

Solusi
Olimpiade Sains Nasional Bidang Matematika SMA/MA
Seleksi Tingkat Kota/Kabupaten
Tahun 2011
Waktu : 120 Menit

©Yudi Setiawan, M.Pd., M.Si
SMAN 1 Cikembar Kab. Sukabumi
Email : yd_smarsi@yahoo.com

1. Misalkan kita menuliskan semua bilangan bulat , 2, 3, ..., smapai dengan 2011. Berapa kali kita menuliskan angka 1?.

Solusi :

Banyaknya angka 1 yang dituliskan sama dengan banyaknya angka 1 yang muncul dari barisan bilangan 1, 2, 3, 4, ..., 2011

Banyaknya angka 1 pada bilangan 1 angka adalah 1

Banyaknya angka 1 pada bilangan 2 angka adalah

$$9 \cdot 1 = 9$$

$$\underline{1 \cdot 10 = 10}_+$$

$$\therefore 19$$

Banyaknya angka 1 pada bilangan 3 angka adalah

$$9 \cdot 10 \cdot 1 = 90$$

$$9 \cdot 1 \cdot 10 = 90$$

$$\underline{1 \cdot 10 \cdot 10 = 100}_+$$

$$\therefore 280$$

Banyaknya angka 1 pada bilangan 4 angka yang kurang dari 2000 adalah

$$1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 1 = 100$$

$$1 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 10 = 100$$

$$1 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 10 = 100$$

$$\underline{1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000}_+$$

$$\therefore 1300$$

Banyaknya angka 1 pada bilangan 2000 - 2011 adalah

$$1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 2$$

$$\underline{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 = 2}_+$$

$$\therefore 4$$

Banyaknya angka 1 yang dituliskan adalah $1 + 19 + 280 + 1300 + 4 = 1604$

\therefore 1604 kali

2. Sekelompok orang akan berjabat tangan. Setiap orang hanya dapat melakukan jabat tangan sekali. Tidak boleh melakukan jabat tangan dengan diringa sendiri. Jika dalam sekelompok orang tersebut terdapat 190 jabat tangan, maka banyaknya orang dalam kelompok tersebut ada berapa?.

Solusi :

Jika terdapat n orang, maka banyaknya jabat tangan adalah $\frac{n(n-1)}{2}$

$$\text{Sehingga } \frac{n(n-1)}{2} = 190$$

$$n(n-1) = 2 \cdot 10 \cdot 19$$

$$n(n-1) = 20 \cdot 19$$

$$\therefore n = 20$$

Banyaknya orang adalah 20 orang

\therefore 20 orang

3. Dalam suatu permainan, jika menang mendapat nilai 1, jika kalah mendapat nilai -1. (a, b) menyatakan a putaran permainan dan b menyatakan total nilai seorang pemain. Maka seluruh kemungkinan (a, b) pada putaran ke 20 adalah ...

Solusi :

Misalkan banyaknya menang = $x, x \geq 0$

Banyaknya menang = $y, y \geq 0$

Sehingga $x + y = a$

$$1 \cdot x + (-1) \cdot y = b$$

Pada putaran ke 20 maka nilai $a = 20$

$$x + y = 20$$

$$\underline{x - y = b}$$

$$\therefore 2x = 20 + b \quad \Rightarrow \quad b = 2x - 20$$

Karena $x + y = 20$ dan x, y merupakan bilangan bulat positif maka $x, y \leq 20$

Sehingga seluruh kemungkinan (a, b) pada putaran ke 20 adalah

$(a, b) = (20, 2x - 20), 0 \leq x \leq 20$ ada sebanyak 21 pasang

$$\therefore (a, b) = (20, 2x - 20), 0 \leq x \leq 20$$

4. Dilemari hanya ada dua macam kaos kaki, yakni hitam dan putih. Ali, Budi, dan Candra berangkat di malam hari saat mati lampu, dan mereka mengambil kaus kaki secara acak dari lemari dalam kegelapan. Berapa kaus kaki minimal yang harus mereka ambil untuk memastikan bahwa akan ada 3 pasang kaus kaki yang bisa mereka pakai? (sepasang kaus kaki harus memiliki warna yang sama).

Solusi :

Misalkan (m, n) menyatakan m buah kaos kaki hitam dan n buah kaos kaki putih.

Banyaknya pasangan kaus kaki yang diharapkan adalah 3 pasang,

sehingga $m + n \geq 2 \cdot 3$

$$m + n \geq 6$$

namun 6 buah kaus kaki tidak dapat memastikan terdapat 3 pasang kaus kaki, contohnya adalah (5, 1) hanya diperoleh 2 pasang kaus kaki.

Sehingga $m + n \geq 7$

$m + n \geq 7$ maka $m \geq 4$ atau $n \geq 4$

Misalkan $m \geq 4$

- (4, 3) maka terdapat dua pasang kaos kaki hitam dan sepasang kaos kaki putih.
- (5, 2) maka terdapat dua pasang kaos kaki hitam dan sepasang kaos kaki putih.
- $m \geq 6$, maka terdapat tiga pasang kaos kaki hitam

(untuk $n \geq 4$ serupa).

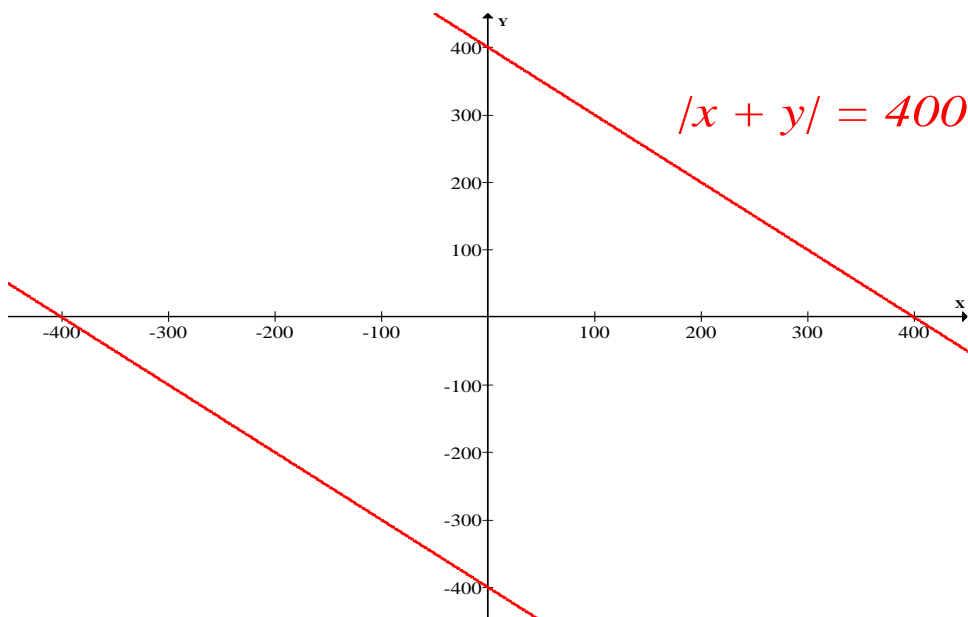
Dengan demikian diperoleh bahwa banyaknya kaos kaki minimal yang harus mereka ambil untuk memastikan bahwa akan ada 3 pasang kaos kaki adalah 7
 $\therefore 7$

5. Misalkan batas suatu kebun dinyatakan dalam bentuk persamaan $|x + y| = 400$ dengan x, y dinyatakan dalam satuan meter. Pemilik kebun setiap pagi biasa berjalan kaki berkeliling kebun dengan kecepatan $2\sqrt{2}$ km/jam searah jarum jam. Jika pemilik kebun pada pukul 6 berada di koordinat $(0, 4)$, dimanakah posisi pemilik kebun pada pukul..

Solusi :

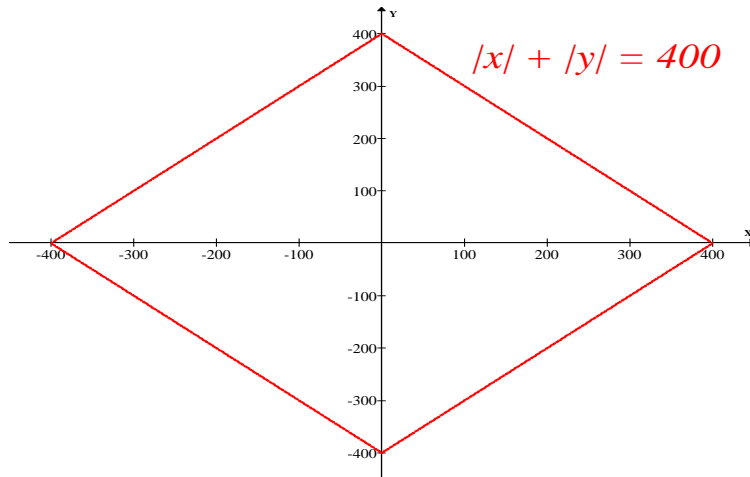
Menurut penulis, terdapat kekeliruan dalam pengetikan naskah soal, yaitu

- Soal tersebut tidak dapat dikerjakan karena posisi pemilik kebun tergantung pada waktu, sedangkan waktu tidak diketahui (tidak di tulis).
- Persamaan $|x + y| = 400$ tidak membatasi sebuah daerah tertutup seperti terlihat pada gambar di bawah, sehingga mustahil pemilik kebun dapat mengelilingi daerah tersebut. Kecuali ditambah pembatas, yaitu Sumbu X positif dan Sumbu Y positif. Sehingga daerahnya berbentuk segitiga, namun demikian tanda harga mutlak jadi tidak berguna.
- Titik $(0, 4)$ tidak terletak pada grafik $|x + y| = 400$, seperti terlihat pada gambar di bawah ini



Sebaiknya soal seperti berikut

Misalkan batas suatu kebun dinyatakan dalam bentuk persamaan $|x| + |y| = 400$ dengan x, y dinyatakan dalam satuan meter. Pemilik kebun setiap pagi biasa berjalan kaki berkeliling kebun dengan kecepatan $2\sqrt{2}$ km/jam searah jarum jam. Jika pemilik kebun pada pukul 6 berada di koordinat $(0, 400)$, dimanakah posisi pemilik kebun pada pukul 06.06



Waktu tempuh dari pukul 06.00 sampai dengan pukul 06.06 = 6 menit = 0,1 jam
 Sehingga jarak tempuhnya adalah = 0,1 jam x $2\sqrt{2}$ km/jam = $0,2\sqrt{2}$ km = $200\sqrt{2}$ m
 Jarak antara titik (0, 400) dan (400, 0) adalah $400\sqrt{2}$ m = 2 kali jarak tempuh.
 Sehingga koordinat pemilik kebun pada pukul 06.06 merupakan titik tengah antara titik (0, 400) dan (400, 0), yaitu (200, 200)
 \therefore (200, 200)

Alternatif lain

Misalkan koordinat pemilik kebun pada pukul 06.06 adalah (a, b)
 Karena pemilik kebun baru berjalan selama 6 menit dan arahnya searah jarum jam, maka jelas bahwa (a, b) akan terletak di kwadran I sehingga $|a| = a$ dan $|b| = b$

Maka $\sqrt{(0 - a)^2 + (400 - b)^2} = 200\sqrt{2}$

$$a^2 + 400^2 - 800b + b^2 = 80000$$

$$a^2 + b^2 = 80000 + 800.b - 400^2$$

Dan (a, b) terletak pada $|x| + |y| = 400$, maka $|a| + |b| = 400$

$$a + b = 400$$

$$(a + b)^2 = 400^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 400^2$$

$$a^2 + b^2 = 400^2 - 2ab$$

Sehingga $80000 + 800b - 400^2 = 400^2 - 2ab$

$$ab + 400b = 400^2 - 40000$$

$$b(a + 400) = 400^2 - 200^2$$

$$b(a + 400) = (200)(600)$$

Dengan demikian diperoleh bahwa $a = 200$ dan $b = 200$
 Koordinat pemilik kebun pada pukul 06.06 adalah (200, 200)
 \therefore (200, 200)

6. Ani mempunyai sangat banyak dadu dengan ukuran $3 \times 3 \times 3 \text{ cm}^3$, jika ia memasukkan dadu-dadu tersebut ke dalam sebuah kardus dengan ukuran $50 \times 40 \times 35 \text{ cm}^3$, maka berapa banyak dadu yang bisa masuk ke dalamnya?.

Solusi :

Ukuran Dadu $3 \times 3 \times 3 \text{ cm}^3$

Ukuran Kardus $50 \times 40 \times 35 \text{ cm}^3$

Misalkan panjang, lebar, dan tinggi kardus tersebut masing-masing adalah 50 cm, 40 cm, dan 35 cm.

Sehingga

Berdasarkan ukuran panjang, kardus tersebut hanya dapat menampung

$$\lfloor 50 : 3 \rfloor = 16 \text{ buah}$$

Berdasarkan ukuran lebar, kardus tersebut hanya dapat menampung

$$\lfloor 40 : 3 \rfloor = 13 \text{ buah}$$

Berdasarkan ukuran tinggi, kardus tersebut hanya dapat menampung

$$\lfloor 35 : 3 \rfloor = 11 \text{ buah secara}$$

Dengan demikian banyaknya dadu yang dapat dimasukkan kedalam kardus adalah

$$16 \times 13 \times 11 = 2288 \text{ buah}$$

$\therefore 2288$

7. Bilangan asli disusun seperti bagan di bawah ini

```

1
2  3  4
5  6  7  8  9
10 11 12 13 14 15 16
    
```

Solusi :

Perhatikan barisan bilangan berikut

Baris ke 1 1

Baris ke 2 2 3 4

Baris ke 3 5 6 7 8 9

Baris ke 4 10 11 12 13 14 15 16

atau

Baris ke 1 1^2

Baris ke 2 $1^2 + 1$ $1^2 + 2$ 4

Baris ke 3 $2^2 + 1$ $2^2 + 2$ $2^2 + 3$ $2^2 + 4$ 3^2

Baris ke 4 $3^2 + 1$ $3^2 + 2$ $3^2 + 3$ $3^2 + 4$ $3^2 + 5$ $3^2 + 6$ 4^2

Sehingga baris ke n bilangan ke m adalah

$$(n-1)^2 + m, \text{ dengan } m \text{ bilangan asli, } m \leq 2n-1.$$

Bilangan ketiga pada baris ke 50 adalah $(50-1)^2 + 3 = 49^2 + 3$

$$= 2404$$

$\therefore 2404$

8. Jumlah sdari seluruh solusi persamaan

$$\sqrt[4]{x} = \frac{12}{7 - \sqrt[4]{x}}$$

Adalah ...

Solusi :

Perhatikan persamaan $\sqrt[4]{x} = \frac{12}{7 - \sqrt[4]{x}}$

Misalkan $\sqrt[4]{x} = a$, maka $a = \frac{12}{7 - a}$

$$7a - a^2 = 12$$

$$a^2 - 7a + 12 = 0$$

$$(a - 3)(a - 4) = 0$$

$$a = 3 \quad \text{atau} \quad a = 4$$

$$\sqrt[4]{x} = 3 \quad \sqrt[4]{x} = 4$$

$$x = 81 \quad x = 256$$

Jumlah dari seluruh solusi adalah $81 + 256 = 337$

$\therefore 337$

9. Enam dadu berbeda dilempar satu kali. Probabilitas banyak mata dadu yang muncul 9 adalah...

Solusi :

S : Ruang sampel pelemparan 6 dadu berbeda $\Rightarrow N(S) = 6^6$

A: Kejadian munculnya jumlah mata dadu 9

Misal x_i menyatakan mata dadu yang muncul pada dadu ke- i , maka

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 9 \quad \text{dengan} \quad 1 \leq x_i \leq 4$$

Kemungkinan dari A adalah

$$\text{Terdapat mata dadu 4 yaitu } 4,1,1,1,1,1 \Rightarrow \frac{5!}{4!} = 5$$

$$\text{Terdapat mata dadu 3 yaitu } 1,1,1,1,2,3 \Rightarrow \frac{5!}{3!} = 20$$

$$\text{Terdapat mata dadu 2 yaitu } 1,1,1,2,2,2 \Rightarrow \frac{5!}{2!2!} = 30$$

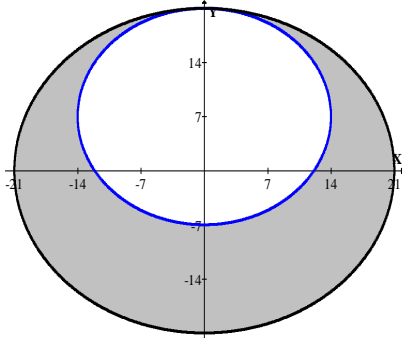
$$N(A) = 5 + 20 + 30 = 56$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)} = \frac{56}{6^6}$$

$$\therefore \frac{56}{6^6}$$

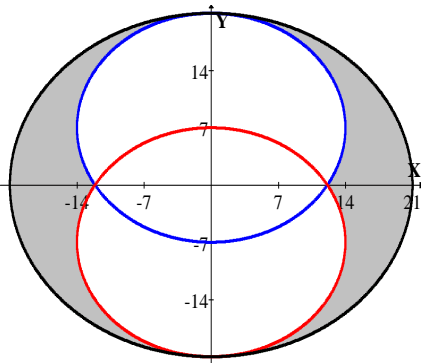
10. Luas daerah yang didalam lingkaran $x^2 + y^2 = 21^2$ tetapi diluar lingkaran $x^2 + (y - 7)^2 = 14^2$ dan $x^2 + (y + 7)^2 = 14^2$ adalah

Solusi :



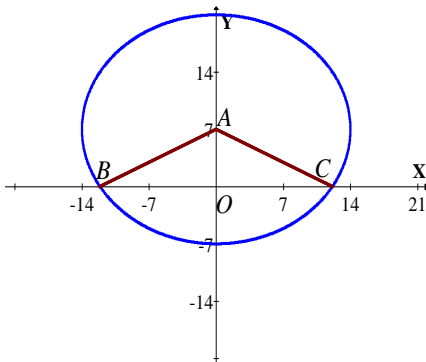
Misalkan Luas daerah lingkaran besar = L_B
 Luas daerah lingkaran kecil = L_K
 Luas daerah yang diarsir = $L_B - L_K$
 $= 21^2 \pi - 14^2 \pi$
 $= (21 + 14)(21 - 14)\pi$
 $= 245\pi$

Namun penulis berkeyakinan bahwa ada kesalahan pengetikan dalam naskah soal, seharusnya “Luas daera yang didalam lingkaran $x^2 + y^2 = 21^2$ tetapi diluar lingkaran $x^2 + (y - 7)^2 = 14^2$ dan $x^2 + (y + 7)^2 = 14^2$ adalah”



Gambar 1

Misalkan Luas daerah lingkaran besar = L_B
 Luas daerah lingkaran kecil = L_K
 Luas daerah Tembereng = L_T
 Perhatikan salah satu lingkaran kecil (gambar 2)
 Segitiga AOB siku-siku di O, dengan $AB = 14$ dan $AO = 7$
 $\cos \angle BAO = \frac{AO}{AB} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle BAO = 60^\circ$
 $\angle BAC = 2 \cdot \angle BAO \Rightarrow \angle BAO = 120^\circ$
 $L. \text{Juring } BAC = \frac{120^\circ}{360^\circ} L_K$ dan $L. \triangle ABC = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ$
 $= \frac{1}{3} 14^2 \pi$ $= \frac{1}{4} 14^2$



Gambar 2

$L_T = L. \text{Juring } BAC - L. \triangle ABC$
 $= \frac{1}{3} 14^2 \pi - \frac{1}{4} 14^2 \sqrt{3}$
 $= \left(\frac{1}{3} \pi - \frac{1}{4} \sqrt{3} \right) 14^2$
 Luas daerah yang diarsir = $L_B - 2L_K + 2L_T$
 $= 21^2 \pi - 2(14^2) \pi + 2 \left(\frac{1}{3} \pi - \frac{1}{4} \sqrt{3} \right) 14^2$

$\therefore 21^2 \pi - 2(14^2) \pi + 2 \left(\frac{1}{3} \pi - \frac{1}{4} \sqrt{3} \right) 14^2$

11. Tentukan semua bilangan bulat positif p sedemikian sehingga p , $p + 8$, dan $p + 16$ adalah prima.

Solusi :

p bilangan bulat positif sedemikian sehingga p , $p + 8$, dan $p + 16$ merupakan bilangan prima.

Jelas bahwa p harus merupakan bilangan prima

Jika $p > 3$, maka $p = 6k + 1$ atau $p = 6k + 5$

- Jika $p = 6k + 1$, maka $p + 8 = 6k + 1 + 8 = 6k + 9 = 3(2k + 3)$ bukan bilangan prima.
- Jika $p = 6k + 5$, maka $p + 16 = 6k + 5 + 16 = 6k + 21 = 3(2k + 7)$ bukan bilangan prima.

Jika $p \leq 3$, maka $p = 3$

- $p = 2$, maka $p + 8$ dan $p + 16$ bukan bilangan prima.
- $p = 3$, maka $p + 8 = 3 + 8 = 11$ dan $p + 16 = 3 + 16 = 19$ merupakan bilangan prima.

Nilai p sehingga p , $p + 8$, dan $p + 16$ merupakan bilangan prima adalah 3

$\therefore 3$

12. Jika $A = 5^x + 5^{-x}$ dan $B = 5^x - 5^{-x}$, maka $A^2 - B^2$ adalah ...

Solusi :

$$A = 5^x + 5^{-x} \text{ dan } B = 5^x - 5^{-x}$$

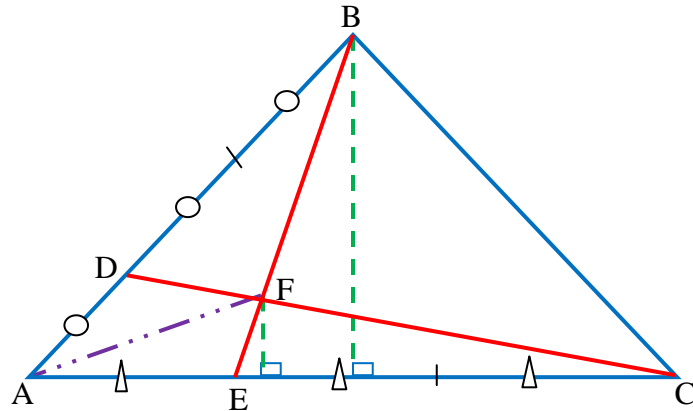
$$\begin{aligned} A^2 - B^2 &= (A + B)(A - B) \\ &= ([5^x + 5^{-x}] + [5^x - 5^{-x}])([5^x + 5^{-x}] - [5^x - 5^{-x}]) \\ &= (2 \cdot 5^x)(2 \cdot 5^{-x}) \\ &= 2 \cdot 5^x \cdot 2 \cdot \frac{1}{5^x} \\ &= 4 \end{aligned}$$

$\therefore 4$

13. Diketahui $\triangle ABC$, titik D dan E berturut-turut pada sisi AB dan AC , dengan panjang $AD = \frac{1}{2}BD$ dan $AE = \frac{1}{2}CE$. Garis BE dan CD berpotongan di titik F . Diketahui luas $\triangle ABC$ adalah 90 cm^2 . Luas segiempat $ADFE$ adalah...

Solusi :

Misalkan Panjang $AE = x$
 Panjang $AD = y$
 tinggi $\triangle ABC$ melalui titik $B = t$
 tinggi $\triangle AFC$ melalui titik $F = s$



$$\begin{aligned}
 L \triangle ABC &= \frac{1}{2} \cdot AC \cdot t & \text{dan} & & L \triangle ACF &= \frac{1}{2} \cdot AC \cdot s \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot t & & & &= \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot s \\
 &= 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot x \cdot t & & & &= 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot x \cdot s \\
 &= 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot AE \cdot t & & & &= 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot AE \cdot s \\
 &= 3 \cdot L \triangle AEB & & & &= 3 \cdot L \triangle AEF
 \end{aligned}$$

Dengan cara yang serupa dapat ditunjukkan bahwa
 $L \triangle ABC = 3 \cdot L \triangle ADC$ dan $L \triangle ABF = 3 \cdot L \triangle ADF$

Sehingga $L \triangle AEB = L \triangle ADC = \frac{1}{3} L \triangle ABC = 30 \text{ cm}^2$

Misal $L \triangle ADF = M$ maka $L \triangle ABF = 3M$
 $L \triangle AEF = N$ $L \triangle ACF = 3N$

Perhatikan segitiga dan

$$\begin{aligned}
 L \triangle AEB &= L \triangle AEF + L \triangle ABF & \text{dan} & & L \triangle ADC &= L \triangle ADF + L \triangle ACF \\
 30 &= N + 3M & (1) & & 30 &= M + 3N & (2)
 \end{aligned}$$

Dari (1) dan (2) diperoleh

$$\begin{array}{r}
 N + 3M = 30 \\
 3N + M = 30 \\
 \hline
 4N + 4M = 60 \\
 N + M = 15
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 L \triangle ADFE &= L \triangle ADF + L \triangle AEF = N + M = 15 \\
 \therefore & 15 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

14. Ada berapa banyak bilangan bulat positif berlambang “ $abcde$ ” dengan $a < b \leq c < d < e$?

Solusi :

Banyaknya bilangan bulat positif berlambang “ $abcde$ ” dengan $a < b \leq c < d < e$

Jelas bahwa $a > 1$, sehingga banyaknya angka yang dapat dipilih sebanyak 9.

- Jika $a < b < c < d < e$
 Artinya kelima angka tersebut berbeda, sehingga banyaknya bilangan bulat positif berlambang “ $abcde$ ” sama dengan banyaknya cara memilih 5 angka berbeda dari 9 angka yang tersedia, yaitu $C_5^9 = \frac{9!}{5!.4!} = 126$ cara
- Jika $a < b = c < d < e$
 Artinya terdapat empat angka berbeda, sehingga banyaknya bilangan bulat positif berlambang “ $abcde$ ” sama dengan banyaknya cara memilih 4 angka berbeda dari 9 angka yang tersedia, yaitu $C_4^9 = \frac{9!}{4!.5!} = 126$ cara

Banyaknya bilangan bulat positif berlambang “ $abcde$ ” dengan $a < b \leq c < d < e$ adalah =

$$C_5^9 + C_4^9 = 2C_5^9 = 2C_4^9 = 252$$

$$\therefore C_5^9 + C_4^9 = 2C_5^9 = 2C_4^9 = 252$$

15. Bilangan asli terkecil lebih dari 2011 yang bersisa 1 jika dibagi 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, dan 10 adalah ...

Solusi :

Bilangan asli terkecil lebih dari 2011 yang bersisa 1 jika dibagi 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, dan 10.

Misal bilangan tersebut adalah A, maka A dapat dinyatakan dalam bentuk $A = q.k + 1$ dengan q merupakan KPK dari 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, dan 10. Dan k merupakan bilangan asli.

Perhatikan bahwa, faktor prima dari masing-masing pembagi adalah

$$\left. \begin{array}{l} 2 = 2 \\ 3 = 3 \\ 4 = 2^2 \\ 5 = 5 \\ 6 = 2.3 \\ 7 = 7 \\ 8 = 2^3 \\ 9 = 3^2 \\ 10 = 2.5 \end{array} \right\} \text{KPK} = 2^3.3^2.5.7 = 2520$$

Sehingga $A = 2520.k + 1$.

Karena A adalah bilangan asli terkecil yang lebih dari 2011, maka haruslah $k = 1$

sehingga diperoleh $A = 2520.k + 1 = 2520.1 + 1 = 2521$

$\therefore 2521$

16. Bilangan bulat positif terkecil a sehingga $2a + 4a + 6a + \dots + 200a$ merupakan kuadrat sempurna adalah

Solusi :

Misalkan $2a + 4a + 6a + \dots + 200a = k^2$ untuk suatu bilangan bulat positif k . Perhatikan barisan berikut

$$2a + 4a + 6a + \dots + 200a = a[2 + 4 + 6 + \dots + 200]$$

$$k^2 = a \cdot \frac{(2 + 200) \cdot 100}{2}$$

$$k^2 = a \cdot 101 \cdot 100$$

$$k = \sqrt{a \cdot 101 \cdot 100}$$

$$k = 10\sqrt{a \cdot 101}$$

karena k merupakan bilangan bulat positif, maka haruslah $a = 101n^2$ dan karena a bilangan bulat positif terkecil, maka $n = 1$, sehingga $a = 101$
 $\therefore 101$

17. Misalkan A dan B adalah sudut-sudut lancip yang memenuhi

$$\tan(A + B) = \frac{1}{2} \quad \text{dan} \quad \tan(A - B) = \frac{1}{3}$$

Besar sudut A adalah ...

Solusi :

$$\tan(2A) = \tan([A + B] + [A - B])$$

$$= \frac{\tan(A + B) + \tan(A - B)}{1 - \tan(A + B) \cdot \tan(A - B)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}$$

$$\tan(2A) = 1$$

A sudut lancip maka $2A = 45^\circ$

$$A = 22,5^\circ$$

$$\therefore 22,5^\circ$$

18. Jika $ax + 2y = 3$ dan $5x + by = 7$ menyatakan persamaan garis yang sama, maka $a + b$ sama dengan....

Solusi :

$$\begin{array}{l} ax + 2y = 3 \Rightarrow \frac{a}{3}x + \frac{2}{3}y = 1 \\ 5x + by = 7 \Rightarrow \frac{5}{7}x + \frac{b}{7}y = 1 \end{array} \quad \text{Sehingga} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{a}{3} = \frac{5}{7} \Rightarrow a = \frac{15}{7} \\ \frac{2}{3} = \frac{b}{7} \Rightarrow b = \frac{14}{3} \end{array} \right\} \quad a + b = \frac{15}{7} + \frac{14}{3} = \frac{143}{21}$$

$$\therefore \frac{143}{21}$$

19. Terdapat 5 orang pria dan 5 orang wanita duduk dalam sederetan kursi secara random. Berapa banyaknya cara untuk menduduki kursi tersebut, dengan syarat tidak boleh ada yang duduk berdampingan dengan jenis kelamin yang sama?

Solusi :

Cara duduk yang mungkin adalah LPLPLPLPLP atau PLPLPLPLPL
Maka banyaknya cara adalah $5!.5!.2 = 28.800$ cara
 $\therefore 28.800$ cara

20. Ada berapa faktor positif dari $2^7 3^5 5^3 7^2$ yang merupakan kelipatan 10?

Solusi :

Misal $2^7 3^5 5^3 7^2 = A.10$ untuk suatu bilangan bulat A
Karena $2^7 3^5 5^3 7^2 = 2^6 3^5 5^2 7^2 .10$ maka $A = 2^6 3^5 5^2 7^2$
Sehingga banyaknya faktor positif dari $2^7 3^5 5^3 7^2$ yang merupakan kelipatan 10 sama dengan banyaknya faktor positif dari A yaitu sebanyak
 $(6+1)(5+1)(2+1)(2+1) = 7.6.3.3 = 378$
 $\therefore 378$ faktor