



# Pensamiento Matemático en Educación Básica

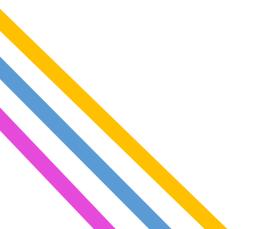
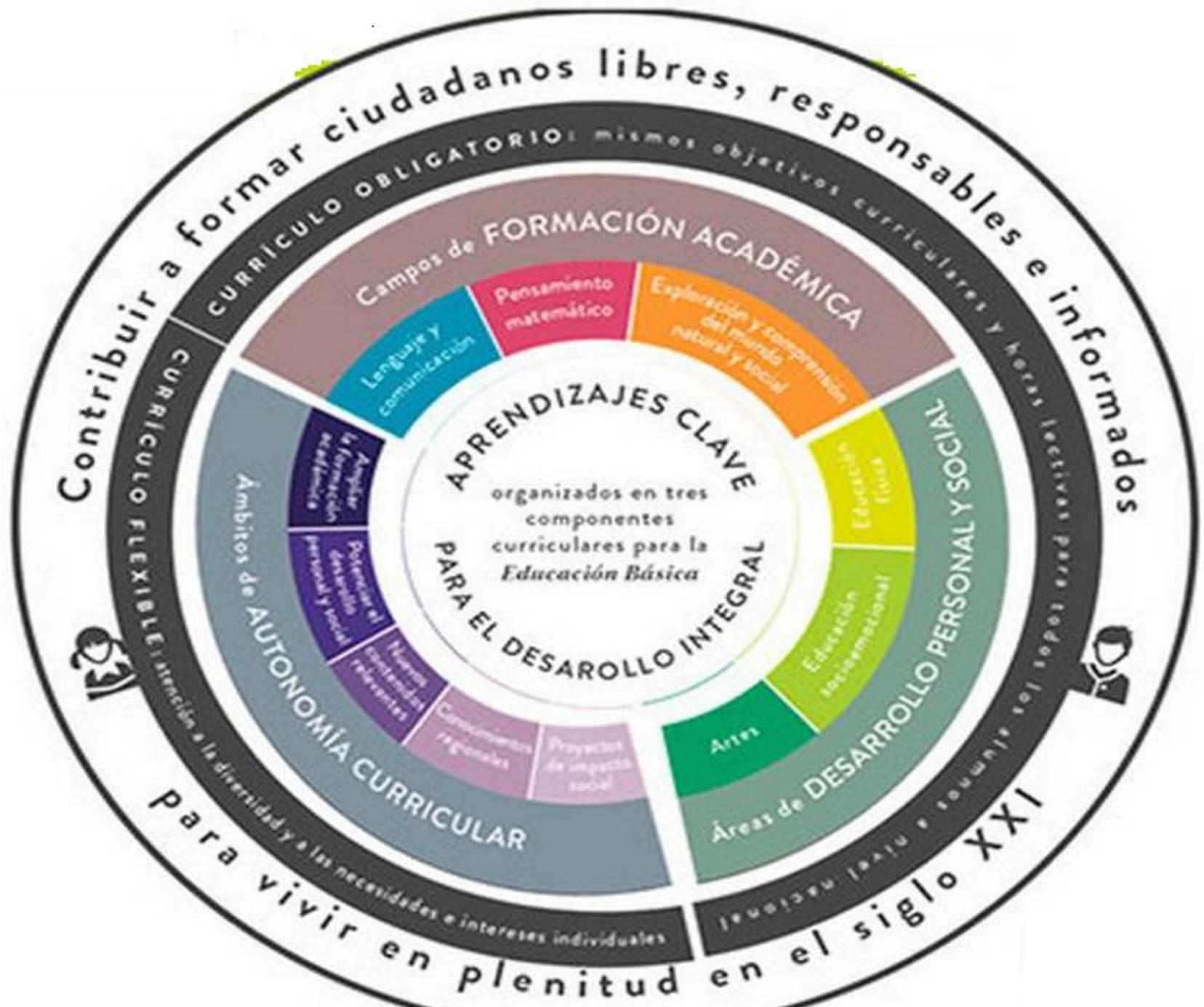
## La enseñanza de las matemáticas en el marco del modelo educativo actual

*Xalapa, Ver. Febrero 2019*  
*Mtra. María del Carmen Ortiz Flores*  
*mariaortizfloress@gmail.com*

# Objetivos

- **Reconocer** las características del enfoque didáctico que plantea el currículum vigente para el campo de Pensamiento Matemático (Modelo Educativo. SEP, 2017)
- Analizar las implicaciones para la enseñanza de las matemáticas para los distintos actores educativos considerando el enfoque didáctico.
- Proponer algunas sugerencias dentro de la didáctica de las matemáticas para fortalecer la práctica docente y el aprendizaje de sus estudiantes.







# Contenido

Recorrido didáctico-histórico de la Enseñanza de las Matemáticas

La propuesta actual sobre la enseñanza de las matemáticas

Qué saber para lograr que nuestros alumnos aprendan matemáticas

Implicaciones de la enseñanza de las matemáticas de las distintas figuras en el Sistema Educativo

Sugerencias para promover aprendizajes en el campo de Pensamiento Matemático

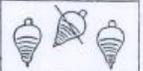
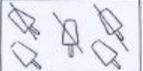
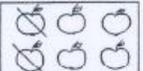
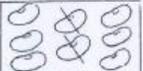
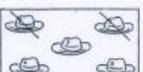
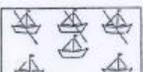
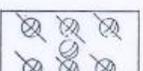
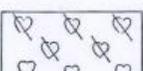


# Recorrido didáctico-histórico de la Enseñanza de las Matemáticas en México

(D. Block y A. Álvarez, 1999) (A. Ávila, 1988)





 3 - 1	 5 - 3
 6 - 2	 8 - 2
 7 - 4	 4 - 3
 5 - 2	 6 - 3
 7 - 6	 11 - 5

**Pedro vive en el campo.**

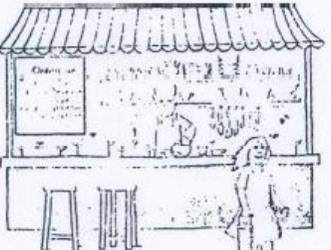
1. En el palomar tiene 10 palomas. Si regala 4, ¿cuántas le quedan? \_\_\_\_\_

2. Pedro le puso a la gallina Pinta 9 huevos. Ya nacieron 6 pollitos. ¿Cuántos faltan por salir? \_\_\_\_\_

3. Pedro tiene 8 patos, 3 son negros. ¿Cuántos son blancos? \_\_\_\_\_

4. La vaca dio 6 litros de leche. Pedro vendió 4. ¿Cuántos le quedaron? \_\_\_\_\_

5. La mamá de Pedro necesita 7 manzanas para hacer dulce. Tiene estas 3. ¿Cuántas le faltan? \_\_\_\_\_



Escribe lo que falta.

El arroz y la machaca cuestan  +  pesos o  pesos.  
 +  =

El consomé y el mole cuestan  +  pesos o  pesos.  
 +  =

El arroz y la cochinita cuestan  +  pesos o  pesos.  
 +  =

**¿Sobran o faltan?**





¿Cuando trabajo con mis  
alumnos qué reforma  
educativa pareciera estoy  
llevando al aula?



# 60's y 70's Actualización a nivel de conceptos de matemáticas

- Libro de texto y manual para el maestro
- Concepción de aprendizaje: repetición ejercicios, memorización de reglas, fórmulas y definiciones
- Manejo poco preciso del lenguaje matemático, identificación con objetos concretos y reducción de reglas.
- Reforma curricular en Matemáticas: matemáticas modernas.
- Influencia del gremio matemático en el diseño curricular.
- Propósito: que los niños aprendieran estructuras más que contenidos específicos, por medio del descubrimiento
- Actualización de los conceptos matemáticos a enseñar, su definición, de sus propiedades, del lenguaje matemático
- Se produce el libro de texto del alumno y un “auxiliar didáctico para el maestro”.

*Tensión entre recuperar los contextos familiares en los que funcionan los conocimientos o el alejarse de éstos para poder destacar aspectos más generales de la noción.*

# Manipulación de Objetos

80's

- Propósito: integrar los contenidos relativos a las distintas disciplinas en torno a “núcleos integradores”: la familia / la comunicación....
- Lógica y conjuntos -> Eliminado  
“El pensamiento lógico se debe propiciar al trabajar con los contenidos específicos de matemáticas”
- La matemática se comprende a partir de casos particulares, de “problemas reales”
- Influencia de psicólogos (Piaget)

La atención hacia el proceso de aprendizaje del niño y a los métodos de enseñanza.

Se ubican algunos contenidos considerando etapas de desarrollo (Piaget)

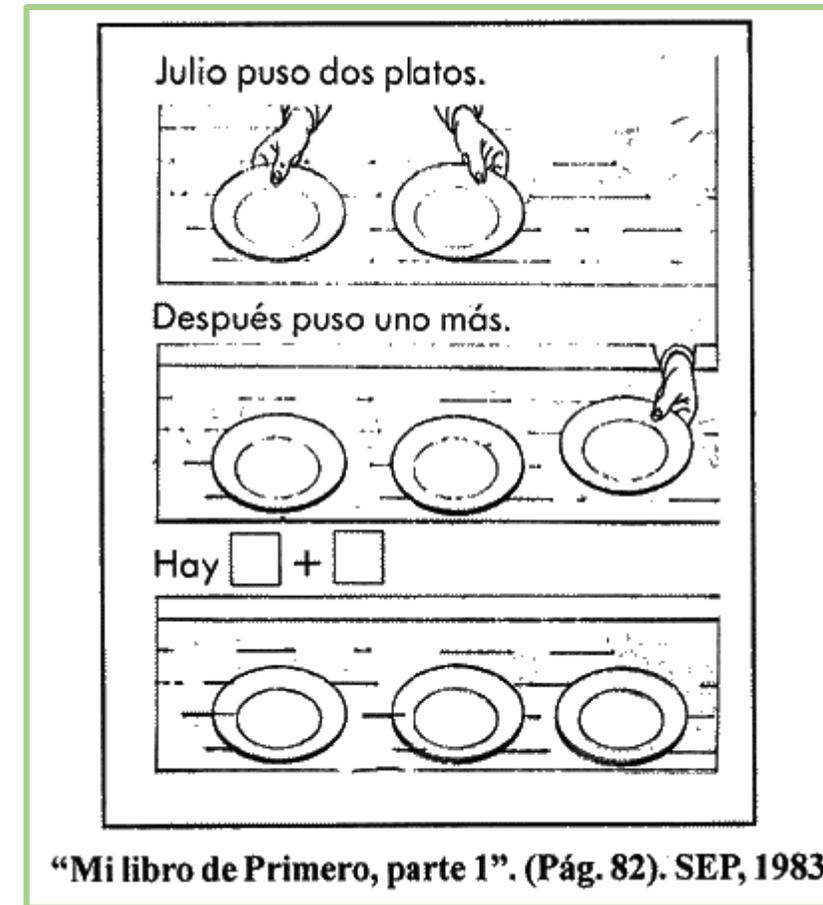
Énfasis en la manipulación de objetos concretos  
Objetos > Nivel gráfico > Nivel simbólico

- Materiales para la enseñanza: Libro para el niño, material recortable y libro para el maestro.

Veamos como ejemplo la actividad que se sugiere en el libro para el maestro (SEP, 1983a) para el número “tres”:

El propósito expresado es que el alumno “relacione colecciones de tres objetos con sus representaciones verbales y simbólicas” A continuación se propone:

- ❑ Forme colecciones de uno y dos elementos escribiendo el número y la palabra correspondiente
- ❑ Ponga un objeto más en algunas de sus colecciones de dos elementos.
- ❑ Resuelva el ejercicio de su libro (L. pag. 82)
- ❑ Compare estas nuevas colecciones con las de dos y las de uno y vea si puede asignarles alguno de los números que conoce.
- ❑ Use la palabra tres para referirse a cada una de sus nuevas colecciones
- ❑ Escriba en el libro el número 3 junto a cada dibujo (L. pag. 83)
- ❑ Divida en grupos las colecciones de elementos ya formados y, para cada una, indique que se puede nombrar como: “dos y uno” o “dos más uno” o “uno y dos” o “uno más dos” o “uno más uno más uno” según sea el caso, y que estas palabras se escriben simbólicamente: “1+2”o “2+1”o “1+1+1”
- ❑ Exprese verbalmente que “tres es lo mismo que dos más uno”, o bien “tres es igual a dos más uno”, etc.
- ❑ Señale ejemplos de conjuntos de tres elementos que encuentre a su alrededor
- ❑ Identifique situaciones donde se aplique el número 3
- ❑ (...)

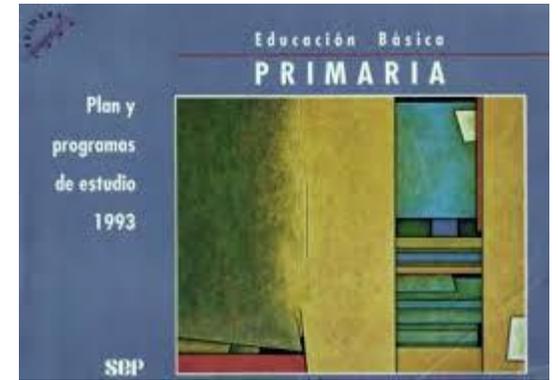


Manipulación (dirigida) de Objetos

80's

# 90's Hacia un nuevo papel de los problemas

- Boom didáctico: investigación sobre los procesos de enseñanza.
- Se pretende estudiar las condiciones didácticas que pueden favorecer el aprendizaje de las matemáticas (concepción epistemológica piagetana)



“Si el conocimiento se construye por adaptación a un medio que ofrece resistencias, el problema didáctico está en construir y estudiar ese medio para propiciar aprendizajes matemáticos” (G. Brousseau, 1987)

- Dos características del enfoque de los 90's:

**Peso al aspecto de los significados de los conceptos en distintos contextos**

**La resolución de problemas como actividad fundamental**

Materiales: libro de texto para el alumno, fichero de actividades didácticas para el maestro, libro por grado para el maestro y una avance programático

# 90's

- Actividad del alumno:  
No se trata ya de dictar al alumno instrucciones que guían su acción, sino de plantear un problema que lo lleve **decidir** acciones que realizará.
- Calidad del problema planteado:  
Hace que el alumno ponga en marcha en algún momento recursos a los que subyace la noción matemática que se busca se aprenda.
- Importancia de las consignas y restricciones

14

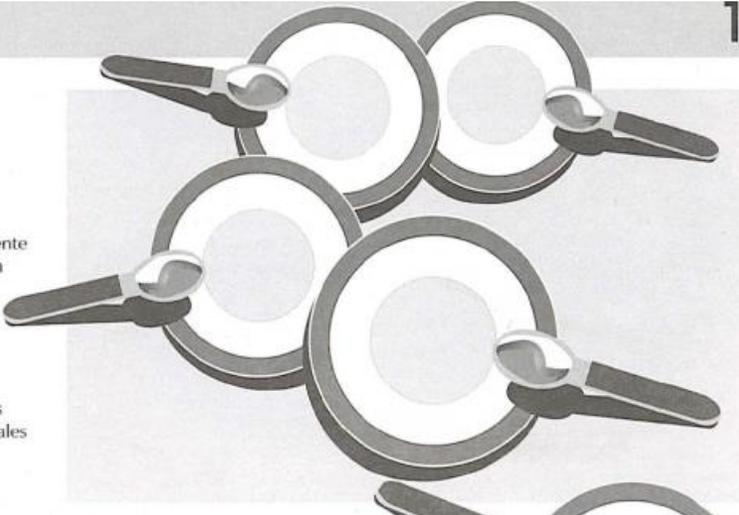
## Platos y cucharas I

- Que los alumnos cuenten oralmente la cantidad de objetos que tienen diversas colecciones.
- Comuniquen cantidades a través de mensajes orales.
- Utilicen representaciones gráficas no convencionales y convencionales para expresar cantidades.

**Materiales**  
Para cada equipo: hasta 30 tapaderas de frascos.  
Para todo el grupo: una caja con 100 palitos.

**Versión 1**  
Se organizan equipos de cuatro niños. Un equipo pasa al frente del salón y se encarga de entregar los palitos, que representan cucharas. A los demás equipos se les asigna una cantidad diferente de tapaderas, que representan platos (hasta diez en el bloque I y hasta quince en el bloque II).  
Cada equipo cuenta sus "platos" y manda a un representante para que pida *oralmente* las "cucharas" que necesita para poner una sobre cada plato. Ganan los equipos que en el primer intento coloquen las cucharas, sin que le sobren o le falten. Cuando sobren o falten cucharas, se les ayuda a averiguar quién se equivocó, si el equipo que hizo el pedido o el que entregó las cucharas. Finalmente, las cucharas se guardan de nuevo en la caja. La actividad se repite varias veces en cada sesión. El maestro entrega cada vez una cantidad diferente de platos y cambia a los niños encargados de entregar las cucharas. Los equipos que sepan contar más allá del 10 pueden recibir cantidades más grandes de platos.

**Versión 2**  
Se realiza la misma actividad, sólo que ahora los pedidos se harán gráficamente. Se pueden utilizar dibujos o cualquier otra representación gráfica.



# 2004, 2006, 2009

- Enfoque didáctico igual 1993: propone estudiar y aprender matemáticas mediante la resolución de problemas
  - Es necesario enseñar matemáticas de manera graduada y articulada, de tal manera que los alumnos vayan encontrando sentido a lo aprendido.
- Articulación entre los niveles de la educación básica. Una sola forma de organizar los contenidos, en tres ejes temáticos que son:

- ✓ Sentido numérico y pensamiento algebraico
- ✓ Forma, espacio y medida
- ✓ Manejo de la información

- Conocimiento de reglas, algoritmos y fórmulas. Uso flexible.
- Razonamiento vs memorización
- Establecen competencias matemáticas



**Preescolar. Campos formativos  
Vincular y articular primaria y secundaria**

# 2004, 2006, 2009

## Sentido numérico\* y pensamiento algebraico

- Estudio de la aritmética y el álgebra
- La modelización de situaciones mediante el uso del lenguaje matemático.
- La exploración de propiedades aritméticas que en la secundaria podrán ser formuladas y validadas con el álgebra.
- La puesta en juego de diferentes formas de representar y efectuar cálculos.

## Forma espacio y medida\*

- Estudio de la geometría y medición
- Explorar las características y propiedades de las figuras geométricas.
- Generar condiciones para que los alumnos ingresen en un trabajo con características deductivas.
- Conocer los principios básicos de la ubicación espacial y el cálculo geométrico.

## Manejo de la información

- Formular preguntas y recabar, organizar, analizar, interpretar y presentar la información que da respuesta a dichas preguntas.
- Conocer los principios básicos de la aleatoriedad.
- Vincular el estudio de las matemáticas con el de otras asignaturas.

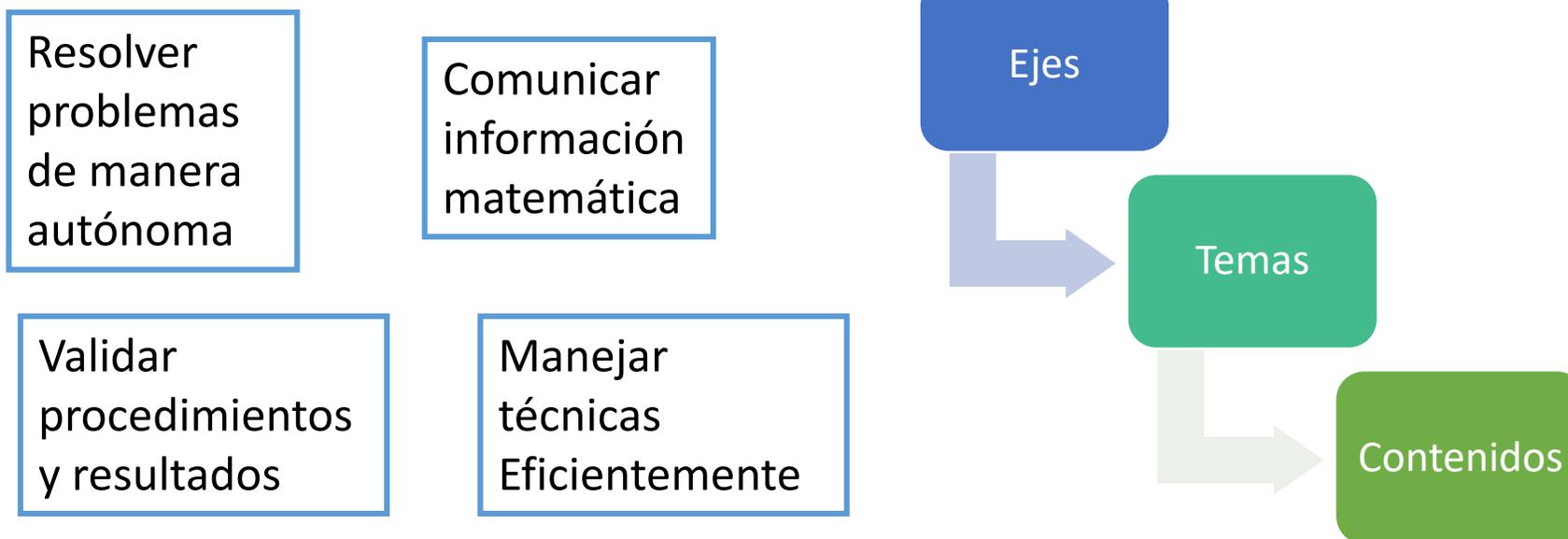
Organización por bloques temáticos  
Aprendizajes esperados

El planteamiento central: utilizar secuencias de situaciones problemáticas que les permitan

- despertar el interés de los alumnos
- reflexionar
- encontrar diferentes formas de resolver los problemas
- formular argumentos que validen los resultados.

Las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y las habilidades que se quieren desarrollar.

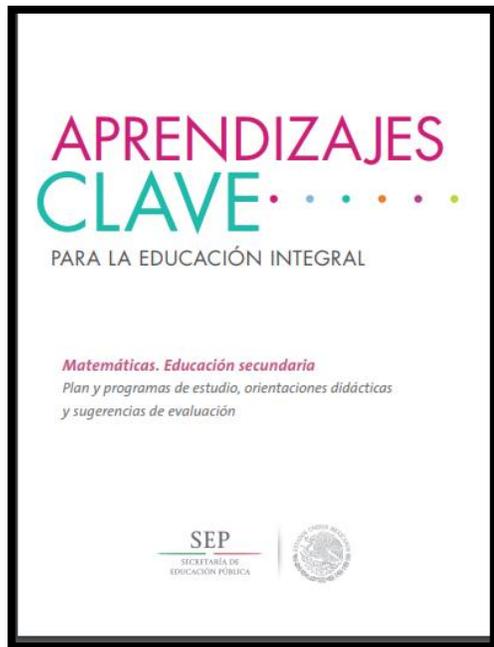
Complejidad adecuada de las situaciones didácticas





¿Cuando trabajo con mis  
alumnos qué reforma  
educativa pareciera estoy  
llevando al aula?





# La propuesta actual para el aprendizaje de las matemáticas





¿Qué debemos lograr que  
alcancen nuestros alumnos  
en el campo de  
Pensamiento Matemático  
desde el sistema educativo?



# Los alumnos...

- Resuelvan problemas que requieren el uso de conocimientos de aritmética, álgebra, geometría, estadística y probabilidad
- Utilicen el pensamiento matemático al formular explicaciones, aplicar métodos, poner en práctica algoritmos, desarrollar estrategias de generalización y particularización;
- Comprendan la necesidad de justificar y argumentar sus planteamientos y la importancia de identificar patrones y relaciones como medio para encontrar la solución a un problema,





# Los alumnos...

- Desarrollen un componente afectivo y actitudinal que requiere que los estudiantes aprendan a escuchar a los demás
- Identifiquen el error como fuente de aprendizaje
- Se interesen, se involucren y persistan en encontrar la resolución a los problemas
- Ganen confianza en sí mismos y se convenzan de que las matemáticas son útiles e interesantes





# ¿Cómo hacerlo?

- **Apropiándonos del enfoque**
- **Alcanzando los propósitos de cada nivel**
- **Logrando los aprendizajes clave (esperados)**





# RESOLUCIÓN DE

P

R

O

B

L

E

M

A

S

Meta de aprendizaje

Medio para aprender y fomentar el gusto

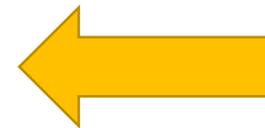
Uso **flexible** de conceptos, técnicas, métodos o contenidos en general, aprendidos previamente

Desarrollan procedimientos de resolución que no necesariamente les han sido enseñados con anterioridad.

En ambos casos, los estudiantes...

- ✓ analizan, comparan y obtienen conclusiones con ayuda del profesor
- ✓ defienden sus ideas y aprenden a escuchar a los demás
- ✓ relacionan lo que saben con nuevos conocimientos
- ✓ se interesan en las actividades que el profesor les plantea, es decir, disfrutan haciendo matemáticas

- Fenómenos de las ciencias naturales o sociales
- Algunas cuestiones de la vida cotidiana y de las matemáticas mismas
- Situaciones lúdicas



**Autenticidad  
de los  
contextos**

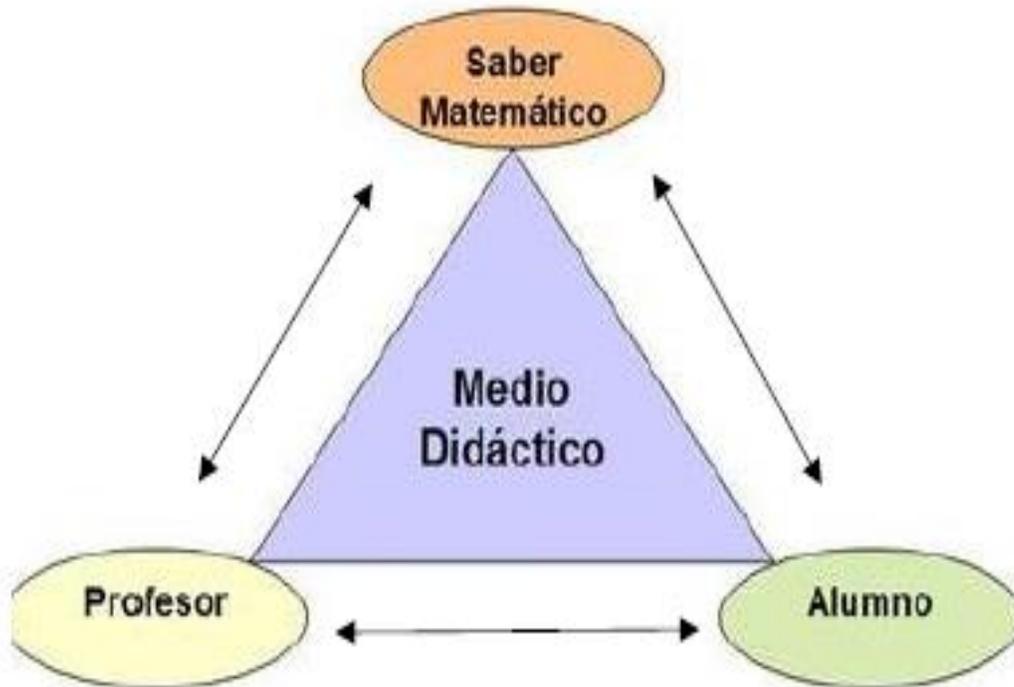


# Triada Didáctica

*El sentido de un conocimiento matemático se define:*

- por la colección de situaciones donde el sujeto lo ha encontrado como medio de solución,*
- por el conjunto de concepciones que rechaza, de errores que evita, de economías que procura, de formulaciones que retoma, etc.*

*Brousseau (1983)*



Sentido  
interno

Sentido  
externo



# PROPÓSITOS (secundaria)

**1. Utilizar** de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números enteros, fraccionarios y decimales positivos y negativos.

**2. Perfeccionar** las técnicas para calcular valores faltantes en problemas de proporcionalidad y cálculo de porcentajes.

**3. Resolver** problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado.

**4. Modelar** situaciones de variación lineal, cuadrática y de proporcionalidad inversa; y definir patrones mediante expresiones algebraicas.



# PROPÓSITOS (secundaria)

**5. Razonar** deductivamente al identificar y usar las propiedades de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares, y del círculo. Asimismo, a partir del análisis de casos particulares, generalizar los procedimientos para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y justificar las fórmulas para calcularlos.

**6. Expresar e interpretar** medidas con distintos tipos de unidad, y utilizar herramientas como el teorema de Pitágoras, la semejanza y las razones trigonométricas, para estimar y calcular longitudes.

**9. Calcular** la probabilidad clásica y frecuencia de eventos simples y mutuamente excluyentes en experimentos aleatorios.

**7. Elegir** la forma de organización y representación —tabular, algebraica o grafica— más adecuada para comunicar información matemática.

**8. Conocer** las medidas de tendencia central y decidir cuándo y cómo aplicarlas en el análisis de datos y la resolución de problemas.



# PROPÓSITOS (secundaria)

**1. Utilizar** de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números enteros, fraccionarios y decimales positivos y negativos.

**2. Perfeccionar** las técnicas para calcular valores faltantes en problemas de proporcionalidad y cálculo de porcentajes.

**3. Resolver** problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado.

**4. Modelar** situaciones de variación lineal, cuadrática y de proporcionalidad inversa; y definir patrones mediante expresiones algebraicas.



# Organizadores Curriculares

## NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN

- NÚMERO
- ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN
- MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN
- PROPORCIONALIDAD
- ECUACIONES
- FUNCIONES
- PATRONES, FIGURAS GEOMÉTRICAS Y EXPRESIONES EQUIVALENTES

## FORMA, ESPACIO Y MEDIDA

- UBICACIÓN ESPACIAL
- FIGURAS Y CUERPOS GEOMÉTRICOS
- MAGNITUDES Y MEDIDAS

## ANÁLISIS DE DATOS

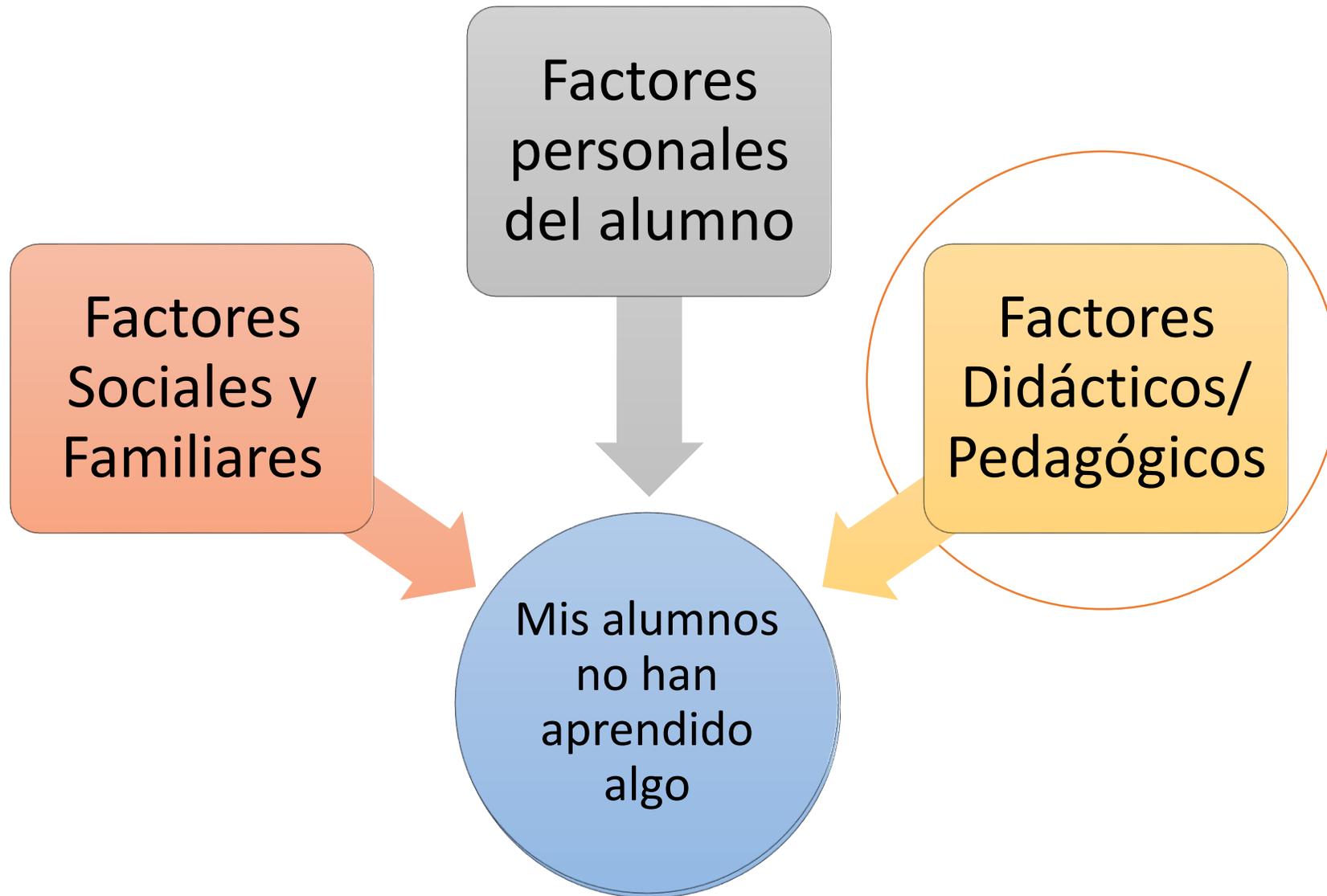
- ESTADÍSTICA
- PROBABILIDAD





Qué saber para lograr que nuestros  
alumnos aprendan matemáticas





## Conocimiento Disciplinar

- Saber resolver operaciones básicas
- Conocer como se obtiene el área de una figura geométrica
- Identificar las partes que conforman un cuerpo geométrico

## Conocimiento Psicogenético

- Identificar las fases por las que deben transitar mis alumnos para construir determinado conocimiento matemático.
- Conocer los errores y dificultades los alumnos pueden tener en su proceso.

## Conocimiento Didáctico

- Planear secuencias didácticas que ayuden a los alumnos a transitar por todas las fases necesarias.
- Identificar elementos de las situaciones didácticas ya propuestas para transitar por todas las fases
- Conocer qué hacer en caso de que se presenten los errores y dificultades.
- Saber cómo evaluar y retroalimentar al alumno sobre eso que quiero que aprenda

## Conocimiento Curricular

- Conocer el lugar que tiene en el plan curricular lo que quiero que aprendan mis alumnos
- Identificar el lugar y papel que juegan lo que quiero que aprendan dentro de la secuencia curricular
- Apropiarse del enfoque didáctico determinado en el plan de estudio
- Hacer suyo el NUEVO MODELO EDUCATIVO!!!

Factores didácticos/  
Pedagógicos

S. García (2014)

1. Utilizar de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números enteros, fraccionarios y decimales positivos y negativos.

¿Cuál es el resultado correcto al resolver la operación  $\frac{1}{5} + \frac{1}{2}$  ?

A.  $\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{7}{10}$

B.  $\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2}{7}$

C.  $\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

D.  $\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2}{10}$

**23% Respuesta correcta**

**77% Respuesta poco razonable**



$$\begin{array}{r} 704 \\ - 199 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 6914 \\ - \cancel{7} \cancel{0} 4 \\ - 199 \\ \hline 505 \end{array}$$



199 para 200 es 1,  
200 para 704 son 504.  
Sumamos 1 + 504,  
el resultado es 505.



Si a los dos números que  
queremos restar, 704 y 199,  
les sumamos 1, obtenemos  
705 y 200.  
Resolvemos  $705 - 200 = 505$ .



A 704 le quito 200 y quedan  
504, pero como sólo le tenía  
que quitar 199, a 504 le tengo  
que agregar 1. Queda 505.



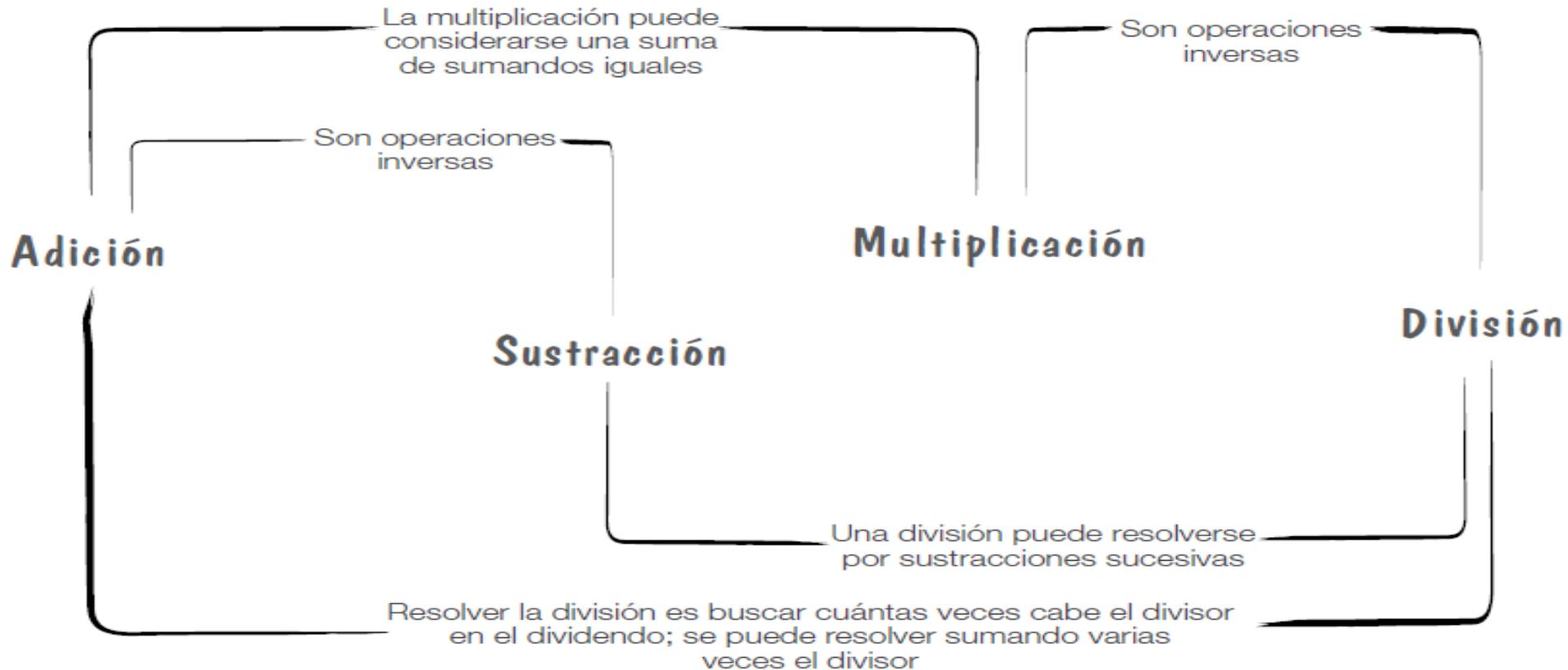
# Sentido Numérico - Aritmética

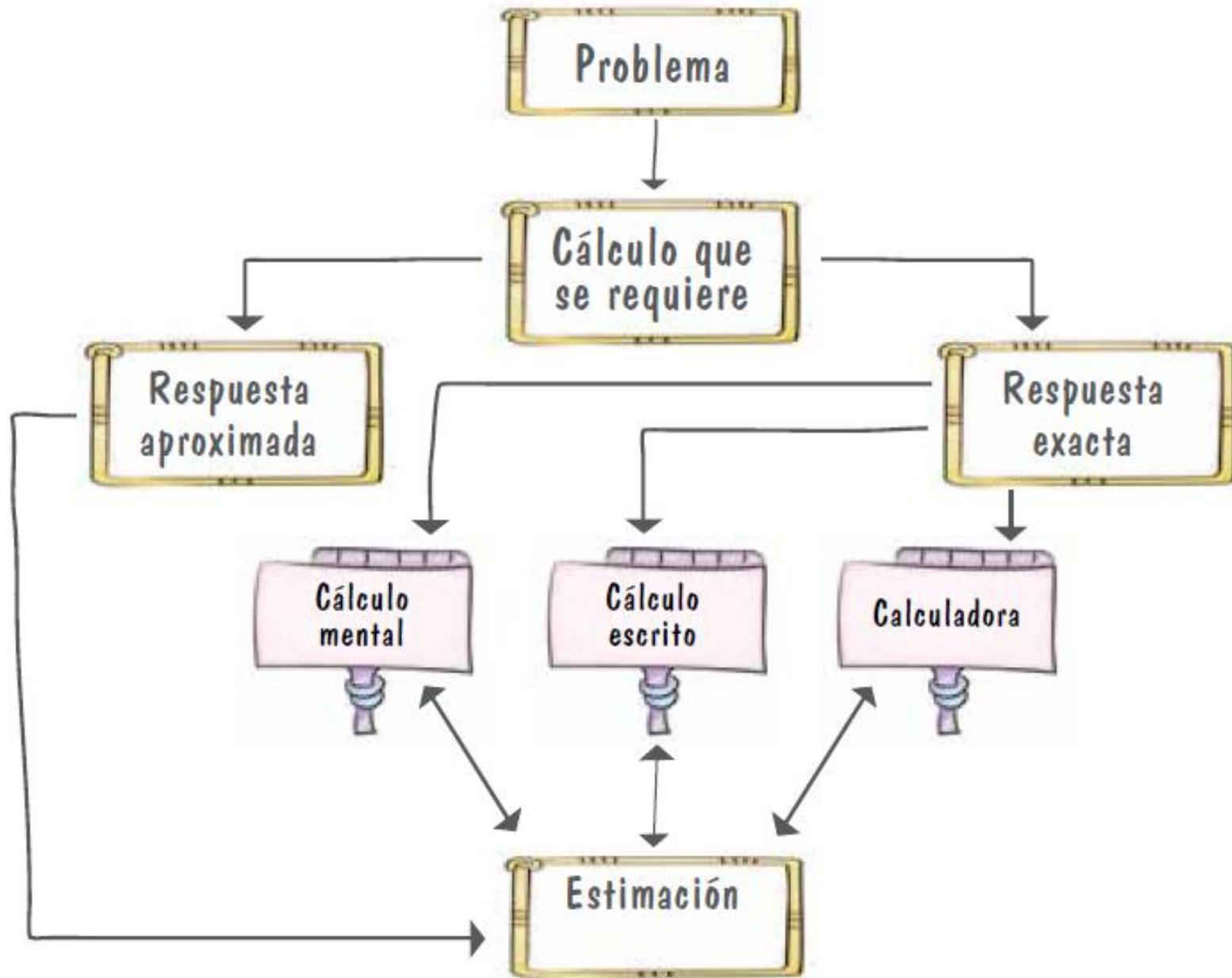
Adición

Multiplicación

Sustracción

División







Implicaciones de la enseñanza  
de las matemáticas de las  
distintas figuras en el Sistema  
Educativo



Sugerencias para la  
práctica docente en el  
área de Pensamiento  
Matemático



# DOCENTE



- Comprender la situación que implica el problema
- Plantear rutas de solución
- Trabajo en equipo
- Manejo adecuado del tiempo
- Diversificar el tipo de problemas
- Compartir experiencias con otros profesores





Seleccionar y adecuar los problemas que propondrá a los estudiantes.

Organizar los problemas (y a los alumnos) para el trabajo en el aula

Promover la reflexión sobre sus hipótesis a través de preguntas y contraejemplos

Impulsar a buscar nuevas explicaciones o nuevos procedimientos

Promover y coordinar la discusión sobre las ideas que elaboran los estudiantes acerca de las situaciones planteadas, para que logren explicar el porque de sus respuestas y reflexionen acerca de su aprendizaje.





## Consideraciones para la PLANEACIÓN:

## DOCENTE

Descripción de la actividad	Consigna	Reglas	Conocimientos matemáticos centrales
Posibles procedimientos		Posibles errores y/o dificultades	
Intervenciones docentes			
Mientras los alumnos juegan o resuelven la situación			
Mientras comparan procedimientos y/o posibles procedimientos			
En el cierre de la situación			
En caso de que se presenten dificultades y/o errores previstas.			

- Comprender la situación que implica el problema
- Plantear rutas de solución
- Trabajo en equipo
- Manejo adecuado del tiempo
- Diversificar el tipo de problemas



¿En qué parte de la lección me detendré?

¿Qué organización grupal utilizaré?

¿Qué procedimientos o propuestas de solución podrían proponer mis alumnos?

¿En qué parte podrían tener dificultades?, ¿Cómo leeré sus errores?

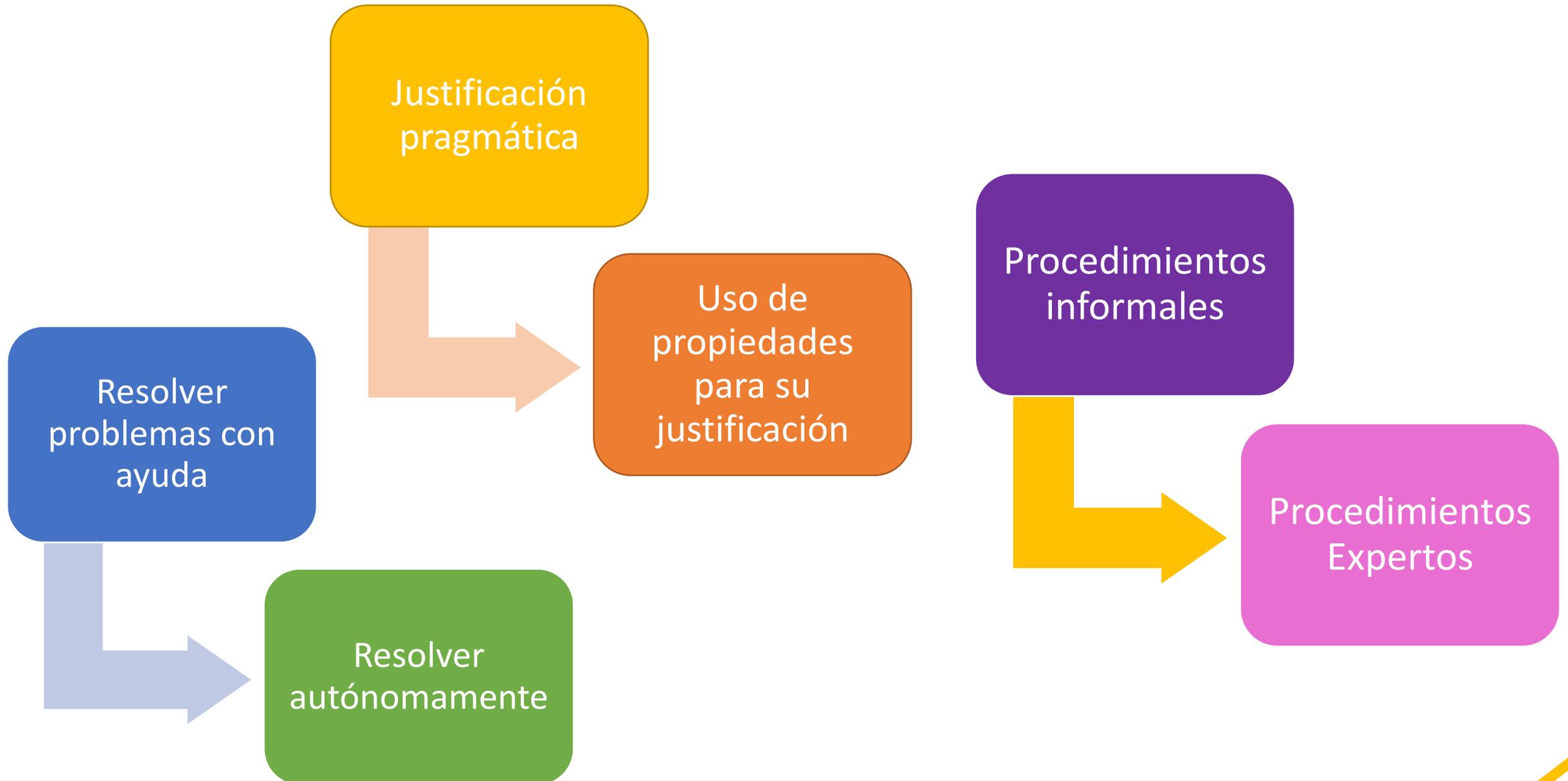
¿Qué voy a preguntarles o decirles cuando tengan dificultades?

¿Qué de todo lo que realicemos me dará evidencia de su avance en la construcción de AC?



Consideraciones para la EVALUACIÓN:

DOCENTE



# DIRECTORES, ATP y SUPERVISORES

- Asumir la responsabilidad de los aprendizajes de los alumnos, de los resultados que se han obtenido.
- Asesorar y acompañar.
- Tener referentes específicos para la observación, **realimentación** y acompañamiento.



## DOS DOMINIOS:

- Dominio general de la clase.
- Dominio gestión de la enseñanza de las matemáticas

## 11 DIMENSIONES

# DIRECTORES, ATP y SUPERVISORES

- Dominio gestión de la enseñanza de las matemáticas:
  - Promoción del lenguaje matemático
  - Diversidad de representaciones
  - Diversidad de procedimientos o estrategias
  - Promoción del pensamiento en torno a las matemáticas
  - Uso de los errores y dificultades como instancia de aprendizaje
  - Uso de las producciones matemáticas de los estudiantes
  - Cierre matemático de la actividad
  - Errores matemáticos





## 5. Diversidad de representaciones

Se observa si el profesor o los estudiantes utilizan distintas representaciones para el desarrollo de la actividad matemática y si se explicita la conexión entre ellas. Tanto las representaciones como las conexiones pueden ser propuestas por el profesor o los estudiantes.

El uso de distintas representaciones se refiere a:

- La utilización de más de una representación en un mismo sistema (concreto, gráfico, numérico, simbólico, etcétera),
- La utilización de más de una representación en distintos sistemas.

La conexión entre representaciones se observa cuando el profesor o un estudiante las compara estableciendo equivalencias, similitudes, diferencias o limitaciones.

No se valora: un tipo de representación por sobre otro, la pertinencia de la representación para estudiar el tema de la clase, el uso preciso de la representación.

Incipiente	Medio	Competente
No se utilizan representaciones. O se utiliza sólo una representación. O el profesor coarta la posibilidad de que se utilice más de una representación.	Se utilizan dos o más representaciones, pero no se explicita la conexión entre ellas.	Se utilizan dos o más representaciones, explicitando la conexión entre ellas.

# COMENTARIOS FINALES

El “currículo real” que cada maestro teje día a día en su salón de clase, con cada grupo de alumnos, se constituye’... a partir de diversas fuentes, desde su experiencia como alumno, los saberes que comparte con sus colegas, su formación y actualización como maestro”

(E. Rockwell y E. Mercado, 1986)





Por su atención, gracias.

*Mtra. María del Carmen Ortiz Flores*  
*mariaortizfloress@gmail.com*

