

**PENYELESAIAN *CAPACITATED CLOSED VEHICLE ROUTING PROBLEM*
WITH TIME WINDOWS MENGGUNAKAN *BIASED RANDOM KEY*
GENETIC ALGORITHM DENGAN POPULASI
TERDEGRADASI (BRKGA-PD)**



PUBLIKASI ILMIAH

**Disusun sebagai salah satu syarat menyelesaikan Program Studi Strata I pada Jurusan
Teknik Industri Fakultas Teknik**

Oleh:

LISTY AVRI CHRISTIANA

D 600 120 039

**PROGRAM STUDI TEKNIK INDUSTRI
FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH SURAKARTA**

2016

HALAMAN PERSETUJUAN

PENYELESAIAN *CAPACITATED CLOSED VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH TIME WINDOWS* MENGGUNAKAN *BIASED RANDOM KEY GENETIC ALGORITHM* DENGAN POPULASI TERDEGRADASI (BRKGA-PD)

PUBLIKASI ILMIAH

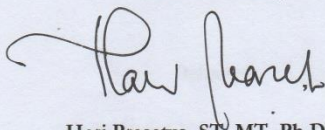
oleh:

LISTY AVRI CHRISTIANA

D 600 120 039

Telah diperiksa dan disetujui untuk diuji oleh:

Dosen Pembimbing



Hari Prasetyo, ST, MT, Ph.D.

NIK.886

HALAMAN PENGESAHAN

**PENYELESAIAN CAPACITATED CLOSED VEHICLE ROUTING PROBLEM
WITH TIME WINDOWS MENGGUNAKAN BIASED RANDOM KEY
GENETIC ALGORITHM DENGAN POPULASI
TERDEGRADASI (BRKGA-PD)**

OLEH

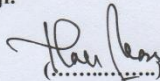
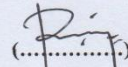
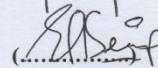
LISTY AVRI CHRISTIANA

D 600 120 039


Telah dipertahankan di depan Dewan Penguji
Fakultas Teknik
Universitas Muhammadiyah Surakarta
Pada hari ~~Jumat~~, 12 Agustus 2016
dan dinyatakan telah memenuhi syarat

Dewan Penguji:

1. Hari Prasetyo, ST, MT, Ph.D
(Ketua Dewan Penguji)
2. Ratnanto Fitriadi, ST, MT
(Anggota I Dewan Penguji)
3. Eko Setiawan, ST, MT, Ph.D
(Anggota II Dewan Penguji)


.....

.....

.....

Dekan,



Ir. Sri Sunarjono, MT, Ph.D
NIK. 628

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu perguruan tinggi dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali secara tertulis diacu dalam naskah dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Apabila kelak terbukti ada ketidakbenaran dalam pernyataan saya di atas, maka akan saya pertanggungjawabkan sepenuhnya.

Surakarta, 12 Agustus, 2016

Penulis



LISTY AVRI CHRISTIANA

D 600 120 039

PENYELESAIAN *CAPACITATED CLOSED VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH TIME WINDOWS* MENGGUNAKAN *BIASED RANDOM KEY GENETIC ALGORITHM* DENGAN POPULASI TERDEGRADASI (BRKGA-PD)

Abstrak

Penelitian ini menyajikan sebuah rancangan *Biased Random Key Genetic Algorithm* dengan populasi terdegradasi (BRKGA-PD) untuk menyelesaikan *Capacitated Closed Vehicle Routing Problem with Time Windows* (CCVRPTW) pada pendistribusian *soft drink*. Tujuannya adalah bagaimana menentukan beberapa rute tertutup dalam memenuhi permintaan konsumen dengan batasan waktu dan batasan kapasitas kendaraan yang digunakan, sehingga total biaya pendistribusian tersebut minimal. Algoritma yang diusulkan ini mengadopsi kepunahan bertahap pada populasi, yakni ukuran menurun seiring dengan iterasi pada proses pembentukan generasi baru. BRKGA-PD dikodekan menggunakan bahasa pemrograman *Matlab*, sementara penyetelan parameter terbaik dilakukan melalui percobaan numerik. Solusi yang dihasilkan dari BRKGA-PD berupa subrute dengan biaya pendistribusian yang minimum. Unjuk kerja dari algoritma ini kemudian dibandingkan dengan dua metode lainnya yaitu BRKGA standar dan metode heuristik. Dari hasil penelitian, dapat disimpulkan: (1) metode BRKGA-PD mampu memperbaiki BRKGA standar dalam hal total biaya distribusi yang diperolehnya, (2) BRKGA-PD juga lebih baik dibandingkan dengan metode heuristik yang dilakukan Sembiring (2008) karena dapat lebih menghemat biaya sebesar Rp. 92.662,00.

Kata Kunci: BRKGA, CCVRPTW, populasi terdegradasi, *routing problem*

Abstract

This research presents a *Biased Random Key Genetic Algorithm* with degraded population (BRKGA-PD) to address the *Capacitated Closed Vehicle Routing Problem with Time Windows* (CCVRPTW) in distributing soft drink. The objective is to determine some closed routes to meet the consumer demand incorporating the time constraint and the capacity constraint of the vehicle used so that the total cost of distribution is minimum. The proposed algorithm adopted an incremental extinction of the population, i.e. the size of population decreases gradually along with iterations on the process of forming the new generation. BRKGA-PD is encoded using the *Matlab* programming language while the best parameter setting is obtained through extensive numerical tests. The obtained solution of the BRKGA-PD is sub routes with minimum distribution cost. The performance of the algorithm is compared with two other methods, the standard BRKGA and a heuristic. From this research, it is concluded that: (1) in terms of the total distribution cost, the BRKGA-PD is able to improve the standard BRKGA and (2) the BRKGA-PD also outperforms the heuristic method, as it can save the cost by Rp. 92,662.00.

Keywords: BRKGA, CCVRPTW, population degradation, *routing problem*

1. PENDAHULUAN

Vehicle Routing Problem (VRP) merupakan sebuah permasalahan optimisasi yang terdiri bagaimana cara menentukan rute pendistribusian agar efisien. Pada VRP, proses pendistribusian umumnya melibatkan depot tunggal untuk melayani sejumlah *outlet* atau konsumen yang tersebar. Tujuannya adalah bagaimana menentukan urutan pengiriman (rute) agar semua permintaan konsumen dapat terpenuhi dan total jarak yang ditempuh oleh kendaraan tersebut minimal sehingga biaya distribusi minimal. Permasalahan VRP banyak dijumpai di berbagai hal misalnya pendistribusian produk, pengangkutan sampah, pengantaran koran, dan sebagainya. Tidak semua perusahaan tersebut menggunakan jenis kendaraan yang sama. Selain jenis kendaraan (*vehicle*), tentunya terdapat berbagai hal lain yang menjadi konstrain seperti biaya perjalanan, jangka waktu, dan sebagainya sehingga perlu untuk dipertimbangkan dalam penentuan rutenya. Hal ini menunjukkan bahwa VRP merupakan masalah yang sangat penting untuk diselesaikan.

VRP umumnya, pendistribusian dilakukan menggunakan kendaraan milik perusahaan sendiri yang mengharuskan pendistribusian berawal dan berakhir di depot dinamakan rutenya bersifat tertutup yang disebut dengan *Closed Vehicle Routing Problem* (Grasas *et al.*, 2014). Beberapa kasus VRP umumnya pada penyelesaiannya tidak memperhatikan kapasitas kendaraan, namun tidak sedikit juga yang perlu mempertimbangkan kapasitas kendaraan. Apabila proses pendistribusiannya setiap kendaraan yang mengangkut produk tidak boleh melampaui batas dari kapasitas kendaraan yang digunakan, dalam kasus ini hal tersebut menjadi sebuah kendalanya (Toth & Vigo, 2002). VRP variasi ini dinamakan dengan *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP). Contoh implementasi CVRP seperti yang terdapat pada pengiriman pupuk urea bersubsidi di daerah Sumenep yang telah diselesaikan menggunakan bantuan *software* LINGO versi 11.0 dengan tipe penyelesaian *Branch and Bound* (Awansari & Abusini, 2013). Penelitian tersebut dengan algoritma *Branch and Bound* membutuhkan waktu yang panjang untuk menyelesaikannya apalagi untuk jumlah *outlet* konsumen yang semakin banyak.

Penyelesaian kasus VRP selain adanya kendala kapasitas terdapat pula kendala yang mengharuskan setiap konsumen dilayani oleh kendaraan dalam *time frame* tertentu. *Time frame* merupakan batasan waktu yang diberikan perusahaan ataupun konsumen sehingga dalam pendistribusiannya kendaraan tidak boleh melampaui kendala waktu yang ditentukan. VRP variasi ini disebut dengan *Vehicle Routing Problem with Time Windows* (VRPTW). Penelitian berkaitan dengan VRPTW seperti terdapat pada pendistribusian beras bersubsidi yang diselesaikan dengan Algoritma Genetika (Putri *et al.*, 2014). Selain itu penelitian juga pernah dilakukan oleh Sundarningsih *et al.* (2015) bahwa algoritma genetika dapat diterapkan dalam pencarian rute optimal pada pendistribusian

air minum dengan kendala *time windows*. Pada penelitian tersebut algoritma yang diterapkan sudah cukup baik, namun implementasinya dirasa kurang karena jumlah pelanggan yang sedikit dan data konsumen kurang bervariasi.

Pengimplementasian VRP variasi lain terdapat campuran kendala antara kendala kapasitas kendaraan dan *time frame* yang dinamakan *Capacitated Closed Vehicle Routing Problem with Time Windows* (CCVRPTW). VRP variasi ini berarti setiap kendaraan yang bertugas untuk mendistribusikan produk dengan permintaan yang dibawa tidak boleh melampaui kapasitas kendaraan serta pedistribusian terbatas dengan waktu yang telah ditentukan. Penyelesaian CCVRPTW dicontohkan pada pendistribusian sayuran di dataran tinggi yang bertujuan untuk menentukan rute kendaraan agar optimal dalam mendistribusikan sayuran kepada konsumen yang tersebar secara geografis (Slamet *et al.*, 2014). Pada penelitian tersebut diselesaikan dengan metode GA, namun akan lebih baik lagi jika dalam penyelesaiannya dengan memperhatikan faktor kemacetan.

VRP merupakan sebuah permasalahan *non-deterministic polynomial-time hard* (NP-Hard) yang berarti masalah pemrograman integer dengan ukuran dari solusi komputasi yang dihasilkan mengalami peningkatan secara penuh ketika jumlah dari *node* meningkat (Garey & Johnson, 1979). *Node* tersebut merepresentasikan konsumen atau *outlet*. Permasalahan VRP ini akan semakin sulit diselesaikan ketika ruang lingkup dari masalah tersebut semakin kompleks. Oleh karena itu diperlukannya sebuah metode yang mampu memberikan solusi yang optimal dengan waktu penyelesaian yang lebih cepat (Grasas *et al.*, 2014).

Permasalahan VRP tidak dapat diselesaikan dengan metode analitik, dikarenakan metode ini akan sulit untuk diturunkan/ dideferensialkan. Selain itu pemilihan metode eksak seperti *Branch and Bound* serta *Branch and Cut* dapat menghasilkan solusi yang mendekati optimal akan tetapi dibutuhkan waktu yang lama untuk menyelesaikan permasalahan VRP (Asteria, 2008). Sementara itu, metode heuristik memberikan suatu cara untuk menyelesaikan permasalahan VRP dengan waktu penyelesaiannya yang lebih cepat dibandingkan dengan solusi eksak namun solusinya tidak optimal. Contoh dari metode heuristik antara lain *Saving Based* dan *Matching Based* (Ballou & Agarwal, 1998). Hal tersebut tentunya dalam pemilihan solusi (metode atau algoritma) yang tepat untuk memecahkan permasalahan VRP harus mempertimbangkan kualitas dari solusi yang dihasilkan (Goncalves & Resende, 2011). Maka dari itu untuk menyelesaikan permasalahan NP-Hard seperti CCVRPTW, peneliti cenderung menggunakan metode metaheuristik untuk mendapatkan solusi yang mendekati optimal dengan waktu yang relatif cepat (Grasas *et al.*, 2014). Metode metaheuristik merupakan algoritma pencarian solusi dengan memaksimalkan pencarian pada ruang solusi (semua

kemungkinan solusi) agar solusi yang dihasilkan mendekati optimal (Blum & Roli, 2003). Penelitian terkait dengan metode metaheuristik untuk menyelesaikan permasalahan penentuan rute pendistribusian barang ke pelanggan menggunakan beberapa metode antara lain *Ant Colony Optimization* (Gunawan *et al.*, 2012), *Tabu Search* (Cahya, 2013), *Algoritma Artificial Bee Colony* (Setyowati, 2015), dan *Bat Algorithm* (Nabilla, 2016).

Pada penelitian ini menggunakan metode metaheuristik yang berbeda dari sebelumnya, yaitu akan dirancang *Biased Random Key Genetic Algorithm* (BRKGA) yang efisien dengan perlakuan modifikasi populasi terdegradasi untuk menyelesaikan *Capacitated Closed Vehicle Routing Problem with Time Windows* (CCVRPTW) pada pendistribusian *soft drink* yang telah diteliti oleh Sembiring (2008). Adapun tujuan dalam penelitian ini yaitu membuat model terkait dengan CCVRPTW, merancang BRKGA yang efisien dengan perlakuan modifikasi populasi terdegradasi menggunakan bahasa pemrograman *Matlab*, mengevaluasi hasil performansi dari pengaplikasian *Biased Random Key Genetic Algorithm* (BRKGA) dengan populasi terdegradasi untuk menyelesaikan studi kasus tugas akhir Sembiring (2008) dan membandingkan dengan metode heuristik.

2. METODE

2.1 Permasalahan, Notasi dan Asumsi

Pendistribusian *soft drink* merupakan salah satu permasalahan CCVRPTW yang telah diselesaikan oleh Sembiring (2008) dalam tugas akhirnya menggunakan metode heuristik. Berbeda dengan VRP pada umumnya, pendistribusian *soft drink* ini setiap kendaraan yang mengangkut permintaan konsumen memiliki batasan kapasitas dalam satuan jumlah krat yang tidak boleh dilampaui pada proses pendistribusiannya. Selain itu terdapat batasan waktu dalam melayani konsumen yang merupakan batas jam kerja perusahaan. Konsumen terdiri dari 45 *outlet* di sekitar Kota Medan. Proses pendistribusian *soft drink* ini menggunakan kendaraan milik perusahaan sendiri yang mengharuskan pendistribusian dilakukan berawal dan berakhir di depot sehingga rutenya bersifat tertutup (*closed*). Jadi permasalahannya bertujuan untuk menentukan beberapa rute tertutup dalam memenuhi permintaan konsumen dengan batasan waktu dan batasan kapasitas kendaraan yang digunakan sehingga total biaya pendistribusian tersebut minimal.

Pada kasus CCVRPTW dalam penyelesaiannya diperlukan *input* data-data yaitu lokasi masing-masing *outlet* yang akan dilayani berupa jarak yang diperoleh dari aplikasi *Google Map*, permintaan rata-rata mingguan konsumen untuk setiap *outlet*nya, waktu perjalanan antara setiap *outlet* ke depot dan waktu antar *outlet* dimana waktu perjalanan diperoleh dari hasil pembagian antara jarak dan kecepatan rata-rata kendaraan (35 km/jam), biaya perjalanan antara setiap *outlet* ke depot dan antar *outlet* diperoleh dari konversi jarak dibagi kebutuhan bahan bakar dimana setiap 9

km membutuhkan 1 liter kemudian dikalikan harga 1 liter bahan bakar (Rp 4.300,00), kapasitas kendaraan yang digunakan yaitu 130 krat, batasan waktu pendistribusian yaitu 8 jam kerja, waktu *loading/unloading* merupakan proses menurunkan krat permintaan dan mengambil krat yang kosong untuk dimuat kembali ke dalam kendaraan dimana waktu *loading* setiap *outlet* diperoleh dari permintaan/8 krat dengan kemampuan petugas untuk melakukan proses *loading* adalah 8 krat setiap menit sedangkan waktu *unloading* setiap *outlet* yang diperoleh dari permintaan/7 krat dengan kemampuan petugas untuk melakukan proses *unloading* adalah 7 krat setiap menit. Penelitian ini didasari beberapa asumsi untuk menyelesaikan permasalahan CCVRPTW pendistribusian *soft drink* yaitu permintaan konsumen telah diketahui sebelumnya (konstan), model transportasi yang digunakan adalah model transportasi tunggal artinya terdapat satu jenis kendaraan yang sama, satu kendaraan untuk satu subrute dalam sehari, batasan waktu pendistribusian dalam sehari tersedia 480 menit, waktu *setup* kendaraan 15 menit, waktu pelayanan setiap *outlet* yaitu 19 menit, *allowance* waktu distribusi 20% yang digunakan apabila terjadi suatu kejadian yang tidak terduga saat melakukan pendistribusian seperti halnya kendaraan mogok, *traffic jam*, dan lain-lain.

Berdasarkan karakteristik permasalahan pendistribusian, terdapat notasi yang digunakan yakni sebagai berikut:

- N : jumlah *outlet*
- i : *node* asal; $i=N+1$; $i=1,2,\dots,N+1$ dimana $N+1$ adalah depot
- j : *node* tujuan; $j=1,2,\dots,N+1$ dimana $N+1$ adalah jumlah *outlet*
- C_{ij} : biaya/ongkos perjalanan melewati rute ij
- X_{ij} : indeks apakah kendaraan melewati rute ij ; bernilai 1 jika *node* asal i menuju ke *node* tujuan j dilewati kendaraan dan bernilai 0 jika kendaraan tidak melewati rute ij
- d_i : jumlah permintaan setiap *outlet* tujuan pada *node* i
- W : kapasitas kendaraan yang digunakan
- q_i : waktu pelayanan dan waktu *loading/unloading*
- t_{ij} : waktu perjalanan dari *outlet* i ke j
- p : waktu *setup* kendaraan di depot
- a : *allowance* waktu distribusi
- T : kapasitas waktu distribusi
- S : jumlah subrute yang terbentuk
- r_l : sub rute ke- l ; $l=1,2,\dots,S$
- n_l : jumlah *outlet* dalam subrute ke- l ; $l=1,2,\dots,S$
- Y_{ij} : indeks apakah kendaraan bermula dari depot; bernilai 1 jika $i=n_l+1$ (depot)

Permasalahan CCVRPTW ini dengan fungsi tujuannya mengoptimalkan urutan rute pendistribusian untuk meminimalkan biaya distribusi secara matematis dapat dimodelkan ke dalam permasalahan optimisasi seperti berikut:

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^{N+1} \sum_{j \neq i}^{N+1} C_{ij} X_{ij} \quad (1)$$

$$S \geq \left\lceil \sum_i^N d_i / W \right\rceil \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{n_l+1} \sum_{j \neq i}^{n_l+1} d_i X_{ij} \leq W ; \forall r_l ; l = 1, 2, \dots, S \quad (3)$$

$$\left(\sum_{i=1}^{n_l+1} \sum_{j \neq i}^{n_l+1} (q_i + t_{ij}) X_{ij} + p X_{ij} Y_{ij} \right) (1 + a) \leq T ; \forall r_l ; l = 1, 2, \dots, S \quad (4)$$

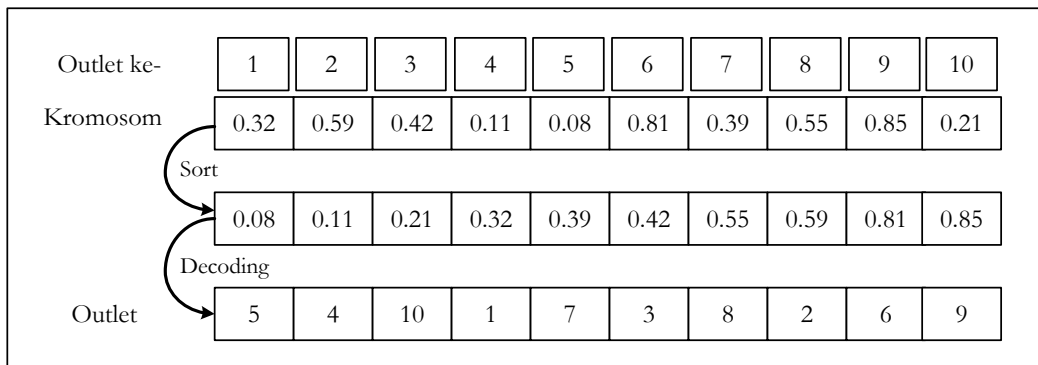
Persamaan (1) menunjukkan fungsi tujuan sedangkan persamaan (2) merupakan kendala berupa jumlah subrute yang terbentuk untuk mendistribusikan permintaan ke konsumen harus lebih dari jumlah permintaan dibagi kapasitas kendaraan. Persamaan (3) merupakan fungsi kendala kapasitas kendaraan yang digunakan dimana kendaraan dalam mendistribusikan jumlah permintaan dalam setiap subrute harus kurang dari sama dengan kapasitas kendaraan. Persamaan (4) menunjukkan fungsi kendala waktu dimana kendaraan untuk pendistribusian dalam satu subrute tidak boleh melebihi batasan waktu yang telah ditentukan.

2.2 Pendekatan Solusi/Metodologi

Pemilihan metode solusi atau algoritma untuk menyelesaikan masalah optimasi seperti CCVRPTW ini perlu mempertimbangkan kualitas solusi yang dihasilkan. Algoritma atau metode solusi yang dirancang untuk menyelesaikan CCVRPTW pada pendistribusian *softdrink* menggunakan metode metaheuristik yang didasarkan pada *Genetic Algorithm* (GA). GA merupakan algoritma yang efektif dan mudah dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan optimasi kombinatorial dengan teknik pencarian dan teknik optimasi yang berdasarkan pada evolusi alam (Grasas *et al.*, 2014). Algoritma ini memberikan solusi optimal atau mendekati optimal dalam menyelesaikan permasalahan optimasi kombinatorial. Setiap solusinya diperoleh dari *decoding* kromosom masing-masing individu. Kromosom terkait *fitness value* berkorelasi dengan fungsi tujuannya. Kromosom setiap individu diwakili oleh *n random keys* (gen). GA dengan adanya *random keys* dapat disebut *Random Key Genetic Algorithm* (RKGA) yang pertama kalinya diperkenalkan oleh Bean (1994) untuk memecahkan masalah *sequencing* (Prasetyo *et al.*, 2015). Goncalves & Resende (2011) menyebutkan bahwa salah satu varian dari RKGA adalah *Biased Random Key Genetic Algorithm*

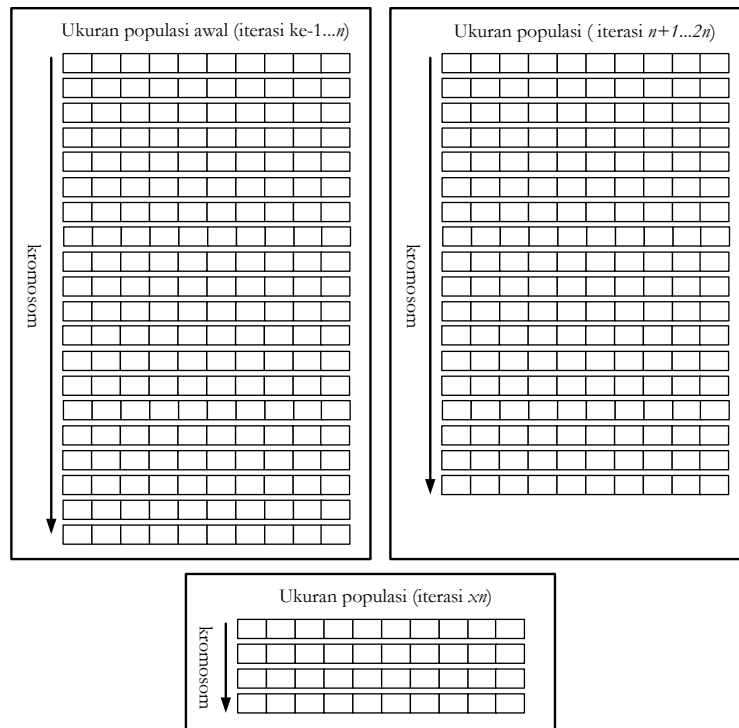
(BRKGA) yang mampu memberikan fleksibilitas dan kinerjanya dimana dalam penyelesaiannya dilakukan pengkodean dari setiap jenis permasalahannya.

Pada BRKGA terdapat populasi awal yang terdiri dari p individu yaitu p *random-keys vectors*. *Random-keys* terdiri dari bilangan riil secara acak dengan interval antara 0 dan 1. Populasi merupakan sekumpulan solusi dari permasalahan yang akan diselesaikan dimana terdiri dari sekumpulan individu dan setiap individu (kromosom) didalamnya terdapat gen yang berisi bilangan acak tersebut. Proses ini dalam BRKGA dinamakan pembentukan populasi atau inisialisasi populasi. Kromosom yang berisi bilangan acak tersebut mengkodekan solusi yang nantinya diterjemahkan kembali ke setiap jenis permasalahannya. Kromosom yang terbentuk, dengan menerapkan metode *sorting* kemudian dilakukan penyortiran terhadap bilangan acak di dalamnya untuk diurutkan dari yang terkecil hingga terbesar. Bilangan acak di dalam gen tersebut lalu diterjemahkan ke dalam solusi setiap jenis permasalahannya. Pada penelitian ini untuk menyelesaikan permasalahan CCVRPTW pendistribusian *soft drink*, dengan menerapkan algoritma ini bilangan acak di dalam gen merepresentasikan dari *outlet* yang harus dilayani. Gambar 1 menunjukkan contoh sebuah kromosom yang terdiri dari 10 gen untuk mengilustrasikan dari proses representasi kromosom dan pengkodean.



Gambar 1. Ilustrasi Representasi Kromosom dan Pengkodean

BRKGA pada umumnya, ukuran populasi dibuat sama dalam artian konstan hingga generasi terakhir. Pada penelitian ini menerapkan mekanisme yang berbeda dalam memecahkan permasalahan CCVRPTW pendistribusian *soft drink*. Peneliti bukannya menjaga ukuran populasi konstan tetapi mengadopsi kepunahan populasi (populasi terdegradasi). Pada penyelesaiannya menggunakan ukuran populasi yang besar untuk awalnya, kemudian berkurang setiap n siklus selama dalam iterasi hingga mencapai titik minimum ukuran populasi yang ditentukan. Pengurangan ukuran populasi menyebabkan konsentrasi yang terbaik dalam pencarian solusi baru (Arefi & Rezaei, 2015).

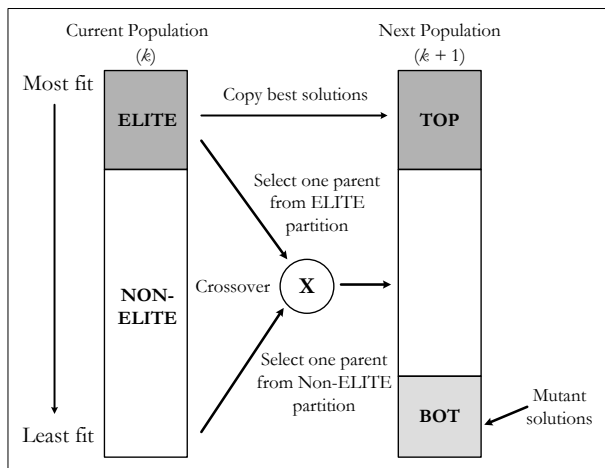


Gambar 2. Mekanisme Perubahan Ukuran Populasi (Populasi Terdegradasi)

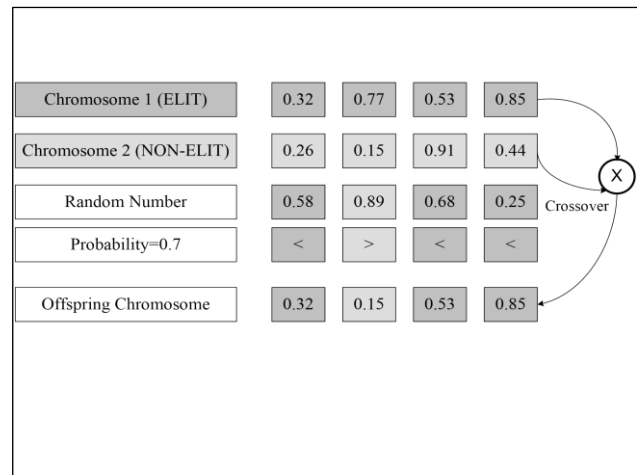
Mekanisme penurunan ukuran populasi dapat dilihat pada Gambar 2 seperti yang dicontohkan terdapat suatu populasi dengan ukuran populasi awal 20 diwakili oleh kromosom. Ukuran populasi akan mengalami penurunan setiap 2 siklus dalam iterasi yang ditentukan misalnya 30 iterasi. Begitu seterusnya siklus ini berkelanjutan dengan penurunan bertahap pada ukuran populasi hingga kondisi berhenti iterasi xn ketika ukuran populasi mencapai ukuran minimum yang ditentukan. Ukuran populasi minimum pada gambar tersebut dimisalkan 4 kromosom yang merupakan ukuran populasi akhir untuk mencari solusinya. Berhentinya kondisi ini merupakan telah tercapainya nilai yang diinginkan dalam menghasilkan generasi.

Pada BRKGA-PD prosesnya populasi dikategorikan menjadi dua kelompok yaitu kelompok individu ELIT dengan p_e individu terbaik (sekitar 10 – 20%) dan kelompok individu NON-ELITE dengan $p - p_e$ individu tersisa (dengan $p_e < p - p_e$). Populasi tersebut selanjutnya berevolusi untuk mendapatkan generasi berikutnya seperti terlihat dalam Gambar 3. Kelompok ELIT yang merupakan individu terbaik pada generasi k disalin seluruhnya untuk menjadi generasi berikutnya $k+1$ ke bagian TOP (bagian kanan pada Gambar 3). Sejumlah p_m individu (mutasi) dihasilkan dengan cara yang sama secara acak seperti individu dari populasi awal ditempatkan di BOT (bagian kanan bawah pada Gambar 3). Proses selanjutnya untuk melengkapi generasi $k+1$ dilakukan dengan menyilangkan/menggabungkan individu dari kelompok ELIT dan NON-ELIT yang disebut dengan *crossover* untuk memperoleh generasi berikutnya seperti yang terlihat di Gambar 4. Pada *crossover*,

probabilitas individu ELIT yang dipilih secara acak ($1/pe$) lebih besar dibandingkan dengan individu NON-ELIT ($1/(p - pe)$). Hal tersebut dimaksudkan agar generasi berikutnya memiliki kemungkinan yang lebih tinggi untuk memiliki karakteristik yang sama dengan individu ELIT.



Gambar 3. Dinamika Evolusi dari Generasi



Gambar 4. Crossover Process

Gambar 4. menunjukkan proses *crossover* secara acak dengan dua kromosom masing-masing terdiri dari 4 gen. Proses *crossover* dilakukan berdasar pada *uniform crossover parameter* (Spears & De Jong, 1991) yaitu setiap gen yang dipilih dari salah satu orang tua (ELIT) dengan probabilitas tertentu yang didefinisikan oleh pengguna ($\rho_e > 0,5$). Probabilitas pada Gambar 4 dimisalkan 0,7 yang berarti bahwa keturunan akan mewarisi gen orang tua ELIT 0,7 dan orang tua lainnya 0,3. Penentuan *random number* kemudian dilakukan, jika nilai acak yang muncul kurang dari atau sama dengan 0,7 maka akan mewarisi gen orang tua ELIT sebaliknya akan mewarisi gen orang tua NON-ELIT. Ketika seluruh populasi sudah terpenuhi maka akan dilakukan pengulangan kelompok baru untuk merangkai generasi berikutnya hingga menghasilkan solusi yang optimal.

Pada BRKGA umumnya terdapat sebuah parameter yang dikontrol meliputi jumlah kromosom/individu dalam populasi (p), jumlah solusi ELIT (pe), solusi mutan (pm) dan probabilitas keturunan gen ELIT (ρ_e). Parameter ini juga berlaku dalam perancangan algoritma BRKGA-PD. Tabel 1 berikut menunjukkan parameter yang direkomendasikan (Goncalves dan Resende, 2011).

Tabel 1. Parameter BRKGA (Goncalves & Resende, 2011)

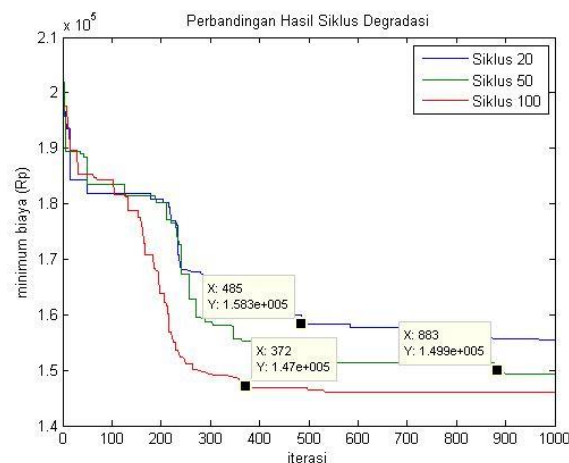
Parameter	Description	Recommended value
p	size of population	$p = ax$, where $1 \leq a \in \mathbb{R}$ is a constant and x is the length of the chromosome
pe	size of elite population	$0.10p \leq pe \leq 0.25p$
pm	size of mutant population	$0.10p \leq pm \leq 0.30p$
ρ_e	elite allele inheritance probability	$0.5 \leq \rho_e \leq 0.8$

Pada penelitian ini maka dirancanglah arsitektur algoritma sebagai dasar untuk pembuatan program. Program dibuat menggunakan *software Matlab* dengan sebuah *coding* BRKGA-PD. Program tersebut dengan kombinasi parameter kemudian dilakukan pengujian (simulasi) berulang dengan sejumlah iterasi yang ditentukan agar mendapatkan *setting* parameter terbaik. *Setting* parameter terbaik diterapkan dalam studi kasus agar diperoleh hasil yang optimal dan dianalisis untuk dibandingkan dengan metode heuristik yang terdapat dalam penelitian Sembiring (2008).

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Pengaturan Parameter BRKGA-Populasi Terdegradasi

BRKGA-PD telah dikodekan menggunakan *Matlab* versi 7.11.0.584 (R2010b) 64-bit (win64) yang dijalankan pada *notebook* dengan spesifikasi Intel® Core™ i5-2450M @ 2.50GHz dan memiliki kapasitas RAM sebesar 4GB. Pada perancangan BRKGA-PD menggunakan ukuran populasi awal 400 dengan minimum ukuran populasinya 50 dan penurunan ukuran populasinya 50 seperti yang dilakukan oleh Arefi & Rezaei (2015) di penelitiannya. Untuk mengetahui *setting parameter* terbaik terlebih dahulu menentukan siklus dalam iterasinya menurunkan ukuran populasi. Penentuan siklus akan mengalami penurunan ukuran populasi dilakukan 50 kali percobaan untuk setiap variasi siklus yang ditentukan yaitu 20, 50, dan 100. Gambar 5 memperlihatkan grafik hasil dari setiap siklusnya yang menunjukkan bahwa hasilnya akan menuju konvergen pada suatu iterasi. Konvergen yang artinya sebuah nilai menuju titik yang memiliki nilai tidak jauh berbeda dan mampu bertahan dalam beberap iterasi. Pada siklus 20 nilai biaya distribusi menuju konvergen di iterasi ke-485, siklus 50 menuju konvergen di iterasi ke-878, dan siklus 100 lebih cepat menuju konvergen dibandingkan dengan kedua variasi siklus yang lainnya di iterasi ke-372 dan mampu menghasilkan biaya distribusi paling minimal dari ketiga siklus yang telah dicoba. Penentuan siklusnya sehingga terpilihlah setiap 100 siklus ukuran populasi akan mengalami populasi terdegradasi.



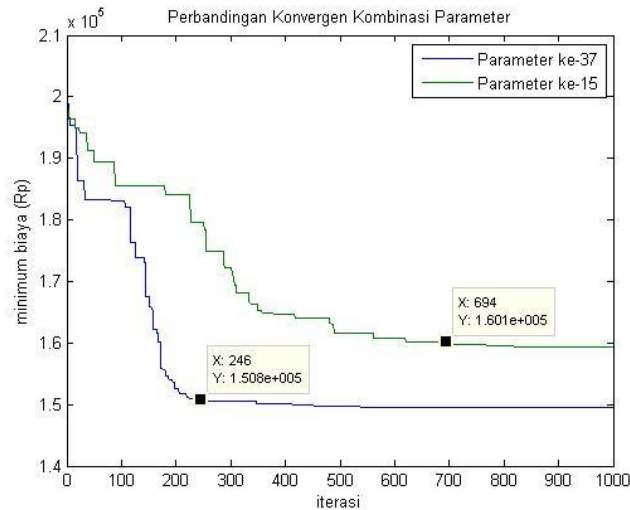
Gambar 5. Perbandingan Hasil Setiap Siklus

Pada BRKGA-PD setelah menentukan siklus untuk populasi terdegradasinya kemudian *setting* parameter yang dilakukan meliputi ukuran populasi (p), persen elit(p_e), probabilitas(ρ_e), dan persen mutasi(p_m). Berdasarkan survei pengaplikasian algoritma BRKGA yang dilakukan Prasetyo *et al.* (2015) menunjukkan kombinasi parameter yang sering digunakan oleh penelitian-penelitian sebelumnya seperti yang terlihat pada Tabel 2 yaitu sebanyak 48 kombinasi. Setiap parameter diulang sebanyak 50 kali percobaan dengan pengulangan (iterasi) sebanyak 1000, ini dilakukan karena solusi yang dihasilkan dari algoritma ini bervariasi berdasar pada sifatnya yang *random* sehingga didapatkan hasil biaya rata-rata yang ditabelkan berikut:

Tabel 2. Hasil rata-rata minimum biaya pada *setting* parameter

Kombinasi ke-	Parameter				Biaya Rata-rata (Rp)	Standar Deviasi	Kombinasi ke-	Parameter				Biaya Rata-rata (Rp)	Standar Deviasi
	p	p_e	p_m	ρ_e				p	p_e	p_m	ρ_e		
1	400	0,1	0,1	0,5	147310,17	2991,03	25	400	0,2	0,1	0,5	145293,70	2659,43
2	400	0,1	0,2	0,5	145420,15	3378,34	26	400	0,2	0,2	0,5	145838,48	2875,42
3	400	0,1	0,3	0,5	147312,40	2747,31	27	400	0,2	0,3	0,5	153376,33	6227,81
4	400	0,1	0,1	0,6	146355,23	2581,04	28	400	0,2	0,1	0,6	145525,94	2672,10
5	400	0,1	0,2	0,6	146580,81	3146,64	29	400	0,2	0,2	0,6	146110,83	2943,72
6	400	0,1	0,3	0,6	146871,66	2840,62	30	400	0,2	0,3	0,6	152253,92	6306,84
7	400	0,1	0,1	0,7	146325,49	2757,79	31	400	0,2	0,1	0,7	144978,07	2067,17
8	400	0,1	0,2	0,7	146786,94	2898,24	32	400	0,2	0,2	0,7	146147,22	2927,58
9	400	0,1	0,3	0,7	147345,40	2570,79	33	400	0,2	0,3	0,7	153829,37	5918,64
10	400	0,1	0,1	0,8	146368,85	2590,40	34	400	0,2	0,1	0,8	145312,93	2811,00
11	400	0,1	0,2	0,8	146431,52	2476,40	35	400	0,2	0,2	0,8	146430,74	2762,09
12	400	0,1	0,3	0,8	147312,40	2747,31	36	400	0,2	0,3	0,8	152472,73	6352,73
13	400	0,15	0,1	0,5	145447,12	1999,96	37	400	0,25	0,1	0,5	144463,74	2609,79
14	400	0,15	0,2	0,5	145882,92	2548,18	38	400	0,25	0,2	0,5	148592,99	3476,60
15	400	0,15	0,3	0,5	148958,51	3662,95	39	400	0,25	0,3	0,5	163844,81	10441,17
16	400	0,15	0,1	0,6	145918,28	2299,64	40	400	0,25	0,1	0,6	145044,11	2484,83
17	400	0,15	0,2	0,6	146407,39	2858,13	41	400	0,25	0,2	0,6	149112,07	4822,78
18	400	0,15	0,3	0,6	148383,14	2671,50	42	400	0,25	0,3	0,6	164989,02	9438,70
19	400	0,15	0,1	0,7	145436,75	2466,41	43	400	0,25	0,1	0,7	145151,92	1981,69
20	400	0,15	0,2	0,7	146032,28	2577,47	44	400	0,25	0,2	0,7	148356,80	3451,70
21	400	0,15	0,3	0,7	148422,33	3378,46	45	400	0,25	0,3	0,7	164183,86	10773,57
22	400	0,15	0,1	0,8	145640,11	2638,19	46	400	0,25	0,1	0,8	146035,84	2542,65
23	400	0,15	0,2	0,8	145812,58	2577,58	47	400	0,25	0,2	0,8	148323,35	3189,72
24	400	0,15	0,3	0,8	147389,88	3422,78	48	400	0,25	0,3	0,8	161540,56	10618,71

Berdasarkan hasil percobaan yang telah dilakukan, terlihat dalam Tabel 3 bahwa tidak terjadi perubahan hasil minimum biaya rata-rata yang signifikan. Pada Tabel 3 bisa dilihat bahwa hasil biaya rata-rata terkecil terdapat dalam kombinasi parameter ke-37. Selain itu sebagai pembandingan untuk mengetahui lebih jelasnya hasil yang diperoleh dilakukan perbandingan 2 hasil parameter untuk melihat perbedaan dari hasilnya. Salah satu diambil secara acak terpilih pada kombinasi ke-15 untuk dibandingkan dengan kombinasi ke-37 yang disajikan ke dalam grafik Gambar 6. Gambar 6 menunjukkan bahwa kemampuan parameter menuju ke konvergen pada suatu iterasi. Pada kombinasi parameter ke-15 terlihat kemampuan menuju konvergen di iterasi ke-694 sedangkan kombinasi parameter ke-37 kemampuan menuju konvergen lebih cepat yang terletak di iterasi ke-246.



Gambar 6. Grafik Perbandingan Konvergen Hasil *Setting* Parameter

Setting parameter terbaik sehingga didapatkan di kombinasi parameter ke-37 dengan ukuran populasi(p) 400 yang kemudian setiap 100 siklus akan menurun dan hingga menjadi 50 tersisa ukuran populasinya, persen elit(p_e) 0.25, probabilitas(ρ_e) 0.5, persen mutasi(p_m)0.1. Hasil tersebut dengan menggunakan parameter yang berbeda ternyata memberikan hasil yang berbeda pula, hal ini menunjukkan bahwa pengaturan parameter yang sesuai berpengaruh terhadap hasil yang diberikan dalam algoritma BRKGA.

3.2 Unjuk Kerja Algoritma BRKGA-Populasi Terdegradasi dan BRKGA Standar

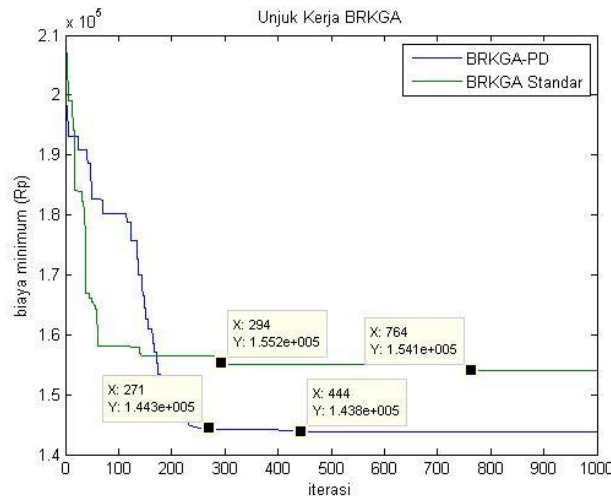
Pada penelitian ini untuk mengetahui hasil unjuk kerja dari algoritma BRKGA-PD yang telah dirancang dapat membandingkannya dengan algoritma BRKGA standar. Pada BRKGA standar dilakukan pengaturan parameter sama seperti BRKGA-PD hanya saja ukuran populasinya konstan yaitu 50. Hasil yang didapatkan dari populasi terdegradasi pada algoritma BRKGA dengan perbedaan waktu yang tidak signifikan mampu memberikan penghematan biaya Rp. 10.239,00 dari BRKGA standar. Tabel 3 menyajikan hasil biaya dari algoritma BRKGA-PD dan BRKGA standar.

Tabel 3. Hasil biaya dari algoritma BRKGA

Algoritma	Rata-rata Biaya (50 sampel) (Rp/minggu)	Biaya Minimum (Rp/minggu)	GAP dengan BRKGA Standar	
			Rp	%
BRKGA Standar	155310	154077	-	-
BRKGA-PD	145846	143838	104239	6,64

Perbandingan performansi dari algoritma BRKGA-PD dan BRKGA standar untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada grafik Gambar 7. Grafik tersebut menunjukkan bahwa hasil salah satu sampel solusinya menuju konvergen pada suatu iterasi. BRKGA standar menghasilkan solusi menuju konvergen yaitu pada iterasi ke-294 dan pada iterasi ke-764 mengalami penurunan biaya yang tidak

jauh signifikan. BRKGA-PD lebih cepat menuju konvergen pada iterasi ke-271 dan pada iterasi ke-444 mengalami penurunan biaya. Sehingga disimpulkan bahwa BRKGA-PD menghasilkan biaya minimum yang lebih sedikit yaitu Rp. 143.838,00 dibandingkan dengan BRKGA standar.



Gambar 7. Grafik Perbandingan Unjuk Kerja BRKGA

3.3 Perbandingan BRKGA-PD dengan Metode Heuristik

Penyelesaian permasalahan CCVRPTW pada pendistribusian *softdrink* sebelumnya telah diteliti oleh Sembiring (2008) dengan metode heuristik. Berdasarkan metode tersebut dihasilkan biaya distribusi Rp. 236.500,00 sedangkan dengan algoritma BRKGA-PD mampu menghasilkan biaya yang lebih kecil yaitu Rp. 143.838,00. Tabel 4 menunjukkan perbandingan biaya distribusi dari kedua metode tersebut. Selain biaya distribusi yang dihasilkan juga terbentuk subrute dari kedua metode tersebut. Pada metode heuristik penyusunan subrute terbentuk melalui 2 tahapan yaitu *divide* (pecah) dan *conqueror* (pengembangan) menggunakan *software* QUANT SYSTEM. Tabel 5 menampilkan subrute yang terbentuk dari BRKGA-PD dan metode heuristik. Pada Tabel 5 terbentuk 7 subrute dengan permasalahan yang sama. Subrute tersebut salah satunya D – 8 – 3 – 2 – 4 – 5 – 1 – D, D menunjukkan depot sedangkan angka-angka 8 – 3 – 2 – 4 – 5 – 1 merupakan *outlet* yang harus dilayani dalam subrutennya.

Tabel 4. Hasil perbandingan biaya BRKGA-PD dengan metode heuristik

Algoritma	Biaya (Rp/minggu)	GAP dengan BRKGA Standar	
		Rp	%
Metode Heuristik	236500	-	-
BRKGA-PD	143838	92662	39,18

Tabel 5. Hasil subrute dari metode BRKGA-PD dengan metode heuristik

Subrute	Metode BRKGA-PD			Metode Heuristik				
	Rute	Permintaan (krat)	Waktu (jam)	Jarak (km)	Rute	Permintaan (krat)	Waktu (jam)	Jarak (km)
1	D – 24 – 16 – 18 – 17 – 20 – 10 – 22 – 23 – D	115	5,46	43,70	D – 8 – 3 – 2 – 4 – 5 – 1 – D	125	4,33	43,70
2	D – 31 – 7 – 9 – 29 – 26 – 27 – 28 – 21 – 11 – D	130	6,05	48,00	D – 6 – 12 – 11 – 9 – 7 – 10 – D	126	3,86	50,70
3	D – 38 – 15 – 25 – 1 – 3 – 39 – D	119	4,92	49,60	D – 14 – 16 – 15 – 17 – 18 – 13 – 19 – 21 – D	128	6,73	56
4	D – 36 – 8 – 42 – 41 – 14 – 35 – D	120	4,99	51,40	D – 39 – 20 – 22 – 23 – 25 – 38 – 26 – 28 – D	129	7,40	52,50
5	D – 19 – 12 – 13 – 45 – 6 – D	129	4,03	33,20	D – 32 – 33 – 35 – 34 – 30 – 31 – 29 – D	129	7,51	68
6	D – 2 – 34 – 37 – 32 – 33 – 40 – D	117	4,70	43,90	D – 41 – 42 – 40 – 37 – 36 – 44 – 24 – D	130	8,26	78,80
7	D – 43 – 44 – 5 – 4 – 30 – D	78	3,71	31,80	D – 27 – 43 – 45 – D	41	2,72	46,80

4. PENUTUP

Penyelesaian permasalahan CCVRPTW pada pendistribusian *softdrink* sebelumnya telah diteliti oleh Sembiring (2008) dengan metode heuristik berhasil memperbaiki kondisi *existing* perusahaan dengan penghematan biaya Rp. 111.800,00. Pada penelitian ini telah dihasilkan rancangan BRKGA yang efisien dengan populasi terdegradasi. BRKGA-PD telah berhasil menghasilkan solusi biaya yang lebih minimum dibandingkan dengan metode heuristik oleh Sembiring (2008). Tidak hanya mampu menghasilkan solusi yang lebih baik dari metode heuristik, BRKGA-PD dapat memperbaiki solusi yang dihasilkan dari BRKGA standar. Rancangan algoritma ini dapat diterapkan kedalam permasalahan lainnya yang memiliki karakteristik serupa.

Penerapan BRKGA-PD pada pendistribusian *softdrink*, masalah yang ditangani terkait dengan permasalahan deterministik, disarankan untuk kasus-kasus terkait dengan permasalahan probabilistik agar diteliti lebih lanjut. Selain BRKGA-PD masih banyak modifikasi yang dapat dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan lainnya tidak hanya permasalahan pendistribusian misalnya penjadwalan proyek ataupun tata letak fasilitas. Oleh karena itu, perlu eksploitasi dan eksplorasi penerapan BRKGA lebih lanjut untuk penelitian masa depan.

DAFTAR PUSTAKA

- Arefi, M. S., & Rezaei, H. (2015). Problem Solving of Container Loading Using Genetic Algorithm Based on Modified Random Key. *Journal of Advanced Computer Science & Technology* 4: 190-197.
- Asteria, C. (2008). Penentuan Rute Distribusi dengan Algoritma Tabu Search untuk VRP dengan Time Windows. Tesis. Universitas Indonesia.

- Awansari, S. A., & Abusini, S. (2013). Implementasi Model Capacitated Vehicle Routing Problem Pada Pengiriman Pupuk Urea Bersubsidi. *Jurnal Mahasiswa Matematika 1*(5).
- Ballou, R. H., & Agarwal, Y. K. (1998). A Performance Comparison of Several Popular Algorithms for Vehicle Routing and Scheduling. *Journal of Business Logistics 9*(1): 51-65.
- Blum, C., & Roli, A. (2003). Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison. *ACM Comput. Surv 35*(3): 268-308
- Bean, J. C. (1994). Genetic Algorithms and Random Keys for Sequencing and Optimization. *ORSA Journal on Computing 6*: 154-160.
- Cahya, C. T. (2013) Perancangan Algoritma Tabu Search Untuk Vehicle Routing Problem With Time Windows Di Distributor PT. Intermas Tata Trading. *Undergraduate Thesis*. Surabaya.
- Garey M. R., & Johnson, D. S. (1979). Computers and Intractability: A guide to The Theory of NP-Completeness. W.H. Freeman & Co. San Francisco.
- Gunawan, G., Maryati, I., & Wibowo, H. K. (2012). Optimasi Penentuan Rute Kendaraan Pada Sistem Distribusi Barang dengan Ant Colony Optimization. *Semantik, 2*(1).
- Gonçalves, J. F., & Resende, M. G. (2011). Biased Random-Key Genetic Algorithms for Combinatorial Optimization. *Journal of Heuristics 17*: 487-525.
- Grasas, A., Ramalhinho, H., Pessoa, L. S., Resende, M. G., Caballé, I., & Barba, N. (2014). On The Improvement of Blood Sample Collection at Clinical Laboratories. *BMC health services research 14*: 12.
- Nabilla, A. R. (2016) Penyelesaian Vehicle Routing Problem with Time Window (VRPTW) Menggunakan Algoritma Kelelawar. Tesis. Universitas Airlangga.
- Prasetyo, H., Fauza, G., Amer, Y., & Lee, S. H. (2015). Survey on Applications of Biased-Random Key Genetic Algorithms for Solving Optimization Problems. *In Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM), 2015 IEEE International Conference on* (pp. 863–870). IEEE.
- Putri, F.B., Mahmudy, W.F., & Ratnawati, D.E. (2014). Penerapan Algoritma Genetik Untuk Vehicle Routing Problem with Time Window (VRPTW) Pada Kasus Optimasi Distribusi Beras Bersubsidi. S.Kom.Malang: Universitas Brawijaya.
- Sembiring, A. C. (2008). Penentuan Rute Distribusi Produk yang Optimal dengan Menggunakan Algoritma Heuristik Pada PT. Coca-Cola Bottling Indonesia Medan. Tugas Akhir. Universitas Sumatera Utara. Medan.
- Setyowati, D. (2015). Algoritma Artificial Bee Colony Pada Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) dan Implementasi Programnya. Skripsi. Universitas Negeri Malang.
- Slamet, A. S., Siregar, H. H., & Kustiyo, A. (2014). Vehicle Routing Problem (VRP) dengan Algoritma Genetika Pada Pendistribusian Sayuran Dataran Tinggi. *Jurnal Teknologi Industri Pertanian 24* (1): 1-10.
- Spears, V. M. & De Jong, K. A. (1991). On The Virtues of Parameterized Uniform Crossover. *In Proceedings of the Fourth International Conference on Genetic Algorithms*: 230–236.
- Sundarningsih, D., Mahmudy, W.F., & Sutrisno. (2015). Penerapan Algoritma Genetika untuk Optimasi Vehicle Routing Problem With Time Window (VRPTW) Studi Kasus Air Minum Kemasan. S.Kom. Malang: Universitas Brawijaya.
- Toth, P., & Vigo, D. (2002). An Overview of Vehicle Routing Problem. In The Vehicle Routing Problem. Edited by Toth P, Vigo D. *Philadelphia: SIAM*:1-26.