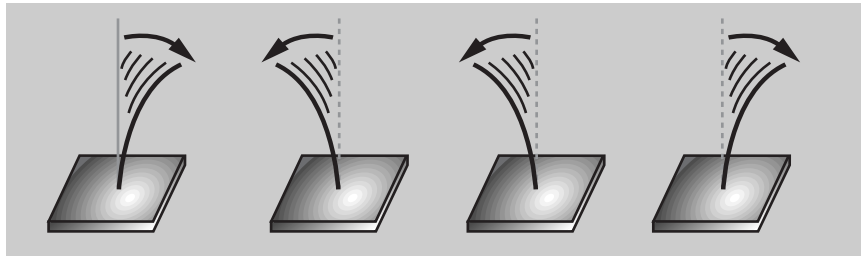


# OSCILACIONES Y ONDAS MECÁNICAS

## MOVIMIENTO OSCILATORIO

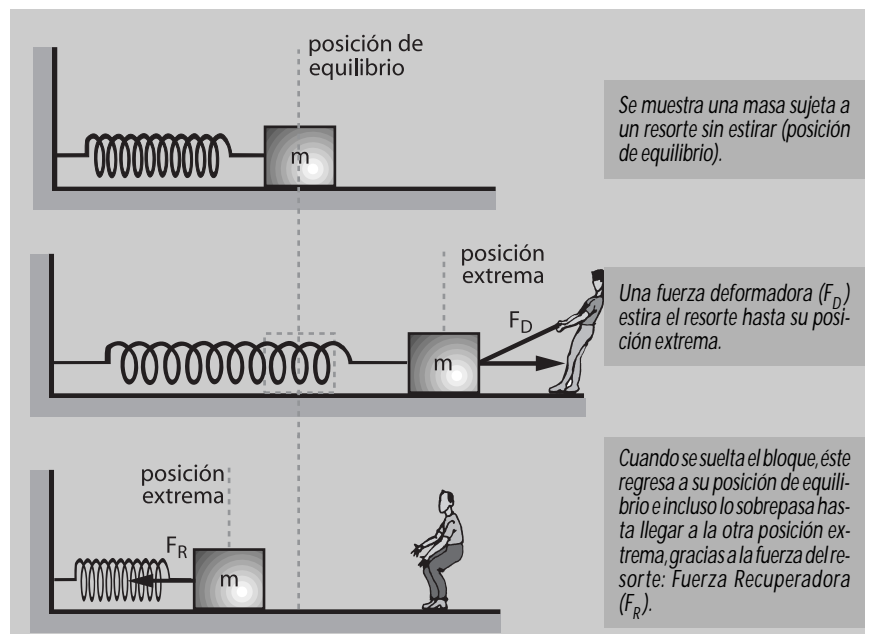
Es aquel movimiento en el cual el cuerpo se mueve hacia uno y otro lado respecto a una posición de equilibrio, o decir efectúa un movimiento de vaivén.



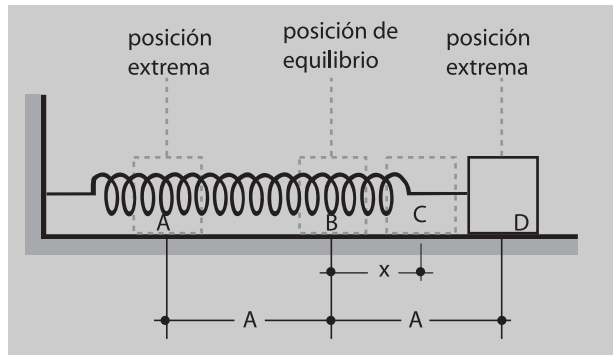
## MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (M.A.S.)

Es aquel movimiento oscilatorio que se repite en intervalos iguales de tiempo y además se realiza en una trayectoria con tendencia a la línea recta.

### Ilustración



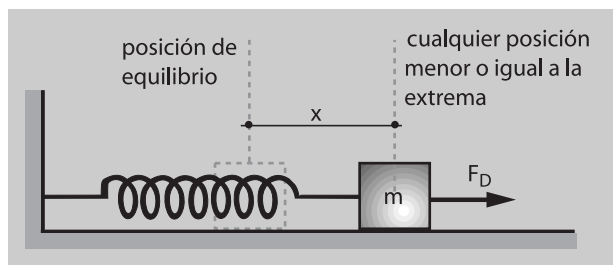
**CONCEPTOS IMPORTANTES**



- A) Oscilación Simple.**- Es el movimiento que realiza un cuerpo al ir de una posición extrema hasta la otra (ABCD).
- B) Oscilación Doble o Completa.**- Es el movimiento que realiza un cuerpo en ir de una posición extrema a la otra y luego regresar a la primera (ABCDCBA).
- C) Período (T).**- Es el tiempo que emplea un cuerpo en realizar una oscilación completa.
- D) Frecuencia (f).**- Es el número de oscilaciones completas que realiza un cuerpo en cada unidad de tiempo ( $f = 1/T$ ).
- E) Elongación (x).**- Es la distancia existente entre la posición de equilibrio y el cuerpo en un instante cualquiera.
- F) Amplitud (A).**- Es la distancia existente entre la posición de equilibrio y cualquiera de las posiciones extremas.

**EXPRESIONES MATEMÁTICAS IMPORTANTES**

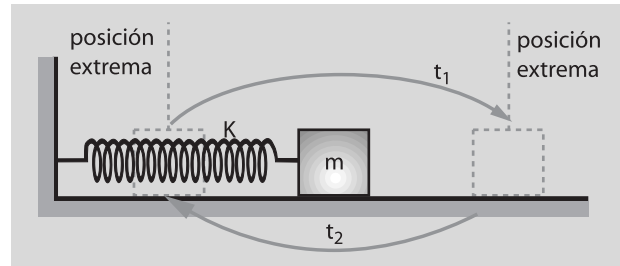
- A) Ley de Hooke.**- "La fuerza deformadora es directamente proporcional a la deformación"



$$F_D = Kx$$

$F_D$  : fuerza deformadora  
 $K$  : constante propio del resorte (N/m)  
 $x$  : elongación (deformación)

- B) Período de Oscilación: ( $T = t_1 + t_2$ )**



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

$T$  : período  
 $m$  : masa del bloque  
 $K$  : constante del resorte

- C) Velocidad (v):**

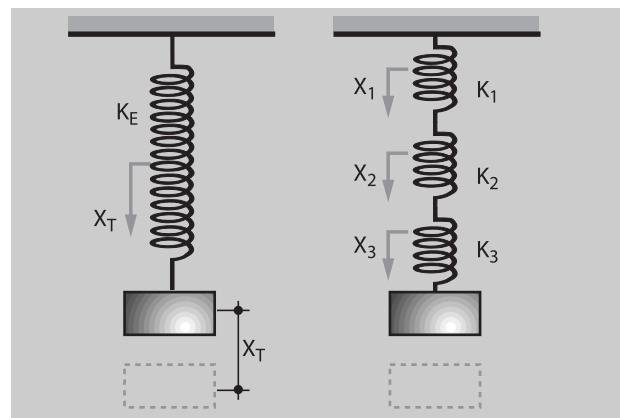
$$v = \frac{2\pi}{T}\sqrt{A^2 - x^2}$$

- D) Aceleración (a):**

$$a = \pm \frac{4\pi^2}{T^2}(x)$$

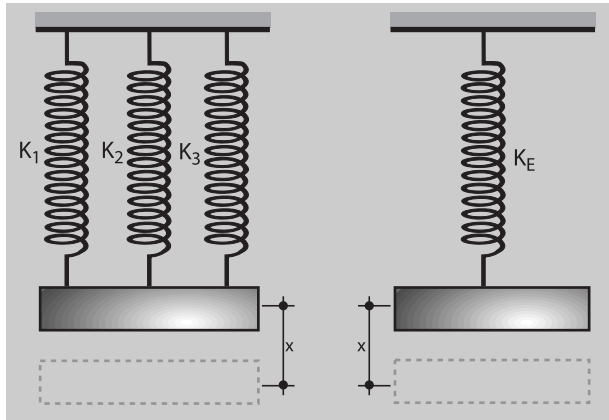
**ASOCIACIÓN DE RESORTES**

- A) Resortes en Serie.**- Un sistema de resortes está en serie cuando la deformación del resorte equivalente es igual a la suma de las deformaciones de cada resorte. En este caso, la fuerza en cada resorte será la misma.



$$\frac{1}{K_E} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3}$$

**B) Resortes en Paralelo.**- Un sistema de resortes está en paralelo cuando ellos tienen la misma deformación.



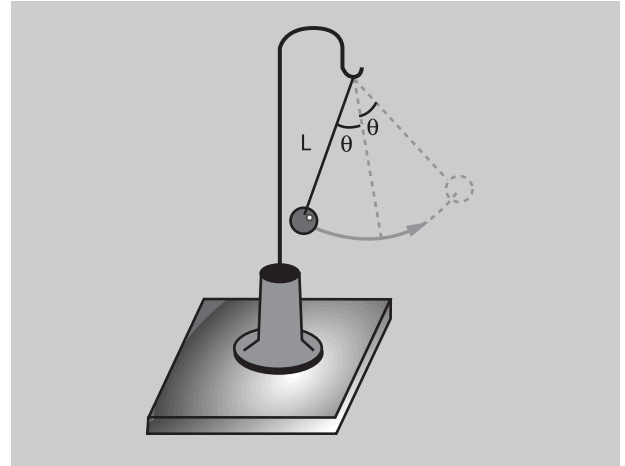
$$K_E = K_1 + K_2 + K_3$$

**PÉNDULO SIMPLE**

El péndulo simple es aquel dispositivo que está constituido por una masa de pequeñas dimensiones, suspendida de un hilo inextensible y de peso despreciable. Cuando la masa se desvía hacia un lado de su posición de equilibrio y se abandona, oscila alrededor de esa posición con un movimiento oscilatorio y periódico, cuya trayectoria es casi una línea recta si el ángulo  $\theta$  entre la posición extrema y la posición de equilibrio no sobrepasa los 15 grados.

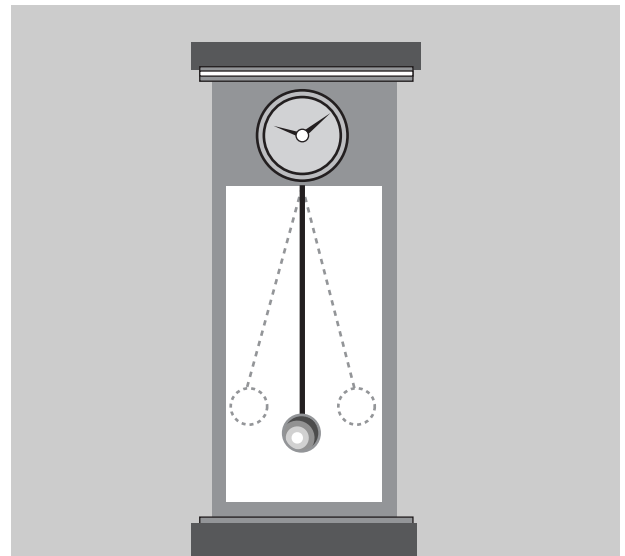
**LEYES DEL PÉNDULO SIMPLE**

- 1° El período no depende de la masa que oscila.
- 2° El período es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud del péndulo.
- 3° El período es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la aceleración de la gravedad.



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

T : período  
 L : longitud de la cuerda  
 g : aceleración de la gravedad



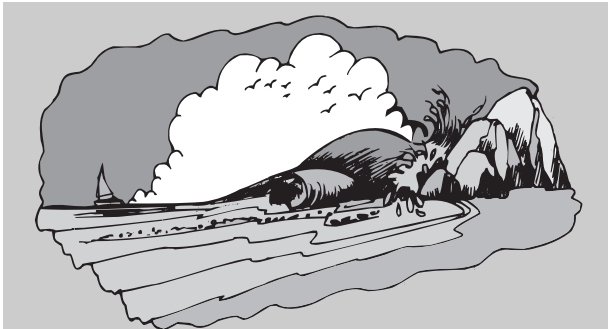
Una aplicación directa del péndulo es el "bate segundos," que generalmente se usaban años atrás, el período de este reloj es de 2 segundos; es decir en ir y regresar demora 2 segundos.

## MOVIMIENTO ONDULATORIO

### CONCEPTO DE ONDA

Una onda es aquella perturbación en los medios elásticos o deformables. Es transportadora de energía; pero es incapaz de desplazar una masa en forma continua. Toda onda al propagarse da lugar a vibraciones.

Es importante notar que el medio mismo no se mueve en conjunto en la dirección en que avanza el movimiento ondulatorio. Las diversas partes del medio oscilan únicamente en trayectorias limitadas.

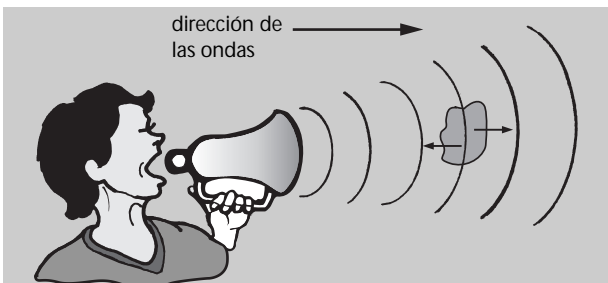


El agua del océano es perturbado por el viento, por tal motivo se originan ondas en el mar (olas).

En este capítulo limitaremos nuestra atención a ondas en medios deformables o elásticos (ondas mecánicas).

### CLASES DE ONDAS

**A) Ondas Longitudinales.**- Son aquellas en las cuales las partículas del medio vibran paralelo a la dirección de las ondas. Por ejemplo las ondas del sonido.



Las partículas de la masa continua vibran en la misma dirección de las ondas. Nótese que dicha masa no se mueve en conjunto con las ondas, sino que oscilan en trayectoria cerrada.

**B) Ondas Transversales.**- Son aquellas en las cuales las partículas del medio vibran perpendicularmente a la dirección de las ondas. Por ejemplo las ondas de una cuerda.



La onda producida en la cuerda viaja verticalmente, mientras que cada partícula de la cuerda vibra horizontalmente (perpendicular a la dirección de la onda).

### ELEMENTOS DE UNA ONDA

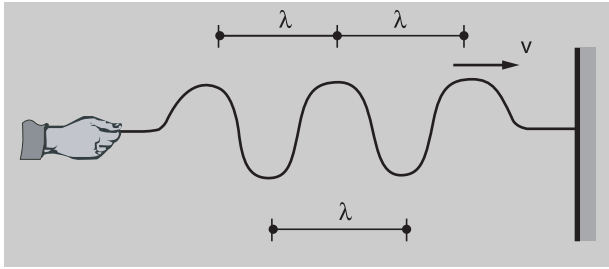
**A) Ciclo.**- Se le llama también fase y viene a ser el movimiento ordenado por una onda comprendida entre dos puntos consecutivos de posición semejante.

**B) Período (T).**- Es el tiempo transcurrido durante la realización de un ciclo.

**C) Frecuencia (f).**- Es el número de ciclos realizados en cada unidad de tiempo. La frecuencia es la inversa del período.

$$f = \frac{1}{T}$$

**D) Longitud de onda ( $\lambda$ ).**- Es la distancia, medida en la dirección de la propagación de la onda que existe entre dos puntos consecutivos de posición semejante. También se le define como el espacio que una onda recorre en un tiempo igual al período.



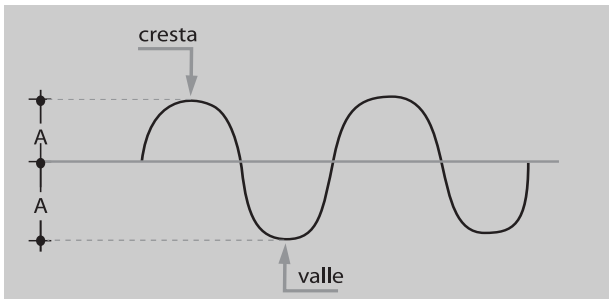
E) **Velocidad de una onda (v).**- Es la rapidez con la cual una onda se propaga en un medio homogéneo. Una onda se propaga en línea recta y con velocidad constante.

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad T: \text{período}$$

F) **Crestas.**- Son los puntos más altos de las ondas.

G) **Valles.**- Son los puntos más bajos de las ondas.

H) **Amplitud (A).**- Es la altura de una cresta o la profundidad de un valle.



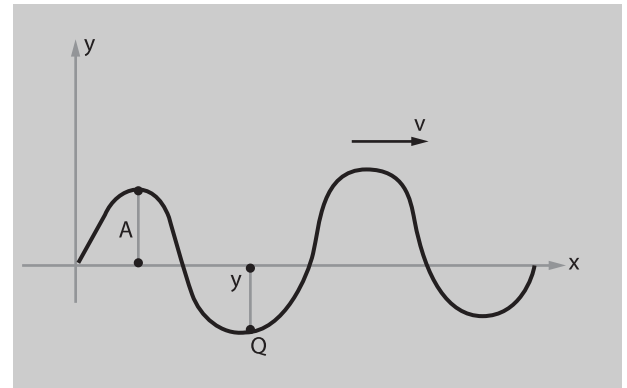
**OBSERVACIÓN**

Las ondas se pueden clasificar también como ondas unidimensionales, bidimensionales y tridimensionales, según el número de dimensiones en que propague la energía. Las ondas que se mueven en una cuerda horizontal o en el resorte vertical son unidimensionales. Las olas u ondas en el agua son bidimensionales. Las ondas sonoras y las ondas luminosas son tridimensionales.

**ONDAS VIAJERAS UNIDIMENSIONALES**

Daremos a conocer la ecuación de una onda unidimensional.

A) **Cuando la onda se propaga de izquierda a derecha.**



$$y = A \text{sen}(Kx - \omega t) \quad T = \text{período} \\ t = \text{tiempo}$$

A = Amplitud

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \# \text{ de onda}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \text{frecuencia angular}$$

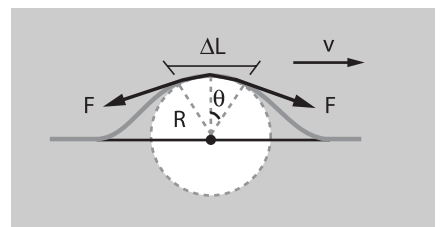
B) **Cuando la onda se propaga de derecha a izquierda.**

$$y = A \text{sen}(Kx + \omega t)$$

**VELOCIDAD DE UNA ONDA TRANSVERSAL EN UNA CUERDA**

Experimentalmente se puede demostrar de una manera sencilla, que la velocidad de la onda depende sólo de la tensión o fuerza ejercida sobre la cuerda y de la masa de la unidad de longitud "μ" de la cuerda.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$



F = tensión  
μ = masa por unidad de longitud

## ONDAS MECÁNICAS CONOCIDAS

### 1.- LAS ONDAS DEL SONIDO

Son ondas longitudinales que se originan por el movimiento de un cuerpo.

Todo cuerpo que se mueve produce sonido. En nuestra vida diaria, el sonido se propaga a través del aire (en el vacío no se propaga, es decir no hay sonido). El sonido tiene tres cualidades:

**A) Intensidad.**- Es la cualidad por la que percibimos un sonido FUERTE o DÉBIL. El sonido emitido por un radioreceptor puede tener demasiada intensidad y ser molesto, por lo que reducimos el volumen, lo cual significa que disminuimos la intensidad del sonido emitido. A mayor amplitud mayor sonido.



Los parlantes de un equipo de sonido vibran con mayor amplitud; luego su intensidad será grande.



Un radio transistor emite un sonido cuyas ondas tienen amplitud pequeña; luego su intensidad será muy pobre.

**B) Tono.**- Es la cualidad que nos hace percibir como agudo o como grave y depende de la frecuencia de la onda. Dos notas musicales distintas se diferencian en el tono.

El tono que los músicos llaman  $La_4$  tiene una frecuencia de 440 Hz y el denominado  $Fa_5$ , tiene una frecuencia de 739,99 Hz; cuanto mayor sea la frecuencia, mayor será el tono.

El tímpano humano responde a sonidos en un amplio intervalo de frecuencias. Aunque el intervalo real varía según el individuo, podemos afirmar que en general el intervalo de audición humana oscila entre 20 Hz y 20 000 Hz.

Las frecuencias mayores se denominan ultrasónicas. Los humanos no pueden oír frecuencias ultrasónicas pero algunos animales (los perros, por ejemplo) sí pueden hacerlo. Los silbatos "silenciosos" para perros se basan en este principio.



El sonido agudo es debido a una frecuencia alta.



El sonido grave se debe a una frecuencia baja.

**C) Timbre.**- Es la cualidad que nos permite distinguir una misma nota emitida por desiguales instrumentos. Un violín y una trompeta pueden emitir una misma nota (un mismo tono), pero sus timbres serán diferentes.



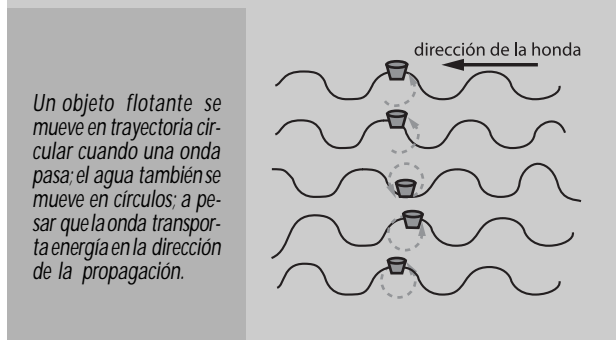
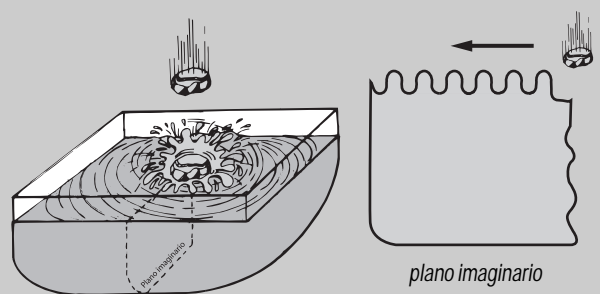
Dos personas pueden entonar la misma canción, pero sus timbres siempre serán diferentes.



### 2.- LAS ONDAS EN EL AGUA

Son ondas transversales que se originan al perturbar una masa de agua por intermedio de por lo menos un cuerpo.

Las ondas en el agua ocurren generalmente en grupos y no aislados. Esto puede observarse al arrojar un cuerpo a un depósito. Una serie completa de crestas de ondas se mueven a partir del punto en que el cuerpo se sumerge, las separa la misma distancia ( $\lambda$ ).



Un objeto flotante se mueve en trayectoria circular cuando una onda pasa; el agua también se mueve en círculos; a pesar que la onda transporta energía en la dirección de la propagación.

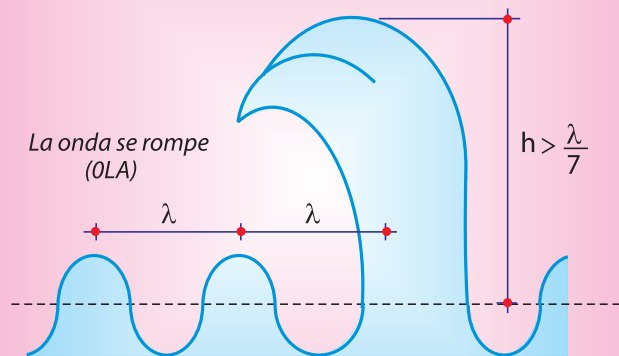


## ¿Porqué se producen las olas?

Lo que se muestra en la figura, una ola por lo menos ocurre cuando las ondas se propagan en aguas profundas y cuando la altura de la onda es pequeña. Si un viento continúa soplando contra la onda, parte de la carga de velocidad del viento se transforma en una carga de gravedad en la onda, la cual crece en la altura. Si la onda adquiere tanta energía como para que su altura alcance más de un séptimo de su longitud de onda, se romperá. Cuando esto ocurre, el agua en la cresta es liberada de su movimiento circular y es lanzada violentamente en la dirección de la onda.

Una vez que la onda se rompe, la altura de ésta se reduce a menos de un séptimo de su longitud de onda y la onda continúa avanzando como antes, para luego entrar en aguas poco profundas (orilla), donde se romperá y arrojará una masa de agua hacia la playa.

Las olas transportan enormes cantidades de energía y las más grandes son capaces de destruir los barcos que encuentran en su camino.



## El maremoto (tsunami)



El maremoto no necesariamente se produce por acción de los vientos, sino más bien por efecto de algún terremoto debajo de las aguas; el movimiento sísmico empuja una parte del fondo del mar hacia arriba o hacia abajo lo que origina una larga ola la cual avanza y crece, tal es así que cuando llega a Tierra puede medir hasta 30 metros de altura provocando consecuencias dañinas.

## Las ondas sonoras necesitan del aire para propagarse

En realidad, las ondas mecánicas necesitan algún medio para propagarse, así pues, el sonido necesita del aire para manifestarse.

En el Sol se producen continuamente grandes explosiones, si entre la Tierra y el Sol existiese aire en su totalidad, estaríamos condenados a escuchar explosiones todos los días.



## El silbato silencioso

Ultrasonido: Los ultrasonidos son sonidos que superan los 20 000 Hertz, El hombre no está en la capacidad de captar sonidos tan agudos, sin embargo animales como el murciélago, el perro entre otros pueden captar estos sonidos fácilmente. El silbato silencioso para dar ordenes a los perros es una prueba de ello.



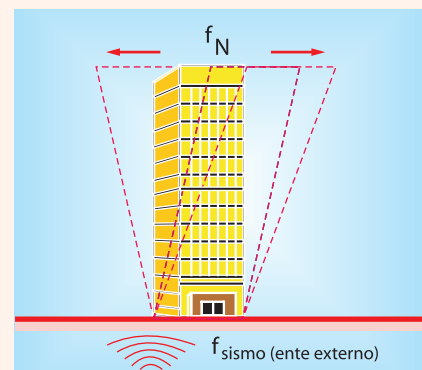
## La resonancia

El edificio colapsa debido a la energía máxima que absorbe de las ondas sísmicas por efecto de la resonancia.

Se produce resonancia cuando la frecuencia de un ente externo se iguala a la frecuencia natural de la estructura (edificio, casa, puente, etc).

Cuando esto sucede se generan ondas estacionarias en la cual la transferencia de energía desde el ente externo hasta la estructura se hace máxima.

La frecuencia natural de la estructura depende de las características propias de la misma y es fácil calcularla.





## TEST

1.- El sonido se transmite a alta velocidad a través del:

- a) Aire.
- b) Vacío.
- c) Agua.
- d) Acero.
- e) Madera.

2.- Se produce un eco únicamente si una onda sonora es:

- a) Absorbida.
- b) Amplificada.
- c) Medida.
- d) Reflejada.
- e) Perturbada.

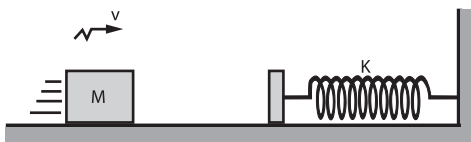
3.- Si se produce un fuerte sonido desde un punto cercano a una de las superficies reflectoras de sonido, distantes y opuestas, tales como; montañas, es posible que una persona.

- a) No escuche el eco.
- b) Escuche dos o más ecos.
- c) Encuentre que el eco se cancela.
- d) Escuche ecos continuos.
- e) Escuche solo tres ecos.

4.- El número de ondas sonoras producidas en una unidad de tiempo se llama:

- a) Tono.
- b) Frecuencia.
- c) Amplitud.
- d) Intensidad.
- e) Período.

5.- Un Bloque de masa "M" es disparado con velocidad "v" contra un resorte de masa despreciable y constante elástica K. Suponiendo el plano horizontal liso, es correcto que durante la compresión del resorte:

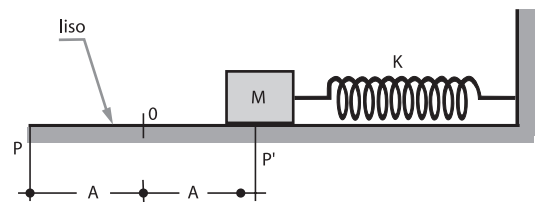


- a) La fuerza resultante sobre el bloque es hacia la derecha.
- b) Cuando el bloque se detiene momentáneamente su aceleración es nula.
- c) El bloque estará en equilibrio cuando su velocidad es nula.
- d) La rapidez del bloque varía entre 0 y "v".
- e) Todas son falsas.

6.- Considerando el caso anterior, la máxima compresión del resorte es: (energía potencial =  $\frac{1}{2}Kx^2$ )

- a)  $\frac{Mv^2}{K}$
- b)  $v\left(\frac{M}{K}\right)^{1/2}$
- c)  $v\left(\frac{K}{M}\right)^{1/2}$
- d)  $2v\left(\frac{M}{K}\right)^{1/2}$
- e)  $2v\left(\frac{K}{M}\right)^{1/2}$

7.- Una masa M unida a un resorte de constante elástica K mantiene un M.A.S. horizontal de amplitud "A". Determinar la energía cinética del bloque cuando pasa por la posición de equilibrio. (energía potencial =  $\frac{1}{2}Kx^2$ )



- a)  $\frac{KA^2}{2}$
- b)  $KA^2$
- c)  $2KA^2$
- d) Cero
- e)  $\frac{KA}{2}$

8.- Respecto a los movimientos armónicos simples, señalar verdadero o falso:

- I.- El carácter cinemático involucra las funciones armónicas senos y cosenos.
- II.- Todos los movimientos oscilatorios por una posición de equilibrio son armónicos.
- III.- Estos movimientos transcurren bajo la acción de fuerzas recuperadoras elásticas que son gobernadas por la ley de Hooke.

- a) VFV
- b) VVV
- c) VFF
- d) FFF
- e) FVV

9.- Respecto al período de oscilación de un péndulo, señalar verdadero o falso:

I.- Es proporcional a la masa oscilante.  
 II.- Depende de la desviación respecto a la posición de equilibrio.  
 III.- Oscila en planos variables.  
 IV.- Es proporcional a la raíz cuadrada de la longitud e inversamente proporcional a raíz cuadrada de la gravedad.

- a) VVV                      d) FFFF  
 b) FFVV                    e) FVVF  
 c) FFFV

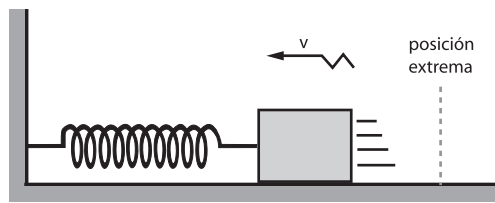
10.- Si un péndulo es trasladado de un lugar de menor altura respecto a la superficie terrestre a otro de mayor altura, su período de oscilación: .....

- a) Aumenta dependiendo de la altura.  
 b) Disminuye dependiendo de la altura.  
 c) Permanece igual.  
 d) Aumenta al doble.  
 e) Disminuye en la mitad.

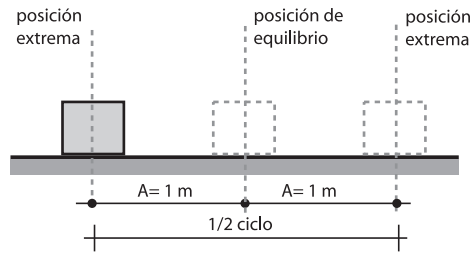
## PROBLEMAS RESUELTOS

### A PROBLEMAS DE APLICACIÓN

1.- En la siguiente figura, se muestra un bloque unido a un resorte que realiza un movimiento armónico simple, si la amplitud para este caso es de 1 m. Determinar qué espacio recorre el bloque en un ciclo.



Solución:



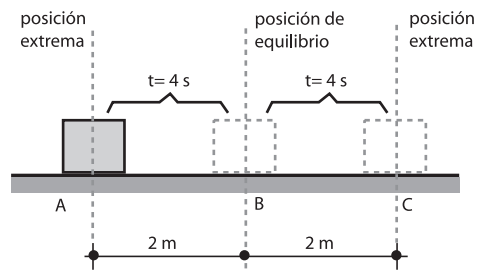
En un ciclo se recorre cuatro veces el valor de la amplitud.

e = 4 m

2.- Un bloque que realiza un M.A.S. en ir de una posición extrema a la posición de equilibrio recorre 2 m en 4 s. Determinar qué espacio recorre y qué tiempo demora en un ciclo.

Solución:

1 ciclo < > ABC + CBA



$t_{ABC} = 8 \text{ s}$                         $e_{1\text{ciclo}} = e_{ABC} + e_{CBA}$   
 $t_{CBA} = 8 \text{ s}$                                        $e_{1\text{ciclo}} = 4 + 4$   
 $t_{1\text{ciclo}} = t_{ABC} + t_{CBA}$                        **$e_{1\text{ciclo}} = 8 \text{ m}$**   
 **$t_{1\text{ciclo}} = 16 \text{ s}$**

3.- ¿Cuál es la longitud de un péndulo, cuyo período es de 4 segundos? ( $g = \pi^2 \text{ m/s}^2$ ).

Solución:

$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$   
 $\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{L}{g}$   
 $L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$

Reemplazando:  $T = 4 \text{ s}, g = \pi^2$

$$L = \frac{\pi^2(4)^2}{4\pi^2} \Rightarrow \boxed{L = 4 \text{ m}}$$

4.- Si la longitud de un péndulo simple aumentase en 2 m, su período se triplicaría. Calcular la longitud del péndulo (en metros).

**Solución:**

Inicialmente:

$$\left. \begin{matrix} L \\ T \end{matrix} \right\} T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Finalmente:

$$L_F = L + 2$$

$$T_F = 3T$$

$$2\pi\sqrt{\frac{L_F}{g}} = 3\left(2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\right)$$

$$\sqrt{\frac{L_F}{g}} = 3\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \sqrt{\frac{L+2}{g}} = 3\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Elevando al cuadrado ambos miembros:

$$\frac{L+2}{g} = 9\frac{L}{g} \Rightarrow \boxed{L = 0,25 \text{ m}}$$

5.- La ecuación de cierta onda transversal es:

$$y = 0,03 \text{ sen } 2\pi\left(\frac{t}{0,02} - \frac{x}{0,20}\right)$$

donde, x e y se miden en metros y t en segundos, calcular:

- A) La amplitud.
- B) La longitud de onda.
- C) La frecuencia.
- D) La velocidad de propagación.

**Solución:**

De la fórmula:  $y = A \text{ sen } 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

Comparando las ecuaciones:

A)  $\boxed{A = 0,03 \text{ m}}$

B)  $\boxed{\lambda = 0,20 \text{ m}}$

C)  $T = 0,02 \text{ s} \Rightarrow f = \frac{1}{0,02}$

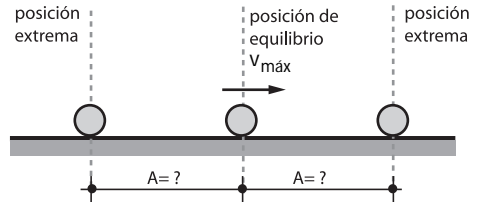
$f = 50 \text{ ciclos/s} \Rightarrow \boxed{f = 50 \text{ Hertz}}$

D)  $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,20}{0,02} \Rightarrow \boxed{v = 10 \text{ m/s}}$

**B PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS**

1.- Un punto tiene un movimiento vibratorio de período  $T = 2 \text{ s}$ , si su velocidad máxima es 2,5 m/s. Calcular su amplitud.

**Solución:**



$$v = \frac{2\pi}{T}\sqrt{A^2 - x^2} \dots\dots\dots (1)$$

Para que:  $v_{\text{max}} \Rightarrow x = 0$

$$T = 2 \text{ s}$$

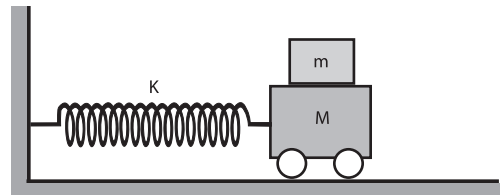
$$v_{\text{max}} = 2,5 \text{ m/s}$$

Reemplazando en (1):

$$2,5 = \frac{2\pi}{2}\sqrt{A^2 - 0} \Rightarrow 2,5 = \pi A$$

$$\boxed{A = 0,796 \text{ m}}$$

2.- En el oscilador horizontal sin fricción de la figura, hallar la amplitud máxima para que la masa superior no resbale. El coeficiente de fricción entre "m" y "M" es  $\mu$ .



**Solución:**

Para hallar la amplitud máxima tendremos que hallar la máxima aceleración.

$$F_R = (m+M)a \dots\dots\dots (1)$$

$$F_R = Kx \dots\dots\dots (2)$$

(1) = (2):

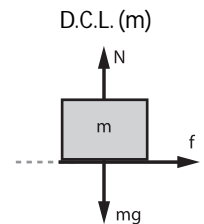
$$Kx = (m+M)a$$

$$x = \frac{(m+M)a}{K} \dots\dots\dots (3)$$

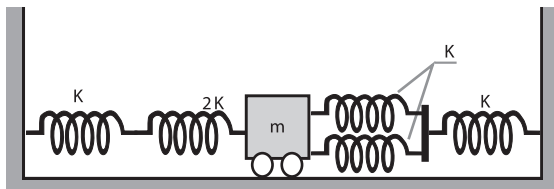
En (3):

$$\boxed{x = \frac{(m+M)\mu g}{K}}$$

De la figura:  
 $f = ma$   
 $\mu mg = ma$   
 $a = \mu g$

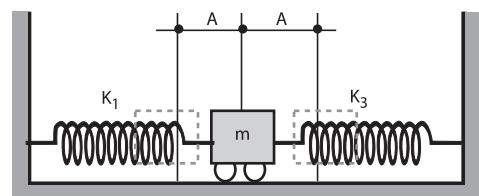
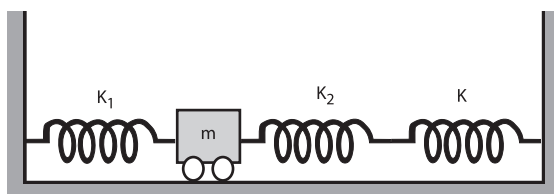


3.- En la figura mostrada, determinar el período de oscilación del bloque de masa "m".



**Solución:**

El sistema equivale a:



$K_1$  : Proviene de asociar dos resortes en serie.

$$\frac{1}{K_1} = \frac{1}{K} + \frac{1}{2K} \Rightarrow K_1 = \frac{2K}{3}$$

$K_2$  : Proviene de asociar dos resortes en paralelo.

$$K_2 = K + K \Rightarrow K_2 = 2K$$

$K_3$  : Proviene de asociar dos resortes en serie.

$$\frac{1}{K_3} = \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K} = \frac{1}{2K} + \frac{1}{K} \Rightarrow K_3 = \frac{2K}{3}$$

$K_E = ?$

Nótese que si  $K_1$  se comprime "A", posteriormente  $K_3$  también se comprime "A", lo cual significa que las deformaciones en los resortes son iguales.

Por lo tanto estos se encuentran en paralelo.

$$K_E = K_1 + K_3$$

$$K_E = \frac{2K}{3} + \frac{2K}{3} \Rightarrow K_E = \frac{4K}{3}$$

Finalmente:

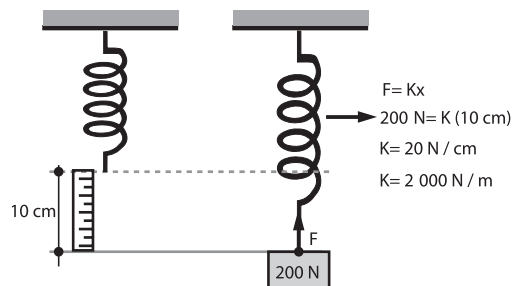
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_E}} = 2\pi \sqrt{\frac{3m}{4K}}$$

$$T = \pi \sqrt{\frac{3m}{4K}}$$

4.- La escala de una balanza de resorte que registra de 0 a 200 N, tiene una longitud de 10 cm. Un bloque suspendido de dicha balanza oscila verticalmente dando 120 vibraciones por minuto. Calcular la masa del bloque (considerar  $\pi^2 = 10$ ).

**Solución:**

Analizando el resorte con el peso de 0 a 200 N:



Analizando el resorte con el bloque de masa "m"

$$f = 120 \text{ rev/min}$$

$$f = 120 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 2 \frac{\text{rev}}{\text{s}}$$

$$\text{input type="checkbox"/> } T = \frac{1}{2} \text{ s}$$

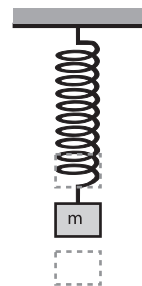
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$\frac{1}{2} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$\frac{1}{4\pi} = \sqrt{\frac{m}{2000}}$$

$$\frac{1}{16\pi^2} = \frac{m}{2000}$$

$$m = \frac{2000}{16 \times 10} \Rightarrow m = 12,5 \text{ kg}$$



5.- Un reloj pendular tiene un período de 2 segundos en un lugar donde  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Si se lleva dicho péndulo a un planeta "x", su nuevo período es de 4 segundos. ¿Cuánto vale la aceleración de la gravedad en ese planeta?

**Solución:**

Según la fórmula de péndulo simple:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

En la Tierra:

$$2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_t}} \dots\dots (1)$$

□ (2) : (1)

$$2 = \sqrt{\frac{g_t}{g_p}} \Rightarrow 4 = \frac{g_t}{g_p}$$

$$g_p = \frac{g_t}{4} \Rightarrow g_p = \frac{10}{4}$$

$$g_p = 2,5 \text{ m/s}^2$$

En el Planeta "x":

$$4 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_p}} \dots\dots (2)$$

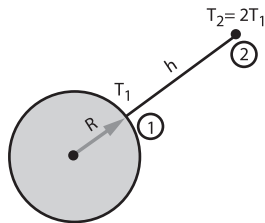
6.- ¿A qué altura sobre la superficie terrestre, el período de un péndulo se duplica?

Solución:

□ Recordar:

$$g_2 = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$g_1 = \frac{GM}{R^2}$$



□ Ahora:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\left(\frac{GM}{R^2}\right)}}$$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{LR^2}{GM}} \dots\dots (1)$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\left[\frac{GM}{(R+h)^2}\right]}}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L(R+h)^2}{GM}} \dots\dots (2)$$

□ (1) : (2)

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{R^2}{(R+h)^2}}$$

$$\frac{T_1}{2T_1} = \frac{R}{R+h} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{R}{R+h}$$

$$h=R$$

$$h = 6370 \text{ km}$$

Caso General:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{R+h_1}{R+h_2}$$

7.-

Un péndulo efectúa 10 vibraciones, otro péndulo, en el mismo tiempo que el primero realiza 6 vibraciones, la diferencia entre las longitudes de ambos péndulos es 16 cm. Hallar las longitudes de los péndulos.

Solución:

$$f_1 = 10 \text{ vib/u} \Rightarrow T_1 = \frac{1}{10} \text{ u}$$

$$f_2 = 6 \text{ vib/u} \Rightarrow T_2 = \frac{1}{6} \text{ u}$$

Siendo u : Unidad de tiempo.

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \Rightarrow \frac{1}{10} = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}} \Rightarrow \frac{1}{6} = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}$$

□  $T_1 : T_2$

$$\frac{6}{10} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

$$\frac{36}{100} = \frac{L_1}{L_2} \Rightarrow L_1 = 0,36L_2$$

□ Además:  $L_2 - L_1 = 16 \text{ cm}$  (dato)

$$L_2 - 0,36L_2 = 16 \Rightarrow 0,64L_2 = 16$$

$$L_1 = 9 \text{ cm}$$

$$L_2 = 25 \text{ cm}$$

8.-

Una onda transversal viajera en una cuerda es descrita por la ecuación:

$$y = 16\text{sen}\left(\pi x - \frac{3\pi t}{2}\right);$$

donde x, y son dados en cm, y el tiempo en segundos. Calcular "y" cuando  $x = 0,5 \text{ cm}$ ;  $t = (1/6) \text{ s}$ .

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} x = 0,5 \text{ cm} \\ t = \frac{1}{6} \text{ s} \end{array} \right\} y = ?$$

$$y = 16\text{sen}\left(\pi x - \frac{3\pi t}{2}\right)$$

$$y = 16\text{sen}\left[(\pi)(0,5) - \left(\frac{3\pi}{2}\right)\left(\frac{1}{6}\right)\right]$$

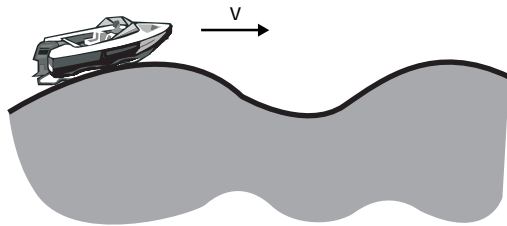
$$y = 16\text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow y = 16\text{sen}\frac{\pi}{4}$$

$$y = 16\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = 8\sqrt{2} \text{ cm}$$

9.- Un pescador, en un bote anclado, observa que éste flota efectuando 10 oscilaciones completas en 8 s, y que se invierten 4 s, para que la cresta de la ola recorra los 16 m de su bote. ¿Cuántas ondas completas existe en cualquier instante a lo largo de la longitud del bote?

Solución:

$f = \frac{10 \text{ ciclos}}{8 \text{ s}}$



Según el problema:

$$v = \frac{e}{t} = \frac{16}{4} \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

Se sabe:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \Rightarrow 4 = \lambda \left( \frac{10}{8} \right)$$

$$\lambda = 3,2 \text{ m}$$

Como quiera que el bote mide 16 m, el número de ondas que pasa por él será:

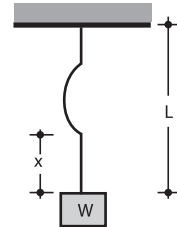
$$\text{N}^\circ \text{ de ondas} = \frac{16 \text{ m}}{3,2 \text{ m}}$$

**Nº de ondas = 5**

10.- Se suspende un peso "W" de una cuerda uniforme de longitud "L" y masa "M", tal como se muestra en la figura. Agitando transversalmente el extremo inferior se origina una onda, la cual se propaga a lo largo de dicha cuerda. En consecuencia, ¿cuál es la máxima velocidad de propagación?

Solución:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \dots\dots (1)$$



Para que v sea máximo, F tiene que ser también máximo. Nótese que la cuerda es vertical, por tanto "F" no es constante.

$$\text{input type="checkbox"/> } F = W + \left( \frac{Mg}{L} \right) x ; F_{\text{max}} \Rightarrow x = L$$

$$F_{\text{max}} = W + \left( \frac{Mg}{L} \right) L$$

$$F_{\text{max}} = W + Mg \dots\dots (2)$$

(2) en (1):

$$v = \sqrt{\frac{W + Mg}{M/L}}$$

$$v = \sqrt{\frac{WL}{M} + gL}$$

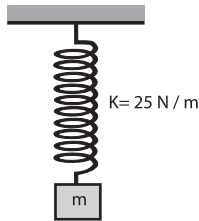


## PROBLEMAS PROPUESTOS

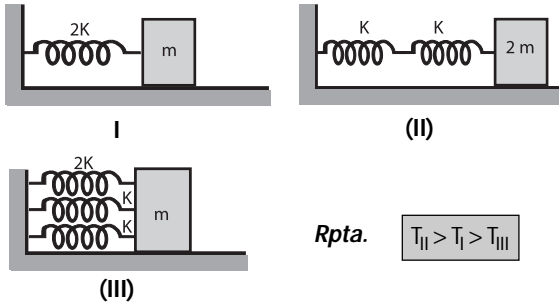
### ▲ PROBLEMAS DE APLICACIÓN

- 1.- En la figura mostrada, calcular el período de oscilación del cuerpo de masa  $m = 1$  kg.

**Rpta.**  $\frac{2\pi}{5} \text{ s}$



- 2.- Comparar los períodos de oscilación en cada caso.



**Rpta.**  $T_{II} > T_I > T_{III}$

- 3.- Un cuerpo pequeño de 0,10 kg está ejecutando un M.A.S. de 1 m de amplitud y 0,2 segundos de período. Si las oscilaciones son producidas por un resorte, ¿cuál es la constante de fuerza del resorte?  $\pi^2 = 9,8$ .

**Rpta.**  $98 \text{ N/m}$

- 4.- En un M.A.S. la relación entre la velocidad máxima y la aceleración máxima es  $2/\pi$ . Calcular el período del M.A.S.

**Rpta.**  $4 \text{ s}$

- 5.- Un péndulo simple tiene una longitud de 1,6 m. Calcular su período de oscilación ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

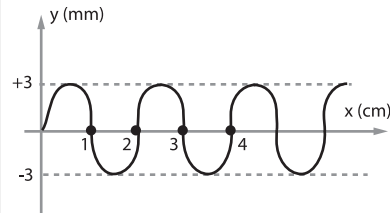
**Rpta.**  $0,8 \pi \text{ s}$

- 6.- Un péndulo simple oscila con un período de 0,6 s, si se lo lleva a la Luna. ¿Cuál será su nuevo período?

$(g_L = \frac{1}{6} g_t; g_t = 10 \text{ m/s}^2)$

**Rpta.**  $0,6\sqrt{6} \text{ s}$

- 7.- La onda que se muestra es emitida por un vibrador de 60 Hz. Calcular la velocidad de dicha onda.



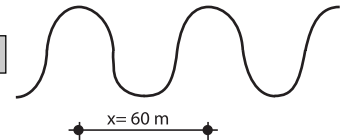
**Rpta.**  $1,2 \text{ m/s}$

- 8.- Una cuerda de 3 m tiene una masa de 120 g. ¿A qué velocidad se propagan las ondas transversales en la cuerda si se pone bajo una tensión de 4 N?

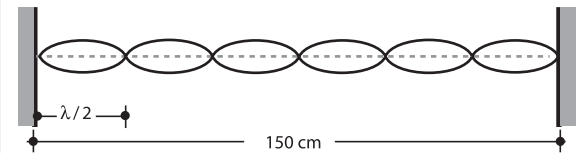
**Rpta.**  $10 \text{ m/s}$

- 9.- Un corcho flotando en el mar realiza 20 oscilaciones completas en 30 s, debido al movimiento de las aguas. Calcular la velocidad de propagación de la onda marina sabiendo que las aristas de las olas están separadas entre sí 60 m.

**Rpta.**  $40 \text{ m/s}$



- 10.- Una cuerda de 1,5 m y de 0,3 kg, contiene una onda estacionaria como muestra la figura, cuando la tensión es 180 N, calcular la frecuencia de oscilación.



**Rpta.**  $60 \text{ Hz}$

### ■ PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

- 1.- En un M.A.S. ¿a qué distancia del punto de equilibrio su velocidad es igual a la mitad de su velocidad máxima siendo la amplitud de oscilación  $A = 20$  cm?

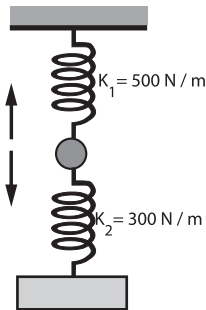
**Rpta.**  $17,3 \text{ cm}$

2.- Un bloque de 4 kg de masa, que está unido a un resorte de rigidez  $K = 9 \text{ N/m}$ , se encuentra oscilando verticalmente con una amplitud de 50 cm. Determinar a qué distancia se encuentra el bloque, de su posición de equilibrio en el instante que su velocidad es de 60 cm/s.

Rpta. 30 cm

3.- Si la masa de 2 kg está oscilando con una amplitud de 40 cm. Determinar la máxima velocidad que adquiere en su trayectoria.

Rpta. 8 m/s



4.- Un péndulo simple ejecuta 30 oscilaciones simples por minuto con una amplitud de 10 cm. Determinar su máxima velocidad.

Rpta.  $10\pi \text{ cm/s}$

5.- Dos péndulos de  $L_1 = 30 \text{ cm}$  y  $L_2 = 60 \text{ cm}$  se encuentran en lugares donde la aceleración de la gravedad son:  $g_1 = 10 \text{ m/s}^2$  y  $g_2 = 5 \text{ m/s}^2$ . Determine la relación de sus periodos ( $T_1/T_2$ ), sabiendo que la relación de sus masas pendulares son:  $m_1 = 2m_2$

Rpta. 1/2

6.- Un reloj de péndulo hecho en Tierra es llevado a un planeta desconocido donde la gravedad es 4 veces que la Tierra. Si el periodo en la Tierra es 1 hora, ¿cuál será el periodo en dicho planeta?

Rpta. 0,5 hora

7.- Un estudiante golpea el agua de una cubeta 4 veces por segundo y nota que la onda producida recorre 60 cm en 5 s. ¿Cuál es la longitud de onda del fenómeno?

Rpta.  $\lambda = 3 \text{ cm}$

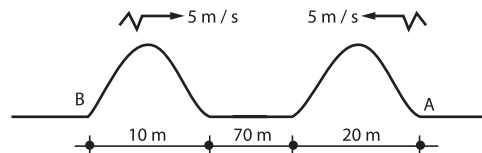
8.- La ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda es:

$$y = 4 \text{ sen } 2\pi \left( \frac{t}{0,1} - \frac{x}{20} \right);$$

donde las distancias están en cm y los tiempos en s. ¿Determinar el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación?

Rpta.  $T = 0,1 \text{ s}$   
 $f = 10 \text{ Hz}$   
 $\lambda = 20 \text{ cm}$   
 $v = 200 \text{ cm/s}$

9.- Dos pulsos de onda generados en una cuerda tensa se mueven como se observa en la figura. ¿Cuánto tiempo tardarán en pasar la una, sobre la otra?



Rpta. 10 s

10.- ¿Qué diferencia de fase habrá entre las vibraciones de 2 puntos que se encuentran respectivamente a las distancias de 10 y 16 m del centro de vibración?. El periodo de vibración de 0,04 s y su velocidad de propagación 300 m/s.

Rpta.  $\pi \text{ rad}$