En las carreras de dragsters un conductor quiere una aceleración tan grande como sea posible. En una distancia de un cuarto de milla, un vehículo alcanza rapideces de más de 320 mi/h y cubre la distancia entera en menos de 5 s. (George Lepp/Stone/Getty)

2 Movimiento en una dimensión

Como una primera etapa en el estudio de la mecánica clásica, se describe el movimiento de un objeto mientras se ignoran las interacciones con agentes externos que pueden causar o modificar dicho movimiento. Esta parte de la mecánica clásica se llama *cinemática*. (La palabra *cinemática* tiene la misma raíz que *cinema*. ¿Entiende por qué?) En este capítulo, se considera sólo el movimiento en una dimensión, esto es: el movimiento de un objeto a lo largo de una línea recta.

A partir de la experiencia cotidiana es claro que el movimiento de un objeto representa un cambio continuo en la posición de un objeto. En física se clasifica por categorías el movimiento en tres tipos: traslacional, rotacional y vibratorio. Un automóvil que viaja en una autopista es un ejemplo de movimiento traslacional, el giro de la Tierra sobre su eje es un ejemplo de movimiento rotacional, y el movimiento de ida y vuelta de un péndulo es un ejemplo de movimiento vibratorio. En éste y los siguientes capítulos, se tratará sólo con el movimiento traslacional. (Más tarde, en el libro, se discutirán los movimientos rotacional y vibratorio.)

En el estudio del movimiento traslacional se usa el **modelo de partícula** y el objeto en movimiento se describe como una *partícula* sin importar su tamaño. En general, **una partícula es un objeto parecido a un punto, es decir: un objeto que tiene masa pero es de tamaño infinitesimal**. Por ejemplo, si quiere describir el movimiento de la Tierra alrededor del Sol, puede considerar a la Tierra como partícula y obtener datos razonablemente precisos acerca de su órbita. Esta aproximación se justifica porque el radio de la órbita de la Tierra es grande en comparación con las dimensiones de la Tierra y del Sol. Como ejemplo en una escala mucho más pequeña, es posible explicar la presión que ejerce un gas sobre las paredes de un contenedor al tratar las moléculas de gas como partículas, sin importar su estructura interna.

2.1 Posición, velocidad y rapidez

Posición ▶

El movimiento de una partícula se conoce por completo si la posición de la partícula en el espacio se conoce en todo momento. La **posición** de una partícula es la ubicación de la partícula respecto a un punto de referencia elegido que se considera el origen de un sistema coordenado.

Considere un automóvil que se mueve hacia adelante y en reversa a lo largo del eje x como en la figura 2.1a. Cuando comience a recopilar datos de posición, el automóvil está a 30 m a la derecha de una señal del camino, que usará para identificar la posición de referencia $x = 0$. Aplique el modelo de partícula para identificar algún punto en el automóvil, acaso la manija de la puerta delantera, como una partícula que representa a todo el automóvil.

Active el cronómetro y una vez cada 10 s anote la posición del automóvil en relación con la señal en $x = 0$. Como aparece en la tabla 2.1, el automóvil se mueve hacia la derecha (que se definió como la dirección positiva) durante los primeros 10 s de movimiento, desde la posición Ⓐ hasta la posición Ⓑ. Después de Ⓑ, los valores de posición comienzan a disminuir, lo que indica que el automóvil regresa desde la posición Ⓑ hasta la posición Ⓕ. De hecho, en Ⓓ, 30 s después de comenzar a medir, el automóvil está junto a la señal del camino usada para marcar el origen de coordenadas (vea la figura 2.1a). Continúa moviéndose hacia la izquierda y está a más de 50 m a la izquierda de la señal cuando se deja de registrar información después del sexto punto de datos. En la figura 2.1b se presenta una representación gráfica de esta información. A tal gráfica se le llama *gráfica posición-tiempo*.

Advierta ahora las *representaciones alternativas* de información que se usaron para el movimiento del automóvil. La figura 2.1a es una *representación pictórica*, mientras que la figura 2.1b es una *representación gráfica*. La tabla 2.1 es una *representación tabular* de la misma información. Usar representaciones alternativas es una excelente estrategia para comprender la situación en un problema dado. En todo caso, la meta en muchos problemas es lograr una *representación matemática*, la cual se analiza para resolver algún fragmento de información solicitada.

TABLA 2.1

Posición del automóvil en varios tiempos

Posición	t (s)	x (m)
Ⓐ	0	30
Ⓑ	10	52
Ⓒ	20	38
Ⓓ	30	0
Ⓔ	40	−37
Ⓕ	50	−53

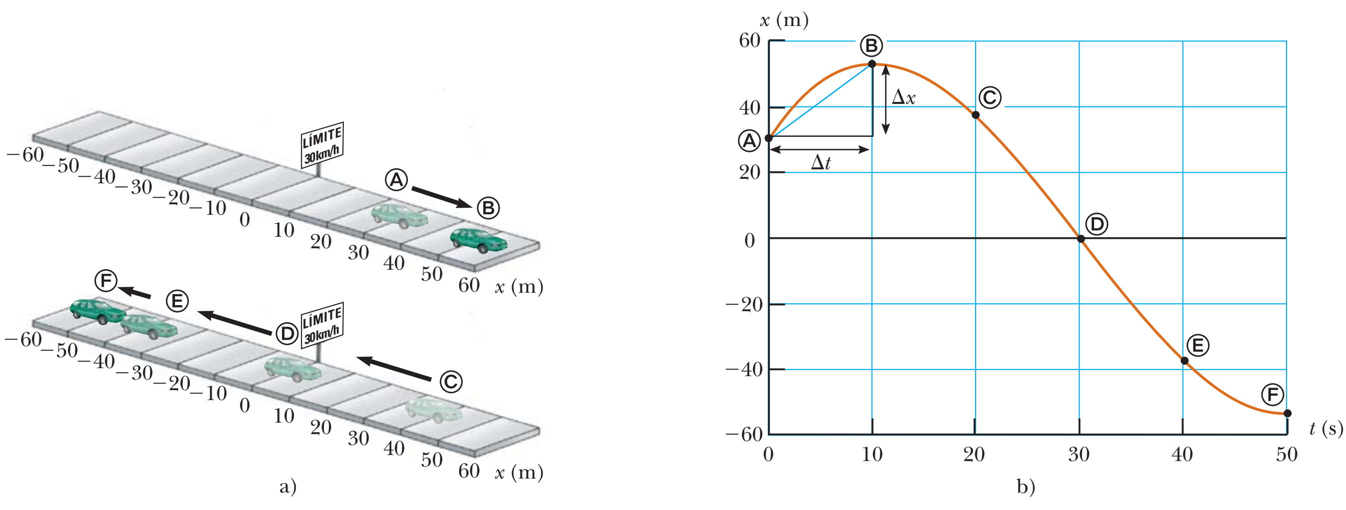


Figura 2.1 Un automóvil va hacia adelante y en reversa a lo largo de una línea recta. Ya que se tiene interés sólo en el movimiento traslacional del automóvil, se le representa como una partícula. Aquí se han usado tres exhibiciones para la información del movimiento del automóvil. La tabla 2.1 es una exposición tabular de la información. a) Representación pictórica del movimiento del automóvil. b) Representación gráfica (gráfica posición-tiempo) del movimiento del automóvil.

A partir de los datos de la tabla 2.1, se determina fácilmente el cambio en posición del automóvil para varios intervalos de tiempo. El **desplazamiento** de una partícula se define como su cambio en posición en algún intervalo de tiempo. Conforme la partícula se mueve desde una posición inicial x_i a una posición final x_f, su desplazamiento se conoce por

$$\Delta x \equiv x_f - x_i \tag{2.1}$$

◀ Desplazamiento

Se usa la letra griega mayúscula delta (Δ) para denotar el *cambio* en una cantidad. A partir de esta definición se ve que Δx es positiva si x_f es mayor que x_i y negativo si x_f es menor que x_i.

Es muy importante reconocer la diferencia entre desplazamiento y distancia recorrida. **Distancia** es la longitud de una trayectoria seguida por una partícula. Considere, por ejemplo, a los jugadores de basquetbol de la figura 2.2. Si un jugador corre desde la canasta de su propio equipo a lo largo de la cancha hasta la canasta del otro equipo y luego regresa a su propia canasta, el *desplazamiento* del jugador durante este intervalo de tiempo es cero porque terminó en el mismo punto del que partió: $x_f = x_i$, de modo que $\Delta x = 0$. Sin embargo, durante este intervalo, se movió a lo largo de una *distancia* del doble de la longitud de la cancha de basquetbol. La distancia siempre se representa como un número positivo, mientras que el desplazamiento puede ser positivo o negativo.

© Richard Paul Kane/Shutterstock

Figura 2.2 En esta cancha de basquetbol, los jugadores corren de ida y vuelta durante todo el juego. La distancia que corren los jugadores durante el tiempo de juego es distinta de cero. El desplazamiento de los jugadores durante el tiempo de juego es aproximadamente cero porque deben regresar al mismo punto una y otra vez.

El desplazamiento es un ejemplo de una cantidad vectorial. Muchas otras cantidades físicas, incluida posición, velocidad y aceleración, también son vectores. En general, **una cantidad vectorial requiere la especificación tanto de dirección como de magnitud**. En contraste, **una cantidad escalar tiene un valor numérico y no dirección**. En este capítulo, se usan los signos positivo (+) y negativo (−) para indicar la dirección del vector. Por ejemplo, para movimiento horizontal especifique a su arbitrio a la derecha como la dirección positiva. Después, cualquier objeto que siempre se mueva a la derecha experimenta un desplazamiento positivo $\Delta x > 0$, y cualquier objeto que se mueva hacia la izquierda experimenta un desplazamiento negativo de modo que $\Delta x < 0$. En el capítulo 3 se tratarán las cantidades vectoriales con más detalle.

Todavía no se menciona un punto muy importante. Note que los datos de la tabla 2.1 resultan en los seis puntos de datos de la gráfica de la figura 2.1b. La curva uniforme que se dibuja a través de los seis puntos de la gráfica sólo es una *posibilidad* del movimiento real del automóvil. Únicamente se tiene información acerca de seis instantes de tiempo; no se tiene idea de lo que ocurrió entre los puntos de datos. La curva uniforme es una *suposición* de lo que ocurrió, pero tenga en mente que *sólo* es una suposición.

Si la curva uniforme representa el movimiento real del automóvil, la gráfica contiene información acerca de todo el intervalo de 50 s durante los que se observó el movimiento del automóvil. Es mucho más fácil ver los cambios en la posición a partir de la gráfica que de una descripción verbal o incluso de una tabla de números. Por ejemplo, es claro que el automóvil cubre más terreno durante la mitad del intervalo de 50 s que al final. Entre las posiciones Ⓒ y Ⓓ, el automóvil viaja casi 40 m, pero durante los últimos 10 s, entre las posiciones Ⓔ y Ⓕ, se mueve a menos de la mitad de esa distancia. Una forma común de comparar estos movimientos diferentes es dividir el desplazamiento Δx que se presenta entre dos lecturas de cronómetro entre el valor de dicho intervalo de tiempo particular Δt. El resultado evidencia ser una relación muy útil, una que se usará muchas veces. A esta relación se le ha dado un nombre especial: *velocidad promedio*. **La velocidad promedio $v_{x,\,\text{prom}}$ de una partícula se define como el desplazamiento Δx de la partícula dividido entre el intervalo de tiempo Δt durante el que ocurre dicho desplazamiento**:

$$v_{x,\,\text{prom}} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{2.2}$$

◀ Velocidad promedio

donde el subíndice x indica movimiento a lo largo del eje x. A partir de esta definición es claro que la velocidad promedio tiene dimensiones de longitud divididas entre el tiempo (L/T), o metros por segundo en unidades del SI.

La velocidad promedio de una partícula que se mueve en una dimensión es positiva o negativa, dependiendo del signo del desplazamiento. (El intervalo de tiempo Δt siempre es positivo.) Si la coordenada de la partícula aumenta en el tiempo (esto es, si $x_f > x_i$), Δx es positiva y $v_{x,\,\text{prom}} = \Delta x/\Delta t$ es positiva. Este caso corresponde a una partícula que se mueve en la dirección x positiva, esto es, hacia valores más grandes de x. Si la coordenada disminuye en el tiempo (esto es, si $x_f < x_i$), Δx es negativa y por lo tanto $v_{x,\,\text{prom}}$ es negativa. Este caso corresponde a una partícula que se mueve en la dirección x negativa.

La velocidad promedio se interpreta geométricamente al dibujar una línea recta entre dos puntos en la gráfica posición-tiempo en la figura 2.1b. Esta línea forma la hipotenusa de un triángulo rectángulo de altura Δx y base Δt. La pendiente de esta línea es la proporción $\Delta x/\Delta t$, que se definió como velocidad promedio en la ecuación 2.2. Por ejemplo, la línea entre las posiciones Ⓐ y Ⓑ en la figura 2.1b tiene una pendiente igual a la velocidad promedio del automóvil entre dichos dos tiempos $(52\text{ m} - 30\text{ m})/(10\text{ s} - 0) = 2.2\text{ m/s}$.

En el uso cotidiano, la *rapidez* y la *velocidad* promedio son intercambiables. De cualquier modo, en física, hay una clara distinción entre estas dos cantidades. Considere una competidora de maratón que corre una distancia d de más de 40 km y aún así termina en su punto de partida. Su desplazamiento total es cero, ¡así que su velocidad promedio es cero! No obstante, es necesario cuantificar cuán rápido corre. Una relación ligeramente diferente logra esto. La **rapidez promedio** v_{prom} de una partícula, una cantidad escalar, se define como la **distancia total recorrida dividida entre el intervalo de tiempo total requerido para recorrer dicha distancia:**

Rapidez promedio ►

$$v_{\text{prom}} \equiv \frac{d}{\Delta t} \tag{2.3}$$

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 2.1

Rapidez promedio y velocidad promedio

La magnitud de la velocidad promedio *no* es la rapidez promedio. Por ejemplo, considere a la corredora de maratón que se analizó en la ecuación 2.3. La magnitud de su velocidad promedio es cero, pero su rapidez promedio claramente es distinta de cero.

La unidad del SI de la rapidez promedio es la misma que la unidad de velocidad promedio: metros por segundo. Sin embargo, a diferencia de la velocidad promedio, la rapidez promedio no tiene dirección y siempre se expresa como un número positivo. Advierta la clara distinción entre las definiciones de velocidad promedio y rapidez promedio: la velocidad promedio (ec. 2.2) es el *desplazamiento* dividido entre el intervalo de tiempo, mientras que la rapidez promedio (ec. 2.3) es la *distancia* dividida entre el intervalo de tiempo.

El conocimiento de la velocidad promedio o la rapidez promedio de una partícula no proporciona información acerca de los detalles del viaje. Por ejemplo, suponga que le toma 45.0 s andar 100 m por un largo corredor recto hacia su puerta de salida en el aeropuerto. En la marca de 100 m, se da cuenta de que pasó los baños y regresa 25.0 m a lo largo del mismo corredor, y faltan 10.0 s para el viaje de regreso. La magnitud de su *velocidad* promedio es $+75.0\text{ m}/55.0\text{ s} = +1.36\text{ m/s}$. La *rapidez* promedio para su viaje es $125\text{ m}/55.0\text{ s} = 2.27\text{ m/s}$. Es posible que haya viajado a varias rapideces durante la caminata. Ninguna velocidad promedio ni rapidez promedio proporciona información acerca de estos detalles.

Pregunta rápida 2.1 ¿Bajo cuáles de las siguientes condiciones la magnitud de la velocidad promedio de una partícula que se mueve en una dimensión es más pequeña que la rapidez promedio durante algún intervalo de tiempo? a) una partícula se mueve en la dirección $+x$ sin regresar, b) una partícula se mueve en la dirección $-x$ sin regresar, c) una partícula se mueve en la dirección $+x$ y luego invierte la dirección de su movimiento, d) no existen condiciones para que esto sea cierto.

EJEMPLO 2.1 Cálculo de velocidad y rapidez promedio

Encuentre el desplazamiento, velocidad promedio y rapidez promedio del automóvil de la figura 2.1a entre las posiciones Ⓐ y Ⓕ.

SOLUCIÓN

Consulte la figura 2.1 para formar una imagen mental del automóvil y su movimiento. Represente el automóvil como una partícula. A partir de la gráfica posición-tiempo dada en la figura 2.1b, note que $x_{Ⓐ} = 30$ m en $t_{Ⓐ} = 0$ s y que $x_{Ⓕ} = -53$ m en $t_{Ⓕ} = 50$ s.

Use la ecuación 2.1 para encontrar el desplazamiento del automóvil: $\Delta x = x_{Ⓕ} - x_{Ⓐ} = -53\text{ m} - 30\text{ m} = -83\text{ m}$

Este resultado significa que el automóvil termina 83 m en la dirección negativa (a la izquierda, en este caso) desde donde partió. Este número tiene las unidades correctas y es del mismo orden de magnitud que los datos proporcionados. Un vistazo rápido a la figura 2.1a indica que es la respuesta correcta.

Aplique la ecuación 2.2 para encontrar la velocidad promedio:

$$v_{x,\,\text{prom}} = \frac{x_{Ⓕ} - x_{Ⓐ}}{t_{Ⓕ} - t_{Ⓐ}}$$

$$= \frac{-53\text{ m} - 30\text{ m}}{50\text{ s} - 0\text{ s}} = \frac{-83\text{ m}}{50\text{ s}} = \boxed{-1.7\text{ m/s}}$$

No es posible encontrar sin ambigüedad la rapidez promedio del automóvil a partir de los datos de la tabla 2.1, porque no se tiene información acerca de las posiciones del automóvil entre los puntos de datos. Si se adopta la suposición de que los detalles de la posición del automóvil se describen mediante la curva de la figura 2.1b, la distancia recorrida es 22 m (desde Ⓐ a Ⓑ) más 105 m (de Ⓑ a Ⓕ), para un total de 127 m.

Aplique la ecuación 2.3 para encontrar la rapidez promedio del automóvil:

$$v_{\text{prom}} = \frac{127\text{ m}}{50\text{ s}} = \boxed{2.5\text{ m/s}}$$

Note que la rapidez promedio es positiva, como debe ser. Considere que la curva café de la figura 2.1b fuese diferente de modo que entre 0 s y 10 s viaja desde Ⓐ a 100 m y luego regresa a Ⓑ. La rapidez promedio del automóvil cambiaría porque la distancia es diferente, pero la velocidad promedio no cambiaría.

2.2 Velocidad y rapidez instantáneas

Con frecuencia es necesario conocer la velocidad de una partícula en un instante específico en el tiempo en lugar de la velocidad promedio durante un intervalo de tiempo finito. En otras palabras, nos gustaría poder especificar su velocidad de manera tan precisa como detalla su posición al notar lo que ocurre en una lectura particular de reloj; esto es, en algún instante específico. ¿Qué significa hablar acerca de qué tan rápido se mueve algo si se "congela el tiempo" y sólo hablar acerca de un instante individual? A finales del siglo XII, con la invención del cálculo, los científicos empezaron a razonar las formas de describir el movimiento de un objeto en cualquier momento del tiempo.

Para ver cómo se hace esto, considere la figura 2.3a, que es una reproducción de la gráfica de la figura 2.1b. Ya se discutió la velocidad promedio para el intervalo durante el cual el automóvil se mueve desde la posición Ⓐ hasta la posición Ⓑ (dada por la pendiente de la línea azul) y para el intervalo durante el cual se mueve de Ⓐ a Ⓕ (representado por la pendiente de la línea azul más larga y que se calculó en el ejemplo 2.1). El automóvil comienza a moverse hacia la derecha, que se define como la dirección positiva. Debido a esto, al ser positivo, el valor de la velocidad promedio durante el intervalo de Ⓐ a Ⓑ es más representativo de la velocidad inicial que el valor de la velocidad promedio durante el

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 2.2

Pendientes de gráficas

En cualquier gráfica de datos físicos, la *pendiente* es la relación del cambio en la cantidad representada en el eje vertical al cambio en la cantidad representada en el eje horizontal. Recuerde que *una pendiente tiene unidades* (a menos que ambos ejes tengan las mismas unidades). Las unidades de la pendiente de la figura 2.1b y la figura 2.3 son metros por segundo, las unidades de velocidad.

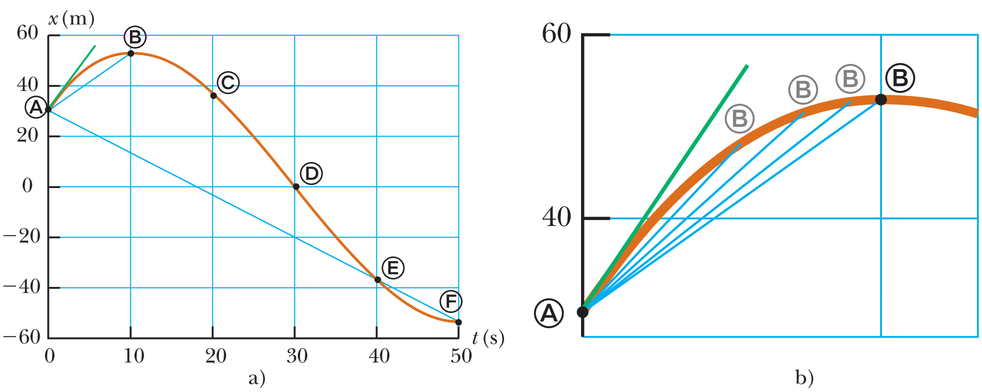


Figura 2.3 a) Gráfica que representa el movimiento del automóvil de la figura 2.1. b) Una ampliación de la esquina superior izquierda de la gráfica muestra cómo la línea azul entre las posiciones Ⓐ y Ⓑ tiende a la línea tangente verde conforme el punto Ⓑ se mueve más cerca del punto Ⓐ.

intervalo de Ⓐ a Ⓕ, que se determinó era negativa en el ejemplo 2.1. Ahora enfóquese en la línea azul corta y deslice el punto Ⓑ hacia la izquierda a lo largo de la curva, hacia el punto Ⓐ, como en la figura 2.3b. La línea entre los puntos se vuelve cada vez más inclinada, y conforme los dos puntos se vuelven en extremo próximos, la línea se convierte en una línea tangente a la curva, indicada por la línea verde en la figura 2.3b. La pendiente de esta línea tangente representa la velocidad del automóvil en el punto Ⓐ. Lo que se hizo fue determinar la *velocidad instantánea* en dicho momento. En otras palabras, **la velocidad instantánea v_x es igual al valor límite de la proporción $\Delta x/\Delta t$ conforme Δt tiende a cero:**[1]

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{2.4}$$

En notación de cálculo, este límite se llama *derivada* de x respecto a t, que se escribe dx/dt:

Velocidad instantánea ▶

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \tag{2.5}$$

La velocidad instantánea puede ser positiva, negativa o cero. Cuando la pendiente de la gráfica posición-tiempo es positiva, como en cualquier momento durante los primeros 10 s en la figura 2.3, v_x es positiva y el automóvil se mueve hacia valores más grandes de x. Después del punto Ⓑ, v_x es negativa porque la pendiente es negativa y el automóvil se mueve hacia valores más pequeños de x. En el punto Ⓑ, la pendiente y la velocidad instantánea son cero y el automóvil está momentáneamente en reposo.

De aquí en adelante, se usa la palabra *velocidad* para designar velocidad instantánea. Cuando se esté interesado en *velocidad promedio*, siempre se usará el adjetivo *promedio*.

La **rapidez instantánea** de una partícula se define como la magnitud de su velocidad instantánea. Como con la rapidez promedio, la rapidez instantánea no tiene dirección asociada con ella. Por ejemplo, si una partícula tiene una velocidad instantánea de +25 m/s a lo largo de una línea dada y otra partícula tiene una velocidad instantánea de −25 m/s a lo largo de la misma línea, ambas tienen una rapidez[2] de 25 m/s.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 2.3

Rapidez instantánea y velocidad instantánea

En la *Prevención de riesgos ocultos* 2.1 se argumentó que la magnitud de la velocidad promedio no es la rapidez promedio. Sin embargo, la magnitud de la velocidad instantánea *es* la rapidez instantánea. En un intervalo de tiempo infinitesimal, la magnitud del desplazamiento es igual a la distancia recorrida por la partícula.

Pregunta rápida 2.2 ¿Los integrantes de la patrulla de caminos están más interesados en a) la rapidez promedio o b) la rapidez instantánea mientras usted conduce?

EJEMPLO CONCEPTUAL 2.2 La velocidad de diferentes objetos

Considere los siguientes movimientos unidimensionales: **A)** una bola lanzada directamente hacia arriba llega al punto más alto y cae de vuelta hacia la mano del lanzador; **B)** un automóvil de carreras parte del reposo y aumenta su rapidez hasta 100 m/s; y **C)** una nave espacial navega por el espacio con velocidad constante. ¿Existen algunos puntos en el movimiento de estos objetos donde la velocidad instantánea tenga el mismo valor que la velocidad promedio durante todo el movimiento? Si es así, identifique el(los) punto(s).

SOLUCIÓN

A) La velocidad promedio para la bola lanzada es cero porque la bola regresa al punto de partida; por lo tanto, su desplazamiento es cero. Hay un punto donde la velocidad instantánea es cero: en lo alto del movimiento.

B) La velocidad promedio del automóvil no se puede evaluar sin ambigüedad con la información dada, pero debe tener algún valor entre 0 y 100 m/s. Puesto que el automóvil tendrá una velocidad instantánea entre 0 y 100 m/s en algún momento durante el intervalo, debe haber algún instante cuando la velocidad instantánea sea igual a la velocidad promedio durante todo el movimiento.

C) Puesto que la velocidad instantánea de la nave espacial es constante, su velocidad instantánea en *cualquier* tiempo y su velocidad promedio durante *cualquier* intervalo de tiempo son iguales.

[1] Observe que el desplazamiento Δx también tiende a cero conforme Δt tiende a cero, de modo que la proporción parece 0/0. Como Δx y Δt se vuelven cada vez más pequeños, la proporción $\Delta x/\Delta t$ tiende a un valor igual a la pendiente de la línea tangente a la curva x en función de t.

[2] Como con la velocidad, se quita el adjetivo para rapidez instantánea. "Rapidez" significa rapidez instantánea.

EJEMPLO 2.3 Velocidad promedio e instantánea

Una partícula se mueve a lo largo del eje x. Su posición varía con el tiempo de acuerdo con la expresión $x = -4t + 2t^2$, donde x está en metros y t está en segundos.[3] La gráfica posición-tiempo para este movimiento se muestra en la figura 2.4. Note que la partícula se mueve en la dirección x negativa durante el primer segundo de movimiento, en el momento $t = 1$ s está momentáneamente en reposo y se mueve en la dirección x positiva en tiempos $t > 1$ s.

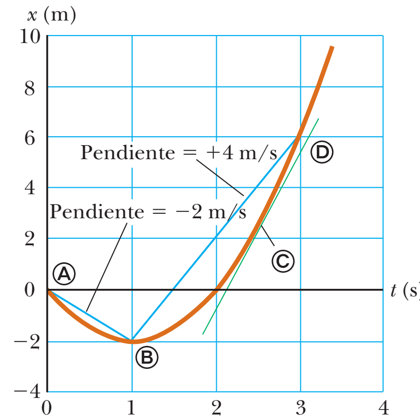


Figura 2.4 (Ejemplo 2.3) Gráfica posición-tiempo para una partícula que tiene una coordenada x que varía en el tiempo de acuerdo con la expresión $x = -4t + 2t^2$.

A) Determine el desplazamiento de la partícula en los intervalos de tiempo $t = 0$ a $t = 1$ s y $t = 1$ s a $t = 3$ s.

SOLUCIÓN

A partir de la gráfica de la figura 2.4, elabore una representación mental del movimiento de la partícula. Tenga en mente que la partícula no se mueve en una trayectoria curva en el espacio, tal como la que muestra la curva café en la exposición gráfica. La partícula se mueve sólo a lo largo del eje x en una dimensión. En $t = 0$, ¿se mueve a la derecha o a la izquierda?

Durante el primer intervalo de tiempo, la pendiente es negativa y por lo tanto la velocidad promedio es negativa. En consecuencia, se sabe que el desplazamiento entre Ⓐ y Ⓑ debe ser un número negativo que tiene unidades de metros. De igual modo, se espera que el desplazamiento entre Ⓑ y Ⓓ sea positivo.

En el primer intervalo de tiempo, haga $t_i = t_Ⓐ = 0$ y $t_f = t_Ⓑ = 1$ s y aplique la ecuación 2.1 para encontrar el desplazamiento:

$$\Delta x_{Ⓐ\to Ⓑ} = x_f - x_i = x_Ⓑ - x_Ⓐ$$
$$= [-4(1) + 2(1)^2] - [-4(0) + 2(0)^2] = \boxed{-2 \text{ m}}$$

Para el segundo intervalo de tiempo ($t = 1$ s a $t = 3$ s), sea $t_i = t_Ⓑ = 1$ s y $t_f = t_Ⓓ = 3$ s:

$$\Delta x_{Ⓑ\to Ⓓ} = x_f - x_i = x_Ⓓ - x_Ⓑ$$
$$= [-4(3) + 2(3)^2] - [-4(1) + 2(1)^2] = \boxed{+8 \text{ m}}$$

También es posible leer estos desplazamientos directamente de la gráfica posición-tiempo.

B) Calcule la velocidad promedio durante estos dos intervalos de tiempo.

SOLUCIÓN

En el primer intervalo de tiempo, aplique la ecuación 2.2 con $\Delta t = t_f - t_i = t_Ⓑ - t_Ⓐ = 1$ s:

$$v_{x,\,\text{prom}\,(Ⓐ\to Ⓑ)} = \frac{\Delta x_{Ⓐ\to Ⓑ}}{\Delta t} = \frac{-2 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \boxed{-2 \text{ m/s}}$$

En el segundo intervalo de tiempo, $\Delta t = 2$ s:

$$v_{x,\,\text{prom}\,(Ⓑ\to Ⓓ)} = \frac{\Delta x_{Ⓑ\to Ⓓ}}{\Delta t} = \frac{8 \text{ m}}{2 \text{ s}} = \boxed{+4 \text{ m/s}}$$

Estos valores son los mismos que las pendientes de las líneas que unen estos puntos en la figura 2.4.

C) Encuentre la velocidad instantánea de la partícula en $t = 2.5$ s.

SOLUCIÓN

Mida la pendiente de la línea verde en $t = 2.5$ s (punto Ⓒ) en la figura 2.4:

$$v_x = \boxed{+6 \text{ m/s}}$$

Aprecie que esta velocidad instantánea está en el mismo orden de magnitud que los resultados anteriores; esto es, unos cuantos metros por segundo. ¿Esto es lo que habría esperado?

[3] Simplemente para facilitar la lectura, la expresión se escribe como $x = -4t + 2t^2$ en lugar de $x = (-4.00 \text{ m/s})t + (2.00 \text{ m/s}^2)t^{2.00}$. Cuando una ecuación resuma observaciones, considere que sus coeficientes tienen tantos dígitos significativos como otros datos citados en el problema. Considere que sus coeficientes tienen las unidades requeridas para una consistencia dimensional. Cuando inicie el cronómetro en $t = 0$, por lo general no se tiene la intención de limitar la precisión a un solo dígito. Considere que cualquier valor cero en este libro tiene tantas cifras significativas como necesite.

2.3 Modelos de análisis: La partícula bajo velocidad constante

Una técnica importante en la solución de problemas físicos es usar *modelos de análisis*. Tales modelos ayudan a analizar situaciones comunes en problemas físicos y lo guían hacia una solución. Un **modelo de análisis** es un problema que se ha resuelto. Es una de cualquiera de las dos descripciones siguientes 1) el comportamiento de alguna entidad física o 2) la interacción entre dicha entidad y el entorno. Cuando encuentre un nuevo problema, debe identificar los detalles fundamentales del mismo e intentar reconocer cuál de los tipos de problemas que ya resolvió sirve como modelo para el nuevo. Por ejemplo, suponga que un automóvil se mueve a lo largo de una autopista recta con una rapidez constante. ¿Es importante que sea un automóvil? ¿Es importante que sea una autopista? Si las respuestas a ambas preguntas son no, represente el automóvil como *una partícula bajo velocidad constante*, que se discutirá en esta sección.

Este método es un poco similar a la práctica común de la profesión legal de encontrar "antecedentes legales". Si encuentra un caso resuelto con anterioridad que sea muy similar, en cuanto a lo legal, al actual, se ofrece como modelo y se plantea un argumento en la corte que los lige en términos lógicos. Por lo tanto el fallo en el caso previo se usa para influir en el fallo del caso actual. En física sucederá algo similar. Para un problema determinado busque un "precedente físico", un modelo con el que ya esté familiarizado y que sea aplicable al problema actual.

Los modelos de análisis se generarán respecto a cuatro modelos de simplificación fundamentales. El primero es el modelo de partícula discutido en la introducción de este capítulo; se observará una partícula bajo varios comportamientos e interacciones ambientales. En capítulos siguientes se introducen más modelos de análisis en función de modelos de simplificación de un *sistema*, un *objeto rígido* y una *onda*. Una vez introducidos dichos modelos de análisis, se verá que aparecen de nuevo una y otra vez en diferentes situaciones de problemas.

Aplique la ecuación 2.2 para construir el primer modelo de análisis para resolver problemas. Considere una partícula que se mueve con una velocidad constante. El modelo de **partícula bajo velocidad constante** se aplica a *cualquier* situación en la que una entidad que se pueda representar como partícula se mueva con velocidad constante. Esta situación ocurre con frecuencia, de modo que este modelo es importante.

Si la velocidad de una partícula es constante, su velocidad instantánea en cualquier instante durante un intervalo de tiempo es la misma que la velocidad promedio durante el intervalo. Esto es, $v_x = v_{x,\,\text{prom}}$. Debido a esto, la ecuación 2.2 produce una ecuación útil para la representación matemática de esta situación:

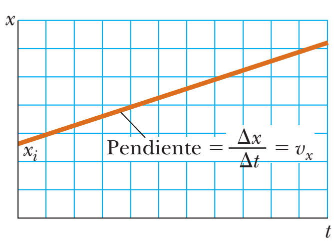


Figura 2.5 Gráfica posición-tiempo para una partícula bajo velocidad constante. El valor de la velocidad constante es la pendiente de la línea.

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \textbf{(2.6)}$$

Al recordar que $\Delta x = x_f - x_i$, se ve que $v_x = (x_f - x_i)/\Delta t$, o bien

$$x_f = x_i + v_x\,\Delta t$$

Esta ecuación dice que la posición de la partícula se conoce por la suma de su posición original x_i en el tiempo $t = 0$ más el desplazamiento $v_x\,\Delta t$ que ocurre durante el intervalo de tiempo Δt. En la práctica, por lo general se elige el tiempo al principio del intervalo como $t_i = 0$ y el tiempo al final del intervalo como $t_f = t$, de modo que la ecuación se convierte en

Posición como una función del tiempo ▶

$$x_f = x_i + v_x t \quad (\text{para } v_x \text{ constante}) \quad \textbf{(2.7)}$$

Las ecuaciones 2.6 y 2.7 son las ecuaciones básicas que se utilizan en el modelo de una partícula bajo velocidad constante. Se aplica a partículas u objetos que se representan como partículas.

La figura 2.5 es una exposición gráfica de la partícula bajo velocidad constante. En esta gráfica posición-tiempo, la pendiente de la línea que representa el movimiento es constante e igual a la magnitud de la velocidad. La ecuación 2.7, que es la ecuación de una línea recta, es la representación matemática del modelo de partícula bajo velocidad constante. La pendiente de la línea recta es v_x y la ordenada al origen y es x_i en ambas representaciones.

EJEMPLO 2.4 **Modelado de un corredor como partícula**

Una científica estudia la biomecánica del cuerpo humano. Ella determina la velocidad de un sujeto experimental mientras corre a lo largo de una línea recta con una rapidez constante. La científica activa el cronómetro cuando el corredor pasa por un punto conocido y lo detiene después de que el corredor pasa por otro punto a 20 m de distancia. El intervalo de tiempo que indica el cronómetro es 4.0 s.

A) ¿Cuál es la velocidad del corredor?

SOLUCIÓN

Piense acerca del corredor en movimiento. El corredor se representa como partícula porque su tamaño y el movimiento de brazos y piernas son detalles innecesarios. Puesto que el problema establece que el sujeto corre con una rapidez constante, se representa como una partícula bajo velocidad constante.

Aplique la ecuación 2.6 para encontrar la velocidad constante del corredor:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{\Delta t} = \frac{20\text{ m} - 0}{4.0\text{ s}} = \boxed{5.0\text{ m/s}}$$

B) Si el corredor continúa su movimiento después de desactivar el cronómetro, ¿cuál es su posición después de transcurridos 10 s?

SOLUCIÓN

Aplique la ecuación 2.7 y la velocidad que encontró en el inciso A) para descubrir la posición de la partícula en el tiempo $t = 10$ s:

$$x_f = x_i + v_x t = 0 + (5.0\text{ m/s})(10\text{ s}) = \boxed{50\text{ m}}$$

Note que este valor es más del doble que el de la posición de 20 m donde se desactivó el cronómetro. ¿Este valor es consistente con el tiempo de 10 s que es más del doble que el tiempo de 4.0 s?

Las manipulaciones matemáticas para la partícula bajo velocidad constante están contenidas de la ecuación 2.6 y su descendente, la ecuación 2.7. Estas ecuaciones sirven para resolver cualquier variable que resulte desconocida en las ecuaciones, si las otras variables son conocidas. Por ejemplo, en el inciso B) del ejemplo 2.4, se encuentra la posición cuando la velocidad y el tiempo se conocen. De igual modo, si se conocen la velocidad y la posición final, se aplica la ecuación 2.7 para encontrar el tiempo cuando el corredor está en dicha posición.

Una partícula bajo velocidad constante se mueve con una rapidez constante a lo largo de una línea recta. Ahora considere una partícula que se mueve con una rapidez constante a lo largo de una trayectoria curva. Esta situación se representa con el modelo de **partícula bajo rapidez constante**. La ecuación básica para este modelo es la ecuación 2.3, con la rapidez promedio v_{prom} sustituida por la rapidez constante v:

$$v = \frac{d}{\Delta t} \tag{2.8}$$

Como ejemplo, considere una partícula que se mueve con rapidez constante en una trayectoria circular. Si la rapidez es 5.00 m/s y el radio de la trayectoria es de 10.0 m, se calcula el intervalo de tiempo requerido para completar un viaje alrededor del círculo:

$$v = \frac{d}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{d}{v} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\,(10.0\text{ m})}{5.00\text{ m/s}} = 12.6\text{ s}$$

2.4 Aceleración

En el ejemplo 2.3 se trabajó con una situación común en la cual la velocidad de una partícula cambia mientras se mueve. Cuando la velocidad de ésta cambia con el tiempo, se dice que la partícula *acelera*. Por ejemplo, la magnitud de la velocidad de un automóvil aumenta cuando se pisa el acelerador y disminuye cuando se aplican los frenos. Vea cómo cuantificar la aceleración.

Considere que un objeto representado como una partícula en movimiento a lo largo del eje x tiene una velocidad inicial v_{xi} en el tiempo t_i y una velocidad final v_{xf} en el tiempo t_f, como en la figura 2.6a. La **aceleración promedio** $a_{x,\,\text{prom}}$ de la partícula se define como el *cambio* en velocidad Δv_x dividido por el intervalo de tiempo Δt durante el que ocurre el cambio:

Aceleración promedio ▶

$$a_{x,\,\text{prom}} \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} \tag{2.9}$$

Como con la velocidad, cuando el movimiento a analizar sea unidimensional, se usan los signos positivo y negativo para indicar la dirección de la aceleración. Puesto que las dimensiones de velocidad son L/T y la dimensión de tiempo es T, la aceleración tiene dimensiones de longitud divididas entre el tiempo al cuadrado, o L/T^2. La unidad del SI de aceleración es metros por segundo al cuadrado (m/s^2). Es más sencillo interpretar estas unidades si piensa en ellas como metros por segundo por segundo. Por ejemplo, considere que un objeto tiene una aceleración de $+2\ m/s^2$. Debe formar una imagen mental del objeto que tiene una velocidad a lo largo de una línea recta y aumenta 2 m/s durante cada intervalo de 1 s. Si el objeto parte del reposo, debe ser capaz de representarlo moviéndose con una velocidad de +2 m/s después de 1 s, a +4 m/s después de 2 s, etcétera.

En algunas situaciones el valor de la aceleración promedio puede ser diferente durante distintos intervalos de tiempo. Por lo tanto, es útil definir la **aceleración instantánea** como el límite de la aceleración promedio conforme Δt tiende a cero. Este concepto es análogo a la definición de velocidad instantánea discutida en la sección 2.2. Si consideramos que el punto Ⓐ se acerca más y más al punto Ⓑ en la figura 2.6a y toma el límite de $\Delta v_x/\Delta t$ conforme Δt tiende a cero, se obtiene la aceleración instantánea en el punto Ⓑ:

Aceleración instantánea ▶

$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \tag{2.10}$$

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 2.4

Aceleración negativa

Tenga en mente que *la aceleración negativa no necesariamente significa que un objeto está frenando*. Si la aceleración es negativa y la velocidad es negativa, ¡el objeto está aumentando velocidad!

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 2.5

Desaceleración

La palabra *desaceleración* tiene la connotación popular de *frenar*. En este libro no se usará esta palabra porque confunde la definición dada para aceleración negativa.

Esto es: **la aceleración instantánea es igual a la derivada de la velocidad respecto al tiempo**, que por definición es la pendiente de la gráfica velocidad-tiempo. La pendiente de la línea verde en la figura 2.6b es igual a la aceleración instantánea en el punto Ⓑ. En consecuencia, tal como la velocidad de una partícula en movimiento es la pendiente en un punto sobre la gráfica x–t de la partícula, la aceleración de una partícula es la pendiente en un punto sobre la gráfica v_x–t de la partícula. Uno puede interpretar la derivada de la velocidad respecto al tiempo como la relación de cambio de velocidad en el tiempo. Si a_x es positivo, la aceleración está en la dirección x positiva; si a_x es negativa, la aceleración está en la dirección x negativa.

Para el caso de movimiento en una línea recta, la dirección de la velocidad de un objeto y la dirección de su aceleración se relacionan del modo siguiente. **Cuando la velocidad y la aceleración del objeto están en la misma dirección, el objeto aumenta su velocidad. Por otra parte, cuando la velocidad y la aceleración del objeto están en direcciones opuestas, el objeto frena**.

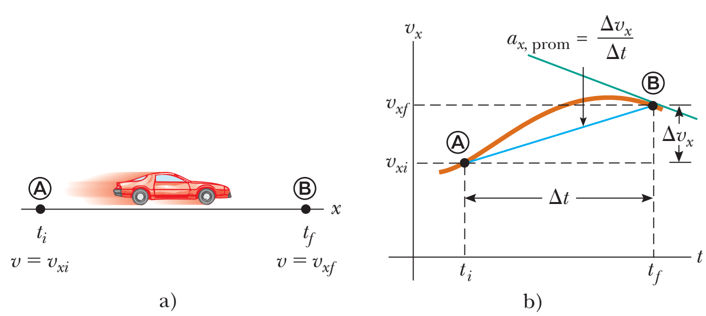


Figura 2.6 a) Un automóvil, modelado como partícula, que se mueve a lo largo del eje x de Ⓐ a Ⓑ, tiene velocidad v_{xi} en $t = t_i$ y velocidad v_{xf} en $t = t_f$. b) Gráfica velocidad-tiempo (café) para la partícula que se mueve en una línea recta. La pendiente de la línea recta azul que conecta Ⓐ y Ⓑ es la aceleración promedio del automóvil durante el intervalo de tiempo $\Delta t = t_f - t_i$. La pendiente de la línea verde es la aceleración instantánea del automóvil en el punto Ⓑ.

Para ayudar con esta discusión de los signos de velocidad y aceleración, se relaciona la aceleración de un objeto con la *fuerza* total ejercida sobre el objeto. En el capítulo 5 se establece formalmente que **la fuerza es proporcional a la aceleración**:

$$F_x \propto a_x \tag{2.11}$$

Esta proporcionalidad indica que la aceleración es causada por una fuerza. Más aún, fuerza y aceleración son vectores, y los vectores actúan en la misma dirección. Debido a esto, piense acerca de los signos de la velocidad y la aceleración al considerar una fuerza aplicada a un objeto y que causa su aceleración. Suponga que velocidad y aceleración están en la misma dirección. Esta situación corresponde a un objeto que experimenta una fuerza que actúa en la misma dirección que su velocidad. En este caso, ¡el objeto aumenta su velocidad! Ahora suponga que velocidad y aceleración están en direcciones opuestas. En esta situación, el objeto se mueve en alguna dirección y experimenta una fuerza que actúa en la dirección opuesta. Por lo tanto, ¡el objeto frena! Es muy útil igualar la dirección de la aceleración a la dirección de una fuerza, porque es más fácil, a partir de la experiencia cotidiana, pensar acerca de qué efecto tendrá una fuerza sobre un objeto que pensar sólo en términos de la dirección de la aceleración.

Pregunta rápida 2.3 Si un automóvil viaja hacia el este y frena, ¿cuál es la dirección de la fuerza sobre el automóvil que hace que frene? a) hacia el este, b) hacia el oeste, c) ni al este ni al oeste.

Desde ahora se usará el término *aceleración* para dar a entender aceleración instantánea. Cuando se hable de aceleración promedio, siempre se usará el adjetivo *promedio*. Puesto que $v_x = dx/dt$, la aceleración también se escribe como

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} \tag{2.12}$$

Esto es: en un movimiento unidimensional, la aceleración es igual a la *segunda derivada* de x respecto del tiempo.

La figura 2.7 ilustra cómo una gráfica aceleración-tiempo se relaciona con una gráfica velocidad-tiempo. La aceleración en cualquier tiempo es la pendiente de la gráfica velocidad-tiempo en dicho tiempo. Los valores positivos de la aceleración corresponden a los puntos en la figura 2.7a donde la velocidad aumenta en la dirección x positiva. La aceleración alcanza un máximo en el tiempo $t_{Ⓐ}$, cuando la pendiente de la gráfica velocidad-tiempo es un máximo. Después, la aceleración llega a cero en el tiempo $t_{Ⓑ}$, cuando la velocidad es un máximo (esto es: cuando la pendiente de la gráfica $v_x - t$ es cero). La aceleración es negativa cuando la velocidad disminuye en la dirección x positiva, y llega a su valor más negativo en el tiempo $t_{Ⓒ}$.

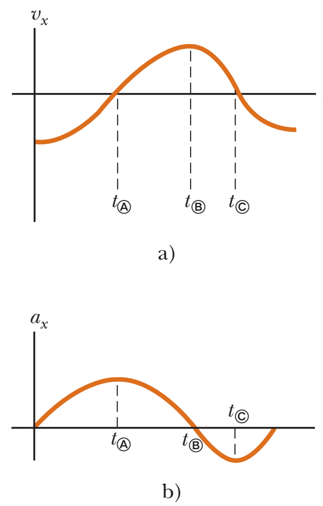


Figura 2.7 La aceleración instantánea se obtiene de la gráfica velocidad-tiempo a). En cada instante, la aceleración en la gráfica de a_x en función de t b) es igual a la pendiente de la línea tangente a la curva de v_x en función de t a).

Pregunta rápida 2.4 Haga una gráfica velocidad-tiempo para el automóvil de la figura 2.1a. El límite de rapidez que se ve en la señal del camino es 30 km/h. ¿Cierto o falso? El automóvil supera el límite de rapidez en algún momento dentro del intervalo de tiempo 0 − 50 s.

EJEMPLO CONCEPTUAL 2.5 Relaciones gráficas entre x, v_x y a_x

La posición de un objeto que se mueve a lo largo del eje x varía con el tiempo, como en la figura 2.8a. Grafique la velocidad en función del tiempo y la aceleración en función del tiempo para el objeto.

SOLUCIÓN

La velocidad en cualquier instante es la pendiente de la tangente a la gráfica x–t en dicho instante. Entre $t = 0$ y $t = t_{Ⓐ}$, la pendiente de la gráfica x-t aumenta uniformemente, de modo que la velocidad aumenta linealmente como se muestra en la figura 2.8b. Entre $t_{Ⓐ}$ y $t_{Ⓑ}$, la pendiente de la gráfica x–t es constante, de esa manera la velocidad permanece constante. Entre $t_{Ⓑ}$ y $t_{Ⓓ}$, la pendiente de la gráfica x–t disminuye, de igual manera el valor de la velocidad en la gráfica v_x–t disminuye. En $t_{Ⓓ}$, la pendiente de la gráfica x–t es cero, por eso la velocidad es cero en dicho instante. Entre $t_{Ⓓ}$ y $t_{Ⓔ}$, la pendiente de la gráfica x–t y debido a esto la velocidad son negativas y disminuyen uniformemente en este intervalo. En el intervalo $t_{Ⓔ}$ a $t_{Ⓕ}$, la pendiente de la gráfica x–t todavía es negativa, y en $t_{Ⓕ}$ va a cero. Por último, después de $t_{Ⓕ}$, la pendiente de la gráfica x–t es cero, lo que significa que el objeto está en reposo para $t > t_{Ⓕ}$.

La aceleración en cualquier instante es la pendiente de la tangente a la gráfica v_x–t en dicho instante. En la figura 2.8c se muestra la gráfica de aceleración en funció del tiempo para ese objeto. La aceleración es constante y positiva entre 0 y $t_{Ⓐ}$, donde la pendiente de la gráfica v_x–t es positiva. Es cero entre $t_{Ⓐ}$ y $t_{Ⓑ}$ y para $t > t_{Ⓕ}$ porque la pendiente de la gráfica v_x–t es cero en estos tiempos. Es negativa entre $t_{Ⓑ}$ y $t_{Ⓔ}$ porque la pendiente de la gráfica v_x–t es negativa durante ese intervalo. Entre $t_{Ⓔ}$ y $t_{Ⓕ}$ la aceleración es positiva como lo es entre 0 y $t_{Ⓐ}$, pero mayor en valor porque la pendiente de la gráfica v_x–t es más inclinada.

Advierta que los cambios súbitos en aceleración que se muestran en la figura 2.8c no son físicos. Tales cambios instantáneos no ocurren en la realidad.

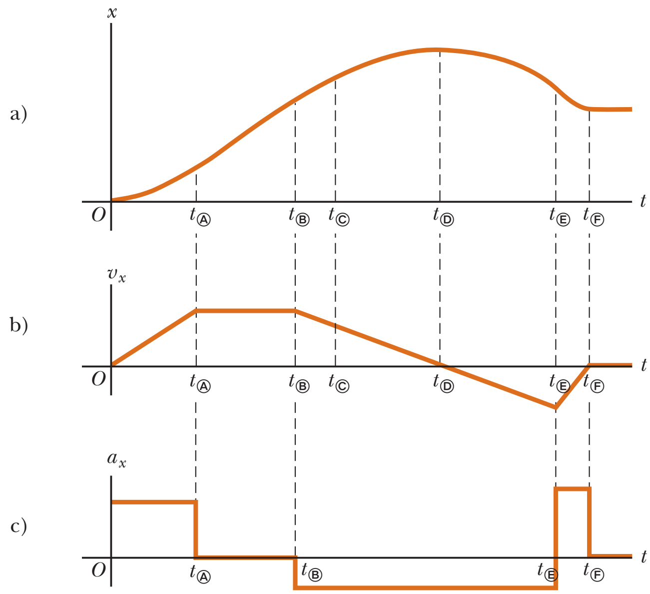


Figura 2.8 (Ejemplo 2.5) a) Gráfica posición-tiempo para un objeto que se mueve a lo largo del eje *x*. b) La gráfica velocidad-tiempo para el objeto se obtiene al medir la pendiente de la gráfica posición-tiempo en cada instante. c) La gráfica aceleración-tiempo para el objeto se obtiene al medir la pendiente de la gráfica velocidad-tiempo en cada instante.

EJEMPLO 2.6 Aceleración promedio e instantánea

La velocidad de una partícula que se mueve a lo largo del eje x varía de acuerdo con la expresión $v_x = (40 - 5t^2)$ m/s, donde t está en segundos.

A) Encuentre la aceleración promedio en el intervalo de tiempo $t = 0$ a $t = 2.0$ s.

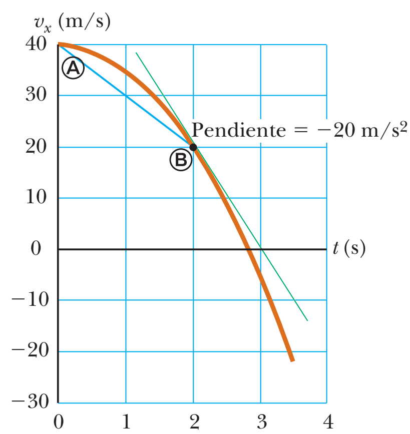


Figura 2.9 (Ejemplo 2.6) Gráfica velocidad-tiempo para una partícula que se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la expresión $v_x = (40 - 5t^2)$ m/s. La aceleración en $t = 2$ s es igual a la pendiente de la línea tangente verde en dicho tiempo.

SOLUCIÓN

Piense qué hace la partícula a partir de la representación matemática. ¿Se mueve en $t = 0$? ¿En qué dirección? ¿Aumenta velocidad o frena? La figura 2.9 es una gráfica v_x–t que se creó a partir de la expresión de velocidad en función del tiempo dada en el enunciado del problema. Puesto que la pendiente de toda la curva v_x–t es negativa, se espera que la aceleración sea negativa.

Encuentre las velocidades en $t_i = t_{Ⓐ} = 0$ y $t_f = t_{Ⓑ} = 2.0$ s al sustituir estos valores de t en la expresión para la velocidad:

$$v_{xⒶ} = (40 - 5t_{Ⓐ}^2)\text{ m/s} = [40 - 5(0)^2]\text{ m/s} = +40\text{ m/s}$$

$$v_{xⒷ} = (40 - 5t_{Ⓑ}^2)\text{ m/s} = [40 - 5(2.0)^2]\text{ m/s} = +20\text{ m/s}$$

Encuentre la aceleración promedio en el intervalo de tiempo especificado $\Delta t = t_{Ⓑ} - t_{Ⓐ} = 2.0$ s:

$$a_{x,\text{ prom}} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} = \frac{v_{xⒷ} - v_{xⒶ}}{t_{Ⓑ} - t_{Ⓐ}} = \frac{(20 - 40)\text{ m/s}}{(2.0 - 0)\text{ s}}$$

$$= \boxed{-10\text{ m/s}^2}$$

El signo negativo es consistente con las expectativas, a saber: que la aceleración, representada por la pendiente de la línea que une los puntos inicial y final en la gráfica velocidad-tiempo, es negativa.

B) Determine la aceleración en $t = 2.0$ s.

SOLUCIÓN

Al saber que la velocidad inicial en cualquier tiempo t es $v_{xi} = (40 - 5t^2)$ m/s, encuentre la velocidad en cualquier tiempo ulterior $t + \Delta t$:

$$v_{xf} = 40 - 5(t + \Delta t)^2 = 40 - 5t^2 - 10t\,\Delta t - 5(\Delta t)^2$$

Encuentre el cambio en velocidad en el intervalo de tiempo Δt:

$$\Delta v_x = v_{xf} - v_{xi} = [-10t\,\Delta t - 5(\Delta t)^2] \text{ m/s}$$

Para encontrar la aceleración en cualquier tiempo t, divida esta expresión entre Δt y tome el límite del resultado conforme Δt tiende a cero:

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} (-10t - 5\Delta t) = -10t \text{ m/s}^2$$

Sustituya $t = 2.0$ s:

$$a_x = (-10)(2.0) \text{ m/s}^2 = \boxed{-20 \text{ m/s}^2}$$

Puesto que la velocidad de la partícula es positiva y la aceleración es negativa en este instante, la partícula disminuye su veocidad.

Note que las respuestas a los incisos A) y B) son diferentes. La aceleración promedio en A) es la pendiente de la línea azul que en la figura 2.9 conecta los puntos Ⓐ y Ⓑ. La aceleración instantánea en B) es la pendiente de la línea verde tangente a la curva en el punto Ⓑ. Repare también en que la aceleración *no* es constante en este ejemplo. Las situaciones que involucran aceleración constante se tratan en la sección 2.6.

Hasta el momento se han evaluado las derivadas de una función al comenzar con la definición de la función y luego tomar el límite de una relación específica. Si está familiarizado con el cálculo, reconocerá que hay reglas específicas para tomar derivadas. Estas reglas, que se mencionan en el apéndice B.6, le permiten evaluar derivadas rápidamente. Por ejemplo, una regla dice que la derivada de cualquier constante es cero. Como otro ejemplo, considere que x es proporcional a alguna potencia de t, como en la expresión

$$x = At^n$$

donde A y n son constantes. (Esta expresión es una forma funcional muy común.) La derivada de x respecto a t es

$$\frac{dx}{dt} = nAt^{n-1}$$

Al aplicar esta regla al ejemplo 2.5, en el que $v_x = 40 - 5t^2$, de inmediato se encuentra que la aceleración es $ax = dv_x/dt = -10t$.

2.5 Diagramas de movimiento

Con frecuencia los conceptos de velocidad y aceleración se confunden uno con otro, pero en realidad son cantidades muy diferentes. Al formar una representación mental de un objeto en movimiento, a veces es útil usar una representación pictórica llamada *diagrama de movimiento* para describir la velocidad y la aceleración mientras un objeto está en movimiento.

Un diagrama de movimiento se forma al considerar una fotografía *estroboscópica* de un objeto en movimiento, que muestra varias imágenes del objeto tomadas conforme la luz estroboscópica destella en intervalos constantes. La figura 2.10 representa tres conjuntos de fotografías estroboscópicas de automóviles que se mueven a lo largo de una autopista recta en una sola dirección, de izquierda a derecha. Los intervalos de tiempo entre los destellos del estroboscopio son iguales en cada parte del diagrama. De modo que, para no confundir las dos cantidades vectoriales, en la figura 2.10 se usa rojo para los vectores velocidad y violeta para los vectores aceleración. Los vectores se muestran en varios instantes durante el movimiento del objeto. Describa el movimiento del automóvil en cada diagrama.

En la figura 2.10a, las imágenes del automóvil están igualmente espaciadas, lo que muestra que el automóvil se mueve a través del mismo desplazamiento en cada intervalo de tiempo. Este espaciamiento igual es consistente con el automóvil que se mueve con *velocidad positiva constante* y *aceleración cero.*

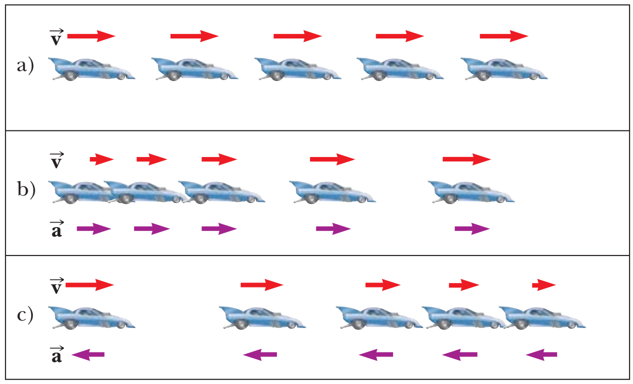


Figura 2.10 a) Diagrama de movimiento para un automóvil que se mueve con velocidad constante (aceleración cero). b) Diagrama de movimiento para un automóvil cuya aceleración constante está en la dirección de su velocidad. El vector velocidad en cada instante se indica mediante una flecha roja y la aceleración constante se indica mediante una flecha violeta. c) Diagrama de movimiento para un automóvil cuya aceleración constante está en la dirección *opuesta* a la velocidad en cada instante.

Se podría representar el automóvil como una partícula y describirlo con el modelo de partícula bajo velocidad constante.

En la figura 2.10b, las imágenes se separan más conforme avanza el tiempo. En este caso, el vector velocidad aumenta en longitud con el tiempo, porque el desplazamiento del automóvil entre posiciones adyacentes aumenta en el tiempo. Esta característica sugiere que el automóvil se mueve con una *velocidad positiva* y una *aceleración positiva*. La velocidad y la aceleración están en la misma dirección. En términos de la anterior discusión de fuerza, imagine una fuerza que jala al automóvil en la misma dirección en que se mueve: aumenta velocidad.

En la figura 2.10c, el automóvil frena conforme se mueve a la derecha porque su desplazamiento entre imágenes adyacentes disminuye con el tiempo. Este caso sugiere que el automóvil se mueve hacia la derecha con una aceleración negativa. La longitud del vector velocidad disminuye en el tiempo y eventualmente llega a cero. A partir de este diagrama se ve que los vectores aceleración y velocidad *no* están en la misma dirección. El automóvil se mueve con una *velocidad positiva*, pero con una *aceleración negativa*. (Este tipo de movimiento se muestra para un automóvil que derrapa hasta detenerse después de aplicar los frenos.) La velocidad y la aceleración están en direcciones opuestas. En términos de la anterior discusión de fuerza, imagine una fuerza que jala el automóvil en dirección opuesta a la que se mueve: frena.

Los vectores aceleración violeta en los incisos b) y c) de la figura 2.10 tienen todos la misma longitud. Por lo tanto, estos diagramas representan movimiento de una *partícula bajo aceleración constante*. Este modelo importante de análisis se discutirá en la siguiente sección.

Pregunta rápida 2.5 ¿Cuál de los siguientes enunciados es verdadero? a) Si un automóvil viaja hacia el este, su aceleración debe estar hacia el este. b) Si un automóvil frena, su aceleración debe ser negativa. c) Una partícula con aceleración constante nunca puede detenerse ni permanecer detenida.

2.6 La partícula bajo aceleración constante

Si la aceleración de una partícula varía con el tiempo, su movimiento es complejo y difícil de analizar. Sin embargo, un tipo muy común y simple de movimiento unidimensional, es aquel en el que la aceleración es constante. En tal caso, la aceleración promedio $a_{x,\,\text{prom}}$ en cualquier intervalo de tiempo es numéricamente igual a la aceleración instantánea a_x en cualquier instante dentro del intervalo, y la velocidad cambia con la misma proporción a lo largo del movimiento. Esta situación ocurre con suficiente frecuencia como para que se le identifique como un modelo de análisis: la **partícula bajo aceleración constante**. En la discusión que sigue se generan varias ecuaciones que describen el movimiento de una partícula para este modelo.

Si en la ecuación 2.9 sustituye $a_{x,\,\text{prom}}$ con a_x y toma $t_i = 0$ y t_f como cualquier tiempo t posterior, se encuentra que

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t - 0}$$

o

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t \qquad (\text{para } a_x \text{ constante}) \tag{2.13}$$

Esta poderosa expresión permite determinar la velocidad de un objeto en *cualquier* tiempo t, si se conoce la velocidad inicial v_{xi} del objeto y su aceleración a_x (constante). En la figura 2.11b se muestra una gráfica velocidad-tiempo para este movimiento con aceleración constante. La gráfica es una línea recta, cuya pendiente es la aceleración a_x; la pendiente (constante) es consistente con $a_x = dv_x/dt$ constante. Note que la pendiente es positiva, lo que indica una aceleración positiva. Si la aceleración fuese negativa, la pendiente de la línea en la figura 2.11b sería negativa. Cuando la aceleración es constante, la gráfica de aceleración en función del tiempo (figura 2.11c) es una línea recta que tiene una pendiente cero.

Puesto que la velocidad con aceleración constante varía linealmente en el tiempo, de acuerdo con la ecuación 2.13, se expresa la velocidad promedio en cualquier intervalo de tiempo como la media aritmética de la velocidad inicial v_{xi} y la velocidad final v_{xf}:

$$v_{x,\,\text{prom}} = \frac{v_{xi} + v_{xf}}{2} \qquad (\text{para } a_x \text{ constante}) \tag{2.14}$$

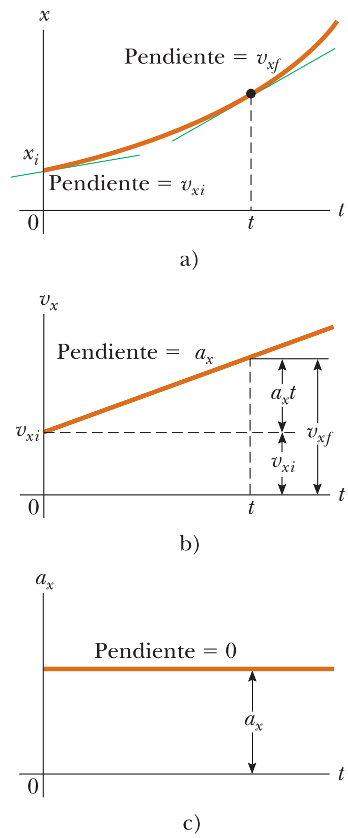


Figura 2.11 Una partícula bajo aceleración constante a_x que se mueve a lo largo del eje x: a) gráfica posición-tiempo, b) gráfica velocidad-tiempo y c) gráfica aceleración-tiempo.

Note que esta expresión para la velocidad promedio *sólo* se aplica en situaciones en que la aceleración es constante.

Ahora es necesario aplicar las ecuaciones 2.1, 2.2 y 2.14 para obtener la posición de un objeto como función del tiempo. Al recordar que Δx en la ecuación 2.2 representa $x_f - x_i$ y reconocer que $\Delta t = t_f - t_i = t - 0 = t$, se encuentra que

$$x_f - x_i = v_{x,\,\text{prom}}\, t = \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$$

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t \qquad (\text{para } a_x \text{ constante}) \tag{2.15}$$

◀ Posición como una función de la velocidad y el tiempo

Esta ecuación proporciona la posición final de la partícula en el tiempo t en términos de las velocidades inicial y final.

Otra expresión útil para la posición de una partícula bajo aceleración constante se obtiene al sustituir la ecuación 2.13 en la ecuación 2.15:

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}[v_{xi} + (v_{xi} + a_x t)]t$$

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \qquad (\text{para } a_x \text{ constante}) \tag{2.16}$$

◀ Posición como una función del tiempo

Esta ecuación proporciona la posición final de la partícula en el tiempo t en términos de la velocidad inicial y la aceleración constante.

La gráfica posición-tiempo para movimiento con aceleración constante (positiva) que se muestra en la figura 2.11a se obtiene de la ecuación 2.16. Perciba que la curva es una parábola. La pendiente de la línea tangente a esta curva en $t = 0$ es igual a la velocidad inicial v_{xi}, y la pendiente de la línea tangente en cualquier tiempo posterior t es igual a la velocidad v_{xf} en dicho tiempo.

Por último, es posible obtener una expresión para la velocidad final que no contenga tiempo como variable al sustituir el valor de t de la ecuación 2.13 en la ecuación 2.15:

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})\left(\frac{v_{xf} - v_{xi}}{a_x}\right) = x_i + \frac{v_{xf}^{\,2} - v_{xi}^{\,2}}{2a_x}$$

Velocidad como una función de la posición

$$v_{xf}^{\,2} = v_{xi}^{\,2} + 2a_x\,(x_f - x_i) \quad \text{(para } a_x \text{ constante)} \tag{2.17}$$

Esta ecuación proporciona la velocidad final en términos de la velocidad inicial, la aceleración constante y la posición de la partícula.

Para movimiento con aceleración *cero*, se ve de las ecuaciones 2.13 y 2.16 que

$$\left.\begin{aligned} v_{xf} &= v_{xi} = v_x \\ x_f &= x_i + v_x t \end{aligned}\right\} \quad \text{cuando } a_x = 0$$

Esto es, cuando la aceleración de una partícula es cero, su velocidad es constante y su posición cambia linealmente con el tiempo. En términos de modelos, cuando la aceleración de una partícula es cero, el modelo de partícula bajo aceleración constante se reduce al modelo de partícula bajo velocidad constante (sección 2.3).

Pregunta rápida 2.6 En la figura 2.12, relacione cada gráfica v_x–t de la parte superior con la gráfica a_x–t de la parte inferior que mejor describa el movimiento.

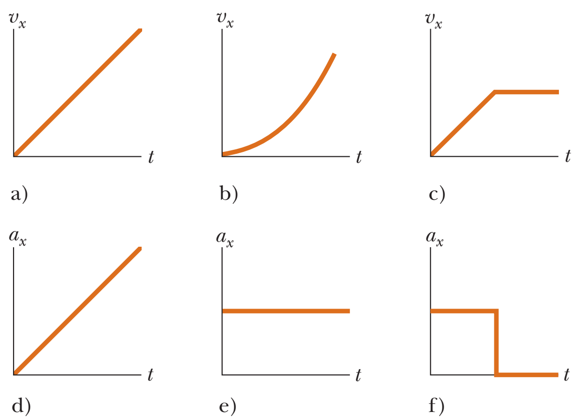


Figura 2.12 (Pregunta rápida 2.6) Los incisos a), b) y c) son gráficas v_x–t de objetos en movimiento unidimensional. Las posibles aceleraciones de cada objeto se muestran en forma desordenada en d), e) y f).

Las ecuaciones de la 2.13 a la 2.17 son **ecuaciones cinemáticas** útiles para resolver cualquier problema que involucre una partícula bajo aceleración constante en una dimensión. Las cuatro ecuaciones cinemáticas que se usan con más frecuencia se mencionan en la tabla 2.2. La elección de cuál ecuación usar en una situación dada depende de qué sepa de antemano. A veces es necesario usar dos de estas ecuaciones para resolver dos incógnitas. Debe reconocer que las cantidades que varían durante el movimiento son la posición x_f, la velocidad v_{xf} y el tiempo t.

Al resolver numerosos ejercicios y problemas obtendrá mucha experiencia en el uso de estas ecuaciones. Muchas veces descubrirá que se puede usar más de un método para

TABLA 2.2

Ecuaciones cinemáticas para movimiento de una partícula bajo aceleración constante

Número de ecuación	Ecuación	Información que se conoce por la ecuación
2.13	$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$	Velocidad como función del tiempo
2.15	$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$	Posición como función de velocidad y tiempo
2.16	$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$	Posición como función del tiempo
2.17	$v_{xf}^{\,2} = v_{xi}^{\,2} + 2a_x\,(x_f - x_i)$	Velocidad como función de la posición

Nota: El movimiento es a lo largo del eje x.

obtener una solución. Recuerde que estas ecuaciones de cinemática *no se pueden* usar en una situación en que la aceleración varía con el tiempo. Son útiles sólo cuando la aceleración es constante.

EJEMPLO 2.7 Aterrizaje en portaaviones

Un jet aterriza en un portaaviones a 140 mi/h ($\approx$ 63 m/s).

A) ¿Cuál es su aceleración (constante) si se detiene en 2.0 s debido a un cable de arresto que traba al jet y lo deja en reposo?

SOLUCIÓN

Es posible que haya visto películas o programas de televisión en los que un jet aterriza sobre un portaaviones y se lleva al reposo sorprendentemente rápido mediante un cable de arresto. Puesto que la aceleración del jet se supone constante, se le representa como una partícula bajo aceleración constante. El eje x se define como la dirección de movimiento del jet. Una lectura cuidadosa del problema revela que, además de estar dada la rapidez inicial de 63 m/s, también se sabe que la rapidez final es cero. Perciba también que no se tiene información acerca del cambio en posición del jet mientras frena.

La ecuación 2.13 es la única en la tabla 2.2 que no involucra la posición, de modo que se le usa para encontrar la aceleración del jet, representado como partícula:

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t} \approx \frac{0 - 63 \text{ m/s}}{2.0 \text{ s}}$$

$$= \boxed{-32 \text{ m/s}^2}$$

B) Si el jet toca al portaaviones en la posición $x_i = 0$, ¿cuál es su posición final?

SOLUCIÓN

Aplique la ecuación 2.15 para resolver la posición final:

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t = 0 + \tfrac{1}{2}(63 \text{ m/s} + 0)(2.0 \text{ s}) = \boxed{63 \text{ m}}$$

Si el jet recorre más allá de 63 m, puede caer al océano. La idea de usar cables de arresto para frenar a la aeronave que aterriza y permitirle aterrizar con seguridad en los barcos surgió en la primera Guerra Mundial. Los cables todavía son una parte vital de la operación de los modernos portaaviones.

¿Qué pasaría si? Suponga que el jet aterriza en la cubierta del portaaviones con una rapidez mayor que 63 m/s pero tiene la misma aceleración debida al cable calculada en el inciso A). ¿Cómo cambiará esto la respuesta del inciso B)?

Respuesta Si el jet viaja más rápido que al principio se detendrá más lejos de su punto de partida, de modo que la respuesta del inciso B) sería más grande. Matemáticamente, en la ecuación 2.15 se ve que, si v_{xi} es más grande, x_f será más grande.

EJEMPLO 2.8 ¡Observe el límite de rapidez!

Un automóvil que viaja con una rapidez constante de 45.0 m/s pasa por donde un patrullero en motocicleta está oculto detrás de un anuncio espectacular. Un segundo después de que el automóvil pasa el anuncio, el patrullero sale de su escondite para detener al automóvil, que acelera con una relación constante de 3.00 m/s^2. ¿Cuánto tiempo tarda en dar alcance al automóvil?

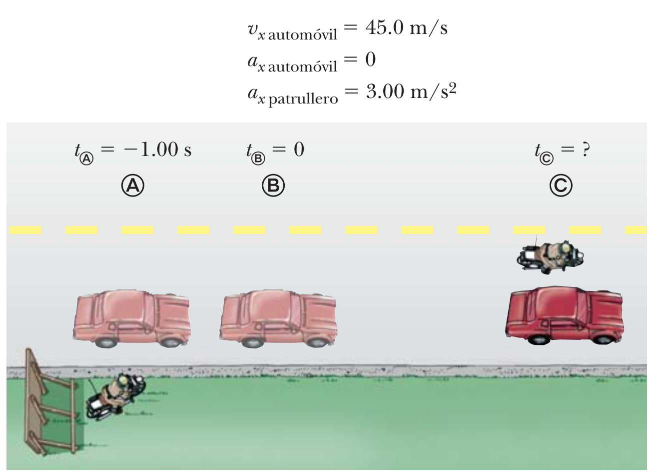


Figura 2.13 (Ejemplo 2.8) Un veloz automóvil rebasa a un patrullero oculto.

SOLUCIÓN

Una representación pictórica (figura 2.13) ayuda a clarificar la secuencia de eventos. El automóvil se modela como una partícula bajo velocidad constante y el patrullero se modela como una partícula bajo aceleración constante.

Primero, escriba expresiones para la posición de cada vehículo como función del tiempo. Es conveniente elegir la posición del anuncio como el origen y hacer $t_Ⓑ = 0$ como el tiempo en que el patrullero comienza a moverse. En dicho instante, el automóvil ya recorrió una distancia de 45.0 m desde el anuncio, porque viajó con una rapidez constante de $v_x = 45.0$ m/s durante 1 s. Por lo tanto, la posición inicial del automóvil es $x_{Ⓑ} = 45.0$ m.

Al aplicar la ecuación 2.7 para obtener la posición del automóvil en cualquier tiempo t:

$$x_{\text{automóvil}} = x_{Ⓑ} + v_{x\,\text{automóvil}}t = 45.0 \text{ m} + (45.0 \text{ m/s})t$$

Una revisión rápida muestra que, en $t = 0$, esta expresión da la posición inicial correcta del automóvil cuando el patrullero comienza a moverse: $x_{\text{automóvil}} = x_{Ⓑ} = 45.0$ m.

El patrullero parte del reposo en $t_{Ⓑ} = 0$ y acelera a 3.00 m/s^2 alejándose del origen. Use la ecuación 2.16 para dar la posición en cualquier tiempo t:

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_xt^2$$

$$x_{\text{patrullero}} = 0 + (0)t + \tfrac{1}{2}a_xt^2 = \tfrac{1}{2}(3.00 \text{ m/s}^2)t^2$$

Iguale las dos posiciones para representar al patrullero dando alcance al automóvil en la posición Ⓒ:

$$x_{\text{patrullero}} = x_{\text{automóvil}}$$

$$\tfrac{1}{2}(3.00 \text{ m/s}^2)t^2 = 45.0 \text{ m} + (45.0 \text{ m/s})t$$

Simplifique para obtener una ecuación cuadrática:

$$1.50t^2 - 45.0t - 45.0 = 0$$

La solución positiva de esta ecuación es $t =$ 31.0 s.

(Para ayuda en la resolución de ecuaciones cuadráticas, vea el apéndice B.2.)

¿Qué pasaría si? ¿Y si el patrullero tiene una motocicleta más poderosa con una aceleración mayor? ¿Cómo cambiaría el tiempo en que el patrullero da alcance al automóvil?

Respuesta Si la motocicleta tuviese una aceleración mayor, el patrullero alcanzaría al automóvil más rápido, de modo que la respuesta para el tiempo sería menor que 31 s.

Presente la ecuación cuadrática final anterior en términos de los parámetros del problema:

$$\tfrac{1}{2}a_xt^2 - v_{x\,\text{automóvil}}t - x_{Ⓑ} = 0$$

Resuelva la ecuación cuadrática:

$$t = \frac{v_{x\,\text{automóvil}} \pm \sqrt{v^2_{x\,\text{automóvil}} + 2a_xx_{Ⓑ}}}{a_x} = \frac{v_{x\,\text{automóvil}}}{a_x} + \sqrt{\frac{v^2_{x\,\text{automóvil}}}{a_x^2} + \frac{2x_{Ⓑ}}{a_x}}$$

donde se eligió el signo positivo porque es la única opción consistente con un tiempo $t > 0$. Dado que todos los términos del lado derecho de la ecuación tienen la aceleración a_x en el denominador, aumentar la aceleración disminuirá el tiempo en que el patrullero alcanza al automóvil.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 2.6

***g* y g**

Asegúrese de no confundir el símbolo cursivo g para la aceleración en caída libre con el símbolo no cursivo g que se usa como abreviatura de la unidad gramo.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 2.7

El signo de *g*

Tenga en mente que g es un *número positivo*. Es tentador sustituir -9.80 m/s^2 por g, pero resista la tentación. La aceleración gravitacional descendente se indica explícitamente al establecer la aceleración como $a_y = -g$.

2.7 Objetos en caída libre

Es bien sabido que, en ausencia de resistencia del aire, todos los objetos que se dejan caer cerca de la superficie de la Tierra caen hacia ella con la misma aceleración constante bajo la influencia de la gravedad de la Tierra. No fue sino hasta alrededor de 1600 que se aceptó esta conclusión. Antes de esta época, las enseñanzas del filósofo griego Aristóteles (384-322 a.C.) sostenían que los objetos más pesados caían más rápido que los ligeros.

El italiano Galileo Galilei (1564-1642) originó las ideas actuales acerca de los objetos que caen. Hay una leyenda de que él demostró el comportamiento de los objetos que caen al observar que dos pesos diferentes soltados simultáneamente de la Torre Inclinada de Pisa golpeaban el suelo aproximadamente al mismo tiempo. Aunque hay ciertas dudas de que llevó a cabo este experimento particular, está bien establecido que Galileo realizó muchos experimentos sobre objetos en movimiento en planos inclinados. En sus experimentos hacía rodar bolas por un plano ligeramente inclinado y medía las distancias que recorrían en intervalos de tiempo sucesivos. El propósito del plano inclinado era reducir la aceleración, lo que hizo posible que tomara mediciones precisas de los intervalos de tiempo. Al aumentar gradualmente la pendiente del plano, al final fue capaz de extraer conclusiones acerca de los objetos en caída libre, porque una bola en caída libre es equivalente a una bola que se mueve por un plano inclinado vertical.

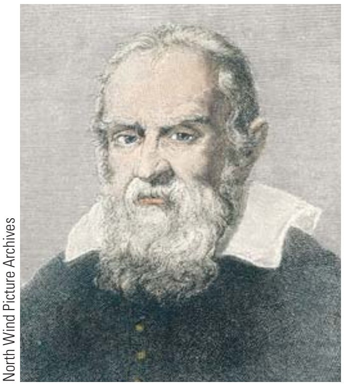
Acaso quiera intentar el siguiente experimento. Suelte simultáneamente, desde la misma altura, una moneda y un trozo de papel arrugado. Si los efectos de la resistencia del aire son despreciables, ambos tendrán el mismo movimiento y golpearán el suelo al mismo tiempo. En el caso idealizado, en el que la resistencia del aire está ausente, a tal movimiento se le refiere como movimiento *en caída libre*. Si este mismo experimento se pudiese realizar en un vacío, en el que la resistencia del aire realmente es despreciable, el papel y la moneda caerían con la misma aceleración aun cuando el papel no esté arrugado. El 2 de agosto de 1971, el astronauta David Scott realizó tal demostración en la Luna. Soltó simultáneamente un martillo y una pluma y los dos objetos cayeron al mismo tiempo en la superficie lunar. ¡Seguramente esta simple demostración habría complacido a Galileo!

Cuando se usa la expresión *objeto en caída libre* no necesariamente se hace referencia a un objeto que se suelta desde el reposo. **Un objeto en caída libre es cualquier objeto que se mueve libremente sólo bajo la influencia de la gravedad, sin importar su movimiento inicial. Los objetos que se lanzan hacia arriba o abajo y los que se liberan desde el reposo están todos en caída libre una vez que se liberan. Cualquier objeto en caída libre experimenta una aceleración dirigida *hacia abajo*, sin importar su movimiento inicial.**

La magnitud de la *aceleración de caída libre* se denotará mediante el símbolo g. El valor de g cerca de la superficie de la Tierra disminuye conforme aumenta la altitud. Además, ocurren ligeras variaciones en g con cambios en latitud. En la superficie de la Tierra, el valor de g es aproximadamente 9.80 m/s^2. A menos que se establezca de otro modo, se usará este valor para g cuando se realicen cálculos. Para hacer estimaciones rápidas, use g = 10 m/s^2.

Si se ignora la resistencia del aire y se supone que la aceleración de caída libre no varía con la altitud en distancias verticales cortas, el movimiento de un objeto en caída libre que se mueve verticalmente es equivalente al movimiento de una partícula bajo aceleración constante en una dimensión. Debido a eso, se aplican las ecuaciones desarrolladas en la sección 2.6 para objetos que se mueven con aceleración constante. La única modificación que se necesita hacer en estas ecuaciones para los objetos en caída libre es notar que el movimiento es en la dirección vertical (la dirección y) antes que en la dirección horizontal (x) y que la aceleración es hacia abajo y tiene una magnitud de 9.80 m/s^2. En consecuencia, siempre se elegirá $a_y = -g = -9.80$ m/s^2, donde el signo negativo significa que la aceleración de un objeto en caída libre es hacia abajo. En el capítulo 13 se estudiará cómo tratar con las variaciones en g con la altitud.

Pregunta rápida 2.7 Examine las siguientes opciones: a) aumenta, b) disminuye, c) aumenta y luego disminuye, d) disminuye y luego aumenta, e) permanece igual. A partir de estas opciones, seleccione lo que le ocurre a **i)** la aceleración y **ii)** la rapidez de una bola después de que se lanza hacia arriba en el aire.



North Wind Picture Archives

GALILEO GALILEI
Físico y astrónomo italiano (1564-1642)
Galileo formuló las leyes que gobiernan el movimiento de los objetos en caída libre e hizo muchos otros descubrimientos reveladores en física y astronomía. Galileo defendió públicamente la afirmación de Nicolás Copérnico de que el Sol está en el centro del Universo (sistema heliocéntrico). Publicó *Diálogo sobre los dos grandes sistemas del mundo* para apoyar el modelo copernicano, que la Iglesia católica declaró herético.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 2.8
Aceleración en lo alto del movimiento
Un error común es considerar que la aceleración de un proyectil en lo alto de su trayectoria es cero. Aunque la velocidad en lo alto del movimiento de un objeto que se lanza hacia arriba momentáneamente va a cero, *la aceleración todavía corresponde a la gravedad* en este punto. Si la velocidad y la aceleración fuesen cero, el proyectil permanecería en lo alto.

EJEMPLO CONCEPTUAL 2.9 Los paracaidistas osados

Un paracaidista salta de un helicóptero suspendido. Pocos segundos después, salta otro paracaidista y ambos caen a lo largo de la misma línea vertical. Ignore la resistencia del aire, de modo que ambos paracaidistas caen con la misma aceleración. ¿La diferencia en sus magnitudes de velocidad permanece igual a lo largo de la caída? ¿La distancia vertical entre ellos permanece igual durante la caída?

SOLUCIÓN

En cualquier instante dado, las magnitudes de velocidad de los paracaidistas son diferentes porque uno salta primero. Sin embargo, en cualquier intervalo de tiempo Δt después de este instante, los dos paracaidistas aumentan sus rapideces en la misma cantidad porque tienen la misma aceleración. Por lo tanto, la diferencia en sus magnitudes de velocidad permanece igual a lo largo de la caída.

El primero que saltó siempre tiene una mayor rapidez que el segundo. Por lo tanto, en un intervalo de tiempo dado, el primer paracaidista cubre una mayor distancia que el segundo. En consecuencia, la distancia de separación entre ellos aumenta.

EJEMPLO 2.10 ¡No es un mal lanzamiento para un novato!

A una piedra que se lanza desde lo alto de un edificio se le da una velocidad inicial de 20.0 m/s directo hacia arriba. El edificio tiene 50.0 m de alto y la piedra apenas libra el borde del techo en su camino hacia abajo, como se muestra en la figura 2.14.

A) Use $t_{Ⓐ} = 0$ como el tiempo cuando la piedra deja la mano del lanzador en la posición Ⓐ y determine el tiempo en el que la piedra llega a su altura máxima.

SOLUCIÓN

Tal vez usted tenga experiencia en soltar objetos o lanzarlos hacia arriba y observarlos caer, de modo que este problema debe describir una experiencia familiar. Puesto que la piedra está en caída libre, se modela como partícula bajo aceleración constante debido a la gravedad.

Use la ecuación 2.13 para calcular el tiempo en que la piedra llega a su altura máxima:

$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t \quad \rightarrow \quad t = \frac{v_{yf} - v_{yi}}{a_y}$$

Sustituya valores numéricos:

$$t = t_{Ⓑ} = \frac{0 - 20.0 \text{ m/s}}{-9.80 \text{ m/s}^2} = \boxed{2.04 \text{ s}}$$

B) Encuentre la altura máxima de la piedra.

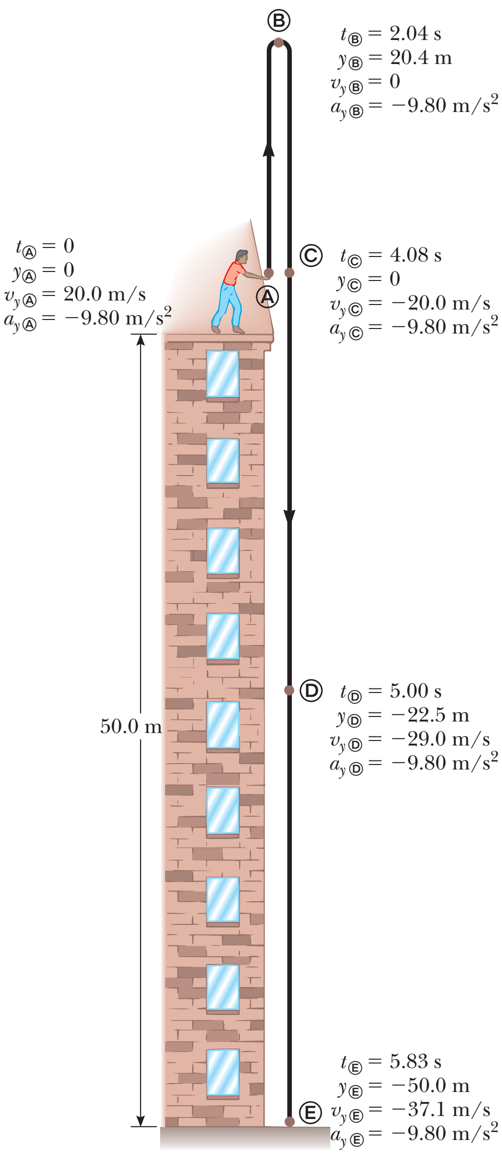


Figura 2.14 (Ejemplo 2.10) Posición y velocidad frente a tiempo para una piedra en caída libre que se lanza inicialmente hacia arriba con una velocidad $v_{yi} = 20.0$ m/s. Muchas de las cantidades en las etiquetas para los puntos en el movimiento de la piedra se calculan en el ejemplo. ¿Puede verificar los valores que no están calculados?

SOLUCIÓN

Sea $y_{Ⓐ} = 0$ y sustituya el tiempo del inciso A) en la ecuación 2.16 para encontrar la altura máxima:

$$y_{\text{máx}} = y_{Ⓑ} = y_{Ⓐ} + v_{xⒶ}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

$$y_{Ⓑ} = 0 + (20.0\text{ m/s})(2.04\text{ s}) + \tfrac{1}{2}(-9.80\text{ m/s}^2)(2.04\text{ s})^2 = \boxed{20.4\text{ m}}$$

C) Determine la velocidad de la piedra cuando regresa a la altura desde la que se lanzó.

Sustituya los valores conocidos en la ecuación 2.17:

$$v_{yⒸ}^2 = v_{yⒶ}^2 + 2a_y(y_{Ⓒ} - y_{Ⓐ})$$

$$v_{yⒸ}^2 = (20.0\text{ m/s})^2 + 2(-9.80\text{ m/s}^2)(0 - 0) = 400\text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_{yⒸ} = \boxed{-20.0\text{ m/s}}$$

Cuando se saca la raíz cuadrada, se elige una raíz positiva o una negativa. Se elige la raíz negativa porque se sabe que la piedra se mueve hacia abajo al punto Ⓒ. La velocidad de la piedra cuando llega de vuelta a su altura original es igual en magnitud a su velocidad inicial pero es opuesta en dirección.

D) Encuentre la velocidad y posición de la piedra en $t = 5.00$ s.

Calcule la velocidad en Ⓓ a partir de la ecuación 2.13:

$$v_{yⒹ} = v_{yⒶ} + a_y t = 20.0\text{ m/s} + (-9.80\text{ m/s}^2)(5.00\text{ s}) = \boxed{-29.0\text{ m/s}}$$

Use la ecuación 2.16 para encontrar la posición de la piedra en $t_{Ⓓ} = 5.00$ s:

$$y_{Ⓓ} = y_{Ⓐ} + v_{yⒶ}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

$$= 0 + (20.0\text{ m/s})(5.00\text{ s}) + \tfrac{1}{2}(-9.80\text{ m/s}^2)(5.00\text{ s})^2$$

$$= \boxed{-22.5\text{ m}}$$

La elección del tiempo definida como $t = 0$ es arbitraria y depende de usted seleccionarla. Como ejemplo de esta arbitrariedad, elija $t = 0$ como el tiempo en que la piedra está en el punto más alto de su movimiento. Luego resuelva los incisos C) y D) de nuevo usando este nuevo instante inicial y note que sus respuestas son iguales que las anteriores.

¿Qué pasaría si? ¿Y si el edificio tuviese 30.0 m de altura en lugar de 50.0 m? ¿Qué respuestas cambiarían en los incisos A) a D)?

Respuesta Ninguna de las respuestas cambiaría. Todo el movimiento tiene lugar en el aire durante los primeros 5.00 s. (Observe que incluso para un edificio de 30.0 m de alto, la piedra está arriba del suelo en $t = 5.00$ s.) Por lo tanto, la altura del edificio no es un problema. Matemáticamente, si se observan de nuevo los cálculos, se ve que nunca se ingresó la altura del edificio en ninguna ecuación.

2.8 Ecuaciones cinemáticas deducidas del cálculo

Esta sección supone que el lector está familiarizado con las técnicas del cálculo integral. Si aún no estudia integración en su curso de cálculo, debe saltar esta sección o cubrirla después de que se familiarice con la integración.

La velocidad de una partícula que se mueve en línea recta se obtiene si se conoce su posición como función del tiempo. En términos matemáticos, la velocidad es igual a la derivada de la posición respecto al tiempo. También es posible encontrar la posición de una partícula si se conoce su velocidad como función del tiempo. En cálculo, al procedimiento que se usa para realizar esta tarea se le conoce como *integración* o como encontrar la *antiderivada*. En términos gráficos, es equivalente a encontrar el área bajo una curva.

Ponga por caso que la gráfica v_x–t para una partícula que se mueve a lo largo del eje x es como se muestra en la figura 2.15. Divida el intervalo de tiempo $t_f - t_i$ en muchos pequeños intervalos, cada uno de duración Δt_n. A partir de la definición de velocidad promedio es claro que el desplazamiento de la partícula durante cualquier intervalo pequeño, como el

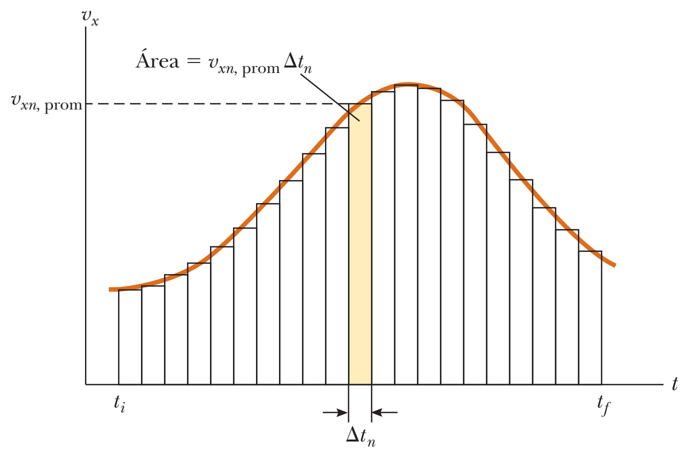


Figura 2.15 Velocidad en función del tiempo para una partícula que se mueve a lo largo del eje x. El área del rectángulo sombreado es igual al desplazamiento Δx en el intervalo de tiempo Δt_n, mientras que el área total bajo la curva es el desplazamiento total de la partícula.

sombreado en la figura 2.15, se conoce por $\Delta x_n = v_{xn,\,\text{prom}}\,\Delta t_n$, donde $v_{xn,\,\text{prom}}$ es la velocidad promedio en dicho intervalo. En consecuencia, el desplazamiento durante este pequeño intervalo simplemente es el área del rectángulo sombreado. El desplazamiento total para el intervalo $t_f - t_i$ es la suma de las áreas de todos los rectángulos desde t_i hasta t_f:

$$\Delta x = \sum_n v_{xn,\,\text{prom}}\,\Delta t_n$$

donde el símbolo Σ (letra griega mayúscula sigma) significa una suma que incluye todos los términos, esto es, completos los valores de n. Ahora, conforme los intervalos se hacen cada vez más pequeños, el número de términos en la suma aumenta y la suma tiende a un valor igual al área bajo la gráfica velocidad-tiempo. Debido a esto, en el límite $n \to \infty$, o $\Delta t_n \to 0$, el desplazamiento es

$$\Delta x = \lim_{\Delta t_n \to 0} \sum_n v_{xn}\,\Delta t_n \tag{2.18}$$

Observe que en la suma se sustituyó la velocidad promedio $v_{xn,\,\text{prom}}$ con la velocidad instantánea v_{xn}. Como puede ver en la figura 2.15, esta aproximación es válida en el límite de intervalos muy pequeños. En consecuencia, si se conoce la gráfica v_x–t para movimiento a lo largo de una línea recta, se obtiene el desplazamiento durante cualquier intervalo de tiempo al medir el área bajo la curva correspondiente a dicho intervalo de tiempo.

El límite de la suma que se muestra en la ecuación 2.18 se llama **integral definida** y se escribe

Integral definida ►

$$\lim_{\Delta t_n \to 0} \sum_n v_{xn}\,\Delta t_n = \int_{t_i}^{t_f} v_x(t)\,dt \tag{2.19}$$

donde $v_x(t)$ denota la velocidad en cualquier tiempo t. Si se conoce la forma funcional explícita de $v_x(t)$ y se proporcionan los límites, se evalúa la integral. A veces la gráfica v_x–t para una partícula en movimiento tiene una forma mucho más simple que la mostrada en la figura 2.15. Por ejemplo, suponga que una partícula se mueve con velocidad constante v_{xi}. En este caso, la gráfica v_x–t es una línea horizontal, como en la figura 2.16, y el desplazamiento de la partícula durante el intervalo de tiempo Δt simplemente es el área del rectángulo sombreado:

$$\Delta x = v_{xi}\,\Delta t \quad (\text{cuando } v_x = v_{xi} = \text{constante})$$

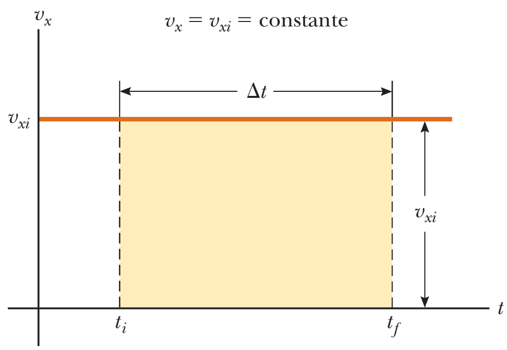


Figura 2.16 Curva velocidad-tiempo para una partícula que se mueve con velocidad constante v_{xi}. El desplazamiento de la partícula durante el intervalo de tiempo $t_f - t_i$ es igual al área del rectángulo sombreado.

Ecuaciones cinemáticas

Ahora se aplican las ecuaciones que definen la aceleración y velocidad para deducir dos de las ecuaciones cinemáticas, las ecuaciones 2.13 y 2.16.

La ecuación que define la aceleración (ec. 2.10),

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

se puede escribir como $dv_x = a_x\, dt$, o, en términos de una integral (o antiderivada), como

$$v_{xf} - v_{xi} = \int_0^t a_x\, dt$$

Para el caso especial en el que la aceleración es constante, a_x se puede remover de la integral para dar

$$v_{xf} - v_{xi} = a_x \int_0^t dt = a_x(t - 0) = a_x t \qquad \textbf{(2.20)}$$

que es la ecuación 2.13.

Ahora considere la ecuación que define la velocidad (ec. 2.5):

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

Esta ecuación se escribe como $dx = v_x\, dt$, o en forma integral como

$$x_f - x_i = \int_0^t v_x\, dt$$

Puesto que $v_x = v_{xf} = v_{xi} + a_x t$, esta expresión se convierte en

$$x_f - x_i = \int_0^t (v_{xi} + a_x t)dt = \int_0^t v_{xi}\, dt + a_x \int_0^t t\, dt = v_{xi}\,(t - 0) + a_x\left(\frac{t^2}{2} - 0\right)$$

$$x_f - x_i = v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2$$

que es la ecuación 2.16.

Además de lo que espera aprender acerca de conceptos físicos, una experiencia muy valiosa que debe desarrollar de sus cursos de física es la habilidad para resolver problemas complicados. La forma en que los físicos abordan situaciones complejas y las descomponen en trozos manejables es extremadamente útil. La siguiente es una estrategia general para resolver problemas que lo guían a través de las etapas. Para ayudarlo a recordar las etapas de la estrategia, éstas son *conceptualizar*, *categorizar*, *analizar* y *finalizar*.

ESTRATEGIA GENERAL PARA RESOLVER PROBLEMAS

Conceptualizar

- La primera cosa que debe hacer cuando aborde un problema es *pensar* y *comprender* la situación. Estudie cuidadosamente cualesquiera representaciones de la información (por ejemplo: diagramas, gráficas, tablas o fotografías) que acompañen al problema. Imagine una película, que corra en su mente, de lo que sucede en el problema.
- Si no se le proporciona una representación pictórica, casi siempre debe hacer un dibujo rápido de la situación. Indique cualesquiera valores conocidos, acaso en una tabla o directamente en su bosquejo.
- Ahora enfóquese en qué información algebraica o numérica se proporciona en el problema. Lea con cuidado el enunciado del problema y busque frases clave como "parte del reposo" ($v_i = 0$), "se detiene" ($v_f = 0$) o "cae libremente" ($a_y = -g = -9.80$ m/s^2).
- Ahora enfóquese en el resultado que se espera del problema resuelto. ¿Exactamente qué es lo que plantea la pregunta? ¿El resultado final será numérico o algebraico? ¿Sabe qué unidades esperar?
- No olvide incorporar información de su propia experiencia y sentido común. ¿Cómo sería una respuesta razonable? Por ejemplo, no esperaría calcular la rapidez de un automóvil como 5×10^6 m/s.

Categorizar

- Una vez que tenga una buena idea de lo que trata el problema, necesita *simplificar* el problema. Quite los detalles que no sean importantes para la solución. Por ejemplo, modele un objeto en movimiento como partícula. Si es adecuado, ignore la resistencia del aire o la fricción entre un objeto que se desliza y una superficie.
- Cuando simplifique el problema, es importante *categorizar* el problema. ¿Es un simple *problema de sustitución* en el que los números se sustituyen en una ecuación? Si es así, es probable que el problema termine cuando realice esta sustitución. Si no, enfrenta lo que se llama *problema analítico*: la situación se debe analizar más profundamente para llegar a una solución.
- Si es un problema analítico, necesita categorizarlo aún más. ¿Ha visto este tipo de problemas antes? ¿Cae en la creciente lista de tipos de problemas que ha resuelto anteriormente? Si es así, identifique cualquier modelo de análisis apropiado al problema para preparar la etapa de *analizar* siguiente. Los primeros tres tipos de modelos de análisis se vieron en este capítulo: partícula bajo velocidad constante, partícula bajo rapidez constante y partícula bajo aceleración constante. Ser capaz de clasificar un problema con un modelo de análisis hace mucho más sencillo tender un plan para resolverlo. Por ejemplo, si su simplificación muestra que el problema se puede tratar como una partícula bajo aceleración constante y ya resolvió un problema similar (como los ejemplos de la sección 2.6), la solución al presente problema sigue un patrón similar.

Analizar

- Ahora debe analizar el problema y esforzarse por una solución matemática. Puesto que ya categorizó el problema e identificó un modelo de análisis, no debe ser muy difícil seleccionar ecuaciones relevantes que se apliquen al tipo de situación en el problema. Por ejemplo, si involucra una partícula bajo aceleración constante, las ecuaciones de la 2.13 a la 2.17 son relevantes.
- Use álgebra (y cálculo, si es necesario) para resolver simbólicamente la variable desconocida en términos de lo que está dado. Sustituya los números adecuados, calcule el resultado y redondee al número adecuado a cifras significativas.

Finalizar

- Examine su respuesta numérica. ¿Tiene las unidades correctas? ¿Satisface las expectativas de su conceptualización del problema? ¿Qué hay acerca de la forma algebraica del resultado? ¿Tiene sentido? Examine las variables del problema para ver si la respuesta cambiaría en una forma físicamente significativa si las variables aumentan o disminuyen drásticamente o incluso si se vuelven cero. Buscar casos limitados para ver si producen valores esperados es una forma muy útil de asegurarse de que obtiene resultados razonables.
- Piense acerca de cómo se compara este problema con otros que ha resuelto. ¿Cómo fue similar? ¿En qué formas críticas difiere? ¿Por qué se asignó este problema? ¿Puede imaginar qué aprendió al hacerlo? Si es una nueva categoría de problema, asegúrese de que lo comprendió para que pueda usarlo como modelo para resolver problemas similares en el futuro.

Cuando resuelva problemas complejos, es posible que necesite identificar una serie de subproblemas y aplicar la estrategia para resolver cada uno. Para problemas simples, probablemente no necesite esta estrategia. Sin embargo, cuando intente resolver un problema y no sepa qué hacer a continuación, recuerde las etapas en la estrategia y úselas como guía.

Para practicar sería útil que vuelva a revisar los ejemplos trabajados en este capítulo e identifique los pasos *conceptualizar*, *categorizar*, *analizar* y *finalizar*. En el resto de este libro se etiquetarán estas etapas en los ejemplos trabajados. Muchos capítulos del libro incluyen una sección de "Estrategia para Resolución de Problemas" que le ayudarán a través de los puntos difíciles. Estas secciones se organizan de acuerdo con esta "Estrategia General para Resolver Problemas" y se hacen a la medida de los tipos específicos de problemas que se abordan en dicho capítulo.

Resumen

DEFINICIONES

Cuando una partícula se mueve a lo largo del eje x desde alguna posición inicial x_i hasta alguna posición final x_f, su **desplazamiento** es

$$\Delta x \equiv x_f - x_i \qquad \textbf{(2.1)}$$

La **velocidad promedio** de una partícula durante cierto intervalo de tiempo es el desplazamiento Δx dividido entre el intervalo de tiempo Δt durante el que ocurre dicho desplazamiento:

$$v_{x,\ \text{prom}} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \textbf{(2.2)}$$

La **rapidez promedio** de una partícula es igual a la relación de la distancia total que recorre al intervalo de tiempo total durante el que recorre dicha distancia:

$$v_{\text{prom}} \equiv \frac{d}{\Delta t} \qquad \textbf{(2.3)}$$

La **velocidad instantánea** de una partícula se define como el límite de la proporción $\Delta x/\Delta t$ conforme Δt tiende a cero. Por definición, este límite es igual a la derivada de x respecto a t, o la relación de cambio en el tiempo de la posición:

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \qquad \textbf{(2.5)}$$

La **rapidez instantánea** de una partícula es igual a la magnitud de su velocidad instantánea.

La **aceleración promedio** de una partícula se define como la relación de cambio en su velocidad Δv_x dividida entre el intervalo de tiempo Δt durante el que ocurre dicho cambio:

$$a_{x,\ \text{prom}} \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} \qquad \textbf{(2.9)}$$

La **aceleración instantánea** es igual al límite de la proporción $\Delta v_x/\Delta t$ conforme Δt tiende a 0. Por definición, este límite es igual a la derivada de v_x respecto a t, o la relación de cambio en el tiempo de la velocidad:

$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \qquad \textbf{(2.10)}$$

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

Cuando la velocidad y la aceleración de un objeto están en la misma dirección, el objeto aumenta su velocidad. Por otra parte, cuando la velocidad y la aceleración del objeto están en direcciones opuestas, el objeto frena. Recuerde que $Fx \propto a_x$ es una forma útil de identificar la dirección de la aceleración al asociarla con una fuerza.

Un objeto en caída libre en presencia de la gravedad de la Tierra experimenta aceleración de caída libre dirigida hacia el centro de la Tierra. Si la resistencia del aire es despreciable, el movimiento ocurre cerca de la superficie de la Tierra y si el intervalo del movimiento es pequeño comparado con el radio de la Tierra, la aceleración de caída libre g es constante durante el rango de movimiento, donde g es igual a 9.80 m/s^2.

Los problemas complicados se abordan mejor en una forma organizada. Recuerde y aplique los pasos *conceptualizar, categorizar, analizar* y *finalizar* de la “Estrategia General para Resolver Problemas” cuando los necesite.

(*continúa*)

MODELOS DE ANÁLISIS PARA RESOLVER PROBLEMAS

Partícula bajo velocidad constante. Si una partícula se mueve en línea recta con una rapidez constante v_x, su velocidad constante se conoce por

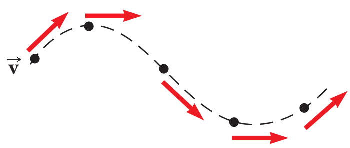
$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{2.6}$$

y su posición se proporciona por

$$xf = x_i + v_x t \tag{2.7}$$

Partícula bajo rapidez constante. Si una partícula se mueve una distancia d a lo largo de una trayectoria curva o recta con rapidez constante, su rapidez constante se conoce por

$$v = \frac{d}{\Delta t} \tag{2.8}$$



Partícula bajo aceleración constante. Si una partícula se mueve en línea recta con aceleración constante a_x, su movimiento se describe mediante las ecuaciones cinemáticas:

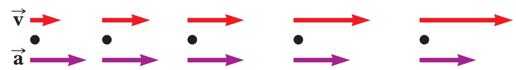
$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t \tag{2.13}$$

$$v_{x,\text{ prom}} = \frac{v_{xi} + v_{xf}}{2} \tag{2.14}$$

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t \tag{2.15}$$

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \tag{2.16}$$

$$v_{xf}{}^2 = v_{xi}{}^2 + 2a_x(x_f - x_i) \tag{2.17}$$



Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. **O** Una gota de aceite cae recta hacia abajo en el camino desde el motor de un automóvil en movimiento cada 5 s. La figura P2.1 muestra el patrón de las gotas que quedan en el pavimento. ¿Cuál es la rapidez promedio del automóvil en esta sección de su movimiento? a) 20 m/s, b) 24 m/s, c) 30 m/s, d) 100 m/s, e) 120 m/s.

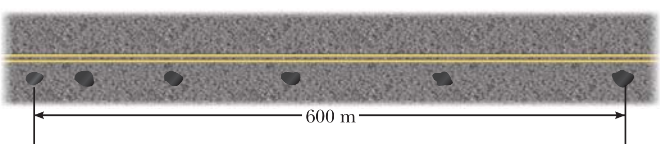


Figura P2.1

2. Si la velocidad promedio de un objeto es cero en cierto intervalo de tiempo, ¿qué puede decir acerca del desplazamiento del objeto durante dicho intervalo?
3. **O** ¿La velocidad instantánea de un objeto en un instante de tiempo alguna vez es mayor en magnitud que la velocidad promedio en un intervalo de tiempo que contenga al instante? ¿Alguna vez es menor?
4. **O** Un carro es empujado a lo largo de una pista horizontal recta. a) En cierta sección de su movimiento, su velocidad original es $v_{xi} = +3$ m/s y experimenta un cambio en velocidad de $\Delta v_x = +4$ m/s. ¿En esta sección de su movimiento aumenta su velocidad o frena? ¿Su aceleración es positiva o negativa? b) En otra parte de su movimiento, $v_{xi} = -3$ m/s y $\Delta v_x = +4$ m/s. ¿Experimenta aumento o disminución neta en rapidez? ¿Su aceleración es positiva o negativa? c) En un tercer segmento de su movimiento, $v_{xi} = +3$ m/s y $\Delta v_x = -4$ m/s. ¿Tiene una ganancia o pérdida neta en rapidez? ¿Su aceleración es positiva o negativa? d) En un cuarto intervalo de tiempo, $v_{xi} = -3$ m/s y $\Delta v_x = -4$ m/s. ¿El carro gana o pierde rapidez? ¿Su aceleración es positiva o negativa?
5. Dos automóviles se mueven en la misma dirección en pistas paralelas a lo largo de una autopista. En algún instante, la velocidad del automóvil A supera la velocidad del automóvil B. ¿Esto significa que la aceleración de A es mayor que la de B? Explique.
6. **O** Cuando el piloto invierte la hélice en un bote que se mueve al norte, el bote se mueve con una aceleración dirigida al sur. Si la aceleración del bote sigue constante en magnitud y dirección, ¿qué le ocurrirá al bote (elija una)? a) Eventualmente se detendrá y luego permanecerá en reposo. b) Al final se detendrá y luego comenzará a aumentar rapidez en la dirección hacia adelante. c) Eventualmente se detendrá y luego comenzará a aumentar rapidez en la dirección contraria. d) Nunca se detendrá sino que perderá rapidez cada vez más lentamente por siempre. e) Nunca se detendrá sino que continuará ganando rapidez en la dirección hacia adelante.
7. **O** Cada una de las fotografías estroboscópicas a), b) y c) de la figura P2.7 se tomó de un solo disco que se mueve hacia la derecha, que se toma como la dirección positiva. Dentro de cada fotografía, el intervalo de tiempo entre imágenes es constante. **i)** ¿Cuál(es) fotografía(s), si alguna, muestra(n) velocidad cero constante? **ii)** ¿Cuál(es) fotografía(s), si alguna, muestra aceleración cero constante? **iii)** ¿Cuál(es) fotografía(s), si alguna, muestran velocidad constante positiva? **iv)** ¿Cuál(es) fotografía(s), si alguna, muestra aceleración constante positiva? **v)** ¿Cuál(es) fotografía(s), si alguna, muestra(n) algún movimiento con aceleración negativa?

a)

b)

c)

Figura P2.7 Pregunta 7 y problema 17.

8. Intente el siguiente experimento lejos del tráfico, donde pueda hacerlo a salvo. Con el automóvil que usted conduzca moviéndose lentamente en un camino recto a nivel, cambie la velocidad a neutral y deje que el automóvil se deslice. En el momento en que el automóvil llegue a un alto completo, pise fuerte el freno y note lo que siente. Ahora repita el mismo experimento en una pendiente muy ligera hacia arriba. Explique la diferencia de lo que se siente en los dos casos. (Brian Popp sugirió la idea para esta pregunta.)
9. **O** Un patinador se desliza por una larga colina, parte del reposo y se mueve con aceleración constante para cubrir cierta distancia en 6 s. En un segundo intento, parte del reposo y se mueve con la misma aceleración sólo durante 2 s. ¿Qué tan diferente es su desplazamiento en este segundo intento, comparado con el primero? a) un tercio de largo, b) tres veces mayor, c) un noveno de largo, d) nueve veces mayor, e) $1/\sqrt{3}$ veces de largo, f) $\sqrt{3}$ veces mayor, g) ninguna de estas respuestas
10. **O** ¿Las ecuaciones de cinemática (ecs. 2.13–2.17) se usan en una situación en que la aceleración varía en el tiempo? ¿Se puede usar cuando la aceleración es cero?
11. Un estudiante en lo alto de un edificio de altura h lanza una bola hacia arriba con una rapidez v_i y luego lanza una segunda bola hacia abajo con la misma rapidez inicial $|v_i|$. ¿Cómo se comparan las velocidades finales de las bolas cuando llegan al suelo?
12. **O** Una cuenta se libera desde el reposo a cierta altura, cae libremente y alcanza una rapidez de impacto de 4 m/s en el suelo. **i)** A continuación, la partícula se lanza hacia abajo con una rapidez inicial de 3 m/s desde la misma altura. En este intento, ¿cuál es su rapidez en el suelo? a) menor que 4 m/s, b) 4 m/s, c) entre 4 m/s y 5 m/s, d) $\sqrt{3^2 + 4^2}$ m/s $= 5$ m/s, e) entre 5 m/s y 7 m/s, f) $(3 + 4)$ m/s $= 7$ m/s, g) mayor que 7 m/s. **ii)** En un tercer intento la cuenta se lanza hacia arriba con una rapidez inicial de 3 m/s desde la misma altura. ¿Cuál es su rapidez en el suelo en este intento? Elija su respuesta de la misma lista de la a) a la g).
13. **O** Una bola de hule duro, que no es afectada por la resistencia del aire en su movimiento, se lanza hacia arriba desde la altura del hombro, cae a la acera, rebota a una altura máxima un poco menor y se atrapa en su camino hacia abajo. Este movimiento se representa en la figura P2.13, donde las posiciones sucesivas de la bola, de Ⓐ a Ⓖ, no están igualmente espaciadas en el tiempo. En el punto Ⓔ el centro de la bola está en su punto más bajo del movimiento. El movimiento de la bola es a lo largo de una línea recta, pero el diagrama muestra posiciones sucesivas corridas a la derecha para evitar traslape. Elija la dirección positiva y hacia arriba. **i)** Clasifique las situaciones de la Ⓐ a la Ⓖ de acuerdo con la rapidez de la bola $|v_y|$ en cada punto, con la rapidez más grande primero. **ii)** Clasifique las mismas situaciones de acuerdo con la velocidad de la bola en cada punto. **iii)** Clasifique las mismas situaciones de acuerdo con la aceleración a_y de la bola en cada punto. En cada clasificación, recuerde que cero es mayor que un valor negativo. Si dos valores son iguales, muestre que son iguales en su clasificación.

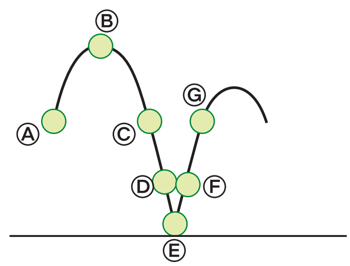


Figura P2.13

14. **O** Usted suelta una bola desde una ventana ubicada en un piso superior de un edificio. Golpea el suelo con rapidez v. Ahora repite la caída, pero le pide a un amigo abajo en el suelo que lance otra bola hacia arriba con rapidez v. Su amigo lanza la bola hacia arriba en el mismo momento en que usted suelta la suya desde la ventana. En alguna ubicación, las bolas pasan una a la otra. ¿Esta ubicación está a) *en* el punto medio entre ventana y suelo, b) *arriba* de este punto o c) *abajo* de este punto?

Problemas

Sección 2.1 Posición, velocidad y rapidez

1. En la figura P2.1 se muestra la posición en función del tiempo para cierta partícula que se mueve a lo largo del eje x. Encuentre la velocidad promedio en los siguientes intervalos de tiempo. a) 0 a 2 s, b) 0 a 4 s, c) 2 s a 4 s, d) 4 s a 7 s, e) 0 a 8 s.

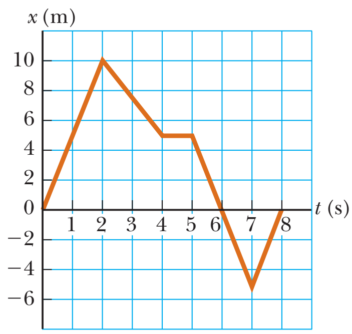


Figura P2.1 Problemas 1 y 8.

2. La posición de un carro de derby se observó en varios momentos; los resultados se resumen en la tabla siguiente. Encuentre la velocidad promedio del auto para a) el primer intervalo de tiempo de 1 s, b) los últimos 3 s y c) todo el periodo de observación.

t (s)	0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
x (m)	0	2.3	9.2	20.7	36.8	57.5

3. Una persona camina, primero, con rapidez constante de 5.00 m/s a lo largo de una línea recta desde el punto A al punto B y luego de regreso a lo largo de la línea de B a A con una rapidez constante de 3.00 m/s. a) ¿Cuál es su rapidez promedio durante todo el viaje? b) ¿Cuál es su velocidad promedio durante todo el viaje?

4. Una partícula se mueve de acuerdo con la ecuación $x = 10t^2$, donde x está en metros y t en segundos. a) Encuentre la velocidad promedio para el intervalo de tiempo de 2.00 s a 3.00 s. b) Encuentre la velocidad promedio para el intervalo de tiempo de 2.00 s a 2.10 s.

Sección 2.2 Velocidad y rapidez instantáneas

5. En la figura P2.5 se muestra una gráfica posición-tiempo para una partícula que se mueve a lo largo del eje x. a) En-cuentre la velocidad promedio en el intervalo de tiempo $t = 1.50$ s a $t = 4.00$ s. b) Determine la velocidad instantánea en $t = 2.00$ s al medir la pendiente de la línea tangente que se muestra en la gráfica. c) ¿En qué valor de t la velocidad es cero?

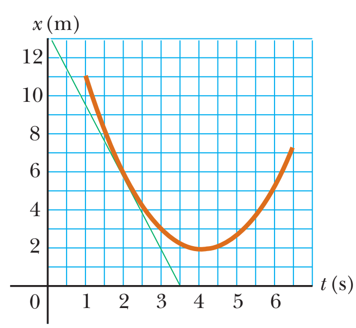


Figura P2.5

6. La posición de una partícula que se mueve a lo largo del eje x varía con el tiempo de acuerdo con la expresión $x = 3t^2$, donde x está en metros y t en segundos. Evalúe su posición a) en $t = 3.00$ s y b) en 3.00 s + Δt. c) Evalúe el límite de $\Delta x/\Delta t$ conforme Δt tiende a cero para encontrar la velocidad en $t = 3.00$ s.

7. a) Use los datos del problema 2.2 para construir una gráfica uniforme de posición en función del tiempo. b) Con la construcción de tangentes a la curva $x(t)$, encuentre la velocidad instantánea del automóvil en varios instantes. c) Grafique la velocidad instantánea en función del tiempo y, a partir de la gráfica, determine la aceleración promedio del automóvil. d) ¿Cuál fue la velocidad inicial del automóvil?

8. Encuentre la velocidad instantánea de la partícula descrita en la figura P2.1 en los siguientes tiempos: a) $t = 1.0$ s, b) $t = 3.0$ s, c) $t = 4.5$ s, d) $t = 7.5$ s.

Sección 2.3 Modelos de análisis: la partícula bajo velocidad constante

9. Una liebre y una tortuga compiten en una carrera en una ruta de 1.00 km de largo. La tortuga paso a paso continuo y de manera estable a su máxima rapidez de 0.200 m/s se dirige hacia la línea de meta. La liebre corre a su máxima rapidez de 8.00 m/s hacia la meta durante 0.800 km y luego se detiene para fastidiar a la tortuga. ¿Cuán cerca de la meta la liebre puede dejar que se acerque la tortuga antes de reanudar la carrera, que gana la tortuga en un final de fotografía? Suponga que ambos animales, cuando se mueven, lo hacen de manera constante a su respectiva rapidez máxima.

Sección 2.4 Aceleración

10. Una superbola de 50.0 g que viaja a 25.0 m/s bota en una pared de ladrillo y rebota a 22.0 m/s. Una cámara de alta rapidez registra este evento. Si la bola está en contacto con la pared durante 3.50 ms, ¿cuál es la magnitud de la aceleración promedio de la bola durante este intervalo de tiempo? *Nota:* 1 ms = 10^{-3} s.

11. Una partícula parte del reposo y acelera como se muestra en la figura P2.11. Determine a) la rapidez de la partícula en $t = 10.0$ s y en $t = 20.0$ s y b) la distancia recorrida en los primeros 20.0 s.

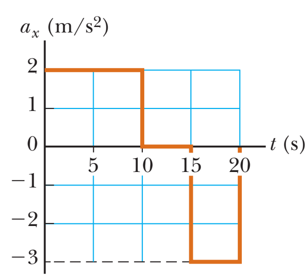


Figura P2.11

12. En la figura P2.12 se muestra una gráfica velocidad-tiempo de un objeto que se mueve a lo largo del eje x. a) Trace una gráfica de la aceleración en función del tiempo. b) Determine

2 = intermedio; 3 = desafiante; ▭ = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

la aceleración promedio del objeto en los intervalos de tiempo $t = 5.00$ s a $t = 15.0$ s y $t = 0$ a $t = 20.0$ s.

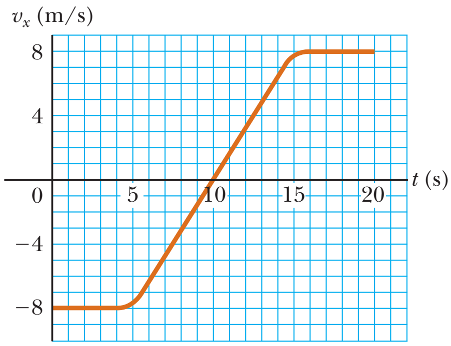


Figura P2.12

13. Una partícula se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la ecuación $x = 2.00 + 3.00t - 1.00t^2$, donde x está en metros y t en segundos. En $t = 3.00$ s, encuentre a) la posición de la partícula, b) su velocidad y c) su aceleración.

14. Una niña rueda una canica sobre una pista con dobleces que mide 100 cm de largo, como se muestra en la figura P2.14. Use x para representar la posición de la canica a lo largo de la pista. En las secciones horizontales de $x = 0$ a $x = 20$ cm y de $x = 40$ cm a $x = 60$ cm, la canica rueda con rapidez constante. En las secciones de pendiente, la rapidez de la canica cambia de manera uniforme. En los lugares donde la pendiente cambia, la canica permanece en la pista y no experimenta cambios súbitos en rapidez. La niña da a la canica cierta rapidez inicial en $x = 0$ y $t = 0$ y luego la observa rodar a $x = 90$ cm, donde regresa, y eventualmente regresa a $x = 0$ con la misma rapidez con la que al inicio la niña la liberó. Prepare gráficas de x en función de t, v_x en función de t y a_x en función de t, alineadas verticalmente con sus ejes de tiempo idénticos, para mostrar el movimiento de la canica. No podrá colocar números distintos a cero en el eje horizontal o en los ejes de velocidad o aceleración, sino mostrar los tamaños relativos correctos en las gráficas.

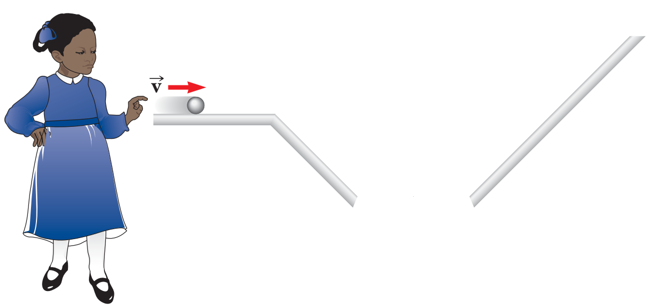


Figura P2.14

15. Un objeto se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la ecuación $x(t) = (3.00t^2 + 2.00t + 3.00)$ m, donde t está en segundos. Determine a) la rapidez promedio entre $t = 2.00$ s y $t = 3.00$ s, b) la rapidez instantánea en $t = 2.00$ s y $t = 3.00$ s, c) la aceleración promedio entre $t = 2.00$ s y $t = 3.00$ s, y d) la aceleración instantánea en $t = 2.00$ s y $t = 3.00$ s.

16. La figura P2.16 muestra una gráfica de v_x en función de t para el movimiento de un motociclista mientras parte del reposo y se mueve a lo largo del camino en línea recta. a) Encuentre la aceleración promedio para el intervalo de tiempo $t = 0$ a $t = 6.00$ s. b) Estime el tiempo en que la aceleración tiene su mayor valor positivo y el valor de la aceleración en dicho instante. c) ¿Cuándo la aceleración es cero? d) Estime el máximo valor negativo de la aceleración y el tiempo en el que ocurre.

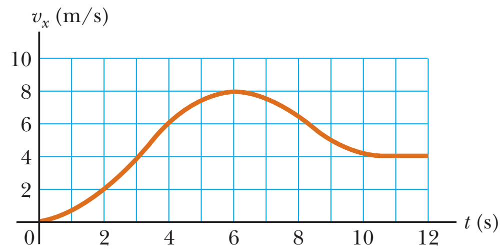


Figura P2.16

Sección 2.5 Diagramas de movimiento

17. ● Cada una de las fotografías estroboscópicas a), b) y c) en la figura P2.7 se tomó de un solo disco que se mueve hacia la derecha, que se considera la dirección positiva. Dentro de cada fotografía el intervalo de tiempo entre imágenes es constante. Para cada fotografía prepare gráficas de x en función de t, v_x en función de t y a_x en función de t, alineada verticalmente con sus ejes de tiempo idénticos, para mostrar el movimiento del disco. No podrá colocar números distintos de cero sobre los ejes, sino mostrar los tamaños relativos correctos sobre las gráficas.

18. Dibuje diagramas de movimiento para a) un objeto que se mueve a la derecha con rapidez constante, b) un objeto que se mueve a la derecha y aumenta rapidez con relación constante, c) un objeto que se mueve a la derecha y frena con relación constante, d) un objeto que se mueve a la izquierda y aumenta rapidez con relación constante, y e) un objeto que se mueve a la izquierda y frena con relación constante. f) ¿Cómo modificaría su dibujo si los cambios en rapidez no fuesen uniformes; esto es, si la rapidez no cambiara con relación constante?

Sección 2.6 La partícula bajo aceleración constante

19. ● Considere una porción de aire en un tubo recto que se mueve con una aceleración constante de -4.00 m/s^2 y tiene una velocidad de 13.0 m/s a las 10:05:00 a.m., en cierta fecha. a) ¿Cuál es su velocidad a las 10:05:01 a.m.? b) ¿A las 10:05:02 a.m.? c) ¿A las 10:05:02.5 a.m.? d) ¿A las 10:05:04 a.m.? e) ¿A las 10:04:59 a.m.? f) Describa la forma de una gráfica de velocidad en función del tiempo para esta porción de aire. g) Argumente a favor o en contra del enunciado "conocer un solo valor de la aceleración constante de un objeto es como conocer toda una lista de valores para su velocidad".

20. Un camión cubre 40.0 m en 8.50 s mientras frena de manera uniforme a una rapidez final de 2.80 m/s. a) Encuentre su rapidez original. b) Encuentre su aceleración.

21. Un objeto que se mueve con aceleración uniforme tiene una velocidad de 12.0 cm/s en la dirección x positiva cuando su coordenada x es 3.00 cm. Si su coordenada x 2.00 s después es -5.00 cm, ¿cuál es su aceleración?

22. La figura P2.22 representa parte de los datos de desempeño de un automóvil propiedad de un orgulloso estudiante de física. a) Calcule la distancia total recorrida al calcular el área bajo la línea de la gráfica. b) ¿Qué distancia recorre el automóvil entre los tiempos $t = 10$ s y $t = 40$ s? c) Dibuje una gráfica de su aceleración en función del tiempo entre $t = 0$ y $t = 50$ s. d) Escriba una ecuación para x como función del tiempo para cada fase del movimiento, representado por i) $0a$, ii) ab y iii) bc. e) ¿Cuál es la velocidad promedio del automóvil entre $t = 0$ y $t = 50$ s?

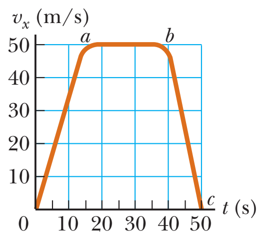


Figura P2.22

23. ● Un avión jet se aproxima para aterrizar con una rapidez de 100 m/s y una aceleración con una magnitud máxima de 5.00 m/s^2 conforme llega al reposo. a) Desde el instante cuando el avión toca la pista, ¿cuál es el intervalo de tiempo mínimo necesario antes de que llegue al reposo? b) ¿Este avión puede aterrizar en el aeropuerto de una pequeña isla tropical donde la pista mide 0.800 km de largo? Explique su respuesta.

24. ● En $t = 0$, un carro de juguete se pone a rodar en una pista recta con posición inicial de 15.00 cm, velocidad inicial de -3.50 cm/s y aceleración constante de 2.40 cm/s^2. En el mismo momento, otro carro de juguete se pone a rodar en una pista adyacente con posición inicial de 10.0 cm, una velocidad inicial de $+5.50$ cm/s y aceleración constante cero. a) ¿En qué tiempo, si alguno, los dos carros tienen iguales rapideces? b) ¿Cuáles son sus rapideces en dicho tiempo? c) ¿En qué tiempo(s), si alguno, los carros se rebasan mutuamente? d) ¿Cuáles son sus ubicaciones en dicho tiempo? e) Explique la diferencia entre la pregunta a) y la pregunta c) tan claramente como le sea posible. Escriba (o dibuje) para una audiencia blanco de estudiantes que no comprendan de inmediato que las condiciones son diferentes.

25. El conductor de un automóvil aplica los frenos cuando ve un árbol que bloquea el camino. El automóvil frena uniformemente con una aceleración de -5.60 m/s^2 durante 4.20 s, y hace marcas de derrape rectas de 62.4 m de largo que terminan en el árbol. ¿Con qué rapidez el automóvil golpea el árbol?

26. *¡Ayuda! ¡Se perdió una de las ecuaciones!* El movimiento con aceleración constante se describe con las variables y parámetros v_{xi}, v_{xf}, a_x, t y $x_f - x_i$. En las ecuaciones en la tabla 2.2, la primera no involucra $x_f - x_i$, la segunda no contiene a_x, la tercera omite v_{xf} y la última deja fuera t. De modo que, para completar el conjunto, debe haber una ecuación que *no* involucre v_{xi}. Dedúzcala a partir de las otras. Aplíquela para resolver el problema 25 en un paso.

27. Durante muchos años, el récord mundial de rapidez en tierra lo poseyó el coronel John P. Stapp, de la fuerza aérea de Estados Unidos. Él participó en un estudio para ver si un piloto de jet podría sobrevivir a la expulsión de emergencia. El 19 de marzo de 1954, viajó en un trineo impulsado por cohete que se movió por una pista a una rapidez de 632 mi/h. Él y el trineo llegaron al reposo en 1.40 s con seguridad (figura P2.27). Determine a) la aceleración negativa que experimentó y b) la distancia que recorrió durante esta aceleración negativa.

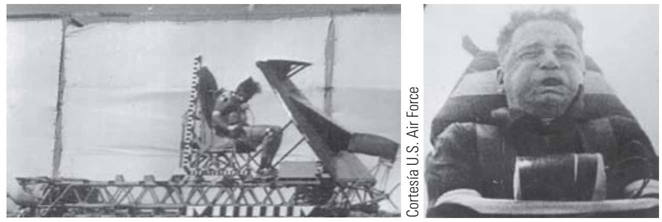


Figura P2.27 (*Izquierda*) Coronel John Stapp en el trineo cohete. (*Derecha*) El rostro de Stapp se deforma por el esfuerzo de la rápida aceleración negativa.

28. Una partícula se mueve a lo largo del eje x. Su posición está dada por la ecuación $x = 2 + 3t - 4t^2$, con x en metros y t en segundos. Determine a) su posición cuando cambia de dirección y b) su velocidad cuando regresa a la posición que tenía en $t = 0$.

29. Un electrón en un tubo de rayos catódicos acelera desde una rapidez de 2.00×10^4 m/s a 6.00×10^6 m/s en 1.50 cm. a) ¿En qué intervalo de tiempo el electrón recorre estos 1.50 cm? b) ¿Cuál es su aceleración?

30. ● Dentro de una compleja máquina como una línea de ensamblado robótico, suponga que una parte se desliza a lo largo de una pista recta. Un sistema de control mide la velocidad promedio de la parte durante cada intervalo de tiempo sucesivo $\Delta t_0 = t_0 - 0$, lo compara con el valor v_c que debe ser y enciende y apaga un servomotor para dar a la parte un pulso corrector de aceleración. El pulso consiste de una aceleración constante a_m aplicada durante el intervalo de tiempo $\Delta t_m = \Delta t_m - 0$ dentro del siguiente intervalo de tiempo de control Δt_0. Como se muestra en la figura P2.30, la parte se puede modelar con una aceleración cero cuando el motor se apaga (entre t_m y t_0). Una computadora en el sistema de control elige el tamaño de la aceleración de modo que la velocidad final de la parte tendrá el valor correcto v_c. Suponga que la parte inicialmente está en reposo y tendrá velocidad instantánea v_c en el tiempo t_0. a) Encuentre el valor requerido de a_m en términos de v_c y t_m. b) Muestre que el desplazamiento Δx de la parte durante el intervalo de tiempo Δt_0 está dado por $\Delta x = v_c(t_0 - 0.5t_m)$. Para valores específicos de v_c y t_0, c) ¿cuál es el desplazamiento mínimo del inciso? d) ¿Cuál es el desplazamiento máximo del inciso? e) ¿Son físicamente obtenibles los desplazamientos mínimo y máximo?

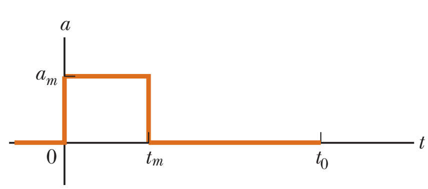


Figura P2.30

31. ● Un deslizador en una pista de aire porta una bandera de longitud ℓ a través de una fotopuerta estacionaria, que mide el intervalo de tiempo Δt_d durante el que la bandera bloquea un haz de luz infrarroja que pasa a través de la fotopuerta. La relación $v_d = \ell/\Delta t_d$ es la velocidad promedio del deslizador durante esta parte de su movimiento. Suponga que el deslizador se mueve con aceleración constante. a) Argumente a favor o en contra de la idea de que v_d es igual a la velocidad instantánea del deslizador cuando está a la mitad de la fotopuerta en el espacio. b) Argumente a favor o en contra de la idea de que v_d es igual a la velocidad instantánea del deslizador cuando está a la mitad de la fotopuerta en el tiempo.

32. ● Speedy Sue, que conduce a 30.0 m/s, entra a un túnel de un carril. En seguida observa una camioneta lenta 155 m adelante que se mueve a 5.00 m/s. Sue aplica los frenos pero sólo puede acelerar a -2.00 m/s^2 porque el camino está húmedo. ¿Habrá una colisión? Establezca cómo llega a su respuesta. Si es sí, determine cuán lejos en el túnel y en qué tiempo ocurre la colisión. Si es no, determine la distancia de acercamiento más próxima entre el automóvil de Sue y la camioneta.

33. *¡Vroom, vroom!* Tan pronto como un semáforo se pone en verde, un automóvil aumenta rapidez desde el reposo a 50.0 mi/h con aceleración constante de 9.00 mi/h · s. En el carril de bicicletas, un ciclista aumenta la rapidez desde el reposo a 20.0 mi/h con aceleración constante de 13.0 mi/h · s. Cada vehículo mantiene velocidad constante después de alcanzar su rapidez de crucero. a) ¿Para qué intervalo de tiempo la bicicleta está adelante del automóvil? b) ¿Por cuánta distancia máxima la bicicleta adelanta al automóvil?

34. Resuelva el ejemplo 2.8 (¡Observe el límite de rapidez!) mediante un método gráfico. En la misma gráfica trace posición en función del tiempo para el automóvil y el oficial de policía. De la intersección de las dos curvas lea el tiempo cuando el patrullero da alcance al automóvil.

35. ● Un deslizador de 12.4 cm de longitud se mueve sobre una pista de aire con aceleración constante. Transcurre un intervalo de tiempo de 0.628 s entre el momento cuando su extremo frontal pasa un punto fijo Ⓐ a lo largo de la pista y el momento cuando su extremo trasero pasa este punto. A continuación, transcurre un intervalo de tiempo de 1.39 s entre el momento cuando el extremo trasero del deslizador pasa el punto Ⓐ y el momento cuando el extremo frontal del deslizador pasa un segundo punto Ⓑ más lejos en la pista. Después de ello, transcurren 0.431 s adicionales hasta que el extremo trasero del deslizador pasa el punto Ⓑ. a) Encuentre la rapidez promedio del deslizador conforme pasa el punto Ⓐ. b) Encuentre la aceleración del deslizador. c) Explique cómo calcula la aceleración sin saber la distancia entre los puntos Ⓐ y Ⓑ.

Sección 2.7 Objetos en caída libre

Nota: En todos los problemas de esta sección, ignore los efectos de la resistencia del aire.

36. En un video clásico de *America's Funniest Home Videos*, un gato dormido rueda suavemente de lo alto de una cálida televisión. Si ignora la resistencia del aire, calcule a) la posición y b) la velocidad del gato después de 0.100 s, 0.200 s y 0.300 s.

37. ● *Cada mañana a las siete en punto*
Hay veinte terriers taladrando la roca.
El jefe viene y les dice, "Manténgase firmes
Y apóyense duro sobre el talador de hierro fundido

Y taladren, terriers, taladren." Y taladren, terriers, taladren.
Es trabajar todo el día por azúcar en su té…
Y taladren, terriers, taladren.
Más allá de las vías. Y taladren, terriers, taladren.

El nombre del capataz era John McAnn.
Por Dios, fue a quien culparon.
Un día una explosión prematura se suscitó
Y una milla en el aire el gran Jim Goff subió. Y taladren…

Entonces, cuando el siguiente día de paga llegó,
Jim Goff un dólar menos encontró.
Cuando él preguntó por qué, esta réplica recibió:
"Fue por el tiempo que en el cielo permaneció".
Y taladren…

—Canción popular estadounidense

¿Cuál era el salario por hora de Goff? Establezca las suposiciones que hizo para calcularlo.

38. Una bola se lanza directamente hacia arriba, con una rapidez inicial de 8.00 m/s, desde una altura de 30.0 m. ¿Después de qué intervalo de tiempo la bola golpea al suelo?

39. Un estudiante lanza un conjunto de llaves verticalmente hacia arriba a su hermana de fraternidad, quien está en una ventana 4.00 m arriba. Las llaves las atrapa 1.50 s después con la mano extendida. a) ¿Con qué velocidad inicial se lanzaron las llaves? b) ¿Cuál fue la velocidad de las llaves justo antes de ser atrapadas?

40. ● Emily desafía a su amigo David a atrapar un billete de dólar del modo siguiente. Ella sostiene el billete verticalmente, como se muestra en la figura P2.40, con el centro del billete entre los dedos índice y pulgar de David, quien debe atrapar el billete después de que Emily lo libere sin mover su mano hacia abajo. Si su tiempo de reacción es 0.2 s, ¿tendrá éxito? Explique su razonamiento.

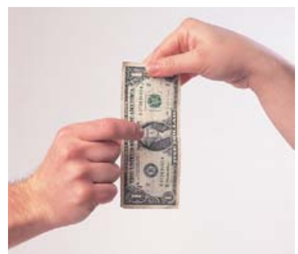


Figura P2.41

41. Se golpea una pelota de beisbol de modo que viaja recto hacia arriba después de ser golpeada por el bat. Un aficionado observa que a la bola le toma 3.00 s llegar a su máxima altura. Encuentre a) la velocidad inicial de la bola y b) la altura que alcanza.

42. ● Un atacante en la base de la pared de un castillo de 3.65 m de alto lanza una roca recta hacia arriba con una rapidez de 7.40 m/s a una altura de 1.55 m sobre el suelo. a) ¿La roca llegará a lo alto de la pared? b) Si es así, ¿cuál es su rapidez en lo alto? Si no, ¿qué rapidez inicial debe tener para llegar a lo alto? c) Encuentre el cambio en rapidez de una roca lanzada recta hacia abajo desde lo alto de la pared con una rapidez inicial de 7.40 m/s y que se mueve entre los mismos dos puntos. d) ¿El cambio en rapidez de la roca que se mueve hacia abajo concuerda con la magnitud del cambio de rapidez de la roca que se mueve hacia arriba entre las mismas elevaciones? Explique físicamente por qué sí o por qué no concuerda.

43. Un osado vaquero sentado en la rama de un árbol desea caer verticalmente sobre un caballo que galopa bajo el árbol. La rapidez constante del caballo es 10.0 m/s y la distancia desde la rama hasta el nivel de la silla de montar es 3.00 m. a) ¿Cuál debe ser la distancia horizontal entre la silla y la rama cuando el vaquero haga su movimiento? b) ¿Para qué intervalo de tiempo está en el aire?

44. La altura de un helicóptero sobre el suelo está dada por $h = 3.00t^3$, donde h está en metros y t en segundos. Después de 2.00 s, el helicóptero libera una pequeña valija de correo. ¿Cuánto tiempo, después de su liberación, la valija llega al suelo?

45. Un objeto en caída libre requiere 1.50 s para recorrer los últimos 30.0 m antes de golpear el suelo. ¿Desde qué altura sobre el suelo cayó?

Sección 2.8 Ecuaciones cinemáticas deducidas del cálculo

46. Un estudiante conduce un ciclomotor a lo largo de un camino recto como se describe por la gráfica velocidad en función del tiempo de la figura P2.46. Bosqueje esta gráfica en medio de una hoja de papel gráfico. a) Directamente sobre su gráfica, bosqueje una gráfica de la posición en función del tiempo y alinee las coordenadas de tiempo de las dos gráficas. b) Bosqueje una gráfica de la aceleración en función del tiempo directamente bajo de la gráfica v_x–t, y de nuevo alinee las coordenadas de tiempo. En cada gráfica muestre los valores numéricos de x y a_x para todos los puntos de inflexión. c) ¿Cuál es la aceleración en $t = 6$ s? d) Encuentre la posición (relativa al punto de partida) en $t = 6$ s. e) ¿Cuál es la posición final del ciclomotor en $t = 9$ s?

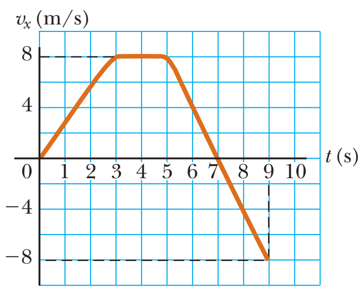


Figura P2.46

47. Los ingenieros automotrices se refieren a la tasa de cambio de la aceleración en el tiempo como el "jalón". Suponga que un objeto se mueve en una dimensión tal que su jalón J es constante. a) Determine expresiones para su aceleración $a_x(t)$, velocidad $v_x(t)$ y posición $x(t)$, dado que su aceleración, velocidad y posición iniciales son a_{xi}, v_{xi} y x_i, respectivamente. b) Muestre que $a_x^2 = a_{xi}^2 + 2J(v_x - v_{xi})$.

48. La rapidez de una bala mientras viaja por el cañón de un rifle hacia la abertura está dada por $v = (-5.00 \times 10^7)t^2 + (3.00 \times 10^5)t$, donde v está en metros por segundo y t en segundos. La aceleración de la bala justo cuando sale del cañón es cero. a) Determine la aceleración y posición de la bala como función del tiempo cuando la bala está en el cañón. b) Determine el intervalo de tiempo durante el que la bala acelera. c) Encuentre la rapidez a la que sale del cañón la bala. d) ¿Cuál es la longitud del cañón?

Problemas adicionales

49. Un objeto está en $x = 0$ en $t = 0$ y se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la gráfica velocidad-tiempo de la figura P2.49. a) ¿Cuál es la aceleración del objeto entre 0 y 4 s? b) ¿Cuál es la aceleración del objeto entre 4 s y 9 s? c) ¿Cuál es la aceleración del objeto entre 13 s y 18 s? d) ¿En qué tiempo(s) el objeto se mueve con la rapidez más baja? e) ¿En qué tiempo el objeto está más lejos de $x = 0$? f) ¿Cuál es la posición final x del objeto en $t = 18$ s? g) ¿A través de qué distancia total el objeto se mueve entre $t = 0$ y $t = 18$ s?

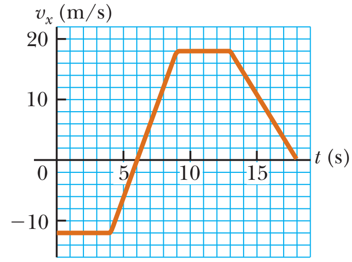
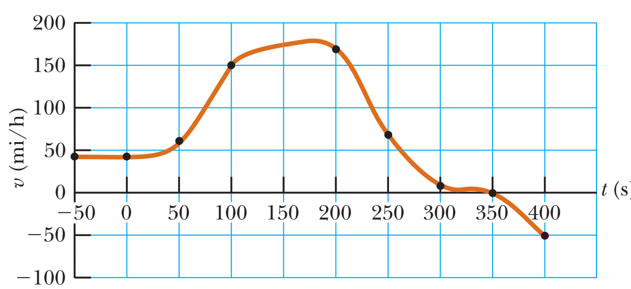


Figura P2.49

50. ● El Acela, que se muestra en la figura P2.50a, es un tren eléctrico en la ruta Washington-Nueva York-Boston y transporta pasajeros a 170 mi/h. La inclinación de los vagones es de hasta 6° de la vertical para evitar que los pasajeros sientan que se les empuja a un lado cuando entran en curvas. En la figura P2.50b se muestra una gráfica velocidad-tiempo para el Acela. a) Describa el movimiento del tren en cada intervalo de tiempo sucesivo. b) Encuentre la aceleración pico positiva del tren en el movimiento graficado. c) Encuentre el desplazamiento del tren, en millas, entre $t = 0$ y $t = 200$ s.

a)



b)

Figura P2.50 a) El Acela: 1 171 000 lb de acero frío que transporta atronadoramente 304 pasajeros. b) Gráfica velocidad frente a tiempo para el Acela.

51. Un cohete de prueba se dispara verticalmente hacia arriba desde un pozo. Una catapulta le da una rapidez inicial de 80.0 m/s a nivel del suelo. Después se encienden sus motores y

acelera hacia arriba a 4.00 m/s^2 hasta que llega a una altitud de 1 000 m. En este punto sus motores fallan y el cohete entra en caída libre, con una aceleración de -9.80 m/s^2. a) ¿Para qué intervalo de tiempo el cohete está en movimiento sobre el suelo? b) ¿Cuál es su altitud máxima? c) ¿Cuál es su velocidad justo antes de chocar con la Tierra? (Necesitará considerar el movimiento mientras el motor funciona separado del movimiento en caída libre.)

52. ● En la figura 2.11b, el área bajo la curva velocidad en función del tiempo y entre el eje vertical y el tiempo t (línea discontinua vertical) representa el desplazamiento. Como se muestra, esta área consiste de un rectángulo y un triángulo. Calcule sus áreas y establezca cómo se compara la suma de las dos áreas con la expresión en el lado derecho de la ecuación 2.16.

53. Estableciendo un récord mundial en una carrera de 100 m, Maggie y Judy cruzan la línea final en un empate muy apretado, pues ambas tardan 10.2 s. Acelerando uniformemente, a Maggie le toma 2.00 s y a Judy 3.00 s lograr su máxima rapidez, que mantienen durante el resto de la carrera. a) ¿Cuál fue la aceleración de cada corredora? b) ¿Cuáles fueron sus respectivas magnitudes de velocidad máximas? c) ¿Cuál corredora estuvo adelante en la marca de 6.00 s y por cuánto?

54. ● *¿Cuánto tiempo debe durar la luz amarilla del semáforo?* Suponga que conduce al límite de rapidez v_0. Conforme se aproxima a un cruce de 22.0 m de ancho, ve que la luz se pone amarilla. Durante su tiempo de reacción de 0.600 s, viaja con rapidez constante mientras reconoce la advertencia, decide si se detiene o cruza la intersección, y mueve su pie al freno si debe frenar. Su automóvil tiene buenos frenos y puede acelerar a -2.40 m/s^2. Antes de ponerse roja, la luz debe permanecer en amarillo lo suficiente para que sea capaz de llegar al otro lado de la intersección sin aumentar rapidez, si está muy cerca de la intersección como para frenar antes de entrar a ella. a) Encuentre el intervalo de tiempo Δt_y requerido que la luz debe permanecer en amarillo en términos de v_0. Evalúe su respuesta para b) $v_0 = 8.00$ m/s $= 28.8$ km/h, c) $v_0 = 11.0$ m/s $= 40.2$ km/h, d) $v_0 = 18.0$ m/s $= 64.8$ km/h y e) $v_0 = 25.0$ m/s $=$ 90.0 km/h. **¿Qué pasaría si?** Evalúe su respuesta para f) v_0 que tiende a cero y g) v_0 que tiende a infinito. h) Describa el patrón de variación de Δt_y con v_0. Tal vez también quiera bosquejar una gráfica del mismo. Explique físicamente las respuestas a los incisos f) y g). i) ¿Para qué valores de v_0 sería mínimo Δt_y? y j) ¿Cuál es este intervalo de tiempo mínimo? *Sugerencia:* Puede encontrar más fácil de hacer el inciso a) después de hacer primero el inciso b).

55. Un tren de pasajeros viaja entre dos estaciones del centro de la ciudad. Puesto que las estaciones sólo están separadas 1.00 km, el tren nunca alcanza su máxima rapidez de viaje posible. Durante las horas de tráfico el ingeniero minimiza el intervalo de tiempo Δt entre las dos estaciones al acelerar durante un intervalo de tiempo Δt_1 con una proporción $a_1 = 0.100$ m/s^2 para luego frenar inmediatamente con una aceleración $a_2 = -0.500$ m/s^2 en un intervalo de tiempo Δt_2. Encuentre el intervalo de tiempo de viaje mínimo Δt y el intervalo de tiempo Δt.

56. Un Ferrari F50 de 4.52 m de longitud se mueve al norte en una autopista que interseca con otro camino perpendicular. El ancho de la intersección desde el extremo cercano al extremo lejano es de 28.0 m. El Ferrari tiene una aceleración constante de 2.10 m/s^2 de magnitud dirigida al sur. El intervalo de tiempo requerido para que la nariz del Ferrari se mueva desde el extremo cercano (sur) de la intersección hasta el extremo norte de la intersección es 3.10 s. a) ¿Cuán lejos está la nariz del Ferrari del extremo sur de la intersección cuando se detiene? b) ¿Para qué intervalo de tiempo *cualquier* parte del Ferrari está dentro de las fronteras de la intersección? c) Un Corvette está en reposo en el camino de intersección perpendicular. Mientras la nariz del Ferrari entra a la intersección, el Corvette parte del reposo y acelera al este a 5.60 m/s^2. ¿Cuál es la distancia mínima desde el extremo cercano (oeste) de la intersección a la que la nariz del Corvette puede comenzar su movimiento, si el Corvette debe entrar a la intersección después de que el Ferrari haya salido completamente de la intersección? d) Si el Corvette comienza su movimiento en la posición dada por su respuesta en el inciso c), ¿con qué rapidez entra a la intersección?

57. Un inquisitivo estudiante de física y montañista asciende un risco de 50.0 m que cuelga sobre un tranquilo ojo de agua. Lanza dos piedras verticalmente hacia abajo, con una separación de 1.00 s y observa que causan una sola salpicadura. La primera piedra tiene una rapidez inicial de 2.00 m/s. a) ¿Cuánto tiempo después de liberar la primera piedra las dos piedras golpean el agua? b) ¿Qué velocidad inicial debe tener la segunda piedra si deben golpear simultáneamente? c) ¿Cuál es la rapidez de cada piedra en el instante en que las dos golpean el agua?

58. ● Una bola de hule duro, liberada a la altura del pecho, cae al pavimento y rebota de vuelta casi a la misma altura. Cuando está en contacto con el pavimento, el lado inferior de la bola se aplana temporalmente. Suponga que la profundidad máxima de la abolladura es del orden de 1 cm. Calcule una estimación del orden de magnitud para la aceleración máxima de la bola mientras está en contacto con el pavimento. Establezca sus suposiciones, las cantidades que estimó y los valores que estimó para ellos.

59. Kathy Kool compra un automóvil deportivo que puede acelerar con una relación de 4.90 m/s^2. Decide probar el automóvil corriendo con otro conductor, Stan Speedy. Ambos parten del reposo, pero el experimentado Stan deja la línea de partida 1.00 s antes que Kathy. Stan se mueve con una aceleración constante de 3.50 m/s^2 y Kathy mantiene una aceleración de 4.90 m/s^2. Encuentre a) el tiempo cuando Kathy alcanza a Stan, b) la distancia que recorre antes de alcanzarlo y c) las rapideces de ambos automóviles en el instante en que lo alcanza.

60. Una roca se suelta desde el reposo en un pozo. a) El sonido de la salpicadura se escucha 2.40 s después de que la roca se libera desde el reposo. ¿Cuán lejos abajo de lo alto del pozo es la superficie del agua? La rapidez del sonido en el aire (a temperatura ambiente) es 336 m/s. b) **¿Qué pasaría si?** Si se ignora el tiempo de viaje para el sonido, ¿qué error porcentual se introduce cuando se calcula la profundidad del pozo?

61. ● En un manual para conductor de California, se dieron los siguientes datos acerca de la distancia mínima que un automóvil recorre para detenerse a partir de varias rapideces originales. La "distancia pensada" representa cuán lejos viaja el automóvil durante el tiempo de reacción del conductor, después de que aparezca una razón para frenar pero antes de que el conductor pueda aplicar los frenos. La "distancia de frenado" es el desplazamiento del automóvil después de aplicar los frenos. a) ¿Los datos de distancia pensada son consistentes con la suposición de que el automóvil viaja con rapidez constante? Explique. b) Determine el mejor valor de tiempo de reacción sugerido por los datos. c) ¿Los datos de distancia de frenado son consistentes con la suposición de que el automóvil viaja con aceleración constante? Explique. d) Determine el mejor valor para la aceleración sugerido por los datos.

Rapidez (mi/h)	Distancia pensada (ft)	Distancia de frenado (ft)	Distancia de frenado total (ft)
25	27	34	61
35	38	67	105
45	49	110	159
55	60	165	225
65	71	231	302

62. ● Astronautas en un planeta distante lanzan una roca al aire. Con la ayuda de una cámara que toma fotografías a una rapidez estable, registran la altura de la roca como función del tiempo como se da en la tabla de la siguiente columna. a) Encuentre la velocidad promedio de la roca en el intervalo de tiempo entre cada medición y la siguiente. b) Use estas velocidades promedio para aproximar velocidades instantáneas en los puntos medios de los intervalos de tiempo y haga una gráfica de la velocidad como función del tiempo. ¿La roca se mueve con aceleración constante? Si es así, trace una línea recta de mejor ajuste en la gráfica y calcule su pendiente para encontrar la aceleración.

Tiempo (s)	Altura (m)	Tiempo (s)	Altura (m)
0.00	5.00	2.75	7.62
0.25	5.75	3.00	7.62
0.50	6.40	3.25	6.77
0.75	6.94	3.50	6.20
1.00	7.38	3.75	5.52
1.25	7.72	4.00	4.73
1.50	7.96	4.25	3.85
1.75	8.10	4.50	2.86
2.00	8.13	4.75	1.77
2.25	8.07	5.00	0.58
2.50	7.90		

63. Dos objetos, A y B, se conectan mediante una barra rígida que tiene longitud L. Los objetos se deslizan a lo largo de rieles guía perpendiculares como se muestra en la figura P2.63. Suponga que A se desliza hacia la izquierda con una rapidez constante v. Encuentre la velocidad de B cuando $\theta = 60.0°$.

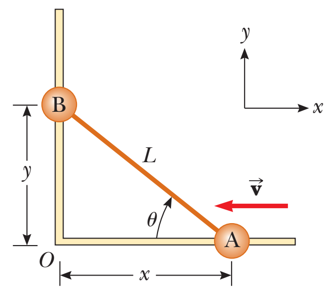


Figura P2.63

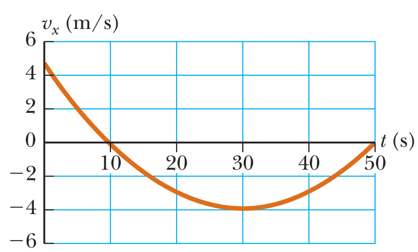
Respuestas a preguntas rápidas

2.1 c). Si la partícula se mueve a lo largo de una línea sin cambiar dirección, el desplazamiento y la distancia recorridos sobre cualquier intervalo de tiempo serán iguales. Como resultado, la magnitud de la velocidad promedio y de la rapidez promedio serán iguales. Sin embargo, si la partícula invierte dirección, el desplazamiento será menor que la distancia recorrida. A su vez, la magnitud de la velocidad promedio será más pequeña que la rapidez promedio.

2.2 b). Sin importar su rapidez en todos los demás tiempos, si su rapidez instantánea en el instante en que se mide es mayor que el límite de rapidez, puede recibir una infracción.

2.3 b). Si el automóvil frena, una fuerza debe jalar en la dirección opuesta a su velocidad.

2.4 Falso. Su gráfica debe parecerse algo a la siguiente.



Esta gráfica v_x–t muestra que la rapidez máxima es de aproximadamente 5.0 m/s, que es 18 km/h (= 11 mi/h), de modo que el conductor no aumentaba rapidez.

2.5 c). Si una partícula con aceleración constante se detiene y su aceleración sigue constante, debe comenzar a moverse de nuevo en la dirección opuesta. Si no lo hace, la aceleración cambiaría desde su valor original constante a cero. La opción a) no es correcta porque la dirección de la aceleración no se especifica por la dirección de la velocidad. La opción b) tampoco es correcta por contraejemplo; un automóvil que se mueve en la dirección $-x$ y frena tiene una aceleración positiva.

2.6 La gráfica a) tiene una pendiente constante, que indica una aceleración constante; se representa mediante la gráfica e).

La gráfica b) representa una rapidez que aumenta constantemente pero no a una tasa uniforme. Por lo tanto, la aceleración debe aumentar y la gráfica que mejor muestra esto es d).

La gráfica c) muestra una velocidad que primero aumenta a una proporción constante, lo que revela aceleración constante. Luego la velocidad deja de aumentar y se vuelve constante, lo que indica aceleración cero. La mejor relación a esta situación es la gráfica f).

2.7 **i**), e). Para todo el intervalo de tiempo que la bola está en caída libre, la aceleración es la de la gravedad. **ii**), d). Mientras la bola se eleva, va frenando. Después de llegar al punto más alto, la bola comienza a caer y su rapidez aumenta.