

MODUL 4 MATRIKS

KATA PENGANTAR

Modul pembelajaran ini dirancang untuk mengarahkan bagaimana siswa belajar menguasai kompetensi Menerapkan Konsep Matriks secara mandiri, tanpa mengesampingkan kerjasama dalam bekerja kelompok. Keberhasilan pembelajaran ditandai dengan adanya perubahan perilaku positif pada diri siswa sesuai dengan standar kompetensi dan tujuan pendidikan. Informasi tentang Konsep Matriks disajikan secara garis besar tetapi konseptual. Untuk pendalaman, dan perluasan materi, serta pembentukan kompetensi kunci, dianjurkan siswa dapat memperoleh melalui observasi di lapangan, studi referensi, diskusi, dan tutorial dengan guru.

Strategi penyajian modul dirancang agar belajar siswa tidak terfokus hanya mempelajari satu sumber saja, tapi siswa didorong untuk melakukan eksplorasi terhadap sumber-sumber belajar lain yang relevan. Melalui pendekatan ini, diharapkan kompetensi dasar dan kompetensi kunci seperti kemampuan komunikasi, kerjasama dalam tim, penguasaan teknologi informasi, pemecahan masalah dan pengambilan keputusan dapat terbentuk pada diri siswa.

Januari 2006

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iii
PETA KEDUDUKAN MODUL	iv
MODUL 4: MATRIKS	
BAB I PENDAHULUAN	
BAB II PEMELAJARAN	
A. RENCANA BELAJAR SISWA	7
B. KEGIATAN BELAJAR	8
1. KEGIATAN BELAJAR 1	8
2. KEGIATAN BELAJAR 2	16
3. KEGIATAN BELAJAR 3	22
4. KEGIATAN BELAJAR 4	29
BAB III EVALUASI	
A. EVALUASI KOMPETENSI	36
B. KUNCI EVALUASI	37
BAB IV PENUTUP	38
GLOSARIUM	
DAFTAR PUSTAKA.....	39

PETA MODUL MATEMATIKA

BIDANG KEAHLIAN : BDRL, THPi, NPL
 KELOMPOK BIDANG KEAHLIAN : Teknologi dan pertanian
 MATA PELAJARAN : Matematika

Kode	Kompetensi	Sub Kompetensi	Judul Modul	Keterangan
A	Menerapkan konsep operasi bilangan real	Menerapkan operasi pada bilangan real Menerapkan operasi pada bilangan berpangkat Menerapkan operasi pada bilangan irasional (bentuk akar) Menggunakan konsep logaritma	Operasi Bilangan Real	Modul 1
B	Menerapkan konsep aproksimasi	Menerapkan konsep kesalahan pengukuran Menerapkan konsep operasi hasil pengukuran	Aproksimasi	Modul 2
C	Mengaplikasikan konsep persamaan dan pertidaksamaan	1. Menentukan himpunan penyelesaian persamaan dan pertidaksamaan linear 2. Menerapkan persamaan dan pertidaksamaan kuadrat 3. Menyelesaikan sistem persamaan	Persamaan dan Pertidaksamaan	Modul 3

D	Menerapkan konsep matriks	1. Mendeskripsikan macam-macam matriks 2. Menyelesaikan operasi matriks 3. Menentukan determinan dan invers	Matriks	Modul 4
E	Menerapkan konsep program linear	1. Membuat grafik himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear 2. Menentukan model matematika dari soal cerita (kalimat verbal) 3. Menentukan nilai optimum dari sistem pertidaksamaan linear, model matematika 4. Menerapkan garis selidik	Program Linear	Modul 5

F	Menerapkan konsep logika matematika	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mendeskripsikan pernyataan dan bukan pernyataan (kalimat terbuka) 2. Mendeskripsikan ingkaran, konjungsi, disjungsi, implikasi, biimplikasi dan ingkarannya 3. Mendeskripsikan invers, konvers dan kontraposisi 1. Menerapkan modus ponens, modus tollens dan prinsip silogisme dalam menarik kesimpulan 	Logika Matematika	Modul 6
G	Menerapkan trigonometri	<ol style="list-style-type: none"> 1. menentukan dan menggunakan nilai perbandingan trigonometri suatu sudut 2. mengkonversi koordinat kartesius dan kutub 3. menggunakan aturan sinus dan kosinus 4. menentukan luas suatu segi tiga 5. menggunakan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut 6. menyelesaikan persamaan trigonometri 	Trigonometri	Modul 7

H	Mengaplikasikan konsep fungsi	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mendeskripsikan perbedaan konsep relasi dan fungsi 2. Menerapkan konsep fungsi linear 3. Menerapkan konsep fungsi kuadrat 4. Menerapkan konsep fungsi eksponen 5. Menerapkan konsep fungsi logaritma 6. Menerapkan konsep fungsi trigonometri 	Relasi dan Fungsi	Modul 8
I	Mengaplikasikan konsep barisan dan deret	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mengidentifikasi pola bilangan bilangan dan deret 2. Menerapkan konsep barisan dan deret aritmetika 3. Menerapkan konsep barisan dan deret geometri 	Barisan dan Deret	Modul 9
J	Menerapkan konsep geometri dimensi dua	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mengidentifikasi sudut 2. Menentukan keliling dan luas daerah bidang datar 3. menerapkan transformasi bangun datar 	Geometri Dimensi Dua	Modul 10

K	Menerapkan konsep geometri dimensi tiga	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mengidentifikasi bangun ruang dan unsur-unsurnya 2. Menghitung luas permukaan 3. Menerapkan konsep volum bangun ruang 4. menentukan hubungan antar unsur-unsur dalam bangun ruang 	Geometri Dimensi Tiga	Modul 11
L	Menerapkan konsep vektor	<ol style="list-style-type: none"> 1. menerapkan konsep vektor pada bidang datar 2. menerapkan konsep vektor pada bangun ruang 	Vektor	Modul 12
M	Menerapkan konsep teori peluang	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mendeskripsikan kaidah pencacahan, permutasi dan kombinasi 2. Menghitung peluang suatu kejadian 	Peluang	Modul 13
N	Mengaplikasikan konsep statistika	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mengidentifikasi pengertian statistik, statistika, populasi dan sampel 2. Menyajikan data dalam bentuk tabel dan diagram 3. Menentukan ukuran pemusatan data 4. Menentukan ukuran penyebaran data 	Statistika	Modul 13

O	Menerapkan konsep irisan kerucut	1. menerapkan konsep lingkaran 2. menerapkan konsep parabola 3. menerapkan konsep elips 4. menerapkan konsep hiperbola	Irisan Kerucut	Modul 14
---	----------------------------------	---	----------------	----------

BAB I

PENDAHULUAN

A. DESKRIPSI

Modul siswa tentang matriks ini terdiri atas 3 bagian proses pembelajaran yang meliputi 3 sub kompetensi, yaitu:

1. Pengantar Matriks, yang terdiri dari dua kegiatan belajar. Kegiatan Belajar 1 membahas pengertian matriks, notasi matriks, baris dan kolom matriks, elemen serta ordo matriks. Kegiatan Belajar 2, membahas jenis-jenis matriks, kesamaan matriks dan transpos suatu matriks. Pembelajaran untuk pengantar matriks dialokasikan 6 jam pelajaran.
2. Operasi Matriks, yang terdiri dari dua kegiatan belajar. Kegiatan Belajar 3 membahas penjumlahan dan pengurangan matriks. Kegiatan Belajar 4 membahas perkalian skalar dengan matriks dan perkalian matriks dengan matriks. Pembelajaran untuk operasi matriks dialokasikan 8 jam pelajaran.
3. Determinan, Invers, Minor, dan Kofaktor Matriks serta penyelesaian persamaan linear dua peubah terdiri dari tiga kegiatan belajar. Kegiatan Belajar 5 membahas determinan dan invers matriks. Kegiatan Belajar 6 membahas minor dan kofaktor suatu matriks. Kegiatan Belajar 7 membahas penyelesaian persamaan linear dua peubah dengan menggunakan matriks. Pembelajaran ini dialokasikan 11 jam pelajaran.
4. Evaluasi untuk kompetensi penerapan konsep matriks dialokasikan 2 jam pelajaran.

Setelah mempelajari modul ini, kompetensi yang diharapkan adalah siswa dapat menerapkan konsep matriks dalam memecahkan permasalahan yang berhubungan dengan penggunaan matriks.

Pendekatan yang digunakan dalam menyelesaikan modul ini menggunakan pendekatan siswa aktif melalui metode pemberian tugas, diskusi pemecahan masalah, serta presentasi. Guru merancang pembelajaran yang memberikan kesempatan seluas-luasnya pada siswa untuk berperan aktif dalam membangun konsep secara mandiri ataupun bersama-sama.

B. PRASYARAT

Kemampuan awal yang diperlukan untuk mempelajari modul ini adalah siswa telah mempelajari dan menguasai modul tentang Bilangan Real, dan Persamaan dan Pertidaksamaan.

C. PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL

1. Penjelasan Bagi Siswa

- a. Bacalah modul ini secara berurutan dari Kata Pengantar sampai Cek Kemampuan, pahami benar isi dari setiap babnya.
- b. Setelah anda mengisi Cek Kemampuan, apakah anda termasuk kategori orang yang perlu mempelajari modul ini? Apabila anda menjawab YA, maka pelajari modul ini.
- c. Laksanakan semua tugas-tugas yang ada dalam modul ini agar kompetensi anda berkembang sesuai standar.
- d. Buatlah rencana belajar anda dengan menggunakan format seperti yang ada dalam modul, konsultasikan dengan guru dan institusi pasangan penjamin mutu, hingga mendapat persetujuan.
- e. Lakukan kegiatan belajar untuk mendapatkan kompetensi sesuai rencana kegiatan belajar yang telah anda susun dan disetujui oleh guru dan institusi pasangan penjamin mutu.
- f. Setiap mempelajari satu sub kompetensi, anda harus mulai dari menguasai pengetahuan pendukung (Uraian Materi), melaksanakan tugas-tugas, mengerjakan lembar latihan.

- g. Dalam mengerjakan Lembar Latihan, anda jangan melihat Kunci Jawaban terlebih dahulu sebelum anda menyelesaikan Lembar Latihan.
- h. Laksanakan Lembar Kerja untuk pembentukan keterampilan psikomotorik sampai anda benar-benar terampil sesuai standar. Apabila anda mengalami kesulitan dalam melaksanakan tugas ini, konsultasikan dengan guru anda.

2. Peran Guru

- a. Membantu siswa dalam merencanakan proses belajar.
- b. Membimbing siswa melalui tugas-tugas pelatihan yang dijelaskan dalam tahap belajar.
- c. Membantu siswa dalam memahami konsep dan praktek baru dan menjawab pertanyaan siswa mengenai proses belajar siswa.
- d. Membantu siswa dalam menentukan dan mengakses sumber tambahan lain yang diperlukan untuk belajar.
- e. Mengorganisasikan kegiatan belajar kelompok jika diperlukan.
- f. Merencanakan seorang ahli/ pendamping guru dari tempat kerja untuk membantu jika diperlukan.
- g. Melaksanakan penilaian.
- h. Menjelaskan kepada siswa mengenai bagian yang perlu untuk dibenahi dan merundingkan rencana pembelajaran selanjutnya
- i. Mencatat pencapaian kemajuan siswa.

D. TUJUAN AKHIR

Spesifikasi kinerja yang diharapkan dikuasai siswa setelah mengikuti seluruh kegiatan belajar adalah siswa dapat :

1. Membuat susunan bilangan dalam bentuk matriks.
2. Menyebutkan ordo suatu matriks.
3. Menuliskan bentuk umum suatu matriks dalam ordo tertentu.
4. Mengidentifikasi jenis-jenis matriks.

5. Menyelesaikan kesamaan matriks.
6. Menjumlahkan atau mengurangi dua matriks atau lebih.
7. Mengalikan skalar dengan matriks.
8. Mengalikan dua matriks.
9. Mencari invers dan determinan suatu matriks ordo dua.
10. Menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan matriks.

Berdasarkan spesifikasi kinerja di atas, kemungkinan aplikasi konsep matriks secara mendalam di dunia kerja diantaranya untuk menyelesaikan persoalan program linear, ekonometri, statistika, dan metode-metode yang mempelajari hubungan-hubungan (*interrelationship*) antara variabel/faktor-faktor.

Pengetahuan matriks merupakan syarat pokok untuk bisa memahami teori/analisis ekonomi modern yang bersifat kuantitatif. Misalnya di dalam menganalisis tabel *input-output*, penggunaan matriks dimungkinkan selain hubungan yang kait mengkait antara sektor yang satu dengan sektor lainnya, juga dapat dipergunakan untuk meramalkan output setiap sektor kalau permintaan akhir (*final demand*) bagi setiap sektor yang sudah diketahui.

E. KOMPETENSI : MENERAPKAN KONSEP MATRIKS

SUB KOMPETENSI (J)	KRITERIA KINERJA	LINGKUP MATERI BELAJAR	MATERI POKOK PEMBELAJARAN		
			SIKAP	PENGETAHUAN	KETERAMPILAN
1. Mendeskripsikan macam-macam matriks	<ul style="list-style-type: none"> Matriks dibedakan menurut jenisnya 	<ul style="list-style-type: none"> Macam-macam matriks 	<ul style="list-style-type: none"> Teliti dan cermat dalam menerapkan konsep matriks 	<ul style="list-style-type: none"> Pengertian matriks, notasi matriks, baris, kolom, elemen dan ordo matriks Jenis-jenis matriks 	<ul style="list-style-type: none"> Mengoperasikan matriks
2. Menyelesaikan operasi matriks	<ul style="list-style-type: none"> Operasi matriks diselesaikan dengan menggunakan aturan yang berlaku 	<ul style="list-style-type: none"> Operasi matriks 		<ul style="list-style-type: none"> Penyelesaian operasi matriks: <ul style="list-style-type: none"> Penjumlahan dan pengurangan Transpos matriks Perkalian skalar dengan matriks Perkalian matriks dengan matriks 	
3. Menentukan determinan dan invers matriks	<ul style="list-style-type: none"> Determinan dan invers matriks ditentukan dengan aturan yang berlaku 	<ul style="list-style-type: none"> Determinan dan invers matriks 		<ul style="list-style-type: none"> Determinan matriks Minor, kofaktor dan adjoin matriks Invers matriks Penyelesaian sistem persamaan linear dengan menggunakan matriks 	

F. CEK KEMAMPUAN

NO.	PERTANYAAN	YA	TIDAK
1.	Tahukah Anda Pengertian Matriks	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.	Dapatkah Anda menuliskan bentuk umum suatu matriks orde tertentu	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.	Dapatkah Anda mengidentifikasi jenis-jenis matriks	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	Dapatkah Anda menyelesaikan kesamaan dua matriks	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.	Dapatkah Anda mengoperasikan matriks (penjumlahan, pengurangan, dan perkalian)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6.	Dapatkah Anda mencari invers dan determinan matriks ordo dua	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7.	Dapatkah Anda menyelesaikan sistem persamaan linear dua peubah dengan matriks	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8.	Dapatkah Anda mengaplikasikan konsep matriks dalam kehidupan sehari-hari	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Apabila Anda menjawab “TIDAK” pada salah satu pertanyaan di atas, pelajarilah materi tersebut pada modul ini. Apabila Anda menjawab “YA” pada semua pertanyaan, maka lanjutkanlah dengan mengerjakan tugas, tes formatif dan evaluasi yang ada pada modul ini.

BAB II
PEMELAJARAN

A. RANCANGAN BELAJAR SISWA

Sebagaimana telah diinformasikan dalam pendahuluan bahwa modul ini hanya sebagian dari sumber belajar yang dapat anda pelajari untuk menguasai kompetensi Menerapkan Konsep Matriks. Untuk mengembangkan kompetensi anda dalam *substansi non instruksional*, anda perlu latihan. Aktifitas-aktifitas yang dirancang dalam modul ini selain mengembangkan kompetensi matematika, juga mengembangkan kompetensi *substansi non instruksional*. Untuk itu maka dalam menggunakan modul ini anda harus melaksanakan tugas-tugas yang telah dirancang.

1. Buatlah rencana belajar anda berdasarkan rancangan pembelajaran yang telah disusun oleh guru, untuk menguasai kompetensi Konsep Matriks, dengan menggunakan format sebagai berikut :

NO.	KEGIATAN	PENCAPAIAN			ALASAN PERUBAHAN BILA DIPERLUKAN	PARAF	
		TGL	JAM	TEMPAT		SISWA	GURU

Mengetahui,
Guru Pembimbing

Cianjur,2006
Siswa

(.....)

(.....)

2. Rumuskan hasil belajar anda sesuai standar bukti belajar yang telah ditetapkan.
 - a. Untuk penguasaan pengetahuan, anda dapat membuat suatu ringkasan menurut pengertian anda sendiri terhadap konsep-konsep yang berkaitan dengan kompetensi yang telah anda pelajari. Selain ringkasan, anda juga dapat melengkapi dengan kliping terhadap informasi-informasi yang relevan dengan kompetensi yang sedang anda pelajari.
 - b. Tahapan pekerjaan dapat anda tuliskan/gambarkan dalam diagram alir, yang dilengkapi dengan penjelasannya (siapa penanggung jawab setiap tahapan pekerjaan, siapa yang terlibat, kapan direncanakan, kapan direalisasikan, dan hasilnya apa).
 - c. Produk hasil praktik kegiatan di lini produksi dapat anda kumpulkan berupa contoh benda kerja, atau dalam bentuk visualisasinya (gambar, foto, dll)
 - d. Setiap tahapan proses akan diakhiri, lakukanlah diskusi dengan guru pembimbing untuk mendapatkan persetujuan, dan apabila ada hal-hal yang harus dibetulkan/dilengkapi, maka anda harus melaksanakan saran guru pembimbing anda.

B. KEGIATAN BELAJAR

1. Kegiatan Belajar 1 (Pengertian Matriks)

a. Tujuan Kegiatan Belajar 1

Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini, anda diharapkan :

- 1) Memiliki pemahaman mengenai pengertian matriks
- 2) Dapat membedakan antara baris dan kolom matriks
- 3) Mengetahui elemen-elemen suatu matriks
- 4) Dapat menuliskan notasi-notasi matriks
- 5) Dapat menyebutkan ordo suatu matriks

b. Uraian Materi Kegiatan Belajar 1

1) Pengertian Matriks

Dalam kehidupan sehari-hari dan dalam matematika, berbagai keterangan seringkali disajikan dalam bentuk matriks.

Contoh 1.

Keadaan Siswa Kelas 1 pada tanggal 1 Maret 2004

		S = Sakit	I = Ijin	T = Tanpa Keterangan
k o l o m ↓	Kelas I A	2	1	1
	Kelas I B	1	3	2
	Kelas I C	3	2	1
	→ baris			

Contoh 2.

Daftar Campuran Bahan untuk Membuat Kue

	Gula	Mentega	Tepung
Roti I	1	2	3
Roti II	1	2	5
Roti III	2	3	7
Roti IV	2	4	6

Apabila dari daftar tabel Contoh 1 dan 2 tersebut, kepala kolom dan baris dihilangkan, kemudian susunan lambang bilangan itu diberi tanda kurung atau kurung siku, maka susunan itu disebut **matriks**.

Matriks contoh 1 ialah

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \text{baris} \\ \rightarrow \text{baris} \\ \rightarrow \text{baris} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \end{matrix} \begin{matrix} k & k & k \\ o & o & o \\ l & l & l \\ o & o & o \end{matrix}$$

Matriks contoh 2 ialah
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 7 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

Jadi, matriks adalah susunan berbentuk persegi panjang dari bilangan-bilangan yang diatur pada **baris** dan **kolom** (lajur) dan diletakkan di dalam dua kurung biasa atau kurung siku.

2) Elemen Suatu Matriks

Pada matriks
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$
, setiap bilangan dalam matriks

diatas dinamakan **elemen matriks**. Setiap elemen ditentukan dengan menyatakan baris dan kolom yang memuat bilangan itu. Pada matriks di atas bilangan 7 adalah elemen baris kedua kolom ketiga. Elemen-elemen pada kolom kedua adalah bilangan-bilangan 2, 6 atau 10.

Bentuk umum sebuah matriks adalah :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

a_{mn} adalah **elemen** atau **unsur** pada matriks yang terletak pada baris ke m dan kolom ke n

3) Notasi Matriks

Suatu matriks dinyatakan dengan sebuah huruf kapital.

Misalnya $A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

4) Ordo Matriks

Ordo suatu matriks ditentukan oleh banyaknya baris diikuti banyaknya kolom.

Contoh :

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Matriks A mempunyai 2 baris dan 3 kolom, maka dikatakan ordonya 2×3 (dibaca “2 kali 3”) dan ditulis $A_{2 \times 3}$ atau $A_{(2 \times 3)}$.

Jika banyaknya baris suatu matriks sama dengan banyaknya kolom, maka matriks itu disebut matriks bujur sangkar. Karena istilah bujur sangkar disesuaikan menjadi persegi, maka dapat pula disebut dengan matriks persegi. Matriks B adalah matriks persegi dengan ordo 2.

c. Rangkuman Uraian Kegiatan Belajar 1

- Matriks adalah susunan berbentuk persegi panjang dari bilangan-bilangan-bilangan yang diatur pada baris dan kolom (lajur), serta diletakkan di dalam dua kurung biasa atau kurung siku
- Bentuk umum sebuah matriks adalah :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

a_{mn} adalah **elemen** atau **unsur** pada matriks yang terletak pada baris ke m dan kolom ke n

Ordo suatu matriks ditentukan oleh banyaknya baris diikuti dengan banyaknya kolom.

Matriks A mempunyai 2 baris dan 3 kolom, maka dikatakan ordonya 2×3 (dibaca “2×3”) dan ditulis $A_{2 \times 3}$ atau $A_{(2 \times 3)}$

Jika banyaknya baris suatu matriks sama dengan banyaknya kolom, maka matriks itu disebut matriks persegi.

Contoh :

$B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah matriks persegi dengan ordo 2

d. Tugas Kegiatan Belajar 1

Diskusikan soal-soal pada LKS 1 dengan anggota kelompok Anda. Kemudian presentasikan hasilnya sesuai dengan yang ditugaskan oleh guru.

e. Tes Formatif 1 (waktu : 45 menit)

1) Diketahui matriks

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 7 & -3 \\ 4 & -1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

- a) Berapakah banyak baris dan kolom dari matriks diatas?
 - b) Sebutkanlah elemen-elemen pada:
 - i) baris kedua
 - ii) kolom keempat
 - c) Sebutkan elemen pada baris ketiga kolom keempat!
 - d) Sebutkan elemen pada baris kedua kolom ketiga!
 - e) Sebutkan pada baris dan kolom berapakah tiap elemen berikut ini terletak?
 - i) -3
 - ii) 2
 - iii) 3
- 2) Untuk tiap matriks di bawah ini, tentukanlah banyak baris dan kolomnya.
- a) (1 2 4 5)
 - b) $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$

$$c) \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$d) \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

3) Tentukanlah ordo tiap matriks berikut ini:

$$a) A = (1 \ 2 \ 6)$$

$$b) B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$c) C = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$d) D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 6 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

4) Buatlah contoh matriks yang berordo $m \times n$, jika:

$$a) m = 2 \text{ dan } n = 3$$

$$b) m = 3 \text{ dan } n = 5$$

$$c) m = 3 \text{ dan } n = 3$$

f. Kunci Jawaban Tes Formatif 1

1) Pada matriks A

a) banyaknya baris 3, banyaknya kolom 4

b) elemen pada

i. baris kedua: -1; 2; 7; -3

ii. kolom keempat: 4; -3; -5

c) elemen baris ketiga dan kolom keempat adalah -5

d) elemen baris kedua dan kolom ketiga adalah 7

- e) elemen tersebut terletak pada
- i. baris kedua dan kolom keempat
 - ii. baris kedua dan kolom kedua, serta terletak pada baris kesatu dan kolom ketiga
 - iii. baris kesatu dan kolom kesatu
- 2) Matriks tersebut mempunyai
- a) banyak baris 1, banyak kolom 4
 - b) banyak baris 2, banyak kolom 2
 - c) banyak baris 2, banyak kolom 4
 - d) banyak baris 4, banyak kolom 1
- 3) Ordo matriks tersebut adalah
- a) A berordo 1×3
 - b) B berordo 3×2
 - c) C berordo 3×1
 - d) A berordo 3×4
- 4) Melihat hasil tiap siswa, alternatif jawabannya dapat seperti berikut:
- a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$
 - b) $\begin{pmatrix} a & b & c & d & e \\ f & g & h & i & j \\ k & l & m & n & o \end{pmatrix}$
 - c) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

g. Lembar Kerja Siswa 1

1) Diketahui matriks

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 3 & 7 & 2 & 6 \\ 5 & 1 & 9 & 0 \end{pmatrix}$$

- Sebutkanlah banyaknya baris dan kolom
- Sebutkanlah elemen-elemen baris kedua
- Sebutkanlah elemen-elemen kolom ketiga
- Tuliskanlah elemen matriks yang seletak pada baris kedua dan kolom keempat
- Nyatakanlah baris dan lajur yang menentukan letak elemen 4, 7 dan 2

2) Hasil pertandingan sepak bola adalah sebagai berikut :

Kesebelasan	Main	Menang	Seri	Kalah	Memasukkan Gol	Kemasukan Gol	Nilai
Persija Jakarta	5	2	1	2	15	15	5
Persib Bandung	5	2	1	2	12	11	5
PSMS Medan	5	2	2	1	13	12	6
Persebaya Surabaya	5	2	0	3	13	16	4
PSM Makassar	5	3	0	2	16	11	6
PSS Sleman	5	2	0	3	12	16	4

Dari matriks yang diperoleh :

- Berapa banyaknya baris dan banyaknya kolom ?
 - Pada baris atau kolom mana :
 - Semua elemennya sama
 - Semua elemennya lebih dari 11
 - Semua elemennya genap
- 3) Dari surat kabar atau majalah, carilah beberapa contoh keterangan yang disajikan dalam bentuk matriks!

2. Kegiatan Belajar 2 (Jenis-jenis Matriks)

a. Tujuan Kegiatan Belajar 2

Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini diharapkan anda :

- 1) Dapat menyebutkan macam-macam matriks (matriks baris, matriks kolom, matriks persegi/bujursangkar, matriks segitiga)
- 2) Dapat mengidentifikasi dua matriks yang sama
- 3) Memiliki kemampuan untuk menunjukkan transpos suatu matriks

b. Uraian Materi Kegiatan Belajar 2

1) Macam-macam matriks

- Matriks Baris

Matriks yang hanya memiliki elemen satu baris

Contoh : $(0 \ -1 \ 1)$, $(3 \ -2 \ 5 \ -1)$

- Matriks Kolom (Lajur)

Matriks yang hanya memiliki elemen satu kolom

Contoh : $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

- Matriks Persegi (Bujursangkar)

Matriks yang banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom

Contoh : $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{pmatrix}$

- Matriks Segitiga

Matriks persegi yang dipisahkan oleh diagonal, dengan elemen-elemen 0 pada separuh bagiannya

$$\text{Contoh : } \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & d \\ 0 & 0 & g & h \\ 0 & j & k & l \\ m & n & o & p \end{pmatrix}$$

2) Kesamaan Matriks

Dua matriks A dan B disebut sama, jika

- Ordonya sama, dan
- Elemen-elemen yang bersesuaian (seletak) sama

Contoh :

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{12}{3} & \frac{4}{2} \\ 1 & \frac{6}{2} \end{pmatrix}, \quad \text{tetapi} \quad \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{sebab}$$

walaupun elemen-elemen kedua matriks itu sama, tetapi letak elemen-elemen itu berbeda, sehingga elemen-elemen yang bersesuaian tidak sama.

3) Transpos suatu Matriks

Dari matriks A dapat di bentuk matriks baru dengan cara baris 1 matriks A ditulis menjadi kolom 1 matriks baru, baris 2 matriks A dijadikan kolom 2 matriks baru, dan seterusnya.

Matriks baru yang diperoleh disebut transpos dari matriks A dan dinyatakan dengan A^T (di baca "transpos A"). Baris-baris matriks A menjadi kolom-kolom matriks A^T , dan kolom-kolom matriks A menjadi baris-baris matriks A^T .

$$\text{Contoh : Jika } A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \text{ maka } A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

c. Rangkuman Uraian Kegiatan Belajar 2

- Matriks baris adalah matriks yang hanya mempunyai elemen satu baris
- Matriks kolom adalah matriks yang hanya mempunyai elemen satu kolom

- Matriks persegi adalah matriks yang banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom
- Matriks segitiga adalah matriks persegi yang dipisahkan oleh diagonal dengan elemen bilangan-bilangan nol pada separuh bagiannya
- Dua matriks A dan B disebut sama, jika :
 - Ordonya sama, dan
 - Elemen-elemen yang bersesuaian (seletak) sama
- Transpos suatu matriks adalah matriks baru yang baris-barisnya merupakan kolom-kolom matriks semula

d. Tugas Kegiatan Belajar 2

Petunjuk :

- Setiap anggota kelompok memilih satu soal dari LKS 2 untuk dipelajari dan dicari penyelesaiannya
- Anggota masing-masing kelompok yang memilih soal yang sama berkelompok untuk mendiskusikan soal yang dipelajari dan dicari penyelesaiannya. Atau membuat kelompok baru, misalnya kelompok soal no. 3, kelompok soal no. 7, dan sebagainya.
- Setelah diperoleh pemahaman tentang soal yang dipelajari untuk setiap nomor, anggota kelompok tersebut kembali berkumpul pada kelompok semula, dan mencoba menjelaskan kepada anggota kelompoknya, sehingga setiap anggota kelompok semula dapat memahami seluruh soal pada LKS 2.

e. Tes Formatif 2 (waktu : 45 menit)

- 1) Berikan penjelasan tentang pengertian dua buah matriks yang sama!

2) Diantara matriks-matriks berikut ini, manakah yang sama

dengan matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

a) $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

b) $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

c) $D = \begin{pmatrix} (2-1) & 0 \\ -\sqrt{4} & \frac{6}{2} \end{pmatrix}$

d) $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

e) $F = \begin{pmatrix} \frac{2}{2} & (4-4) \\ -2 & \sqrt{9} \end{pmatrix}$

f) $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$

3) Carilah nilai-nilai x dan y pada tiap kesamaan matriks berikut ini:

a) $\begin{pmatrix} -2x & 3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 9 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} x-4 \\ 2-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

4) Diketahui matriks-matriks :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2x} & -1 \\ 4 & 3 - y \end{pmatrix}$$

a) Tentukanlah transpos dari matriks B atau B^T

b) Jika $B^T = A$, carilah nilai-nilai x dan y

f. Kunci Jawaban Tes Formatif 2

1) Alternatif jawaban: dua buah matriks A dan B dikatakan sama, jika dan hanya jika kedua matriks itu memiliki ordo sama dan elemen-elemen yang seletak juga sama.

2) $A = D = F$

3) Pada kesamaan matriks tersebut, nilai

a) $x = \frac{6}{-2} = -3, \quad y = \frac{9}{3} = 3$

b) $x = 2 + 4 = 6, \quad y = 2 - 1 = 1$

4) Transpos $B = B^T = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2x} & 4 \\ -1 & 3 - y \end{pmatrix}$ dan

$$\begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2x} & 4 \\ -1 & 3 - y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$$

maka $1 - \frac{1}{2x} = 2$

$$-\frac{1}{2x} = 1$$

$$x = -2$$

dan $3 - y = 6$

$$y = -3$$

g. Lembar Kerja Siswa 2

1) Sebutkanlah ordo matriks berikut ini :

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} a & p & i \\ p & b & t \\ i & t & v \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 5 & 24 \\ -2 & 4 & 3 & \end{pmatrix}$ e) $(0 \ 1 \ 2)$ f) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

2) Berapakah banyaknya elemen setiap matriks pada soal no. 1 ?
Tahukah kamu cara menghitung yang cepat ?

3) Tulislah sebuah contoh :

- a) matriks 2×4
- b) matriks 3×3
- c) matriks 3×1
- d) matriks 1×1

4) Matriks-matriks berikut ini manakah yang sama ?

$$A = (1 \ 2 \ 3) \quad B = (3 \ 2 \ 1) \quad C = (1 \ 2 \ 3) \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

5) Tentukanlah x dan y berikut ini

a) $\begin{pmatrix} x & 2y \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} x+3 \\ 2-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

c) $(3x \ -y) = (12 \ -2)$

6) Tulislah transpose dari setiap matriks pada soal no. 1 dan sebutkan ordo setiap matriks transpose itu

7) $P = \begin{pmatrix} x & 5 \\ 3 & y \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$

Jika $P^T = Q$, tentukanlah x dan y .

3. Kegiatan Belajar 3 (Penjumlahan dan Pengurangan Matriks)

a. Tujuan Kegiatan Belajar 3

Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini, anda diharapkan :

- 1) Memahami pengertian dan syarat penjumlahan matriks
- 2) Memahami pengertian lawan suatu matriks
- 3) Mengenal definisi penjumlahan matriks

b. Uraian Materi Kegiatan Belajar 3

Agar pengertian dan syarat penjumlahan dua buah matriks dapat dipahami dengan baik, simaklah persoalan berikut :

Dewi dan Budi adalah calon siswa teladan dari sebuah SMK. Penentuan siapa yang berhak mengikuti seleksi pelajar teladan tingkat kabupaten didasarkan pada jumlah nilai mata pelajaran Matematika dan Bahasa Inggris pada semester I dan semester II. Nilai kedua mata pelajaran yang dicapai oleh Dewi dan Budi diperlihatkan pada tabel di bawah ini :

Tabel 1.

	Semester 1		Semester 2		Jumlah	
	Dewi	Budi	Dewi	Budi	Dewi	Budi
Matematika	82	86	80	80	162	166
Bhs Inggris	72	78	73	74	145	152

Dari tabel 1 di atas terlihat bahwa jumlah nilai semester I dan II untuk mata pelajaran Matematika dan Bahasa Inggris yang dicapai Budi lebih tinggi dibandingkan yang dicapai oleh Dewi. Dengan demikian, Budi lebih berhak mengikuti seleksi pelajar teladan tingkat kabupaten untuk mewakili SMK tersebut.

Sekarang kita akan melihat bagaimana proses penjumlahan nilai-nilai tersebut dilakukan dengan menggunakan matriks. Bila data

atau informasi pada tabel 1 disajikan dalam bentuk matriks, maka dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{pmatrix} 82 & 86 \\ 72 & 78 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 80 & 80 \\ 73 & 74 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 162 & 166 \\ 145 & 152 \end{pmatrix}$$

\uparrow
A

\uparrow
B

\uparrow
C

Bagan 1

Selanjutnya perhatikan contoh penjumlahan dua matriks di bawah ini.

Contoh :

Diketahui matriks-matriks

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$$

- a. Tentukan $A + B$ dan $B + A$
- b. Apakah $A + B = B + A = 0$

Jawab :

$$\text{a. } A + B = \begin{pmatrix} 3+(-3) & 1+(-1) \\ 2+(-2) & 4+(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B + A = \begin{pmatrix} -3+3 & -1+1 \\ -2+2 & -4+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- b. Dari jawaban a), terlihat bahwa $A + B = B + A = 0$

Apabila kita perhatikan, elemen-elemen yang seletak dari matriks B dan matriks A saling berlawanan. Matriks B yang bersifat seperti itu disebut lawan atau negatif dari matriks A, dan ditulis sebagai $-A$.

Dalam operasi bilangan real, kita ketahui bahwa operasi pengurangan dapat ditentukan dengan menjumlahkan sebuah bilangan dengan lawan atau negatif dari suatu bilangan.

Dengan menggunakan pemikiran yang serupa dengan operasi pengurangan pada bilangan real, maka operasi pengurangan dalam matriks dapat ditentukan dengan menjumlahkan sebuah matriks dengan lawan atau negatif dari matriks lainnya. Apabila A dan B masing-masing matriks berordo sama maka pengurangan matriks A oleh B dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$A - B = A + (-B)$$

Selanjutnya perhatikan contoh di bawah ini :

1) Jika $A = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ maka

$$A - B = A + (-B) = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+(-2) \\ 4+(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2) Jika $P = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$ maka

$$\begin{aligned} P - Q &= P + (-Q) = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 5 & -7 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3+(-2) & 2+(-6) \\ -1+5 & 4+(-7) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

c. Rangkuman Uraian Kegiatan Belajar 3

- Jika A dan B adalah dua matriks yang berordo sama, maka jumlah matriks A dan B (ditulis: $A + B$) adalah sebuah

matriks baru yang didapat dengan cara menjumlahkan elemen-elemen yang seletak dari matriks A dan matriks B.

- Setiap matriks mempunyai lawan atau negatif, misalkan matriks A mempunyai lawan matriks $-A$.
- Pengurangan matriks A oleh matriks B dapat ditentukan dengan cara menjumlahkan matriks A dengan lawan matriks B.
- Pengurangan matriks A oleh matriks B dapat juga dinyatakan sebagai berikut, yaitu jika matriks A dan matriks B adalah dua matriks yang berordo sama, maka pengurangan matriks A oleh matriks B (ditulis: $A - B$) adalah sebuah matriks baru yang diperoleh dengan mengurangkan elemen-elemen matriks A dengan elemen-elemen matriks B yang seletak.

d. Tugas Kegiatan Belajar 3

- 1) Setelah menyimak penjelasan uraian materi Kegiatan Belajar 3, amatilah dengan cermat bagan 1 yang merupakan hasil penyajian informasi tentang penetapan wakil untuk pemilihan pelajar teladan ke dalam bentuk matriks
- 2) Selanjutnya dari hasil pengamatan terhadap bagan 1 di atas, cobalah uraikan dengan jelas hal-hal sebagai berikut:
 - a) Bagaimana ordo matriks pada ruas kiri atau ordo matriks A dan matriks B?
 - b) Bagaimana ordo matriks pada ruas kanan atau ordo matriks C dibandingkan dengan matriks-matriks pada ruas kiri?
 - c) Bagaimana elemen-elemen matriks ruas kanan diperoleh?
- 3) Coba diskusikan dengan anggota kelompok untuk memecahkan masalah sebagai berikut:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & -6 & 1 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 10 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ dan } R = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & -4 \\ 3 & -2 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

Tentukan :

- a) $P - Q$
- b) $P - R$
- c) $Q - R$

Apabila ada yang tidak dapat diselesaikan, berikan alasannya mengapa?

- 4) Coba selidiki sifat-sifat penjumlahan dua buah matriks berikut ini dengan menggunakan LKS 3

e. Tes Formatif 3 (waktu : 45 menit)

- 1) Diketahui matriks-matriks

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \text{ dan } C = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Carilah :

- a) $A + B$
- b) $B + C$
- c) $(A + B) + C$
- d) $A + (B + C)$
- e) Apakah $(A + B) + C = A + (B + C)$

- 2) Diketahui matriks-matriks

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & 2b \\ -3c & 3 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$$

Jika $A = -B$, tentukan nilai-nilai a , b dan c !

- 3) Carilah nilai-nilai a , b , c dan d pada tiap persamaan matriks berikut:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} a \\ -2b \\ \frac{1}{2}c \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$b) (2a \ -b \ 4c) - (2 \ 7 \ -5) = (2 \ 8 \ -11)$$

$$c) \begin{pmatrix} 10 & 13 \\ -9 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 11 \\ 0 & 12 \end{pmatrix}$$

f. Kunci Jawaban Tes Formatif 3

1) Hasil penjumlahan matriks

$$a) A + B = \begin{pmatrix} 0 & 8 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$b) B + C = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c) (A + B) + C = \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 8 & -2 \end{pmatrix}$$

$$d) A + (B + C) = \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 8 & -2 \end{pmatrix}$$

$$e) (A + B) + C = A + (B + C)$$

$$2) \begin{pmatrix} a+1 & 2b \\ -3c & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$$

$$a + 1 = -4 \text{ diperoleh } a = -5$$

$$2b = -2 \text{ diperoleh } b = -1$$

$$-3c = -6 \text{ diperoleh } c = 2$$

3) Pada persamaan matriks tersebut

$$a) a = 5, b = -3 \text{ dan } c = -8$$

$$b) a = 2, b = -15 \text{ dan } c = -4$$

$$c) a = 1 \ b = 2 \text{ dan } c = -5$$

g. Lembar Kerja Siswa 3

1) Jika diketahui $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ dan $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$, tunjukkan bahwa

$$a) O + A = A$$

$$b) A + O = A$$

Tempat penyelesaian :

.....
.....
.....

2) Lengkapilah pernyataan di bawah ini :

Dari hasil penyelesaian soal 1) di atas terlihat bahwa

$$\dots + \dots = A + O = \dots$$

Matriks O disebut matriks nol berordo $\dots \times \dots$, yaitu sebuah matriks yang setiap elemennya adalah \dots , dan untuk setiap matriks A berlaku

$$O + A = A + O = \dots$$

3) Diketahui matriks-matriks

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$$

a) Tentukanlah $(A + B)$ dan $(B + A)$

b) Apakah $(A + B) = (B + A)$

Tempat penyelesaian :

.....
.....
.....
.....

Dari hasil penyelesaian ternyata $(A + B) = (\dots + \dots)$

Hal ini menunjukkan bahwa penjumlahan matriks memenuhi sifat komutatif.

4) Diketahui matriks-matriks

$$P = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} \text{ dan } R = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Tentukan

a) $P + Q$

b) $Q + R$

- c) $(P + Q) + R$
- d) $P + (Q + R)$

Tempat penyelesaian :

.....

Dari jawaban yang diperoleh, dapatkah disimpulkan bahwa

$$(P + Q) + R = P + (Q + R)$$

Hal ini menunjukkan bahwa penjumlahan matriks memenuhi sifat asosiatif.

4. Kegiatan Belajar 4 (Perkalian Matriks)

a. Tujuan Kegiatan Belajar 4

Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini, anda diharapkan :

- 1) Mengetahui perkalian skalar (bilangan real) dengan matriks
- 2) Memahami perkalian matriks dan syarat-syaratnya

b. Uraian Materi Kegiatan Belajar 4

- 1) Perkalian skalar (bilangan real) dengan matriks

Ide penjumlahan yang berlaku pada bilangan real dapat kita terapkan pada penjumlahan matriks, yaitu

$a + a = 2a$, penjumlahan dua buah bilangan yang sama

$a + a + \dots + a = na$, penjumlahan n buah bilangan yang sama

Pada matriks, pandanglah matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

Berdasarkan aturan penjumlahan matriks, diperoleh

$$A + A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 1 & 2 \times 3 \\ 2 \times 2 & 2 \times 4 \end{pmatrix}$$

Matriks $\begin{pmatrix} 2 \times 1 & 2 \times 3 \\ 2 \times 2 & 2 \times 4 \end{pmatrix}$ dapat dituliskan sebagai $2 \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = 2A$

Jadi $A + A = 2A$

Dengan demikian $A + A + A = 3A$

Dari uraian di atas dapat disimpulkan jika A adalah sebuah matriks dan k adalah skalar (bilangan real), maka kA adalah sebuah matriks baru yang didapat dari hasil perkalian k dengan elemen-elemen matriks A .

2) Perkalian matriks dengan matriks

Untuk memahami perkalian suatu matriks dengan matriks lain, perhatikan persoalan di bawah ini:

Ketika jam istirahat Anto dan Tomi membeli makanan di kantin sekolah. Anto menghabiskan 4 buah kue dan 2 gelas es jeruk. Tomi menghabiskan 3 buah kue dan 1 gelas es jeruk. Harga kue per buah dan es jeruk per gelas masing-masing Rp. 100,00 dan Rp. 250,00. Persoalan ini jika disajikan dengan memakai tabel dapat ditunjukkan seperti di bawah ini

Tabel 2

	Kue	Es Jeruk
Anto	4	2
Tomi	3	1

Tabel 3

	Harga (Rp)
Kue	4
Es Jeruk	3

Persoalannya adalah berapakah jumlah uang yang harus dibayarkan oleh Anto, dan oleh Tomi.

Jumlah uang yang harus dibayarkan oleh Anto adalah
 $4 \times 100 + 2 \times 250 = 900$

Untuk menyatakan perhitungan ini dalam bentuk matriks, diperlukan dua buah informasi yaitu :

- Jenis dan jumlah makanan yang dibeli oleh Anto. Informasi ini dapat ditulis dengan matriks baris $(4 \ 2)$.
- Harga setiap jenis makanan. Informasi ini dapat ditulis dengan matriks kolom $\begin{pmatrix} 100 \\ 250 \end{pmatrix}$.

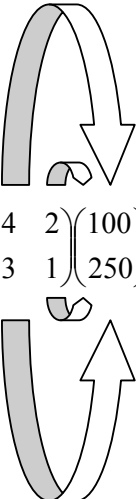
Dengan demikian, jumlah uang yang harus dibayar oleh Anto dapat dinyatakan sebagai :

$$(4 \ 2) \begin{pmatrix} 100 \\ 250 \end{pmatrix} = (4 \times 100 + 2 \times 250) = (900)$$

Langkah-langkah perhitungan seperti di atas pada hakekatnya diperoleh dengan cara mengalikan tiap elemen matriks baris (1×2) dengan elemen-elemen yang bersesuaian dari matriks kolom (2×1) . Matriks hasil perkaliannya adalah matriks (1×1) .

Selanjutnya kerjakan tugas belajar 4 untuk masalah no. 1!

Akhirnya jumlah uang yang harus dibayarkan oleh Anto dan Tomi dapat dinyatakan sebagai :


$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 100 \\ 250 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \times 100 + 2 \times 250 \\ 3 \times 100 + 1 \times 250 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 900 \\ 550 \end{pmatrix}$$

Proses atau cara penggabungan dua buah matriks menjadi sebuah matriks seperti penjelasan di atas disebut perkalian matriks. Sehingga dapat dikatakan, aturan perkalian matriks adalah mengalikan tiap elemen pada baris matriks sebelah kiri dengan tiap elemen pada kolom matriks sebelah kanan, kemudian hasilnya dijumlahkan.

Atau secara umum, jika diketahui $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ maka perkalian matriks A dan B dapat ditentukan dengan persamaan :

$$AB = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ap + bq \\ cp + dq \end{pmatrix}$$

Syarat dua buah matriks A dan B dapat dikalikan adalah apabila banyak kolom matriks A sama dengan banyak baris matriks B .

c. Rangkuman Uraian Kegiatan Belajar 4

- Untuk mengalikan matriks A dengan skalar (bilangan real) k , ditulis kA , dengan cara setiap elemen matriks A dikalikan dengan k .
- Matriks A dapat dikalikan dengan matriks B apabila banyak kolom matriks A sama dengan banyak baris matriks B .
- Untuk mencari hasil kali matriks A dengan matriks B , caranya dengan mengalikan baris-baris matriks A dengan kolom-kolom matriks B , kemudian jumlahkan hasil perkalian antara baris dan kolom tersebut.

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k \\ l \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \times k + b \times l + c \times m \\ d \times k + e \times l + f \times m \end{pmatrix}$$

ordo 2×3 ordo 3×1 ordo 2×1

Selanjutnya kerjakan tugas belajar 4, untuk masalah nomor 2, 3 dan 4.

d. Tugas Kegiatan Belajar 4

- 1) Dengan menggunakan pemikiran yang serupa dengan cara perhitungan jumlah uang yang harus dibayarkan Anto, tentukan jumlah uang yang harus dibayarkan oleh Tomi.
- 2) Buatlah dua contoh perkalian matriks dengan matriks yang diambil dari permasalahan sehari-hari, seperti yang terdapat pada uraian materi (ambil contoh yang lain).
- 3) Untuk setiap kelompok, diskusikan permasalahan pada LKS 4.
- 4) Untuk setiap siswa, kerjakan LKS 4 dan kumpulkan sebagai portofolio.

e. Tes Formatif 4 (waktu : 45 menit)

- 1) Jika A adalah matriks 2×2 , selesaikan setiap persamaan berikut ini:

a) $2A + \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 5 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$

b) $3A = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$

- 2) Hitunglah jika mungkin, perkalian matriks di bawah ini:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

Jika ada yang tidak dapat dikalikan, berikan alasannya.

3) Tentukan hasil kali perkalian matriks berikut ini dalam bentuk yang paling sederhana:

a) $(4 \ 2) \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

c) $(5 \ 4 \ 3) \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

f. Kunci Jawaban Tes Formatif 4

1) Penyelesaian persamaan matriks adalah sebagai berikut:

a) $\begin{pmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 2d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 5 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$

$$2a + 3 = 9, a = 3$$

$$2b + 1 = 5, b = 2$$

$$2c + 4 = 2, c = -1$$

$$2d + 2 = 8, d = 3$$

b) $\begin{pmatrix} 3a & 3b \\ 3c & 3d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$

$$3a = 6, a = 2$$

$$3b = -3, b = -1$$

$$3c = 9, c = 3$$

$$3d = 12, d = 4$$

2) Cara mengalikan matriks adalah sebagai berikut:

a) Ordo kedua matriks masing-masing adalah 2×3 dan 3×2 , sedangkan banyak kolom matriks pertama sama dengan banyak baris matriks kedua. Jadi kedua matriks dapat dikalikan.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 7 + 2 \times 8 + 3 \times 9 \\ 4 \times 7 + 5 \times 8 + 6 \times 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ 122 \end{pmatrix}$$

b) Ordo kedua matriks masing-masing adalah 3×1 dan 2×3 , sedangkan banyak kolom matriks pertama tidak sama dengan banyak baris matriks kedua. Jadi kedua matriks tidak dapat dikalikan.

g. Lembar Kerja Siswa 4

1) Tentukan hasil kali dua matriks berikut

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

2) Dengan menambah satu kolom pada matriks kedua soal diatas, sehingga menjadi $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, tentukan perkalian

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

3) Lakukan seperti soal 2, berapakah hasil kali

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

4) Berapakah ordo matriks hasil perkalian soal nomor 3? Bila perlu, kembangkan dengan bentuk matriks lain seperti matriks berordo 1×3 dengan matriks berordo 3×2 . Bagaimana ordo hasil perkalian matriks-matriks tersebut?

5) Buatlah suatu kesimpulan mengenai langkah soal no. 1 s.d 4.

BAB III
EVALUASI

A. EVALUASI KOMPETENSI (WAKTU : 2 × 45 MENIT)

1. Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, tentukan $D = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \\ t & u \end{pmatrix}$ sedemikian

sehingga $A + B - D = 0$!

2. Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ dan $C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, tentukan bentuk yang

paling sederhana dari $(A + C) - (A + B)$!

3. Diketahui $K = \begin{pmatrix} a & 2 & 3 \\ 5 & 4 & b \\ 8 & 3c & 11 \end{pmatrix}$ dan $L = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 2a \\ 8 & 4b & 11 \end{pmatrix}$. Jika $K = L$,

tentukanlah nilai a , b dan c !

4. Jika diketahui $2 \begin{pmatrix} -1 \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$, tentukan nilai k !

5. Jika diketahui $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ carilah:

a. AB

b. $(AB)^T$

c. A^T dan B^T

d. $A^T B^T$ dan $B^T A^T$

Dari soal no. 5, apa kesimpulan yang dapat diambil?

6. Jika diketahui $\begin{pmatrix} 4 & x-2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -11 & -6 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, tentukanlah

nilai x !

B. KUNCI JAWABAN EVALUASI KOMPETENSI

1. $D = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 4 & -1 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$

2. Bentuk paling sederhana dari $(A + C) - (A + B)$ adalah $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

3. Nilai $a = 6$, $b = 12$ dan $c = 16$

4. Nilai $k = -4$

5. Hasil-hasil dari:

a. $AB = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$

b. $(AB)^T = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$

c. $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ dan $B^T = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

d. $A^T B^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ dan $B^T A^T = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$

Kesimpulannya adalah $(AB)^T = B^T A^T$

6. Nilai $x = 14$

BAB IV

PENUTUP

Sebagai tindak lanjut dari seluruh kegiatan belajar dalam modul Matriks ini, apabila hasil evaluasi terhadap penguasaan kompetensi mencapai 75% atau lebih, maka siswa dapat melanjutkan ke modul berikutnya. Tentu saja setelah memperoleh rekomendasi dari guru/pembimbing mata diklat Matematika.

Namun, apabila siswa masih belum mencapai penguasaan kompetensi 75% atau siswa dianggap belum kompeten, maka siswa harus mengulang evaluasi tersebut. Tidak tertutup kemungkinan perlu diadakan penelusuran terhadap penguasaan kompetensi dengan mengulang kembali tahap-tahap kegiatan belajar yang belum dikuasai.

DAFTAR PUSTAKA

- Budi Koestoro, dkk. , 1990, *Matriks dan Vektor – Paket Modul Tutorial Pendidikan Matematika untuk Tutor D2 Guru SD*, Yogyakarta: PPPG Matematika
- Burdah Natadiwiria, dkk., 1977, *Matematika VI – Matriks – Penataran Tertulis untuk Guru-Guru SLTP dan SLTA*, Bandung: PPPG Tertulis
- Frank Ayres, Jr., 1982, *Matrices – Schaum's Outline of Theory and Problem*, Singapore: McGraw Hill International Book Company
- Karso, 1989, *Pengantar Matriks – Modul Program Penyetaraan D2 Guru SD*, Jakarta: Universitas Terbuka
- Nasoetion, A.H., dkk., 1978, *Matematika untuk SMA Jilid 7*, Jakarta: PT Intermedia
- Sartono W, 2000, *Matematika 2000 untuk SMU Jilid 3 Kelas I*, Jakarta: Erlangga
- Supranto, J., 1998, *Pengantar Matriks*, Jakarta: PT Rineka Cipta
- Winarno, 2002, *Bimbingan Pemantapan Matematika IPA – Persiapan Ulangan Umum dan Ujian Akhir SMU*, Bandung: Yrama Widya