stroms eines alten und neuen Korrektormagneten

Beide Magnete reagieren innerhalb einer Millisekunde auf die Änderung des Soll-Stroms, werden aber auf etwas weniger als 1 A geregelt. Letzteres wird in der Praxis aber durch den empirisch bestimmten Skalierungsfaktor aufgefangen. Der alte Magnet braucht für den gesamten Anstieg etwa 5 ms, der neue Magnet erreicht den gewünschten Strom schon nach etwa 2 ms. Vor Austausch der Netzgeräte wurden dafür noch über 30 ms benötigt.

Um dennoch eine Harmonischen-Korrektur zum richtigen Zeitpunkt zu ermöglichen, wird bisher die benötigte Stromstärke nicht als Rechteck appliziert, sondern langsam linear angefahren – beginnend typischerweise 0,15 GeV unterhalb der Resonanzenergie. Zusätzlich werden alle Korrektorstrome als sogenannte *Schleppfehler-Korrektur* $\tau = 10$ ms früher appliziert als die entsprechenden Felder anliegen sollten. Der zeitliche Verlauf des Korrektorkickwinkels ist in Abbildung 4.2 (a) schematisch dargestellt.

² Der Skalierungsfaktor η liegt für alle alten Korrektormagnete etwa im Bereich $1,1 \text{ }^{\circ}/\text{mrad GeV}$ bis $1,3 \text{ }^{\circ}/\text{mrad GeV}$.

Dabei steht t_{res} für den Zeitpunkt der Resonanz. Die graue Linie zeigt den erwarteten Ist-Wert mit dem beschriebenen linearen Verlauf zwischen t_{start} und t_{stop} , der bei $\dot{E} = 4 \text{ GeV/s}$ etwa 75 ms lang ist. Um diesen unter Berücksichtigung des Schleppfehlers τ zu erreichen, müssen die in rot dargestellten Soll-Werte appliziert werden.

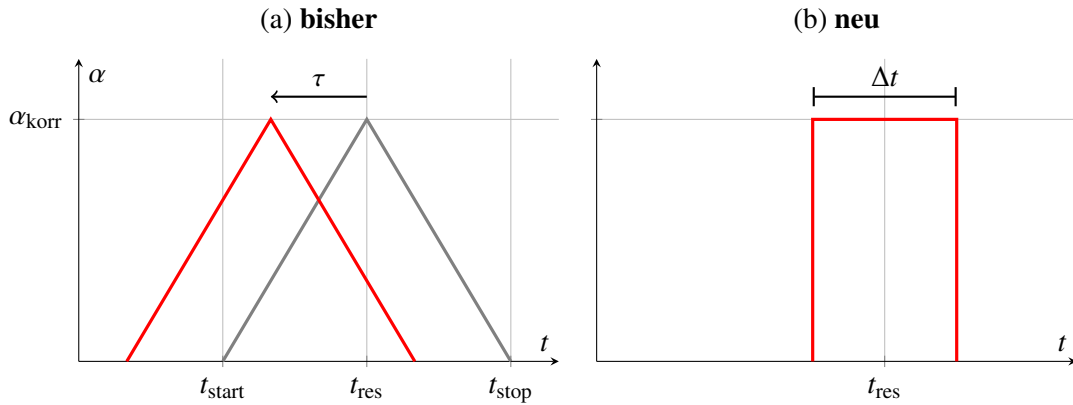


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung des zeitlichen Verlaufs der Harmonischen-Korrektur

Problematisch ist bei diesem Verlauf, dass nur für genau 1 ms tatsächlich die gewünschte Feldverteilung anliegt. Sollten die Korrektormagnete nicht alle gleich schnell sein oder ist die empirische Einstellung von τ ungenau, wird nicht die korrekte Harmonischen-Korrektur appliziert. Außerdem wirkt so auf die Synchrotron-Seitenbänder eine andere Korrektur als auf die Haupt-Resonanz, da sie, wie die Simulationen in Abschnitt 3.4.2 gezeigt haben, mehrere Millisekunden vor beziehungsweise nach der Haupt-Resonanz auftreten. Aus diesen Gründen wurde der zeitliche Verlauf an das neue, schnellere Korrektorsystem angepasst und kann jetzt als Rechteckpuls appliziert werden, wie in Abbildung 4.2 (b) dargestellt. Dessen Mittelpunkt wird auf den Resonanzzeitpunkt gesetzt und seine einstellbare Breite Δt garantiert unter Berücksichtigung der Anstiegszeit das Anliegen der richtigen Korrektur für Resonanz und Seitenbänder. Messungen der Auswirkung auf die Polarisation und den Orbit stehen noch aus.

4.3 Analyse der Feldverteilung der Harmonischen-Korrektur (B_{SUPPLY})

Das in Abschnitt 4.1 beschriebene Prinzip der Harmonischen-Korrektur ist darauf angewiesen, dass die Änderung der resonanztreibenden Feldkomponente durch die Harmonischen-Korrektur tatsächlich der eingestellten Feldverteilung (Gleichung 4.1) entspricht. Abbildung 4.3 veranschaulicht die dabei auftretende Schwierigkeit: Das zusätzliche horizontale Feld in den Korrektormagneten wirkt nicht nur auf den Spin, sondern auch auf die Teilchenbahn, was zu einer Änderung des vertikalen Closed Orbits bei eingeschalteter Harmonischen-Korrektur führt. In der Abbildung 4.3 ist die veränderte Ablage an allen BPMs zu erkennen. Sie spiegelt den zeitlichen Verlauf³ der Harmonischen-Korrektur wider.

Aus diesen zusätzlichen vertikalen Ablagen Δz folgen wiederum zusätzliche horizontale Felder in den Quadrupolmagneten und damit insgesamt eine Änderung der horizontalen Feldverteilung, die von der Einstellung abweicht:

$$\alpha^{\text{korr}}(\theta) + \alpha^{\text{quad}}(\Delta z, \theta) \neq A \cos(\gamma a \theta - \varphi) \quad . \quad (4.4)$$

³ Diese Messung wurde mit dem bisherigen Verlauf der Harmonischen-Korrektur aufgenommen (Abbildung 4.2 (a))

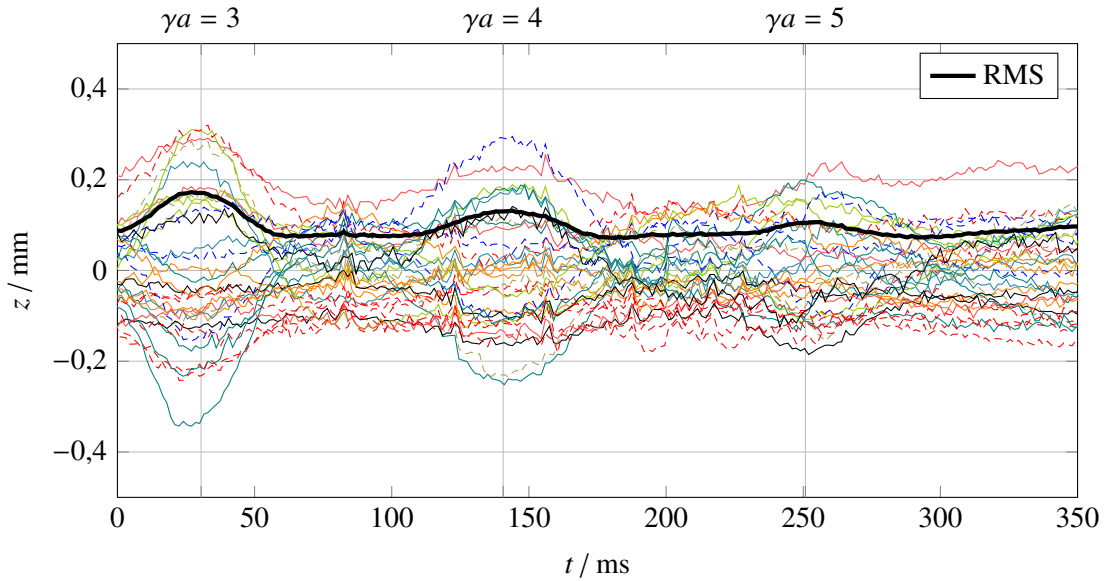


Abbildung 4.3: Messung des vertikalen Closed Orbits an 32 BPMs im ELSA Stretcherring bei aktiver Harmonischen-Korrektur ($t = 0$ ms bei Rampstart)

Insbesondere wird im Allgemeinen γa nicht mehr die einzige Frequenzkomponente des zusätzlichen Feldes sein. Zur Analyse der Korrektur wird die Änderung der Gesamtfeldverteilung in Abhängigkeit von den eingestellten Korrektur-Parametern wie in Gleichung (4.4) bestimmt. An die Verteilung wird dann wieder eine Kosinusfunktion (4.1) der Frequenz γa angepasst und damit die tatsächlich resultierenden Parameter A_{res} und φ_{res} der resonanten Feldkomponente der Korrektur ermittelt. Diese Berechnungen werden vom Differenz-Modus von BSUPPLY (Abschnitt 3.3.7) durchgeführt. Dabei kann die Änderung des Closed Orbits sowohl aus Messungen mit dem ELSA-Kontrollsystem als auch aus einer MAD-X Simulation importiert werden. Letzteres erlaubt die schnelle Analyse der Harmonischen-Korrektur für beliebige Lattices, beispielsweise für eine unterschiedliche Anzahl von Korrektormagneten.

Die Harmonischen-Korrektur wird im MAD-X-Lattice des ELSA Stretcherrings durch Eintragen des richtigen Kickwinkels für jeden einzelnen Korrektormagneten eingestellt. Diese Aufgabe übernimmt ein Skript, das dabei genauso vorgeht wie das ELSA-Kontrollsystem: Aus den vorgegebenen Werten für Amplitude A , Phase φ und γa (Frequenz) wird für jeden der 24 äquidistanten Spin-Phasenvorschübe zwischen zwei Dipolen der Kickwinkel $\alpha(\theta)$ nach (4.1) berechnet und dem jeweils ersten Korrektor in diesem Segment zugewiesen. Eventuell vorhandene weitere Korrektoren tragen nicht zur Harmonischen-Korrektur bei.

Für die Bestimmung der resultierenden Korrektur-Parameter A_{res} und φ_{res} wird auf die Spektren-Ausgabe von BSUPPLY zurückgegriffen. Zusätzlich wird ein *Least Square Fit* mit GNUPLLOT durchgeführt, das auch die Genauigkeit der Anpassung ausgibt.

Abbildung 4.4 zeigt ein Beispiel der Ergebnisse der aus MAD-X ermittelten Feldverteilung für $\gamma a = 3$. Dabei wurde das Lattice des Stretcherrings mit $N^{\text{korr}} = 18$ Korrektormagneten von 2010 verwendet. Im oberen Teil sind die Kickwinkel gegen θ aufgetragen. Es ist gut zu erkennen, dass die Korrektorkickwinkel der eingestellten Verteilung mit

$$A = 0,1 \text{ mrad} \quad \text{und} \quad \varphi = 60^\circ$$

entsprechen und an 6 der 24 Stützstellen auf Grund der nur 18 Korrektoren überhaupt kein Korrektor-

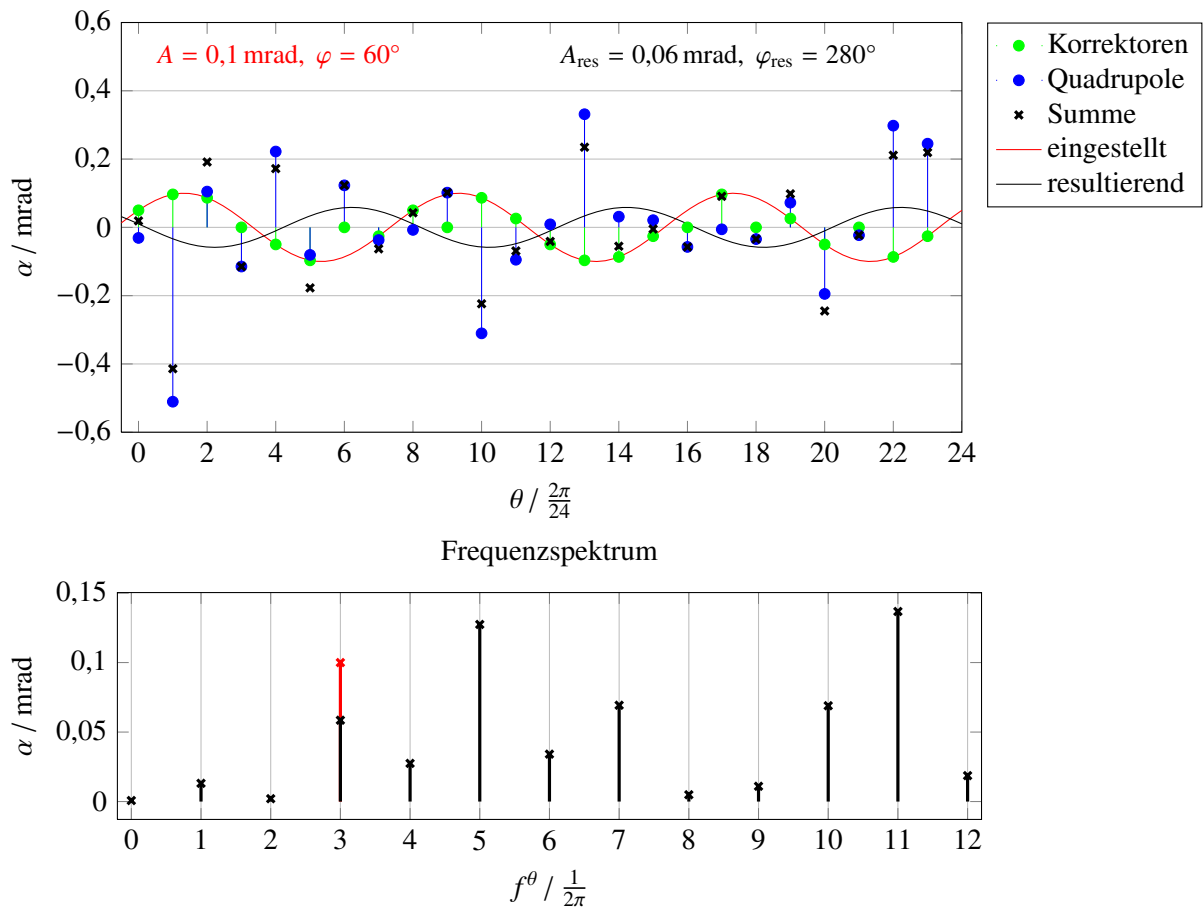


Abbildung 4.4: Beispiel für Feldverteilung der Harmonischen-Korrektur bei $\gamma a = 3$

kickwinkel vorliegt. Die Beiträge der Quadrupole verändern die Verteilung aber deutlich: In der Summe aus Korrektor- und Quadrupol-Kickwinkeln ist keine Kosinusfunktion mehr erkennbar. GNUPLOT bestimmt die resultierenden Parameter zu

$$A_{\text{res}} = (0,06 \pm 0,05) \text{ mrad} \quad \text{und} \quad \varphi_{\text{res}} = (280 \pm 50)^\circ \quad .$$

Der insbesondere für die Amplitude große Fehler und die Tatsache, dass die Anpassung nur bei Vorgabe geeigneter Startwerte in GNUPLOT konvergiert, bestätigen den subjektiven Eindruck aus der Abbildung. Im unteren Teil von Abbildung 4.4 ist das zugehörige Spektrum aus BSUPPLY zu sehen. Es verdeutlicht zusätzlich, dass die Gesamtfeldverteilung nicht nur die gewünschte Frequenzkomponente enthält. Aus diesem Spektrum berechnet BSUPPLY Amplitude und Phase der Resonanzfrequenz $f^\theta = 3/2\pi$ zu

$$A_{\text{res}} = 0,0585 \text{ mrad} \quad \text{und} \quad \varphi_{\text{res}} = 279^\circ \quad .$$

Dieses Ergebnis stimmt gut mit den von GNUPLOT ermittelten Werten überein, was die augenscheinlich beliebige Anpassung einer Kosinusfunktion durch GNUPLOT bestätigt. Trotzdem sind diese Ergebnisse in erster Linie als qualitative Analyse zu verstehen.

Diese Abweichungen der resultierenden von den eingestellten Parametern der Feldverteilung wurden bereits in [23] auf der Basis von Messungen des Closed Orbits für verschiedene Harmonischen-

Korrektur Einstellungen analysiert. Dabei wurde ein MATLAB®-Programm benutzt, das jetzt vollständig von BSUPPLY ersetzt wird. Um die Abweichungen systematisch zu erfassen, werden die resultierenden Parameter für viele Einstellungen ermittelt und gegen die eingestellten Parameter aufgetragen. Dies geschieht exemplarisch durch Variation von φ bei konstantem $A = 0,1$ mrad.

In Abbildung 4.5 sind für $\gamma a = 3$ sowohl die auf der Messung [23] des Orbits basierenden als auch die jetzt mit MAD-X simulierten Ergebnisse zu sehen. Dabei sind jeweils die per *Least Square Fit* ermittelten Parameter abgebildet und im Fall der simulierten Daten auch die von GNU PLOT berechneten Fehler dargestellt, um die ungenaue Anpassung zu veranschaulichen. Zur Verdeutlichung des Verlaufs sind die Datenpunkte mit Linien verbunden.

Der obere Teil der Abbildung enthält A_{res} , der untere φ_{res} . Beide zeigen eine deutliche Abweichung von den eingestellten Parametern (violett). Insbesondere ist die resultierende Amplitude von der eingestellten Phase abhängig, was die sukzessive empirische Optimierung problematisch macht. Die resultierende Phase steigt deutlich langsamer als die eingestellte, sodass nicht der gesamte Parameter-Bereich abgedeckt werden kann. Dadurch kann möglicherweise gerade die optimale Korrektur nicht eingestellt werden. Die Fehlerbalken verdeutlichen die Ungenauigkeit der Anpassung, die in diesem Beispiel insbesondere für die Amplitude groß ist. Die fehlenden Werte für kleine φ sind darauf zurückzuführen, dass die Anpassung mit GNU PLOT in diesen Fällen trotz Vorgabe geeigneter Startwerte nicht konvergiert. Die jeweils zusätzliche Bestimmung der resultierenden Parameter aus dem Spektrum mit BSUPPLY ergibt aber stets gut übereinstimmende Ergebnisse, wie im oben vorgestellten Beispiel (Abb. 4.4) beschrieben. φ_{res} kann gerade für die φ , bei denen Messung und Simulation gut übereinstimmen, wesentlich präziser ermittelt werden. Die in Anbetracht der großen Unsicherheit der angepassten Parameter gute Übereinstimmung von Messung (blau) und Simulation (schwarz) rechtfertigt eine Verwendung der MAD-X Simulation für weitere Untersuchungen der Harmonischen-Korrektur.

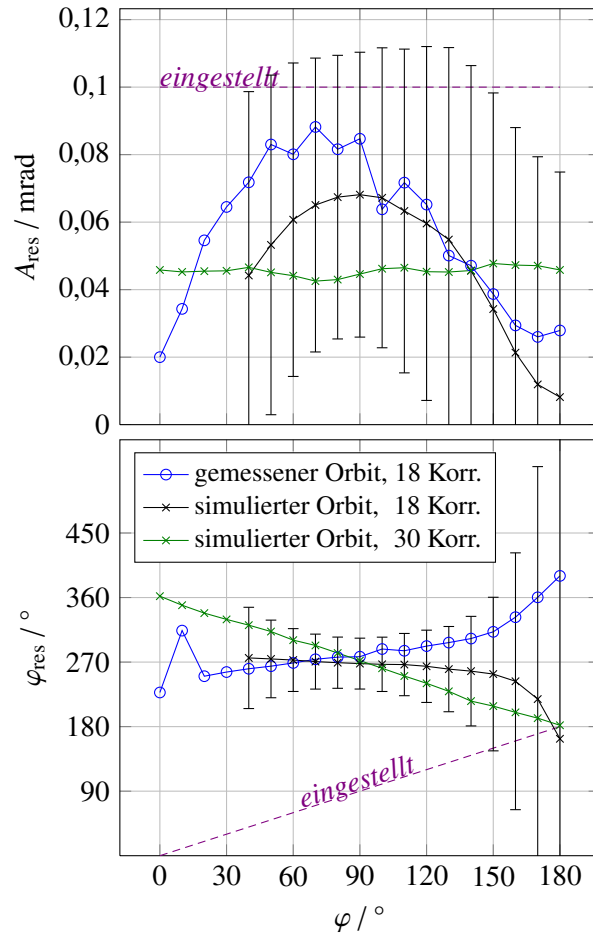


Abbildung 4.5: Resultierende Parameter der Harmonischen-Korrektur für $\gamma a = 3$

Der Einsatz von nur 18 Korrektoren bei 24 Segmenten verringert die Genauigkeit mit der die gewünschte Verteilung appliziert werden kann. Wird das aktuelle Lattice mit 30 Korrektormagneten verwendet (grün), ergibt die Berechnung mit BSUPPLY ein deutlich stabileres Verhalten der Amplitude, das ebenfalls in Abbildung 4.5 eingetragen ist. Auch die Phase deckt dann den gewünschten Bereich von 180° vollständig und linear ab, wenn auch die Steigung das falsche Vorzeichen hat. Für die Einstellung von $\gamma a = 3$ sollte die Erhöhung der Magnetanzahl also eine Verbesserung darstellen. Entscheidend ist dabei die Unterbringung eines Korrektormagneten in möglichst jedem der 24 Segmente. Für höhere Resonanzen ist der Unterschied durch zusätzliche Korrektoren allerdings geringer (siehe Anhang A). An

der grundlegenden Abweichung der Feldverteilung von der eingestellten Kosinusschwingung ändert die Anzahl der Korrektormagnete nichts.

Für die vierte bis sechste Imperfektionsresonanz sind die Ergebnisse in Anhang A zu finden. Eine detaillierte Diskussion findet in [23] statt. Letztlich können die Abweichungen der Parameter dazu führen, das bei der empirischen Polarisations-Optimierung nicht das globale Maximum erreicht wird. In Abschnitt 4.4 wird dieser Vermutung mit Hilfe von Simulationen der Optimierung nachgegangen.

4.3.1 Das neue Korrektur-Schema

Das geschilderte Problem der Harmonischen-Korrektur kann zwar nicht durch zusätzliche Korrektoren, aber durch die Berücksichtigung der Closed Orbit Änderung Δz bei der Bestimmung der Korrektorkickwinkel gelöst werden. Dies wurde in einem neuen Korrektur-Schema im ELSA-Kontrollsystem implementiert [4], das im Folgenden beschrieben und mit Hilfe der bereits bekannten Analyse durch BSUPPLY basierend auf MAD-X Simulationen des Closed Orbits auf seine Funktionalität geprüft wird. Für eine der Einstellung entsprechende Gesamtfeldverteilung muss $\alpha_{\text{neu}}^{\text{kor}}r$ so berechnet werden, dass

$$\alpha_{\text{neu}}^{\text{kor}}r(\theta) + \alpha^{\text{quad}}(\Delta z, \theta) \stackrel{!}{=} A \cos(\gamma a \theta - \varphi) \quad (4.5)$$

mit den eingestellten Parametern gilt, also $A = A_{\text{res}}$ und $\varphi = \varphi_{\text{res}}$ ist. Die »Orbit Antwort« Δz in jedem Quadrupol i auf Kickwinkel aller Korrektoren j wird unter der Annahme linearer Strahloptik von der sogenannten *Orbit Response Matrix* ORM mit

$$\vec{\Delta z} = \text{ORM} \cdot \vec{\alpha}^{\text{kor}}r, \quad \text{ORM}_{ij} = \frac{\Delta z_i}{\alpha_j^{\text{kor}}r} \quad (4.6)$$

gegeben. Mit ihrer Hilfe und der Quadrupolstärke k und -länge l kann Gleichung (4.5) für jedes der 24 Segmente mit konstantem θ als

$$\sum_{j \in \theta} \alpha_{\text{neu},j}^{\text{kor}}r + \sum_{i \in \theta} l_i \cdot k_i \cdot \Delta z_i \stackrel{!}{=} A \cos(\gamma a \theta - \varphi) \quad (4.7)$$

geschrieben werden. Dabei wird über alle Korrektoren (j) und Quadrupole (i) summiert, die sich im entsprechenden Segment zu diesem Spin-Phasenvorschub θ befinden. Beide Terme auf der linken Seite der Gleichung können so zusammengefasst werden, dass sie durch eine einzige Matrix repräsentiert werden. In vektorieller Schreibweise und mit

$$\begin{pmatrix} A \cos(\gamma a \theta_1 - \varphi) \\ \vdots \\ A \cos(\gamma a \theta_{24} - \varphi) \end{pmatrix} =: \vec{\alpha}_\theta(A, \varphi)$$

lautet Gleichung (4.7) dann:

$$\text{HCM} \cdot \vec{\alpha}_{\text{neu}}^{\text{kor}}r \stackrel{!}{=} \vec{\alpha}_\theta(A, \varphi) \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\alpha}_{\text{neu}}^{\text{kor}}r \stackrel{!}{=} \text{HCM}^{-1} \cdot \vec{\alpha}_\theta(A, \varphi) \quad (4.8)$$

Die sogenannten *Harmonic Correction Matrix* HCM der Dimension $N_{\text{kor}} \times N_\theta$ ergibt multipliziert mit einem Kickwinkel jedes Korrektormagneten den resultierenden Gesamtkickwinkel in jedem Segment, also für jedes θ . Die erforderlichen Korrektorkickwinkel können also durch Multiplikation der invertierten HCM mit den gewünschten Gesamtkickwinkeln berechnet werden.

Benötigt wird dafür lediglich die Orbit Response Matrix, die, wie der Closed Orbit selbst, sowohl simuliert als auch gemessen werden kann. Für die Berechnung der neuen Harmonischen-Korrektur im ELSA-Kontrollsystem wird eine simulierte ORM verwendet und die HCM mittels *singular value decomposition* (SVD) numerisch invertiert. Momentan werden dabei $N_{\text{kor}} = N_{\theta} = 24$ Korrektoren einbezogen, die im entsprechenden Programm ausgewählt werden können.

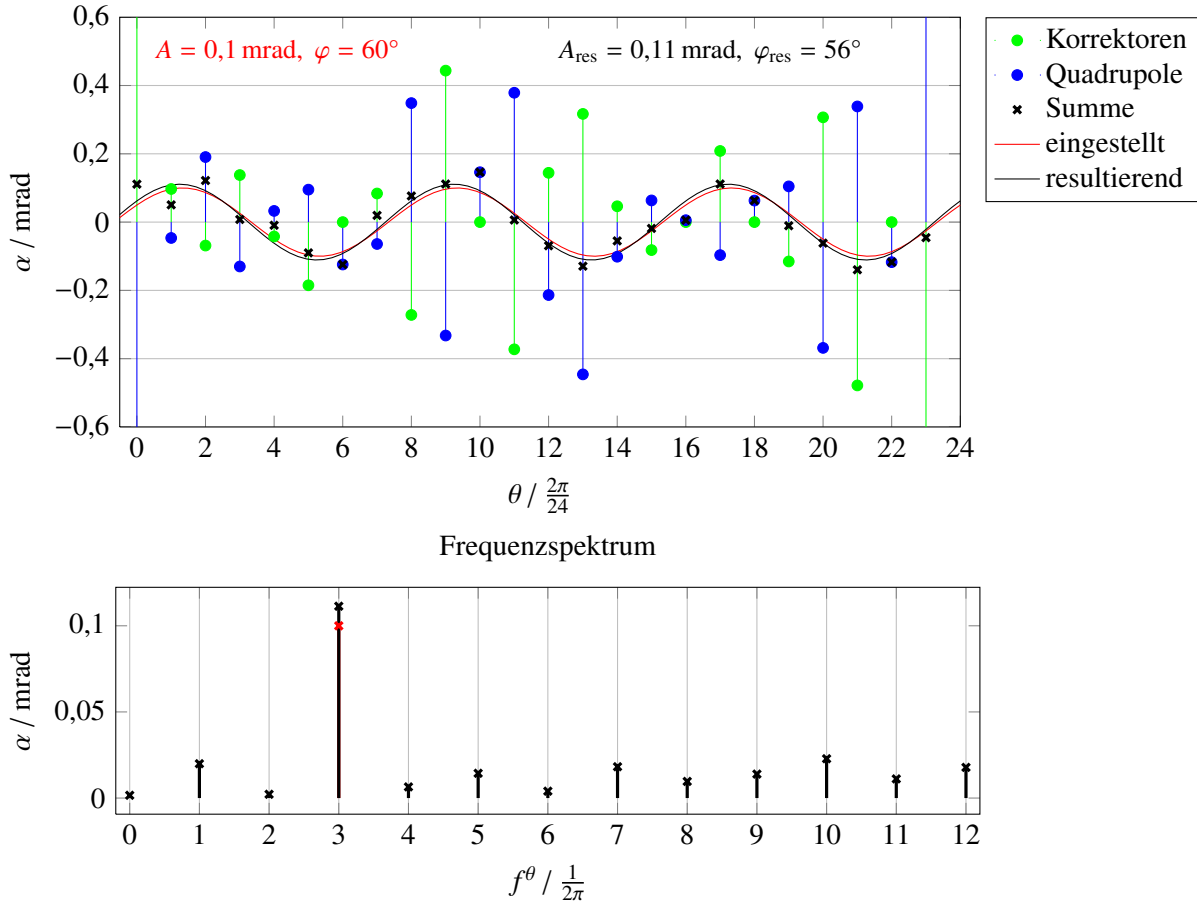


Abbildung 4.6: Beispiel für Feldverteilung der neuen Harmonischen-Korrektur bei $\gamma a = 3$

Abbildung 4.6 zeigt, analog zu Abbildung 4.4, die mit MAD-X simulierte⁴ und mit BSUPPLY analysierte Feldverteilung für $A = 0,1$ mrad und $\varphi = 60^\circ$. Dabei wird das aktuelle Lattice mit 30 Korrektoren verwendet. Gemäß dem neuen Korrektur-Schema ergeben die Korrektorkickwinkel nicht mehr die eingestellte Verteilung, dafür entspricht die Gesamtverteilung mit

$$\begin{array}{lll}
 A_{\text{res}} = (0,10 \pm 0,01) \text{ mrad} & \text{und} & \varphi_{\text{res}} = (58 \pm 6)^\circ \quad (\text{GNU PLOT}), \\
 A_{\text{res}} = 0,103 \text{ mrad} & \text{und} & \varphi_{\text{res}} = 58,1^\circ \quad (\text{BSUPPLY FFT})
 \end{array}$$

sehr gut den gewünschten Parametern, wobei auch die Fehler der Anpassung deutlich geringer ausfallen. Das spiegelt auch das Frequenzspektrum wider, das eindeutig von $F^\theta = 3/2\pi$ dominiert wird. Es zeigt sich aber auch, dass diese vom ELSA-Kontrollsystem berechnete Lösung sehr viel größere Korrektorkickwinkel

⁴ Es werden die vom ELSA-Kontrollsystem berechneten Korrektorkickwinkel mit einem Skript aus einer Log-Datei eingelesen und in die MAD-X-Datei eingetragen.

Kickwinkel von, in diesem Beispiel, bis zu 1,6 mrad erfordert, die die alten, bisher eingebauten Magnete nicht leisten können (Gleichung (4.3)). Aus diesem Grund ist eine zuverlässige Anwendung des neuen Korrektur-Schemas bisher nicht möglich. Möglicherweise kann auch die numerische Invertierung der HCM noch dahingehend optimiert werden, dass sie Lösungen mit kleineren Korrektor-Stärken ergibt.

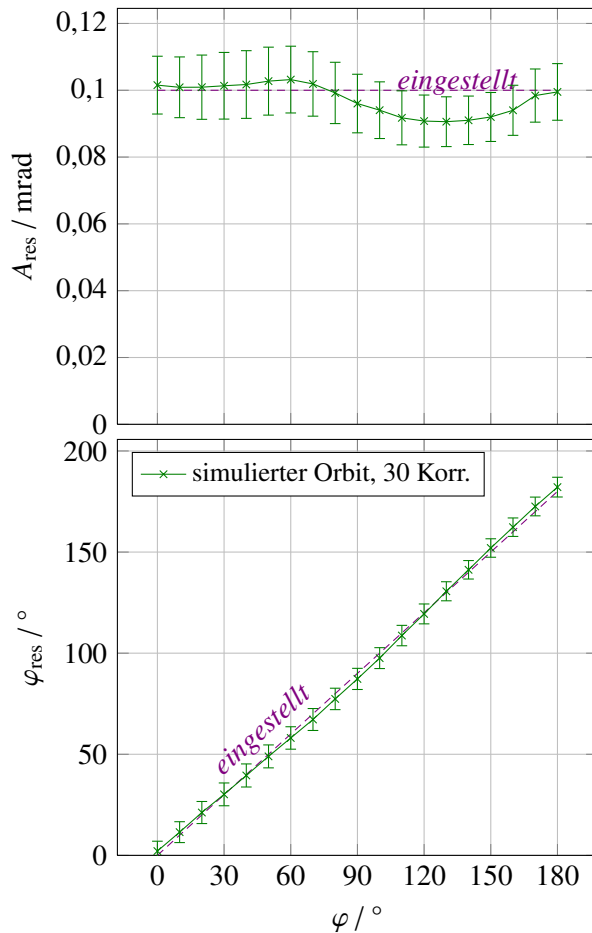


Abbildung 4.7: Resultierende Parameter der neuen Harmonischen-Korrektur für $\gamma a = 3$

zu vernachlässigen.

Mit den simulierten Feldverteilungen kann, analog zu Abbildung 4.5 für das alte Korrektur-Schema, die Abhängigkeit der resultierenden von den eingestellten Parametern ermittelt werden. Die Ergebnisse für $\gamma a = 3$ sind in Abbildung 4.7 aufgetragen. Sie zeigen, dass Amplitude und Phase mit dem neuen Korrektur-Schema nicht nur unabhängig voneinander sind, sondern auch absolut den eingestellten Werten entsprechen. Auch die dargestellten von GNPLOT berechneten Fehler verdeutlichen die höhere Genauigkeit der mit diesem Schema eingestellten Feldverteilung. Die Korrekturen der höheren Imperfektionsresonanzen ergeben ähnlich gute Ergebnisse, die in Anhang A zu finden sind und das Konzept des neuen Korrektur-Schemas eindeutig bestätigen.

Schwierigkeiten könnten in der Praxis neben den hohen Korrektorstärken gegebenenfalls auch die dadurch teilweise großen Closed Orbit Ablagen von mehreren Millimetern machen, die die Stabilität des Strahls beeinträchtigen können. Darüber hinaus ist die ORM bei der Verwendung von Sextupolmagneten nur näherungsweise gültig, da deren Feldstärke nicht linear sondern quadratisch von der Ablage abhängt. Um den Einfluss dieses Effekts auf die resultierenden Parameter abzuschätzen, wurden diese exemplarisch für eine Einstellung der Harmonischen-Korrektur einmal mit und einmal ohne Sextupole in MAD-X berechnet. Der Unterschied der daraus ermittelten Parameter beträgt weniger als 0,1 % und ist damit

4.4 Simulation der Polarisations-Optimierung (TBMTsolver)

In Abschnitt 4.3 wurden für das bisher verwendete, alte Korrektur-Schema Abweichungen der Feldverteilung der Harmonischen-Korrektur von den eingestellten Parametern aufgezeigt. Mit TBMTsolver ist es möglich auch die in Abschnitt 4.1 beschriebene empirische Optimierung des Polarisationsgrades zu simulieren und Auswirkungen der Abweichungen zu untersuchen. Dazu werden mit BSUPPLY Feldverteilungen für beliebig eingestellte Parameter⁵ (B, C) der Harmonischen-Korrektur generiert und mit

⁵ Hier wird das Parameter-Paar (B, C) anstelle von (A, φ) verwendet, weil mit diesem auch in der Realität die Optimierung durchgeführt wird.

diesen die Spinbewegung beim Kreuzen der entsprechenden Imperfektionsresonanz, wie beispielsweise in Abbildung 3.6, berechnet. Es wird dabei $\dot{E} = 4 \text{ GeV/s}$ gewählt und ein Bereich von etwa $\pm 7 \text{ ms}$ um den Resonanzzeitpunkt (Tabelle 4.1) simuliert.

Als Startbedingung der Spinvektoren wird die in Abschnitt 3.4.1 dargestellte Kegel-Anordnung mit $\langle S_z \rangle_0 = P_{z,0} = 0,725$ gewählt. Die zeitliche Änderung der Harmonischen-Korrektur wird nicht simuliert – das Korrektur-Feld liegt also über das gesamte Zeitintervall der Simulation an, was einem Rechteck-Verlauf mit einer Breite von mindestens 14 ms entspricht.

Bei den bisher gezeigten, qualitativen TBMTSOLVER-Simulationen von Imperfektionsresonanzen wurde nicht auf die verwendete resonanztreibende Feldverteilung eingegangen. Für eine quantitative Bestimmung des Polarisationsgrades muss diese aber originalgetreu implementiert werden. Das ist bei Imperfektionsresonanzen nur schwer möglich, da sie, wie in Abschnitt 2.3 erläutert, aus Fehlaufstellungen der Magnete resultieren, die im Allgemeinen nicht exakt bekannt sind und sich mit der Zeit ändern (z.B. Materialausdehnung bei Erwärmung).

Um die aktuellen Fehlaufstellungen empirisch zu ermitteln sind verschiedene Herangehensweisen denkbar: Zum Einen kann die Aufstellung der Magnete direkt vor Ort nachgemessen werden. Alternativ können Fehlaufstellungen mit einer speziellen Orbit Response Matrix (ORM) ermittelt werden, die nicht die Änderungen des Closed Orbits durch Korrekturfelder, sondern durch Fehlaufstellungen beinhaltet. Das Produkt der Inversen einer solchen Matrix, die etwa mit MAD-X simuliert werden kann, mit einem gemessenen unkorrigierten Closed Orbit ergibt dann die tatsächlichen Fehlaufstellungen. Beide Methoden beinhalten aber Näherungen. Eine direkte Messung der Ausrichtung der Magnete beruht neben der begrenzten Messgenauigkeit auf der Annahme, dass ein auf der Außenseite eines Magneten bestimmter Winkel auch der Orientierung der Polschuhe und damit des Feldes in seinem Inneren entspricht. Bei der Bestimmung über eine Orbit-Messung wird die Näherung gemacht, dass in der ORM alle auf den Orbit wirkenden Fehlaufstellungen enthalten sind. Das heißt, dass bei der Berechnung der Fehlaufstellungen alle gemessenen Ablagen auf die berücksichtigten Fehlaufstellungen zurückgeführt werden.

Die hier durchgeführten Simulationen sollen qualitativ den Einfluss der Parameter der Harmonischen-Korrektur auf den Polarisationsgrad untersuchen. Dessen absoluter Wert ist dafür weniger wichtig. Deshalb werden keine Messungen der Fehlaufstellungen durchgeführt, sondern mit MAD-X zufällige, gaußverteilte Verdrehungen ψ der Dipole um die s-Achse (Abschnitt 3.3.3) eingestellt, deren Betrag so gewählt wird, dass sich der Polarisationsgrad bei ausgeschalteter Harmonischen-Korrektur beim Kreuzen der Resonanz auf $P_z \approx 0,3$ verringert. Die dafür benötigte Einstellung ist für jede Resonanz verschieden, hat physikalisch aber keine besondere Relevanz – sie dient ausschließlich dazu vergleichbare Ausgangsbedingungen für die Harmonischen-Korrektur zu schaffen.

Gemäß den Konvergenzuntersuchungen in Abschnitt 3.5 werden die Genauigkeit $\lambda = 10^{-7}$ bei 12 Teilchen verwendet und die Feld-Spektren bei $f_{\max} = 30$ begrenzt. Diese Untersuchungen wurden bei ausgeschalteter Harmonischen-Korrektur durchgeführt. Um auszuschließen, dass unter Einbeziehung der Korrektur-Felder eine signifikant höhere Grenzfrequenz erforderlich ist, wurde die Simulation für ausgesuchte Parameter-Paare mit bis zu $f_{\max} = 80$ wiederholt und dabei keine Änderungen von P_z größer als 0,03 festgestellt, was für eine qualitative Untersuchung eine ausreichende Genauigkeit ist.

Mit den gewählten Einstellungen dauert die Simulation des Polarisationsgrades für ein einzelnes Paar (B, C) 10 min bis 15 min. Für die im Folgenden gezeigten Untersuchungen wurde die Resonanzkreuzung jeweils für etwa 200 Parameterpaare berechnet, sodass die Rechenzeit für eine Resonanz etwa 30 h bis 50 h beträgt.

Abbildung 4.8 zeigt das Ergebnis für $\gamma a = 3$. Es ist ein eindeutiges globales Maximum von P_z zu erkennen. Es liegt bei $P_z = 0,721$ – die entsprechende Einstellung der Harmonischen-Korrektur ermöglicht also eine vollständige Korrektur der Imperfektionsresonanz. Der Verlauf von P_z entspricht der bei der empirischen Optimierung angenommenen Gauß-Kurve sowohl in B als auch in C. Die Unabhängig-

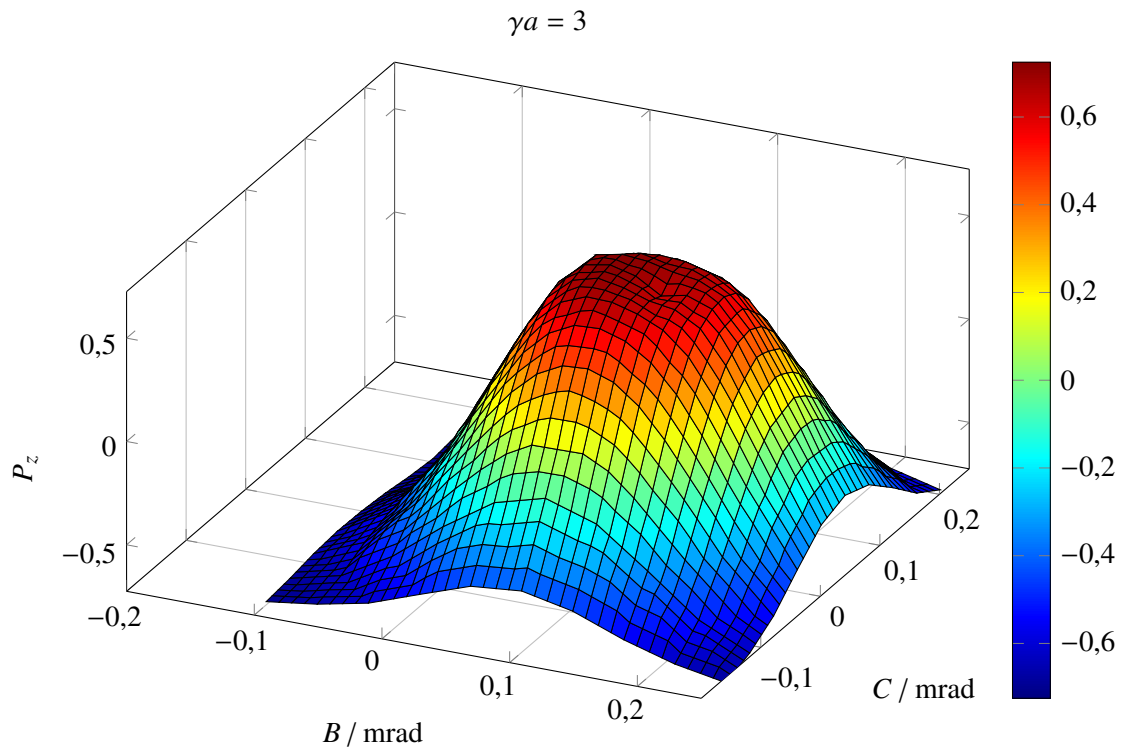


Abbildung 4.8: POLE-Simulation der Polarisations-Optimierung von $\gamma a = 3$ mit 30 Korrektoren

keit der beiden Parameter ist dabei gut zu erkennen: Die unabhängige Optimierung in B und C führt mit hoher Wahrscheinlichkeit zum absoluten Maximum. Lediglich leichte Schwankungen in der Nähe des Maximums könnten darauf hindeuten, dass die resultierenden Parameter nicht dem eingestellten Verlauf entsprechen.

Die Korrektur von $\gamma a = 4$, (Abbildung B.2) zeigt ein ähnliches Verhalten. Auch hier kann die Resonanz fast vollständig korrigiert werden ($P_z = 0,701$), das Maximum ist aber wesentlich schmäler. Ein Grund hierfür kann aus der Analyse der resultierenden Parameter abgeleitet werden: Während A_{res} bei $\gamma a = 3$ kleiner als die eingestellte Amplitude A ist (Abbildung 4.5), gilt für die bei $\gamma a = 4$ untersuchten Beispiele $A_{\text{res}} > A$ (Abbildung A.1). Daraus folgt, dass bei der Optimierung von $\gamma a = 4$ ein größerer resultierender Parameter-Bereich durchlaufen wurde⁶. Diese Überlegung unterstreicht also die Konsistenz der verschiedenen Analysen.

Ähnliches gilt für $\gamma a = 5$ (Abbildung B.4), allerdings ist hier eine leichte Verschiebung des Maximums in B für verschiedene C zu erkennen, die eine leichte Abhängigkeit der Parameter zeigt.

Die bisher diskutierten Simulationen wurden mit dem aktuellen Lattice mit 30 Korrektormagneten durchgeführt. Stehen nur 18 Korrektoren zur Verfügung, wirkt sich das nach Abbildung 4.5 deutlich auf die resultierende Feldverteilung von $\gamma a = 3$ aus. Das macht sich auch in der Polarisations-Optimierung als Verzerrung bemerkbar, die für diesen Fall in Abbildung B.1 zu sehen ist. Auf die Feldverteilungen der anderen untersuchten Resonanzen hat die Anzahl der Korrektormagnete kaum Einfluss (Anhang A) und das spiegelt sich auch in der Simulation der Optimierung wieder, die exemplarisch für $\gamma a = 4$ in den Abbildungen B.3 und B.2 verglichen werden kann.

Abbildung 4.9 zeigt, dass die Abhängigkeit der Parameter für $\gamma a = 6$ sehr viel ausgeprägter ist. Zwar

⁶ Nach Gleichung (4.2) entspricht die Amplitude in (B, C) -Koordinaten dem Abstand vom Ursprung.

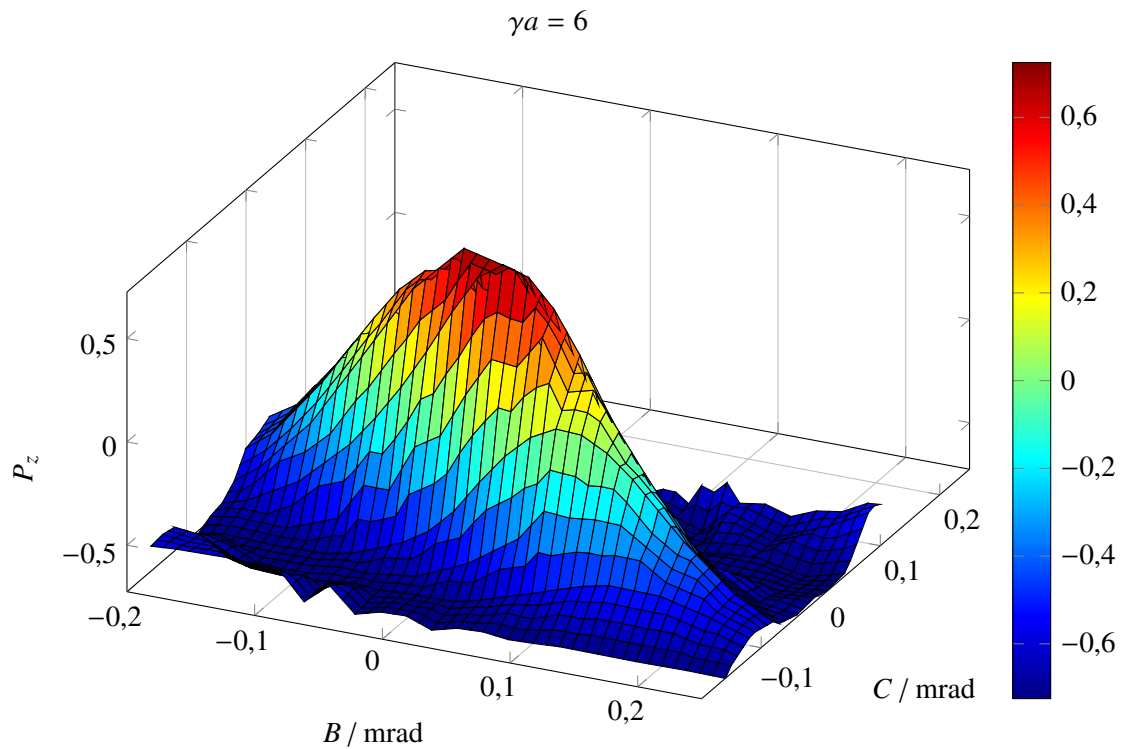


Abbildung 4.9: POLE-Simulation der Polarisations-Optimierung von $\gamma a = 6$ mit 30 Korrektoren

gibt es auch hier ein eindeutiges Maximum ($P_z = 0,714$), bei dem die Resonanz vollständig korrigiert wird, die gesamte Kurve verläuft aber diagonal in der (B, C) -Ebene. Für jeden Wert von C befindet sich somit das Maximum von P_z bei einem anderen B . Damit kann die Polarisation nicht unabhängig für beide Parameter optimiert werden und das angewendete Verfahren führt nicht zwingend zum globalen Maximum⁷. Das entspricht der Erfahrung, dass sich die Resonanzen oberhalb von $\gamma a = 5$ schlechter korrigieren lassen.

Alternativ zur Einstellung der idealen Kompensation des resonanztreibenden Feldes kann die Harmonischen-Korrektur auch zur gezielten Verstärkung der Resonanz genutzt werden. Wird so ein vollständiger Spin-Flip erzeugt, bleibt $|P_z|$ ebenfalls erhalten. Die Simulationsergebnisse veranschaulichen die Hoffnung in diesem Bereich unempfindlicher bezüglich der Wahl der Parameter zu sein. Gerade für die fraglichen Resonanzen bei höheren Energien sind die Polarisationsverluste durch die Synchrotron-Seitenbänder beim Spin-Flip möglicherweise aber zu groß. Um diese Frage zu beantworten, muss die Implementierung der Synchrotron-Schwingung weiter untersucht und insbesondere mit Messungen verglichen und untermauert werden.

⁷ Für Resonanzen geringer Stärke liegt das Maximum nah an $B = C = 0$, sodass vermutlich ein Polarisationsgrad in der Nähe des Maximums erreicht wird, wenn der zweite Parameter während der ersten Messreihe auf Null gesetzt wird.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Die in dieser Arbeit entwickelte Spindynamik-Simulation `POLE` berechnet die Spinbewegung vieler Teilchen während einer Energierampe im Kreisbeschleuniger. So können Bewegungen einzelner Spin-Vektoren und der Polarisation analysiert und veranschaulicht werden – von einem einzelnen Umlauf bis hin zum gesamten Beschleunigungsvorgang. Der Schwerpunkt von `POLE` liegt dabei auf der Untersuchung von depolarisierenden Resonanzen. In den Simulationen können die Felder aller Magnete des Beschleunigerrings berücksichtigt werden: Die Magnetfeldverteilung eines Umlaufs im Beschleuniger wird dazu vollständig automatisiert aus einem Lattice der an vielen Beschleunigern eingesetzten Strahloptik-Simulation `MAD-X` generiert und auch der dafür benötigte Closed Orbit wird aus `MAD-X`-Simulationen übernommen. So ist `POLE` direkt für viele Beschleuniger einsetzbar und kann von anderen Nutzern leicht bedient werden. Die Magnetfeldverteilung wird von `POLE` als Fourierreihe dargestellt, die das beliebige Filtern von Frequenzkomponenten erlaubt und so für jede Simulation die gewünschte Gewichtung zwischen Genauigkeit und Rechenzeit ermöglicht. Um die für Elektronen wichtigen Einflüsse der Synchrotronstrahlung auf die Spinbewegung zu modellieren, können beliebige Funktionen für den zeitlichen Verlauf der Energie der Teilchen implementiert werden. So konnten bereits Synchrotron-Seitenbänder von Imperfektionsresonanzen durch ein einfaches Modell für Synchrotronschwingungen simuliert werden. Verschiedene Modelle für die stochastische Abstrahlung von Photonen sind derzeit Gegenstand der Untersuchungen.

Mit seinem momentanen Entwicklungsstand bietet `POLE` bereits Werkzeuge, die die Untersuchung unterschiedlichster Fragestellungen im Zusammenhang mit der Spindynamik in `ELSA` ermöglichen. Hierbei stehen Simulationen von Imperfektionsresonanzen im Vordergrund.

Eine Anwendung, die in dieser Arbeit näher vorgestellt wurde, ist die Verbesserung der Korrektur von Imperfektionsresonanzen. So konnten deutliche Abweichungen der durch die Korrektur applizierten Feldverteilung von den eingestellten Parametern in Simulation und Messung nachgewiesen werden. Qualitative Simulationen der Polarisations-Optimierung haben allerdings gezeigt, dass diese keinen nennenswerten negativen Einfluss auf die empirische Einstellung der Korrektur für $\gamma a = 3, 4$ und 5 haben. Für $\gamma a = 6$ wurden jedoch deutliche Auswirkungen der Abhängigkeit der Parameter auf das Optimierungs-Verfahren festgestellt. Um die Korrektur zu verbessern wurde sowohl ein neuer Algorithmus, als auch neue Korrektormagnete und Netzgeräte entwickelt. Das neue Korrektur-Schema, das auf einer Orbit Response Matrix basiert, behebt die Abhängigkeit der Parameter in den untersuchten Fällen zuverlässig und muss nach dem Abschluss des Einbaus der neuen Komponenten in der Praxis erprobt werden. Mit `POLE` können die dafür durchzuführenden Messungen der Feldverteilung analysiert werden. Darüber hinaus können Simulationen der Polarisations-Optimierung auch für das neue Korrektur-Schema durchgeführt werden, um auch dessen Wirkung auf den Polarisationsgrad mit dem alten Schema zu vergleichen.

Mit der aktuellen Version von `POLE` sind noch viele andere Untersuchungen möglich. An dieser Stelle seien zwei davon exemplarisch genannt: `POLE` erlaubt die Simulation alternativer Verfahren für das Kreuzen von depolarisierenden Resonanzen. Ein Beispiel hierfür ist die Extraktion des polari-

sierten Elektronenstrahls mit horizontaler Polarisierung genau bei der Energie einer Imperfektionsresonanz. Dazu wird die entsprechende Resonanz mit den Korrektormagneten genau so angeregt, dass der Polarisations-Vektor gerade so in der Horizontalen präzediert, dass er an der Position der Extraktion in die gewünschte Richtung zeigt. In Zukunft sollen systematische Messungen dieses Verfahrens durchgeführt und mit Simulationen verglichen werden. Außerdem können mit POLE die Auswirkungen einzelner Fehlaufstellungen der Magnete und Modifikationen des Beschleuniger-Lattices auf Resonanzstärken und Polarisationsgrad gezielt bestimmt werden. Dafür sind lediglich Anpassungen des MAD-X-Lattices nötig, sodass auch die Folgen geplanter Maßnahmen prognostiziert werden können. Um dabei quantitative Informationen über den tatsächlichen Polarisationsgrad zu erhalten, müssen alle Fehlaufstellungen der Magnete im Beschleuniger so genau wie möglich gemessen und in das MAD-X-Lattice eingetragen werden. Entsprechende Messungen sind in Vorbereitung. Alle Simulationen erfordern letztlich einen Abgleich der Ergebnisse von POLE mit Messungen des Polarisationsgrades während der Energierampe im ELSA Stretcherring, die in Zukunft mit Hilfe des im Aufbau befindlichen Compton-Polarimeters durchgeführt werden können.

Der Quelltext von POLE ist für zukünftige Aufgaben, die über die beschriebenen Funktionen hinausgehen, leicht erweiterbar. Das ist insbesondere für die automatisierte Bereitstellung der Magnetfelder wichtig, da so jederzeit zum Beispiel weitere Magnettypen ergänzt oder die Feldverteilung auf Basis eines Einzelteilchen-Trackings ermittelt werden können. Letzteres eröffnet eine Vielzahl weiterer Anwendungsmöglichkeiten. Dazu gehört nicht nur die Untersuchung von intrinsischen Resonanzen und Resonanzen höherer Ordnungen, die von der Einzelteilchen-Bewegung abhängen. Vielmehr löst es POLE von der Beschränkung auf umlaufperiodische Effekte und schafft somit die Grundlage für den Vergleich mit bestehenden Algorithmen und die Simulation beliebiger Strukturen wie etwa Linearbeschleunigern, Teilchen-Quellen oder Magneten für Spinrotationen.

Anhang A

Abbildungen zur Analyse von $\gamma a = 4, 5$ und 6

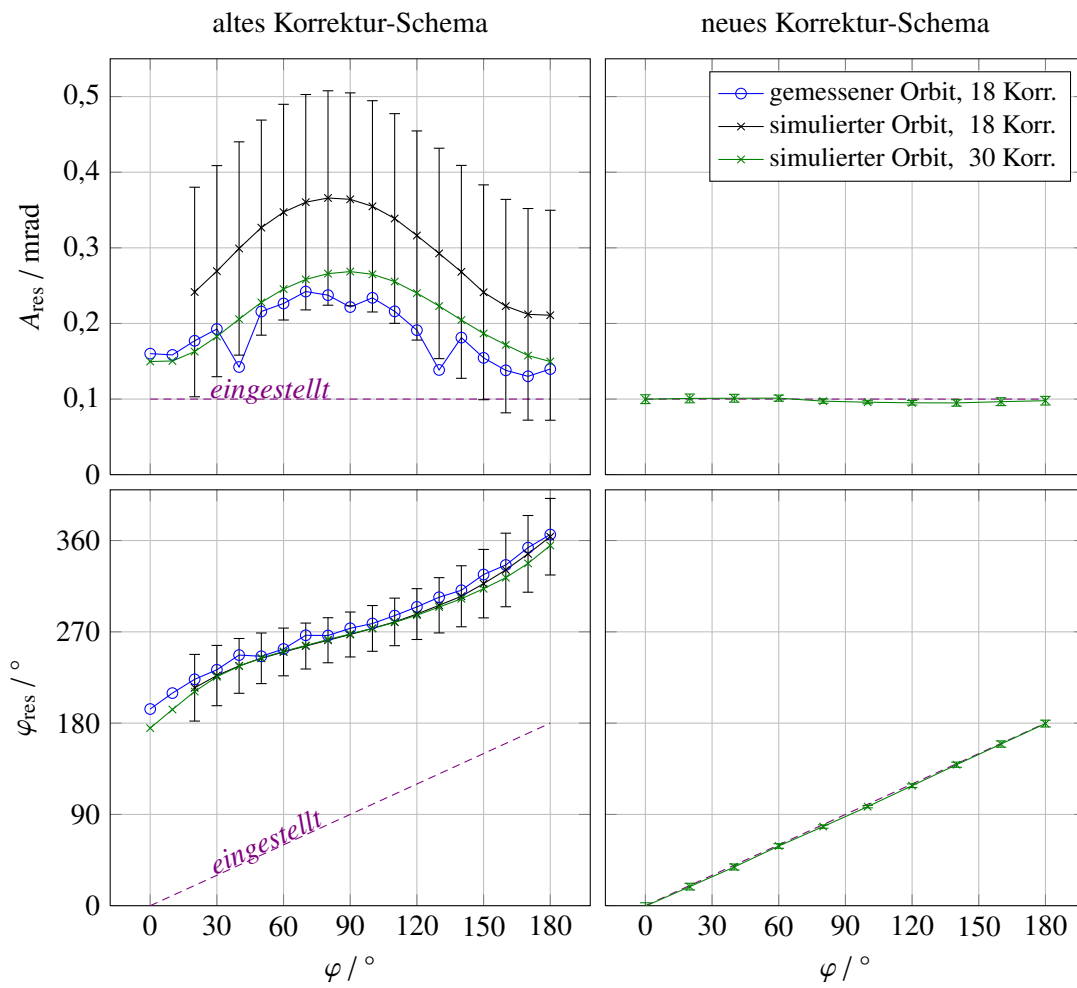


Abbildung A.1: Resultierende Parameter der alten und neuen Harmonischen-Korrektur für $\gamma a = 4$

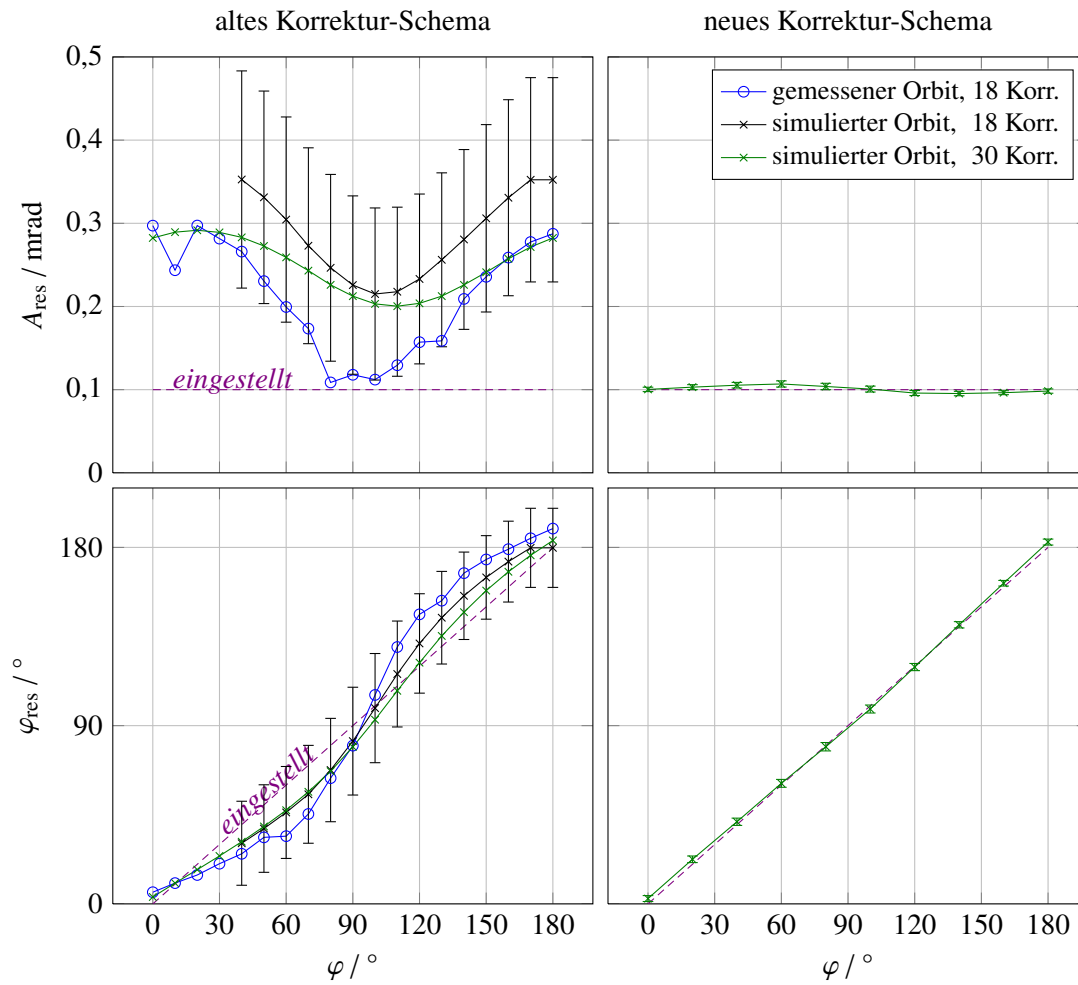


Abbildung A.2: Resultierende Parameter der alten und neuen Harmonischen-Korrektur für $\gamma a = 5$

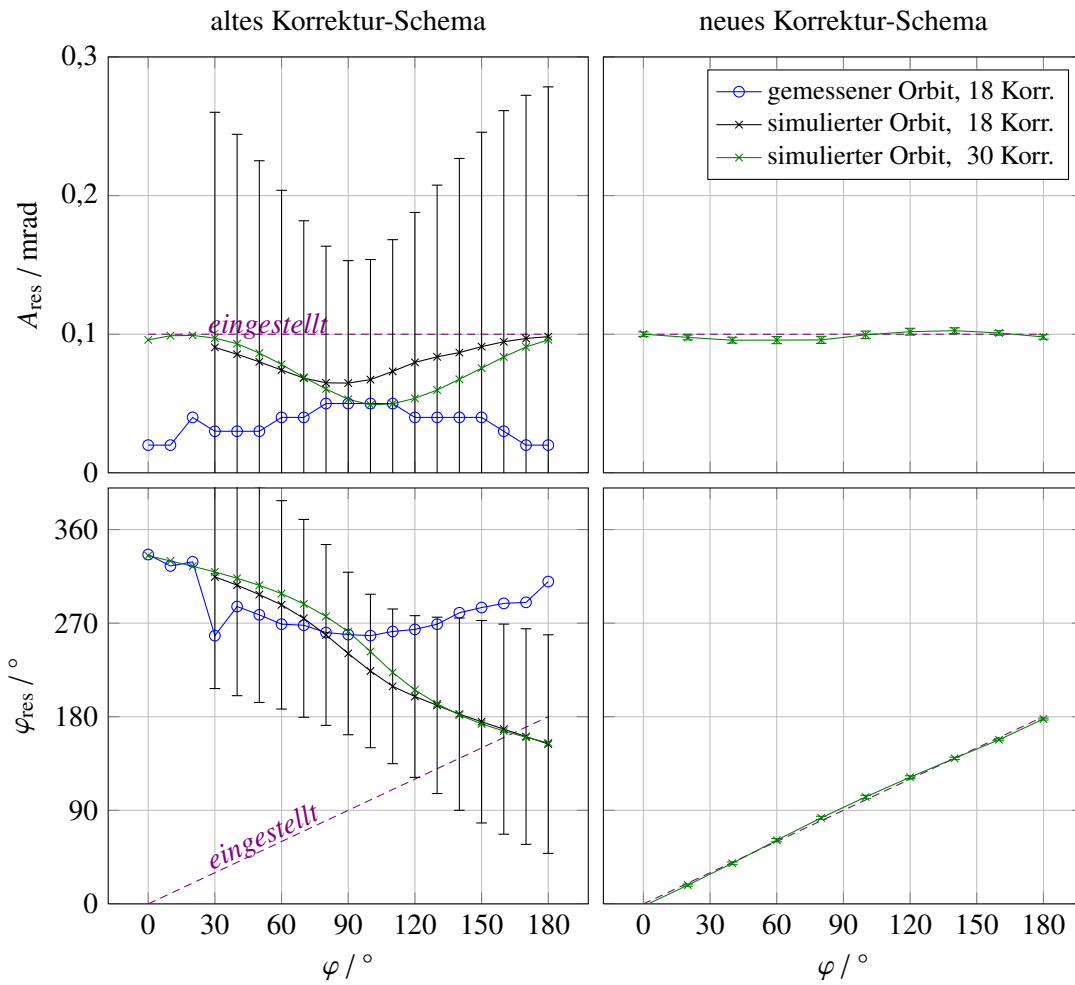


Abbildung A.3: Resultierende Parameter der alten und neuen Harmonischen-Korrektur für $\gamma a = 6$

Anhang B

Weitere Simulationen der Polarisations-Optimierung

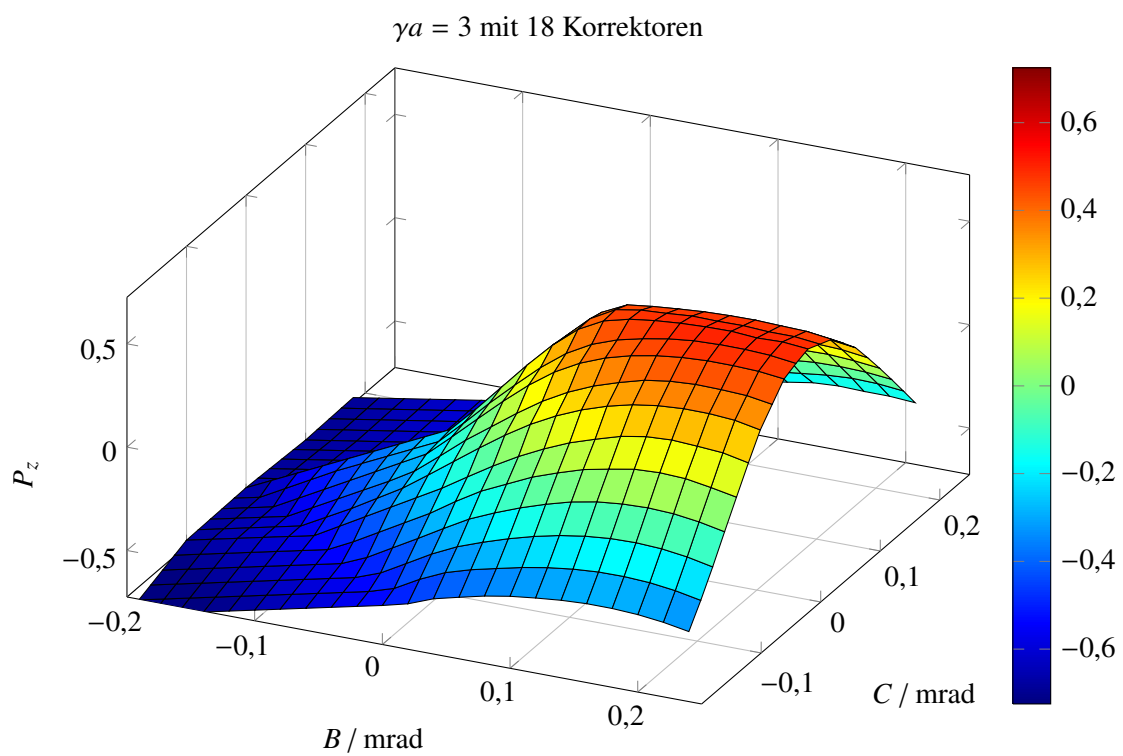


Abbildung B.1: POLE-Simulation der Polarisations-Optimierung von $\gamma a = 3$ mit 18 Korrektoren. Ohne Korrektur gilt $P_z \approx 0,03$.

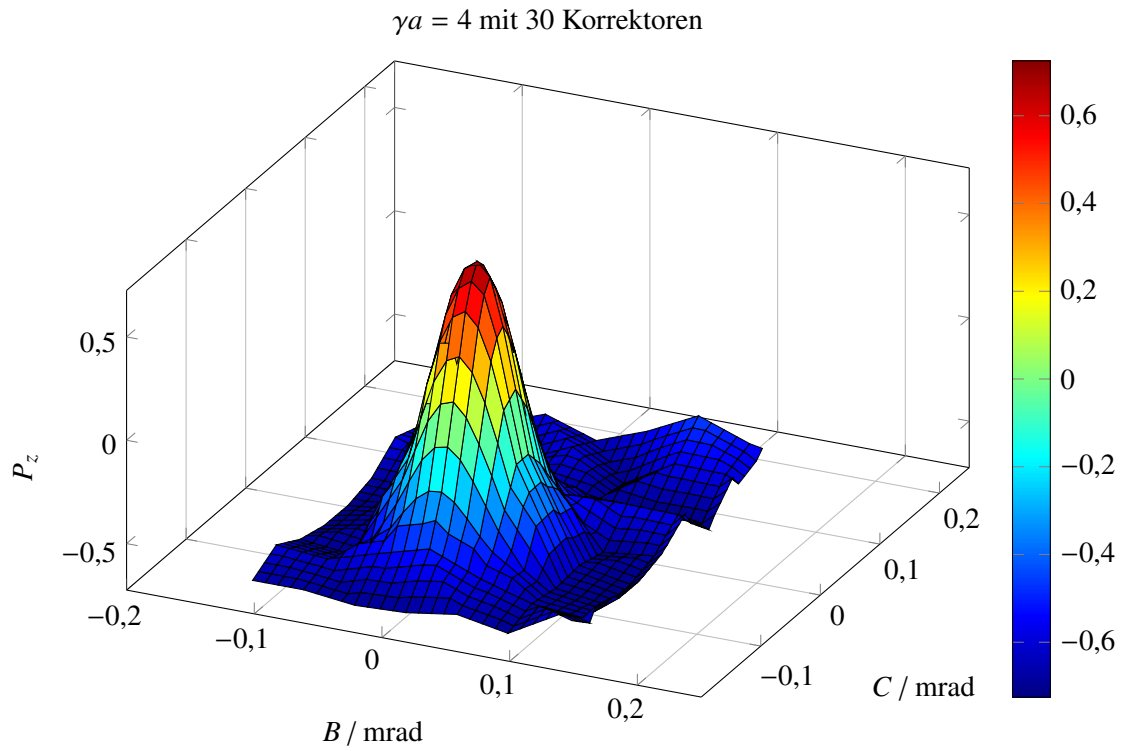


Abbildung B.2: POLE-Simulation der Polarisations-Optimierung von $\gamma a = 4$ mit 30 Korrektoren

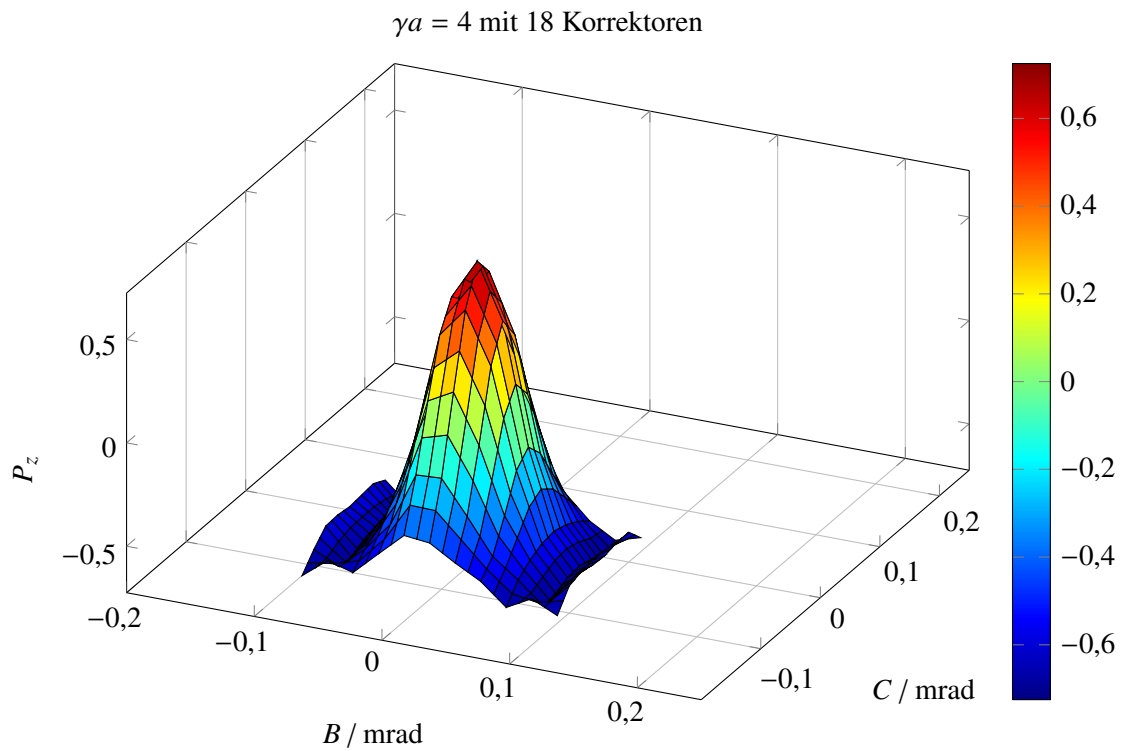


Abbildung B.3: POLE-Simulation der Polarisations-Optimierung von $\gamma a = 4$ mit 18 Korrektoren

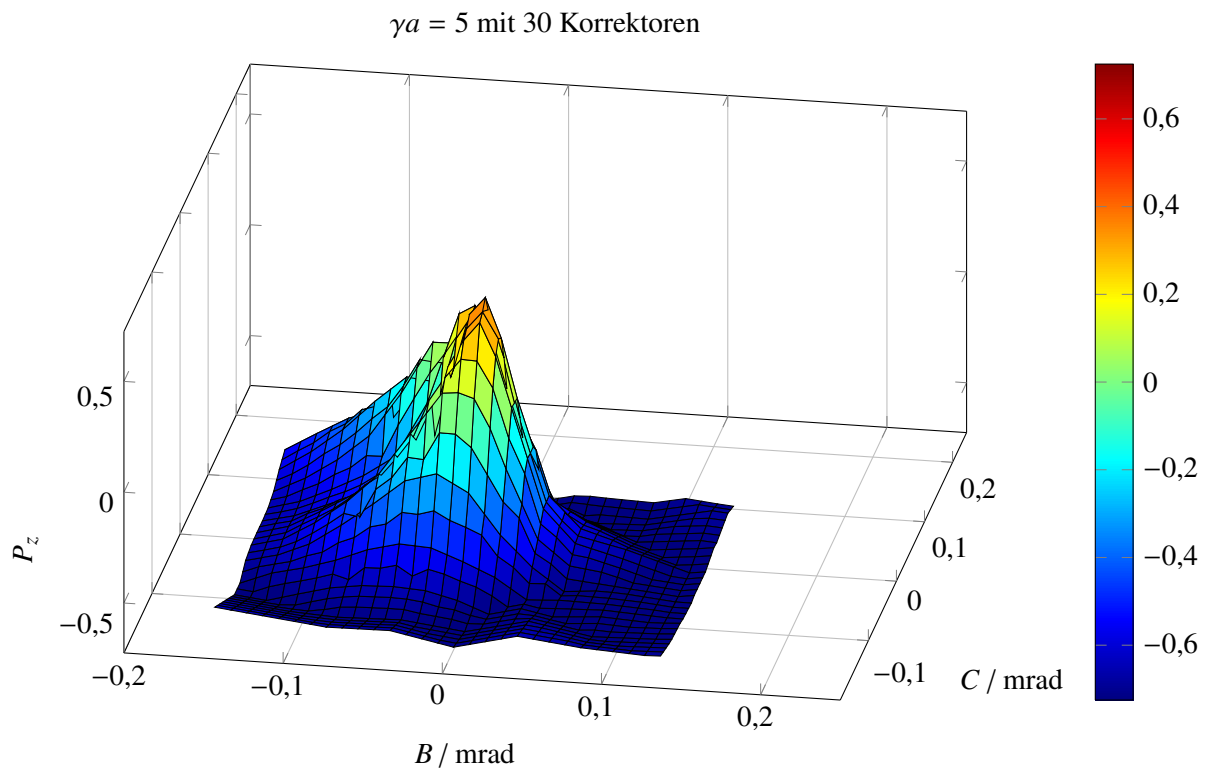


Abbildung B.4: POLE-Simulation der Polarisations-Optimierung von $\gamma a = 5$ mit 30 Korrektoren. In diesem Fall wurden stärkere anregende Felder verwendet, sodass ohne Korrektur $P_z \approx -0,3$ gilt. Deshalb wird nur ein niedrigeres Maximum von $P_z = 0,4$ erreicht, es gelingt also keine vollständige Korrektur.

Anhang C

Normierung von Amplituden und Phasen

In Abschnitt 3.3.6 wird die Bestimmung des Frequenzspektrums einer Feldverteilung in BSUPPLY beschrieben. Die über eine FFT und Gleichung (2.12) ermittelten Amplituden A' und Phasen φ' müssen so normiert beziehungsweise verschoben werden, dass sie denen der Kosinusfunktion der Fourierreihe (2.10)

$$A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

entsprechen. Diese Umrechnung wird im Folgenden dokumentiert.

Amplitude Die Amplitude A' hängt von der Anzahl der Datenpunkte N ab, für die die diskrete FFT durchgeführt wird. Für den verwendeten Algorithmus gilt $A = A'/N$. Hinzu kommt ein Faktor 2, der sich analytisch aus der Fouriertransformation ergibt [23, Anhang A]. Insgesamt folgt die Normierung

$$A = \frac{2 \cdot A'}{N} \quad . \quad (C.1)$$

Phase Die Phase φ' wird für die komplexe Frequenzkomponente $b(\omega)$ über

$$\varphi' = \arctan\left(\frac{\text{Im}(b)}{\text{Re}(b)}\right)$$

berechnet. Die Arkustangens-Funktion hat aber lediglich einen Wertebereich von $[-90^\circ, 90^\circ]$, sodass φ' beispielsweise für Frequenzkomponenten mit $\varphi = 90^\circ$ und $\varphi = 270^\circ$ identisch ist. Um die Phase über das gesamte Intervall $[0^\circ, 360^\circ]$ eindeutig zu bestimmen, muss die Phase von b über ein weiteres Kriterium eingegrenzt werden. Dies ist über die Darstellung von b in der komplexen Ebene möglich: Anhand der Vorzeichen von $\text{Re}(b)$ und $\text{Im}(b)$ kann unterschieden werden, in welchem Quadranten sich b befindet, und damit der Bereich seiner Phase eingegrenzt werden. Wird dann eine entsprechende Verschiebung $\delta\varphi$ zu φ' addiert, kann die Phase korrekt auf $[0^\circ, 360^\circ]$ abgebildet werden:

$$\varphi = \varphi' + \delta\varphi \quad (C.2)$$

Die Fallunterscheidung für die Wahl der Verschiebung ist in der folgenden Tabelle dokumentiert:

$\text{Re}(b)$	$\text{Im}(b)$	$\delta\varphi$
< 0		180°
$= 0$	< 0	180°
> 0	≤ 0	360°

Anhang D

Auszüge aus Programm-Dateien

Quelltext D.1: Beispiel einer Konfigurations-Datei für TBMTSOLVER

```
1 # Metadata :
2 #   ProjectFolder :      ../ MyProjects / depol_harmcorr /
3 #   Date :              03.08.2012
4
5 #   Circumference :     164.4 [m]
6 #   MeanBendingRadius : 10.96 [m]
7 #   RevolutionFrequency : 1.823554932 [MHz]
8 #   MomentumCompaction : 0.06219333816
9 #   q_x :               0.61206909
10 #   q_z :               0.43081723
11 #   q_s :               0.01943022
12 #   DampingPartition_s : 1.93342316
13 #   Emittance_x :      0.96016396E-01 [pi micro m]
14 #   Emittance_z :      0.46093747E-03 [pi micro m]
15 #   Emittance_s :      0.83675771E+01 [pi micro m]
16 #   NumberKseeds :     20
17 #   TimeStart :        0.023
18 #   TimeStop :         0.037
19 #   InitialEnergy :    1.2 [GeV]
20 #   RampingSpeed :     4.00
21 #   Accuracy :         1e-7
22 #   InitialTimeStep :  1e-5
23 #   OutputTimeStep :   1e-5
24
25 #   harmon :           274
26 #   MADXCavityVoltage : 0.16704 [MV]
27
28 #   particle Px_in  Pz_in  Ps_in  gamma-  KSEED  Amp  Phase  Freq
29 #           option
30
31 1         0.0    1.0    0.0    2      -1    -1.0609   .94   89064.9
32 2         0.0    1.0    0.0    2      -1    -4.6783   6.22  88972.3
33 3         0.0    1.0    0.0    2      -1    -0.0236   5.15  89018.8
34 4         0.0    1.0    0.0    2      -1    .4428     3.70  88939.9
35 5         0.0    1.0    0.0    2      -1    -3.7936   5.78  89123.1
36 6         0.0    1.0    0.0    2      -1    .4332     .25   88922.2
37 7         0.0    1.0    0.0    2      -1    8.2686    1.75  89013.1
38 8         0.0    1.0    0.0    2      -1    3.0871    .43   88891.1
39 9         0.0   -1.0    0.0    2      -1    3.7042    4.02  88963.7
40 10        0.0   -1.0    0.0    2      -1    .2665     1.38  88936.1
41 11        0.0   -1.0    0.0    2      -1    .9585     .81   89036.9
42 12        0.0   -1.0    0.0    2      -1    2.6954    3.39  88872.2
```

Quelltext D.2: Beispiel einer Feldspektrum-Datei, ausgegeben von BSUPPLY zum Einlesen mit TBMTSOLVER

```
1 # created at      03.07.2012  14:05:24
2 # Project path   ~/pole/MyProjects/longitudinal_poldecay/
3 # Program Mode   madx
4 # PARTICLE       "ELECTRON"
5 # LENGTH         164.4
6 # TITLE          "ELSA - Electron Stretcher Accelerator"
7 # ORIGIN         "MAD-X 5.00.00 Linux"
8 # Field Component vertical
9 # max. frequency 10
10
11 #           Freq [Hz]           Amp [1/m]           Phase [deg]
12           0.000000e+00          3.823551e-02           0.0
13           1.823555e+06          2.708630e-05           64.9
14           3.647110e+06          2.184031e-02          178.7
15           5.470665e+06          3.613203e-06           1.4
16           7.294220e+06          5.373358e-03          177.4
17           9.117775e+06          6.411499e-06          131.0
18           1.094133e+07          9.053587e-05          359.6
19           1.276489e+07          2.406295e-05           94.9
20           1.458844e+07          5.800273e-05           4.2
21           1.641200e+07          2.940095e-05          223.9
22           1.823555e+07          1.247769e-02          173.8
```

Quelltext D.3: MAD-X-Quelltext, der an beliebiges Lattice angehängt wird (Ersetzen von stop;) um die korrekte Ausgabe für BSUPPLY zu erzeugen

```
1 select, flag=error, clear=true;
2 select, flag=error, class=sbend;
3 select, flag=error, class=rbend;
4 esave, file="dipols.ealign";
5 select, flag=error, clear=true;
6 select, flag=error, class=quadrupole;
7 esave, file="quads.ealign";
8
9 select, flag=twiss, column=keyword, name, s, x, y, l, angle, k1l,
   k2l, vkick, hkick, betx, bety;
10 twiss, chrom, file="madx.twiss";
11
12 EMIT;
```

Literatur

- [1] H. Akima,
»A New Method of Interpolation and Smooth Curve Fitting Based on Local Procedures«,
J. ACM 17.4 (1970) 589–602.
- [2] V. Bargmann, L. Michel und V. Telegdi,
»Precession of the polarization of particles moving in a homogeneous electromagnetic field«,
Physical Review Letters 2.10 (1959) 435–436.
- [3] *BGO-OD Experiment*, Oktober 2012, URL: b1.physik.uni-bonn.de.
- [4] O. Boldt et al.,
»A new correction scheme to compensate depolarizing integer resonances at ELSA«,
Proceedings IPAC 2011, San Sebastián.
- [5] O. Boldt et al.,
»How to achieve longitudinally polarized electrons using Integer Spin Tune Resonances«,
Proceedings IPAC 2012, New Orleans.
- [6] O. Boldt et al., »Spinor based calculation of depolarizing effects in circular lepton accelerators«,
Proceedings IPAC 2011, San Sebastián.
- [7] O. Boldt, »Spindynamik von Elektronenstrahlen in Kreisbeschleunigern«,
Dissertation: Universität Bonn, in Vorbereitung.
- [8] *Crystal Barrel-Experiment an ELSA*, Aug. 2012, URL: www.cb.uni-bonn.de.
- [9] Y. S. Derbenev und A. M. Kondratenko, *Sov. Phys. JETP* 37 (1973) 968.
- [10] A. Dieckmann et al., »Fast Ramping Arbitrary Waveform Power Supplies for Correction Coils
in a Circular Electron Accelerator«, *Proceedings IPAC2012*, New Orleans.
- [11] M. Froissart und R. Stora,
»Depolarisation d'un faisceau de protons polarises dans un synchrotron«,
Nuclear Instruments and Methods 7 (1960) 297.
- [12] *GNU Scientific Library - Reference Manual*, Aug. 2012,
URL: www.gnu.org/software/gsl/manual.
- [13] G. Heinzl, »Subroutinen zur numerischen Integration gewöhnlicher Differentialgleichungen
mit Runge-Kutta-Tripeln«, *c't* 8/92 (1992).
- [14] W. Hillert, »The Bonn Electron Stretcher Accelerator ELSA: Past and Future«,
*The European Physical Journal A*28 (2006).
- [15] M. Hoffmann, »Beschleunigung polarisierter Elektronen in der Bonner
Elektronen-Beschleunigeranlage ELSA«, Dissertation: Universität Bonn, 2001.
- [16] G. H. Hoffstaetter und M. Vogt, »Strength of higher order spin-orbit resonances«,
Physical Review Letters E70 (2004) 056501.

- [17] S. Kammer, »Strahlpolarimetrie am CBELSA/TAPS Experiment«, Dissertation: Universität Bonn, 2009.
- [18] J. Keil, »Messung, Korrektur und Analyse der Gleichgewichtsbahn an der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA«, Dissertation: Universität Bonn, 2000.
- [19] *MAD - Methodical Accelerator Design*, Aug. 2012, URL: madx.web.cern.ch.
- [20] *MAD-X User's Guide*, Aug. 2012, URL: madx.web.cern.ch/madx/madX/doc/usrguide/uguide.html.
- [21] D. Proft, »Aufbau eines Monitorsystems zur Erfassung von Strahlverlust am ELSA-Stretcherring«, Diplomarbeit: Universität Bonn, 2011.
- [22] M. Sands, »The Physics of Electron Storage Rings. An Introduction.«, *SLAC Report No.121*, 1971.
- [23] J. F. Schmidt, »Analyse der Korrektur von Imperfektionsresonanzen an der Beschleunigeranlage ELSA«, Bachelorarbeit: Universität Bonn, 2010.
- [24] A. A. Sokolov und I. M. Ternov, »On polarization and spin effects in the theory of synchrotron radiation«, *Sov. Phys. Doklady* 8 (1964) 1203.
- [25] A. A. Sokolov und I. M. Ternov, »Radiation from Relativistic Electrons«, *American Institute of Physics* (1986).
- [26] *Sonderforschungsbereich Transregio 16: Elektromagnetische Anregung subnuklearer Systeme*, Aug. 2012, URL: sfb-tr16.physik.uni-bonn.de.
- [27] L. H. Thomas, »The kinematics of an electron with an axis«, *Philosophical Magazine Series 7* 3.13 (1927) 1–22.
- [28] K. Wille, *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen*, 2. Aufl., Stuttgart: B. G. Teubner, 1996.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Überblick über die Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA	3
1.2	Verlauf von Energie und Strahlstrom im Boostermodus von ELSA [21]	4
2.1	Koordinatensystem und Magnetfelder im Kreisbeschleuniger [6, 7]	7
2.2	Beispiel für die Spinbewegung in einer depolarisierenden Imperfektionsresonanz	10
2.3	Vergleich der Spin-Präzession mit einer Schwingung	11
2.4	Beschleunigungsspannung $U(\psi)$ für Elektronen mit unterschiedlichen Energien	15
2.5	Zeitskalen einiger Prozesse im Kreisbeschleuniger am Beispiel von ELSA [7]	18
3.1	Skizze zur Bestimmung des Kickwinkels	22
3.2	Beispiel für Kickwinkel und Stromstärke eines Korrektormagneten	26
3.3	Beispiel für den vertikalen Closed Orbit im ELSA Stretcherring	27
3.4	Beispiel einer mit B_{SUPPLY} erzeugten Feldverteilung	29
3.5	Spin-Präzession berechnet mit unterschiedlichen f_{max}	31
3.6	Kreuzen von $\gamma a = 3$ für verschiedene Startbedingungen	33
3.7	Spin-Diffusion und Synchrotronschwingungs-Modelle von POLE	35
3.8	Synchrotron-Seitenbänder für $\gamma a = 6$	37
3.9	POLE-Konvergenzuntersuchung: Genauigkeit λ	38
3.10	POLE-Konvergenzuntersuchung: Grenzfrequenz f_{max}	39
3.11	POLE-Konvergenzuntersuchung: Teilchenzahl N_p	40
3.12	TBMT _{SOLVER} Rechenzeit für unterschiedlich viele parallele Threads	41
4.1	Messung des Ist-Stroms eines alten und neuen Korrektormagneten	45
4.2	Schematische Darstellung des zeitlichen Verlaufs der Harmonischen-Korrektur	46
4.3	Vertikaler Closed Orbit im ELSA Stretcherring bei aktiver Harmonischen-Korrektur	47
4.4	Beispiel für Feldverteilung der alten Harmonischen-Korrektur	48
4.5	Resultierende Parameter der alten Harmonischen-Korrektur für $\gamma a = 3$	49
4.6	Beispiel für Feldverteilung der neuen Harmonischen-Korrektur	51
4.7	Resultierende Parameter der neuen Harmonischen-Korrektur für $\gamma a = 3$	52
4.8	POLE-Simulation der Polarisations-Optimierung von $\gamma a = 3$ mit 30 Korrektoren	54
4.9	POLE-Simulation der Polarisations-Optimierung von $\gamma a = 6$ mit 30 Korrektoren	55
A.1	Resultierende Parameter der alten und neuen Harmonischen-Korrektur für $\gamma a = 4$	59
A.2	Resultierende Parameter der alten und neuen Harmonischen-Korrektur für $\gamma a = 5$	60
A.3	Resultierende Parameter der alten und neuen Harmonischen-Korrektur für $\gamma a = 6$	61
B.1	POLE-Simulation der Polarisations-Optimierung von $\gamma a = 3$ mit 18 Korrektoren	63
B.2	POLE-Simulation der Polarisations-Optimierung von $\gamma a = 4$ mit 30 Korrektoren	64
B.3	POLE-Simulation der Polarisations-Optimierung von $\gamma a = 4$ mit 18 Korrektoren	64
B.4	POLE-Simulation der Polarisations-Optimierung von $\gamma a = 5$ mit 30 Korrektoren	65

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen meinen Dank aussprechen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen und mich auf meinem Weg begleitet haben. Stellvertretend seien einige persönlich erwähnt.

Bei Herrn PD Dr. Wolfgang Hillert bedanke ich mich herzlich für die Vergabe des interessanten Themas, seine ansteckende Begeisterung für Beschleunigerphysik und sein Vertrauen, das das selbstständige wissenschaftliche Arbeiten bei ELSA möglich macht.

Herrn Prof. Dr. Hartmut Schmieden danke ich für die bereitwillige Übernahme des Koreferats.

Mein Dank gilt Oliver Boldt, von dem ich nicht nur viel über Spindynamik gelernt habe, sondern auch darüber, unsere wissenschaftliche Arbeit einzuordnen und sie gegenüber anderen und insbesondere vor mir selbst zu rechtfertigen. Ich danke ihm für die tolle Zusammenarbeit, seine oft weitsichtigen und kreativen Ideen, viele, auch kontroverse, aber immer hilfreiche Diskussionen und so manch schicke Grafik.

Von Dennis Proft habe ich viel über das Programmieren und Linux gelernt. Seine Begeisterung beim Erklären hat mir sehr viel Freude bereitet. Dafür danke ich ihm ebenso, wie für seinen Beitrag zur Verbesserung der Performance von POLE.

Bei Jens-Peter Thiry bedanke ich mich für die Hilfe bei Fragen zum Korrektorsystem und dafür, dass er sich jederzeit für meine Probleme interessiert und mein Vorgehen kritisch hinterfragt hat.

Beiden danke ich für die Erweiterung meines Horizonts um manch geniale Software, für das Korrekturlesen meiner Arbeit und, gemeinsam mit Dennis Sauerland und Sven Gabel, für die großartige Stimmung in Büro 2.029, die einen wichtigen Anteil daran hat, dass ich mich stets gerne im Institut aufgehalten habe.

Bei Herrn Dr. Frank Frommberger und Manuel Schedler möchte ich mich stellvertretend für alle bedanken, die sich auf manchmal verwirrende Diskussionen über sich drehende Spins eingelassen und sich für meine Arbeit interessiert haben.

Allen Mitarbeitern, Studenten und Doktoranden der ELSA-Gruppe danke ich für das herzliche, so manches Mal über die Arbeitszeit hinaus vergnügliche und vor allem immer hilfsbereite Miteinander.

Außerdem danke ich, stellvertretend für alle Freunde, Alexander Stasik und Christoph Rosenbaum, ohne die nicht nur das Studieren viel weniger Spaß gemacht hätte, sondern die auch für den manchmal dringend nötigen physikfreien Ausgleich zu haben waren.

Meiner Freundin Cordula Billmann danke ich für eine wunderbare Zeit und dafür, dass sie für mich da ist und mein Leben so viel lebenswerter macht.

Mein ganz besonderer Dank gilt meiner Familie, insbesondere meiner Schwester Marie und meinen Eltern, Christiane und Jochen, auf die ich mich immer verlassen kann. Ohne ihre Unterstützung wäre mein Studium nicht möglich gewesen.