PERANGKAT PEMBELAJARAN

MATA KULIAH	:	TEORI BILANGAN
KODE	:	MKK206515
DOSEN	:	JANUAR BUDI ASMARI, S.Pd.

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS VETERAN BANGUN NUSANTARA
SUKOHARJO

KONTRAK PEMBELAJARAN

TEORI BILANGAN
MKK206515

Semester I / 2 SKS

Program Studi Pendidikan Matematika

Oleh :

JANUAR BUDI ASMARI, S.Pd.

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS VETERAN BANGUN NUSANTARA
SUKOHARJO

A. Identitas Mata Kuliah

Mata Kuliah	:	TEORI BIANGAN
Semester / SKS	:	I / 2 SKS
Pengampu Mata Kuliah	:	JANUAR BUDI ASMARI, S.Pd.
Kode Mata Kuliah	:	MKK206515

B. Manfaat Mata Kuliah

Setelah mengikuti kuliah ini diharapkan mahasiswa dapat :

1. Mengenal sistem bilangan cacah, sistem bilangan bulat, sistem biangan rasional, dan sistem bilangan real.
2. Menuliskan deret dengan notasi sigma, membuktikan dengan induksi matematika, dan menjabarkan teorema binomial.
3. Mengidentifikasi beberapa sistem matematika.
4. Mengidentifikasi konsep, sifat dan hubungan tentang habis dibagi, faktor persekutuan dan kelipatan persekutuan biangan buat, biaangan prima dan faktorisasi prima.
5. Menjelaskan kongruensi dan menyelesaikan suatu perkongruenan.

C. Deskripsi Mata Kuliah

Mata kuliah ini akan mendiskusikan beberapa konsep dasar dan penting dalam teori bilangan. Mata kuliah ini juga memberikan wahana kepada mahasiswa untuk berfikir kreatif dalam menyelesaikan suatu permasalahan dalam teori bilangan. Dengan mengacu sasaran di atas, mata kuiah ini diberikan dengan menekankan pada pemberian waktu yang relatif banyak kepada mahasiswa untuk melakukan problem solving dari permasalahan sederhana hingga yang cukup rumit. Adapun bahan mata kuliah ini meliputi: membuktikan sifa-sifat/ hukum-hukum operasi artimatika dalam berbagai sistem bilangan, prinsip induksi, dan teorema binomial. Materi kemudian dilanjutkan dengan teori kongruensi, teorema fermat, fungsi teori bilangan, serta menerapkan kekongruenan untuk membuktikan keterbagian suatu bilangan bulat oleh bilangan bulat.

D. Kompetensi Dasar dan Indikator

Kompetensi Dasar	Indikator
1. Membuktikan teorema/rumus dengan cara induksi matematika dan menerapkan teorema binomial pada penjabaran bentuk perpangkatan$(a+b)^n$	1.1 Menggunakan langkah–langkah pembuktian dengan induksi matematika 1.2 Menentukan koefisien binomial, menurunkan sifat-sifat koefisien , menerapkan sifat-sifat koefisien binomial dalam memecahkan masalah 1.3 Terampil menggunakan sifat-sifat koefisien binomial dalam perhitungan – perhitungan.
2. Menjelaskan definisi dari berbagai sistem matematika	2.1 Membuktikan sifat-sifat aljabar dari grupoid, semigrup, dan monoid. 2.2 Memberikan contoh grupoid, semigrup, dan monoid
3. Mendefinisikan relasi habis dibagi, factor persekutuan, kelipatan persekutuan, FPB, dan KPK.	3.1 Menentukan Factor persekutuan, kelipatan persekutuan, FPB, dan KPK berdasarkan definisi. 3.2 Membuktikan beberapa teorema yang berkenaan dengan habis dibagi. 3.3 Membuktikan teorema yang berkenaan dengan factor persekutuan, kelipatan persekutuan, FPB dan KPK. 3.4 Mencari FPB dan KPK dari bilangan bulat dengan cara faktorisasi prima dan algoritma Euclides.
4. Menjelaskan konsep dasar tentang kekongruenan dan menerapkan konsep kekongruenan untuk untuk membuktikan keterbagian	4.1 Membuktikan beberapa teorema kekongruenan. 4.2 Membuktikan keterbagian bilangan bulat oleh bilangan bulat dengan dasar konsep kekongruenan. 4.3 Menentukan penyelesaikan perkongruenan linier dengan berdasar pada teorema – teorema

suatu bilangan bulat oleh bilangan bulat.	perkongruenan dan teorema sisa Cina.

E. Organisasi Materi

F. Pendekatan Dan Strategi Pembelajaran

Strategi pembelajaran yang digunakan mengarah pada *Active Learning*. Metode-metode yang digunakan adalah sebagai berikut :

1. Practice Rehearsal Pairs
2. Kelompok Belajar (*The Study Group*)
3. Two stay two stray
4. Gallery of Learning
5. The Learning Cell

G. Sumber Belajar

[1] Herry Sukarman . 1995 . *Teori Bilangan* . Jakarta : Direktorat Jendral Pendidikan Dasar dan Menengah

[2] Purwoto . 2000 . *Teori Bilangan* . Surakarta : UNS Press

[3] Soehardjo . 1996 . *Struktur Aljabar* . Surakarta : UNS Press

[4] Modul Kuliah Teori Bilangan

H. Penilaian Dan Kriteria Pembelajaran

1.	Presensi dan Keaktifan	:	30 %
2.	Tugas Terstruktur	:	20 %
3.	UTS	:	20 %
4.	UAS	:	30 %
			100 %

I. Jadwal Perkuliahan

Pertemuan	PEMBELAJARAN
1	**Materi :** • Pembuktian dengan induksi matematika
2	**Materi :** • Menentukan koefisien binomial, menurunkan sifat-sifat koefisien , menerapkan sifat-sifat koefisien binomial dalam memecahkan masalah
3	**Materi :** • Terampil menggunakan sifat-sifat koefisien binomial
4	**Materi :** • Membuktikan sifat-sifat aljabar dari grupoid, semigrup, dan monoid.
5	**Materi :** • Memberikan contoh grupoid, semigrup, dan monoid
6	**QUIZ**
7	**REVIEW:** • Persiapan Ujian Semester

8	**Ujian Tengah Semester**
9	**Materi :** • Menentukan Factor persekutuan, kelipatan persekutuan, FPB, dan KPK berdasarkan definisi.
10	**Materi :** • Membuktikan beberapa teorema yang berkenaan dengan habis dibagi
11	**Materi :** • Membuktikan teorema yang berkenaan dengan factor persekutuan, kelipatan persekutuan, FPB dan KPK
12	**Materi :** • Mencari FPB dan KPK dari bilangan bulat dengan cara faktorisasi prima dan algoritma Euclides.
13	**Materi :** • Membuktikan keterbagian bilangan bulat oleh bilangan bulat dengan dasar konsep kekongruenan.
14	**Materi :** • Menentukan penyelesaikan perkongruenan linier dengan berdasar pada teorema – teorema perkongruenan dan teorema sisa Cina.
15	**REVIEW:** • Persiapan Ujian Semester
16	**Ujian Akhir Semester**

UNIVERSITAS VETERAN BANGUN NUSANTARA SUKOHARJO
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

SILABUS

Program Studi	:	PENDIDIKAN MATEMATIKA
Kode Mata Kuliah	:	MKK206515
Mata Kuliah	:	TEORI GRAPH
Bobot	:	2 SKS
Semester	:	I
Mata Kuliah Prasyarat	:	-
Standar Kompetensi	:	Memiliki pemahaman tentang konsep dasar bilangan, deret, notasi sigma, induksi matematika, dan teorema binomial, serta mampu mengidentifikasi beberapa sistem matematika, menjelaskan sifat keterbagian dan kongruensi kemudian membuktikan beberapa teorema yang berkaitan dengan bilangan.

Kompetensi Dasar	Indikator	Pengalaman Belajar	Materi Pokok	Alokasi Waktu (menit)	Sumber/ Bahan/ Alat	Penilaian/ Evaluasi
1. Membuktikan teorema/rumus dengan cara induksi matematika dan menerapkan teorema binomial pada penjabaran bentuk perpangkatan$(a+b)^n$	1.1 Terampil menggunakan langkah – langkah pembuktian dengan induksi matematika 1.2 Menentukan koefisien binomial, menurunkan sifat-sifat koefisien , menerapkan sifat-sifat koefisien binomial dalam memecahkan masalah 1.3 Terampil menggunakan sifat-sifat koefisien binomial dalam perhitungan – perhitungan.	*Tatap muka* ▪ Memberikan cara dan syarat pembuktian dengan induksi matematika ▪ Menjelaskan tentang penjabaran binomial *Kegiatan terstruktur* ▪ Membuktikan pernyataan dengan induksi matematika ▪ Menentukan penjabaran $(a+b)^n$ ▪ Post-test	• Induksi Matematika • Teorema Binomial	3×100	*Sumber :* ▪ Buku panduan mata kuliah Teori Bilangan *Alat :* Laptop, LCD, *Whiteboard*	*Bentuk evaluasi :* ▪ Pre-test ▪ Post-test *Instrumen :* ▪ Lembar Kerja Individu ▪ Lembar Kegiatan kelompok
2. Menjelaskan definisi dari berbagai sistem matematika	2.1 Membuktikan sifat-sifat aljabar dari grupoid, semigrup, dan monoid. 2.2 Memberikan contoh grupoid, semigrup, dan monoid	*Tatap muka* ▪ Menjelaskan sifat-sifat aljabar dari grupoid, semigrup, dan monoid *Kegiatan terstruktur* ▪ Membuktikan sifat-sifat aljabar dari grupoid, semigrup, dan monoid ▪ Post-test	• Sistem Matematika	3×100	*Sumber :* ▪ Buku panduan mata kuliah Teori Bilangan *Alat :* Laptop, LCD, *Whiteboard*	*Bentuk evaluasi :* ▪ Pre-test ▪ Post-test *Instrumen :* ▪ Lembar Kerja Individu ▪ Lembar Kegiatan kelompok

3. Mendefinisikan relasi habis dibagi, factor persekutuan, kelipatan persekutuan, FPB, dan KPK.	4.1 Menentukan Factor persekutuan, kelipatan persekutuan, FPB, dan KPK berdasarkan definisi. 4.2 Membuktikan beberapa teorema yang berkenaan dengan habis dibagi. 4.3 Membuktikan teorema yang berkenaan dengan factor persekutuan, kelipatan persekutuan, FPB dan KPK. 4.4 Mencari FPB dan KPK dari bilangan bulat dengan cara faktorisasi prima dan algoritma Euclides.	_Tatap muka_ ▪ Menjelaskan cara menentukan Factor persekutuan, kelipatan persekutuan, FPB, dan KPK berdasarkan definisi. ▪ Membimbing cara membuktikan beberapa teorema yang berkenaan dengan habis dibagi. ▪ Membimbing cara membuktikan teorema yang berkenaan dengan factor persekutuan, kelipatan persekutuan, FPB dan KPK. ▪ Menjelaskan cara mencari FPB dan KPK dari bilangan bulat dengan cara faktorisasi prima dan algoritma Euclides. _Kegiatan terstruktur_ ▪ Menentukan FPB, dan KPK berdasarkan definisi. ▪ Membuktikan beberapa teorema yang berkenaan dengan habis dibagi. ▪ Mencari FPB dan KPK dari bilangan bulat dengan cara faktorisasi prima dan algoritma Euclides. ▪ Post-test	• Pembagian	4 × 150	_Sumber :_ ▪ Buku panduan mata kuliah Teori Bilangan _Alat :_ Laptop, LCD, _Whiteboard_	_Bentuk evaluasi :_ ▪ Pre-test ▪ Post-test _Instrumen :_ ▪ Lembar Kerja Individu ▪ Lembar Kegiatan kelompok
4. Menjelaskan konsep dasar tentang kekongruenan dan menerapkan konsep kekongruenan untuk untuk membuktikan keterbagian suatu bilangan bulat oleh bilangan bulat.	4.1 Membuktikan beberapa teorema kekongruenan. 4.2 Membuktikan keterbagian bilangan bulat oleh bilangan bulat dengan dasar konsep kekongruenan. 4.3 Menentukan penyelesaikan perkongruenan linier dengan berdasar pada teorema – teorema perkongruenan dan teorema sisa Cina.	_Tatap muka_ ▪ Membuktikan beberapa teorema kekongruenan. ▪ Membuktikan keterbagian bilangan bulat Menentukan penyelesaikan perkongruenan linier _Kegiatan terstruktur_ ▪ Mendiskusikan berbagai permasalahan yang dapat diselesaikan dengan graph ▪ Post-test	• Teorema Sisa	4 × 150	_Sumber :_ ▪ Buku panduan mata kuliah TEORI GRAPH _Alat :_ Laptop, LCD, _Whiteboard_	_Bentuk evaluasi :_ ▪ Pre-test ▪ Post-test _Instrumen :_ ▪ Lembar Kerja Individu ▪ Lembar Kegiatan kelompok

RENCANA MUTU PERKULIAHAN (RMP)

Nama Dosen	:	JANUAR BUDI ASMARI, S.Pd.
Fakultas	:	KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
Program Studi	:	PENDIDIKAN MATEMATIKA
Mata Kuliah	:	TEORI BILANGAN
Kode Mata Kuliah	:	MKK206515
Bobot	:	2 SKS
Semester	:	I
Pertemuan ke-	:	1 s.d 3
Standart Kompetensi	:	Memiliki pemahaman tentang konsep dasar bilangan, deret, notasi sigma, induksi matematika, dan teorema binomial, serta mampu mengidentifikasi beberapa sistem matematika, menjelaskan sifat keterbagian dan kongruensi kemudian membuktikan beberapa teorema yang berkaitan dengan bilangan
Kompetensi Dasar	:	1. Membuktikan teorema/rumus dengan cara induksi matematika dan menerapkan teorema binomial pada penjabaran bentuk perpangkatan$(a+b)^n$.
Indikator	:	1.1 Menggunakan langkah – langkah pembuktian dengan induksi matematika 1.2 Menentukan koefisien binomial, menurunkan sifat-sifat koefisien , menerapkan sifat-sifat koefisien binomial dalam memecahkan masalah 1.3 Terampil menggunakan sifat-sifat koefisien binomial dalam perhitungan.
Tujuan	:	Memembuktikan pernyataan dengan induksi matematika Menentukan koefisien binomial, menurunkan sifat-sifat koefisien , menerapkan sifat-sifat koefisien binomial dalam memecahkan masalah Menggunakan sifat-sifat koefisien binomial dalam perhitungan.

MATERI

INDUKSI MATEMATIKA

Perhatikan kesamaan-kesamaan berikut :

$$1 = \tfrac{1}{2}(1 \times 2)$$
$$1 + 2 = \tfrac{1}{2}(2 \times 3)$$
$$1 + 2 + 3 = \tfrac{1}{2}(3 \times 4)$$
$$1 + 2 + 3 + 4 = \tfrac{1}{2}(4 \times 5)$$

Bentuk umum dari kesamaan-kesamaan di atas diduga seperti berikut :

$$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n = \tfrac{1}{2}[\,n(n+1)\,] \text{ dengan } n \in N$$

Akan tetapi dugaan tersebut tidak bisa langsung diklaim benar, sehingga dibutuhkan pembuktian. Cara yang dapat digunakan untuk membuktikan kesamaan tersebut adalah dengan ***Induksi Matematika***.

Note :

Bagaimana membuktikan suatu pernyataan P(n) benar $\forall n \in N$?

Langkah-langkah pembuktian dengan menggunakan induksi matematika adalah sebagai berikut :

a. Tunjukkan bahwa P(n) berlaku benar untuk n = 1
b. Asumsikan bahwa P(n) berlaku benar untuk suatu bilangan asli k
c. Buktikan bahwa P(n) berlaku benar untuk n = k + 1

Contoh Soal :

Buktikan bahwa $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = ½ [\, n\,(n+1)\,]$ benar $\forall n \in N$!

Bukti :

Misalkan $P(n) \equiv 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = ½ [\, n\,(n+1)\,]$

a. *Tunjukkan bahwa P(n) berlaku benar untuk n = 1*
Perhatikan :
Ruas kiri dari $P(1) = 1$
Ruas kanan dari $P(1) = ½\,(2 \times 1) = 1$
Karena ruas kanan P(n) = ruas kiri P(n) maka telah ditunjukkan bahwa P(n) benar untuk n = 1

b. *Asumsikan bahwa P(n) berlaku benar untuk suatu bilangan asli k*
Asumsi :
$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + k = ½ [\, k\,(k+1)\,]$ benar

c. *Buktikan bahwa P(n) berlaku benar untuk n = k + 1*
Jadi harus dibuktikan bahwa :
$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + k + (k+1) = ½ [\,(k+1)\,(k+2)\,]$ benar
Perhatikan :

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + k + (k+1) &= \{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + k\} + (k+1) \\ &= ½ [\, k\,(k+1)\,] + (k+1) \quad \Rightarrow \textbf{\textit{ dari asumsi}} \\ &= (k+1)\,(½\,k + 1) \\ &= (k+1)\,½\,(k+2) \\ &= ½\,(k+1)\,(k+2) \end{aligned}$$

Telah ditunjukkan bahwa P(n) benar untuk n = k + 1

Kesimpulan : $P(n) \equiv 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = ½ [\, n\,(n+1)\,]$ benar $\forall n \in N$

TEOREMA BINOMIAL

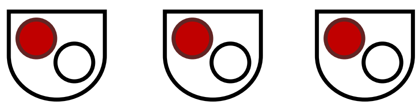
Sebelum mempelajari teorema binomial, sebelumnya harus diingat terlebih dahulu tentang kombinasi dari n obyek yang diambil dari r obyek. Kombinasi tersebut dinotasikan dengan : C(n,r) atau $\binom{n}{r}$ dan dirumuskan :

$$\binom{n}{r} = \frac{n\,!}{(n-r)\,!\; r\,!}$$

SEGITIGA PASCAL

Contoh :

Misal ada 3 kotak yang masing-masing berisi 1 bola merah dan 1 bola putih seperti terlihat pada gambar:



Dari ketiga kotak tersebut akan diambil masing-masing 1 buah bola dari masing-masing kotak. Berbagai kemungkinan kejadian yang mungkin adalah :

Terambil 3 merah	:	$\binom{3}{3}$ = 1 cara pengambilan
Terambil 2 merah	:	$\binom{3}{2}$ = 3 cara pengambilan
Terambil 1 merah	:	$\binom{3}{1}$ = 3 cara pengambilan
Tidak terambil merah	:	$\binom{3}{0}$ = 1 cara pengambilan

Jika contoh tersebut digunakan untuk menyatakan suku banyak yang berasal dari $(a + x)^3$ dengan 3 menyatakan perulangan perkalian unsur yang sama, yaitu :

$$(a + x)^3 = (a + x)(a + x)(a + x)$$

Maka untuk menjabarkan bentuk perpangkatan tersebut dapat kita analogikan dengan kasus pada contoh 1, maka kita peroleh :

$$\begin{aligned}(a + x)^3 &= aaa + aax + axa + xaa + axx + xax + xxa + xxx \\ &= a^3 + 3a^2x + 3ax^2 + x^3 \\ &= \binom{3}{3} a^3 + \binom{3}{2} a^2x + \binom{3}{1} ax^2 + \binom{3}{0} x^3\end{aligned}$$

Dengan argumentasi yang sama dengan ilustrasi di atas diperoleh :

$$\begin{aligned}(a + x)^0 &= \binom{0}{0} \\ (a + x)^1 &= \binom{1}{0} a + \binom{1}{1} x \\ (a + x)^2 &= \binom{2}{0} a^2 + \binom{2}{1} ax + \binom{2}{2} x^2 \\ (a + x)^3 &= \binom{3}{0} a^3 + \binom{3}{1} a^2x + \binom{3}{2} ax^2 + \binom{3}{3} x^3 \\ (a + x)^4 &= \binom{4}{0} a^4 + \binom{4}{1} a^3x + \binom{4}{2} a^2x^2 + \binom{4}{3} ax^3 + \binom{4}{4} x^4\end{aligned}$$

. . . . .

$(a + x)^n = \ldots$

Koefisien-koefisien pada penjabaran bentuk perpangkatan tersebut dapat disajikan dalam bentuk sebagai berikut :

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & 1 & & & \\ & & 1 & & 2 & & 1 & & \\ & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\ 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \end{array}$$

dan seterusnya ...

Bentuk tersebut dikenal dengan nama ***SEGITIGA PASCAL***.

Teorema

$$(1 + x)^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} x + \binom{n}{2} x^2 + \binom{n}{3} x^3 + \ldots + \binom{n}{k} x^k + \binom{n}{n} x^n$$

Teorema Binomial

Teorema 1 : $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \ldots + \binom{n}{n} = 2^n$

Teorema 2 : $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

Teorema 3 : $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$

Teorema 4 : $\binom{n}{k}\binom{k}{m} = \binom{n}{m} - \binom{n-m}{k-m}$

Teorema 5 : $k \cdot \binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}$

Teorema 6 : a. $\binom{k}{k} + \binom{k+1}{k} + \binom{k+2}{k} + \ldots + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k+1}$

b. $\binom{k}{0} + \binom{k+1}{1} + \binom{k+2}{2} + \ldots + \binom{k+r}{3} = \binom{k+r+1}{r+1}$

Teorema 7 : $\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \binom{n}{2}^2 + \binom{n}{3}^2 + \ldots + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}$

METODE PEMBELAJARAN

Learning Cell

LANGKAH PEMBELAJARAN

PERTEMUAN 1

No.	Tahap	Kegiatan Pembelajaran	Alokasi Waktu
1.	Pendahuluan	**Apersepsi dan Motivasi** Memberikan gambaran tentang pembuktian pernyataan.	5 menit
2.	Penyajian	**Eksplorasi** a. Menjelaskan tentang langkah-langkah induksi matematika.. b. Membentuk siswa dalam beberapa kelompok. **Elaborasi** a. Memberikan lembar kerja kepada setiap kelompok yang berisi beberapa pertanyaan tentang pembuktian dengan induksi matematika. b. Setiap kelompok dibagi lagi menjadi 2 grup. Setiap grup menuliskan permasalahan tentang isomorphisme graph. c. Pada kesempatan pertama, grup I bertugas sebagai penanya dan grup II menjawab pertanyaan. Setelah itu, bergantian grup II bertanya, dan grup I menjawab. **Eksplanasi** Menunjuk perwakilan dari setiap kelompok untuk menyampaikan hasil diskusinya, untuk kemudian dibahas secara klasikal.	30 menit 5 menit 5 menit 5 menit 20 menit 15 menit
3.	Penutup	**Refleksi dan Evaluasi** Secara individu, mahasiswa diminta membuat satu sebuah graph dengan ketentuan tertentu, kemudian diminta membuat sebuah graph yang isomorphic dengan graph tersebut.	15 menit

PERTEMUAN 2

No.	Tahap	Kegiatan Pembelajaran	Alokasi Waktu
1.	Pendahuluan	a. Apersepsi Mengulang kembali tentang induksi matematika. b. Motivasi Penjabaran bentuk perpangkatan$(a+b)^n$.	5 menit 5 menit
2.	Penyajian	**Eksplorasi** a. Menjelaskan tentang teorema Binomial. b. Membentuk siswa dalam beberapa kelompok. **Elaborasi** a. Memberikan lembar kerja kepada setiap kelompok yang berisi contoh permasalahan tentang penjabaran binomial. b. Setiap kelompok dibagi lagi menjadi 2 grup. Setiap grup menuliskan permasalahan bipartisi graph. c. Pada kesempatan pertama, grup I bertugas sebagai penanya dan grup II menjawab pertanyaan. Setelah itu, bergantian grup II bertanya, dan grup I menjawab. **Eksplanasi** Menunjuk perwakilan dari setiap kelompok untuk menyampaikan hasil diskusinya, untuk kemudian dibahas secara klasikal.	20 menit 5 menit 5 menit 10 menit 15 menit 20 menit
3.	Penutup	**Refleksi dan Evaluasi** Secara individu, mahasiswa diberi permasalahan tentang teorema binomial dan satu buah soal tentang teorema binom.	15 menit

PERTEMUAN 3

No.	Tahap	Kegiatan Pembelajaran	Alokasi Waktu
1.	Pendahuluan	a. Apersepsi dan motivasi Membahas kembali tentang teorema binomial.	5 menit
2.	Penyajian	**<u>Eksplorasi</u>** a. Memberikan soal pengembangan teorema binomial. b. Membentuk siswa dalam beberapa kelompok. **<u>Elaborasi</u>** a. Memberikan lembar kerja kepada setiap kelompok yang berisi contoh permasalahan tentang teorema binomial. b. Setiap kelompok dibagi lagi menjadi 2 grup. Setiap grup menuliskan permasalahan subgraph dan spanning sub graph. c. Pada kesempatan pertama, grup I bertugas sebagai penanya dan grup II menjawab pertanyaan. Setelah itu, bergantian grup II bertanya, dan grup I menjawab. **<u>Eksplanasi</u>** Menunjuk perwakilan dari setiap kelompok untuk menyampaikan hasil diskusinya, untuk kemudian dibahas secara klasikal.	20 menit 5 menit 5 menit 10 menit 20 menit 20 menit
3.	Penutup	**<u>Refleksi dan Evaluasi</u>** Secara individu, mahasiswa diminta membuktikan pernyataan dengan menggunaka teorema binomial..	15 menit

MEDIA PEMBELAJARAN

Whiteboard, LCD, Laptop

SUMBER BELAJAR

[1] Herry Sukarman . 1995 . *Teori Bilangan* . Jakarta : Direktorat Jendral Pendidikan Dasar dan Menengah

[2] Purwoto . 2000 . *Teori Bilangan* . Surakarta : UNS Press

[3] Soehardjo . 1996 . *Struktur Aljabar* . Surakarta : UNS Press

PENILAIAN

1. Teknik : Hasil diskusi, keaktifan dalam diskusi, hasil post-test
2. Bentuk Instrumen : Tes Uraian
3. Contoh Instrumen : Terlampir

INDUKSI MATEMATIKA

1. Buktikan bahwa : $\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+\frac{1}{5.7}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n}{2n+1}$ benar $\forall n \in N$
2. Buktikan bahwa $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{8}-\ldots-\frac{1}{2^n}=\frac{1}{2^n}$ benar $\forall n \in N$
3. Buktikan bahwa $\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1}$ benar $\forall n \in N$
4. Buktikan pernyataan berikut dengan induksi matematika :

   $$3^p \geq 3p+1 \text{ benar } \forall p \geq 2,\ p \in N$$

5. Buktikan bahwa $3^{4n}-1$ habis dibagi 80 $\forall n \in N$
6. Buktikan bahwa $11^n - 4^n$ habis dibagi 7 $\forall n \in N$
7. Buktikan bahwa ($2^n.2^n - 1$) habis dibagi 3 $\forall n \in N$

TEOREMA BINOMIAL

1. Buktikan bahwa $\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots = \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \dots = 2^{n-1}$
2. Buktikan bahwa $\binom{n}{1} + 2\binom{n}{2} + 3\binom{n}{3} + \dots + n\binom{n}{n} = n.\, 2^{n-1}$
3. Tunjukkan bahwa $1 + 2 + 3 + \dots + n = \binom{n+1}{2}$ benar $\forall n \in N$
4. Berdasarkan teorema 3 dan 1 buktikan pernyataan berikut :

   $\binom{n}{0} + 2\binom{n}{1} + \binom{n}{2} + 2\binom{n}{3} + \binom{n}{4} + 2\binom{n}{5} + \dots + 2\binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = \frac{3}{2}\, 2^{n}$
5. Berdasarkan teorema 5, 2 dan 7 , buktikan pernyataan berikut :

   $\binom{n+1}{1}\binom{n}{n} + 2\binom{n+1}{2}\binom{n}{n-1} + \dots + n\binom{n+1}{n}\binom{n}{0} = (n+1)\binom{2n}{n}$

RENCANA MUTU PERKULIAHAN (RMP)

Nama Dosen	:	JANUAR BUDI ASMARI, S.Pd.
Fakultas	:	KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
Program Studi	:	PENDIDIKAN MATEMATIKA
Mata Kuliah	:	TEORI BILANGAN
Kode Mata Kuliah	:	MKK206515
Bobot	:	2 SKS
Semester	:	I
Pertemuan ke-	:	4 s.d 5
Standart Kompetensi	:	Memiliki pemahaman tentang konsep dasar bilangan, deret, notasi sigma, induksi matematika, dan teorema binomial, serta mampu mengidentifikasi beberapa sistem matematika, menjelaskan sifat keterbagian dan kongruensi kemudian membuktikan beberapa teorema yang berkaitan dengan bilangan
Kompetensi Dasar	:	2. Menjelaskan definisi dari berbagai sistem matematika.
Indikator	:	2.1 Membuktikan sifat-sifat aljabar dari grupoid, semigrup, dan monoid 2.2 Memberikan contoh grupoid, semigrup, dan monoid
Tujuan	:	Membuktikan sifat-sifat aljabar dari grupoid, semigrup, dan monoid Memberikan contoh grupoid, semigrup, dan monoid.

MATERI

OPERASI BINER

Definisi :

> Bila S suatu himpunan tak kosong, maka yang dimaksud dengan operasi biner * pada S adalah suatu pemetaan (fungsi) yang mengawankan setiap pasangan berurutan $(a, b) \in S \times S$ dengan tepat satu elemen $(a*b) \in S$.

SIFAT-SIFAT OPERASI BINER

- *<u>Komutatif</u>*

  Operasi biner * pada himpunan S bersifat komutatif jika dan hanya jika $\forall$ a, b $\in$ S maka berlaku :
  $$a * b = b * a$$

- *<u>Asosiatif</u>*

  Operasi biner * pada himpunan S bersifat komutatif jika dan hanya jika $\forall$ a, b, c $\in$ S maka berlaku :
  $$(a * b) * c = a * (b * c)$$

- *<u>Elemen identitas</u>*

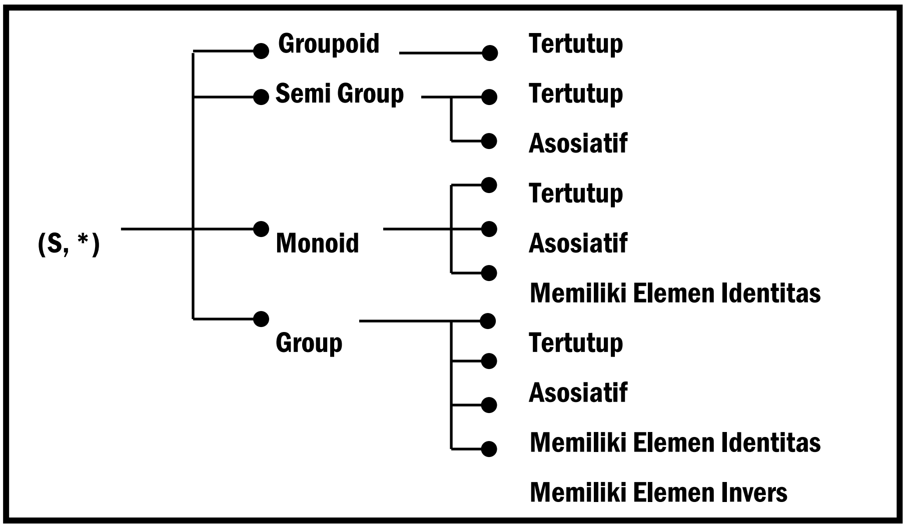
  Suatu himpunan S dikatakan memiliki elemen identitas (elemen netral) terhadap operasi biner * jika dan hanya jika $\exists\ e \in S \ni \forall a \in S \rightarrow e * a = a * e = a$

- *<u>Elemen invers</u>*

  Himpunan S terhadap operasi biner * mempunyai elemen identitas e dikatakan memiliki elemen invers apabila $\forall a \in S, \exists c \in S \ni a*c = c*a = e$. Invers dari a dinotasikan dengan a^{-1}.

SISTEM MATEMATIKA

Jika diberikan suatu himpunan tak kosong S dengan operasi biner *, maka :



METODE PEMBELAJARAN

Two Stay Two Stray dan *Gallery of Learning*

LANGKAH PEMBELAJARAN

PERTEMUAN 4

No.	Tahap	Kegiatan Pembelajaran	Alokasi Waktu
1.	Pendahuluan	**Apersepsi dan Motivasi** Mengulas tentang teorema binomial.	5 menit
2.	Penyajian	**Eksplorasi** Memberi penjelasan tentang sistem matematika. **Elaborasi** a. Memberikan permaslahan tentang sistem matematika. b. Kegiatan Kelompok ▪ Meminta mahasiswa secara berkelompok untuk menentukan penyelesaiannya. ▪ Setiap kelompok menempelkan hasil diskusinya pada tempat yang telah disediakan. c. Diskusi antar kelompok ▪ 3 orang anggota kelompok diberi tugas untuk tetap berada di posisi semua untuk menjelaskan apabila ada pertanyaan atau koereksi yang nantinya diberikan kelompok lain. ▪ 3 orang yag lain ditugaskan untuk berkeliling dari satu kelompok ke kelompok yang lain untuk mengomentari dan bertanya pekerjaan kelompok lain. **Eksplanasi** Diskusi kelas untuk membahas beberapa permasalahan yang sudah dibuat dikerjakan mahasiswa.	20 menit 5 menit 15 menit 5 menit 30 menit 15 menit
3.	Penutup	**Refleksi dan Evaluasi** Memberikan sebuah himpunan dengan operasi tertentu, kemudian mahasiswa diminta menentukan apakah itu merupakan groupiud, semigroup, monoid, atau group.	5 menit

PERTEMUAN 5

No.	Tahap	Kegiatan Pembelajaran	Alokasi Waktu
1.	Pendahuluan	**Apersepsi dan Motivasi** Membahas ulang tentang sistem matematika.	5 menit
2.	Penyajian	**Eksplorasi** Meminta mahasiswa menjelaskan tentang ciri-ciri dari groupoid, semigroup, monoid, dan group. **Elaborasi** a. Memberikan permasalahan tentang sistem matematika. b. Kegiatan Kelompok ▪ Meminta mahasiswa secara berkelompok untuk menentukan penyelesaiannya, kemudian setiap kelompok diminta membuat sebuah contoh group ▪ Setiap kelompok menempelkan hasil diskusinya pada tempat yang telah disediakan. c. Diskusi antar kelompok ▪ 3 orang anggota kelompok diberi tugas untuk tetap berada di posisi semua untuk menjelaskan apabila ada pertanyaan atau koereksi yang nantinya diberikan kelompok lain. ▪ 3 orang yag lain ditugaskan untuk berkeliling dari satu kelompok ke kelompok yang lain untuk mengomentari dan bertanya pekerjaan kelompok lain. **Eksplanasi** Diskusi kelas untuk membahas beberapa permasalahan yang sudah dibuat dikerjakan mahasiswa.	10 menit 5 menit 25 menit 5 menit 30 menit 15 menit
3.	Penutup	**Refleksi dan Evaluasi** Penarikan kesimpulan mengenai Sistem Matematika	5 menit

MEDIA PEMBELAJARAN

Whiteboard, LCD, Laptop

SUMBER BELAJAR

[1] Herry Sukarman . 1995 . *Teori Bilangan* . Jakarta : Direktorat Jendral Pendidikan Dasar dan Menengah

[2] Purwoto . 2000 . *Teori Bilangan* . Surakarta : UNS Press

[3] Soehardjo . 1996 . *Struktur Aljabar* . Surakarta : UNS Press

PENILAIAN

1. Teknik : Hasil diskusi, keaktifan dalam diskusi, hasil post-test
2. Bentuk Instrumen : Tes Uraian
3. Contoh Instrumen : Terlampir

SISTEM MATEMATIKA

1. Q adalah himpunan bilangan rasional. Operasi biner Δ di dalam Q didefinisikan dengan : $a \Delta b = a + b - ab$, $\forall$ a, b, $\in$ Q . Tunjukkan bahwa (Q, Δ) adalah suatu groupoid !
2. Q adalah himpunan bilangan rasional. Tunjukkan bahwa (Q, $\times$) adalah suatu semi group !
3. R^+ adalah himpunan bilangan real positif. Tunjukkan bahwa (R^+, $\times$) adalah suatu monoid !
4. Jika E = himpunan bilangan bulat genap. Tunjukkan bahwa (E, +) adalah suatu group !

RENCANA MUTU PERKULIAHAN (RMP)

Nama Dosen	:	JANUAR BUDI ASMARI, S.Pd.
Fakultas	:	KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
Program Studi	:	PENDIDIKAN MATEMATIKA
Mata Kuliah	:	TEORI BILANGAN
Kode Mata Kuliah	:	MKK206515
Bobot	:	2 SKS
Semester	:	I
Pertemuan ke-	:	9 s.d 12
Standart Kompetensi	:	Memiliki pemahaman tentang konsep dasar bilangan, deret, notasi sigma, induksi matematika, dan teorema binomial, serta mampu mengidentifikasi beberapa sistem matematika, menjelaskan sifat keterbagian dan kongruensi kemudian membuktikan beberapa teorema yang berkaitan dengan bilangan
Kompetensi Dasar	:	3. Mendefinisikan relasi habis dibagi, factor persekutuan, kelipatan persekutuan, FPB, dan KPK.
Indikator	:	3.1 Menentukan Factor persekutuan, kelipatan persekutuan, FPB, dan KPK berdasarkan definisi 3.2 Membuktikan beberapa teorema yang berkenaan dengan habis dibagi 3.3 Membuktikan teorema yang berkenaan dengan factor persekutuan, kelipatan persekutuan, FPB dan KPK 3.4 Mencari FPB dan KPK dari bilangan bulat dengan cara faktorisasi prima dan algoritma Euclides
Tujuan	:	Menentukan FPB, dan KPK berdasarkan definisi Membuktikan teorema pembagian Membuktikan teorema fator Mencari FPB dan KPK dengan algoritma Euclides

MATERI

HABIS DIBAGI

Definisi 3.1 :

Bilangan bulat a ($a \neq 0$) membagi habis bilangan bulat b yang ditulis $a \mid b$ jika dan hanya jika $\exists k \in Z \ni b = a.k$. Jika a tidak membagi habis b ditulis $a \nmid b$.

Teorema 3.1

1. Jika $a \mid b$ dan $b \mid c$ maka $a \mid c$
2. Jika $a \mid b$ dan $a \mid c$ maka $a \mid (b+c)$
3. Jika $a \mid b$ maka $a \mid b.c$ untuk sebarang bilangan bulat c
4. Jika $a \mid b$ dan $a \mid c$ maka $a \mid (mb+mc)$ untuk sebarang bilangan bulat m
5. Jika $a \mid b$ dan $b \mid a$ maka $a = b$ atau $a = -b$
6. Jika $a \mid b$ dengan a dan b bilangan bulat positif, maka $a < b$
7. Jika $a \mid b$ dan $b \neq 0$ maka $|a| < |b|$

PEMBAGIAN BERSISA

Untuk bilangan-bilangan bulat a dan b, jika $a \nmid b$ maka pembagan itu akan bersisa.

Teorema :

$\forall$ a, b $\in$ Z, a > 0, $\exists$ p, r $\in$ Z $\ni$ b = a.p + r dengan $0 \leq r < a$. Jika a $\nmid$ b maka r memenuhi ketidaksamaan $0 < r < a$.

PEMBAGI BERSAMA TERBESAR

Definisi 3.2 :

Suatu bilangan d adalah faktor persekutuan dari a dan b jika dan hanya jika d | a dan d | b.

Definisi 3.3 :

Ambil a dan b bilangan bulat tak nol, d adalah FPB dari a dan b jika dan hanya jika :

1) d > 0
2) d | a dan d | b
3) bila e | a dan e | b maka e | d

FPB dari a dan b ditulis dengan FPB (a, b). Jika FPB (a, b) = 1, maka dikatakan bahwa a dan b adalah dua bilangan bulat yang **prima relatif** atau **koprim**.

Teorema 3.2 :

Jika b = a.p + r maka FPB (b, a) = FPB (a, r)

(Bukti sebagai latihan)

Contoh :

Ambil 2 buah bilangan 24 dan 9, dengan 9 $\nmid$ 24 akibatnya diperoleh persamaan berikut : 24 = 9.2 + 6

Perhatikan bahwa : FPB (24, 9) = 3

FPB (9, 6) = 3 $\Rightarrow$ FPB (24, 9) = FPB (9, 6) = 3

Jadi kalau ingin menghitung FPB (24, 9) bisa dilakukan dengan menyederhanakan menjadi menghitung FPB (9, 6).

ALGORITMA EUCLIDES

Jika a dan b bilangan-bilangan bulat positif, dengan menerapkan algoritma pembagian berkali-kali, maka diperoleh persamaan berikut :

$$
\begin{array}{lcll}
b & = & a.p + r & \text{dengan } 0 \leq r < a \\
a & = & r.q_1 + r_1 & \text{dengan } 0 \leq r_1 < r \\
r & = & r_1.q_2 + r_2 & \text{dengan } 0 \leq r_2 < r_1 \\
\cdots & & & \\
r_{j-2} & = & r_{j-1}.q_j + r_j & \text{dengan } 0 \leq r_j < r_{j-1} \\
r_{j-1} & = & r_j.q_j + 1 &
\end{array}
$$

Maka FPB (a, b) = r_j.

Apabila a, b $\in Z^-$, maka : FPB (a, b) = FPB (–a, b) = FPB (a, –b) = FPB (–a, –b)

Teorema 3.3 :

Jika FPB (a, b) = d maka $\exists\, x, y \in Z$, $\ni$ ax + by = d

<u>Contoh :</u>

Jika FPB (247, 299) = 13, maka tentukan nilai x dan y yang memenuhi persamaan : 247x + 299y = 13 !

<u>Solusi :</u>

Misalkan a = 247 dan b = 299, dengan algoritma Euclides diperoleh :

$$\begin{aligned} 299 &= 247 \,.\, 1 + 52 \\ 247 &= 52 \,.\, 4 + 39 \\ 52 &= 39 \,.\, 1 + 13 \\ 39 &= 13 \,.\, 3 \end{aligned}$$

dari algoritma di atas diperoleh FPB (247, 299) = 13.

Akan dicari $x, y \in Z$, $\ni$ 247x + 299y = 13.

Perhatikan :

$$\begin{aligned} & 13 = 52 \,.\, 1 - 39 \\ \Leftrightarrow\ & 13 = 52 \,.\, 1 - (247 - 52 \,.\, 4) \\ \Leftrightarrow\ & 13 = 52 .\, 5 - 247 \\ \Leftrightarrow\ & 13 = (299 - 247 \,.\, 1)\, 5 - 247 \\ \Leftrightarrow\ & 13 = 299 \,.\, 5 - 247 \,.\, 6 \\ \Leftrightarrow\ & 13 = 299\,(5) + 247\,(-6) \end{aligned}$$

Jadi diperoleh x = 5 dan y = –6 $\ni$ 247x + 299y = 13

Teorema 3.4 :

1. Jika d | ab dan FPB (d, a) = 1 maka d | b
2. Jika c | a dan c | b dengan FPB (a, b) = d, maka c | d

KELIPATAN PERSEKUTUAN TERKECIL

Definisi 3.4 :

Jika $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ adalah bilangan bulat tak nol, maka kelipatan persekutuan terkecil (KPK) adalah bilangan bulat positif terkecil diantara kelipatan persekutuan dari $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$.

KPK dari $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ dinyatakan dengan KPK $[a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n]$

Teorema 3. 5 :

1. Jika b suatu kelipatan persekutuan dari $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$, maka KPK $[a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n]$ | b
2. Jika m > 0 maka KPK [ma, mb] = m. KPK [a, b]
3. Jika a dan b bilangan bulat positif, maka KPK [a, b] = $\frac{a\,.b}{\text{FPB (a,b)}}$

BILANGAN PRIMA dan FAKTORISASI PRIMA

Berdasarkan faktornya, bilangan dibagi menjadi 3 yaitu :

a. Bilangan Uner
b. Bilangan Prima
c. Bilangan Komposit

Teorema 3.6 :

1. Setiap bilangan bulat n, dengan n > 1 dapat dibagi oleh suatu bilangan prima.
2. Setiap bilangan bulat n, dengan n > 1 dapat dinyatakan sebagai bantuk faktorisasi bilangan-bilangan prima.

Definisi 3.5 :

Bentuk $n = p_1^{a1} \cdot p_2^{a2} \cdot p_3^{a3} \cdot \ldots \cdot p_k^{ak}$ disebut representasi n sebagai hasil kali bilangan-bilangan prima, sering pula bentuk itu disebut bentuk kanonik n.

Menentukan FPB dan KPK dengan Bentuk Kanonik

Jika $c = p_1^{a1} \cdot p_2^{a2} \cdot p_3^{a3} \cdot \ldots \cdot p_k^{ak}$

$d = p_1^{b1} \cdot p_2^{b2} \cdot p_3^{b3} \cdot \ldots \cdot p_k^{bk}$

dengan ai ≥ 0 dan bi ≥ 0 untuk i = 1, 2, 3, ... k maka:

$FPB\ (c, d) = p_1^{\min(a1\ ,b1)} \cdot p_2^{\min(a2\ ,b2)} \cdot p_3^{\min(a3\ ,b3)} \cdot \ldots \cdot p_k^{\min(ak\ ,bk)}$

$KPK\ (c, d) = p_1^{maks(a1\ ,b1)} \cdot p_2^{maks(a2\ ,b2)} \cdot p_3^{maks(a3\ ,b3)} \cdot \ldots \cdot p_k^{maks(ak\ ,bk)}$

METODE PEMBELAJARAN

Practice Rehearsal Pairs

LANGKAH PEMBELAJARAN

PERTEMUAN 9

No.	Tahap	Kegiatan Pembelajaran	Alokasi Waktu
1.	Pendahuluan	a. Apersepsi Mengingatkan tentang FPB dan KPK. b. Motivasi Memberikan gambaran kemudahan menggunakan teorema pembagian dan sisa untuk menentukan FPB dan KPK.	5 menit 10 menit
2.	Penyajian	<u>Eksplorasi</u> Memberi penjelasan tentang Factor persekutuan, kelipatan persekutuan, FPB, dan KPK berdasarkan definisi. <u>Elaborasi</u> a. Meminta mahasiswa berkelompok. b. Memberikan mahasiswa permasalahan tentang FPB dan KPK. c. Setiap kelompok dibagi menjadi dua tim, dan setiap tim harus menyelesaiakan permassalahan yang ada pada LKM. d. Setelah selesai, salah satu tim diminta menjelaskan kepada tim yang lain. Pada tahap berikutnya kedua tim bertukar peran. <u>Eksplanasi</u> Dosen memberikan beberapa pertanyaan kepada mahasiswa tentang FPB dan KPK	10 menit 5 menit 5 menit 20 menit 20 menit 15 menit
3.	Penutup	<u>Refleksi dan Evaluasi</u> Menyimpulkan apa yang dipelajari secara klasikal tentang penentuan FPB dan KPK.	10 menit

PERTEMUAN 10

No.	Tahap	Kegiatan Pembelajaran	Alokasi Waktu
1.	Pendahuluan	<u>Apersepsi dan motivasi</u> Mengulas kembali tentang penentuan FPB dan KPK dengan definisi.	5 menit
2.	Penyajian	<u>Eksplorasi</u> Memberi penjelasan tentang beberapa teorema pembagian.	10 menit

		<u>Elaborasi</u> a. Meminta mahasiswa berkelompok, dan memberikan mahasiswa beberapa teorema pembagian. b. Setiap kelompok dibagi menjadi dua tim, dan setiap tim harus membuktikan teorema yang ada pada lembar kerja. c. Setelah selesai, salah satu tim diminta menjelaskan kepada tim yang lain. Pada tahap berikutnya kedua tim bertukar peran. <u>Eksplanasi</u> Dosen memberikan beberapa pertanyaan kepada mahasiswa tentang teorema pembagian.	5 menit 5 menit 20 menit 20 menit 15 menit
3.	Penutup	<u>Refleksi dan Evaluasi</u> Menyimpulkan apa yang dipelajari secara klasikal tentang teorema pembagian	10 menit

PERTEMUAN 11

No.	Tahap	Kegiatan Pembelajaran	Alokasi Waktu
1.	Pendahuluan	<u>Apersepsi dan motivasi</u> Mengulas kembali tentang teorema pembagian.	5 menit
2.	Penyajian	<u>Eksplorasi</u> Memberi penjelasan tentang beberapa teorema pembagian. <u>Elaborasi</u> a. Meminta mahasiswa berkelompok, dan memberikan mahasiswa beberapa teorema faktor. b. Setiap kelompok dibagi menjadi dua tim, dan setiap tim harus membuktikan teorema yang ada pada lembar kerja. c. Setelah selesai, salah satu tim diminta menjelaskan kepada tim yang lain. Pada tahap berikutnya kedua tim bertukar peran. <u>Eksplanasi</u> Dosen memberikan beberapa pertanyaan kepada mahasiswa tentang teorema pembagian.	10 menit 5 menit 5 menit 20 menit 20 menit 15 menit
3.	Penutup	<u>Refleksi dan Evaluasi</u> Menyimpulkan apa yang dipelajari secara klasikal tentang teorema faktor	10 menit

PERTEMUAN 12

No.	Tahap	Kegiatan Pembelajaran	Alokasi Waktu
1.	Pendahuluan	<u>Apersepsi dan motivasi</u> Mengulas kembali tentang penentuan teorema faktor.	5 menit
2.	Penyajian	<u>Eksplorasi</u> Memberi penjelasan tentang penentuan FPB dan KPK . <u>Elaborasi</u> a. Meminta mahasiswa berkelompok, dan memberikan mahasiswa beberapa permasalahan FPB dan KPK. b. Setiap kelompok dibagi menjadi dua tim, dan setiap tim harus membuktikan teorema yang ada pada lembar kerja. c. Setelah selesai, salah satu tim diminta menjelaskan kepada tim yang lain. Pada tahap berikutnya kedua tim bertukar peran. <u>Eksplanasi</u> Dosen memberikan beberapa pertanyaan kepada mahasiswa tentang penentuan FPB dan KPK dengan Algoritma Euclides.	10 menit 5 menit 5 menit 20 menit 20 menit 15 menit
3.	Penutup	<u>Refleksi dan Evaluasi</u> Menyimpulkan apa yang dipelajari secara klasikal tentang penentuan FPB dan KPK.	10 menit

MEDIA PEMBELAJARAN

Whiteboard, LCD, Laptop

SUMBER BELAJAR

[1] Herry Sukarman . 1995 . *Teori Bilangan* . Jakarta : Direktorat Jendral Pendidikan Dasar dan Menengah
[2] Purwoto . 2000 . *Teori Bilangan* . Surakarta : UNS Press
[3] Soehardjo . 1996 . *Struktur Aljabar* . Surakarta : UNS Press

PENILAIAN

1. Teknik : Hasil diskusi, keaktifan dalam diskusi, hasil post-test
2. Bentuk Instrumen : Tes Uraian
3. Contoh Instrumen : Terlampir

SOAL 1

1. Buktikan:

   a $a \mid (b^2 - 1) \Rightarrow a \mid (b^4 - 1)$

   b $\forall n \in Z$, $2 \mid (n^2 - n)$, $6 \mid (n^3 - n)$

2. Buktikan bahwa $\forall n \in Z^+$ berlaku :

   a $2 \mid (3^n - 1)$

   b $3 \mid (4^n - 1)$

   c $4 \mid (5^n - 1)$

3. Buktikan bahwa : $(1 + 2 + 3 + \ldots + n) \mid 3 (1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2)$ $\forall n \in N$.

4. Buktikan bahwa $3 \mid n (n+1)(n+2)$ $\forall n \in$ Bil. Cacah

5. Andaikan m dan n bilangan ganjil, buktikan bahwa :

   a $8 \mid (m^2 - n^2)$

   b $8 \mid (m^4 + n^2 - 2)$

SOAL 2

1. Tentukan FPB (314, 159) dan FPB (1009, 4001) !
2. Tentukan x dan $y \ni 314x + 159y = 1$!
3. Jika a = 3525, b = 1296, dan FPB(a, b) = d, maka :
   a. tentukan nilai d
   b. tentukan $x, y \in Z \ni ax + by = d$
4. Buktikan : $c \mid a.b$ dan FPB $(c, a) = d \Rightarrow c \mid b.d$
5. Buktikan bahwa FPB $(n, n+1) = 1 \ \forall n \in Z$.
6. Andaikan FPB (a, b) = 2 dan FPB (b, 4) = 2. Buktikan bahwa FPB (a+b, 4) = 4!

SOAL 3

1. Tentukan KPK dan FPB dari 135 dan 180 !
2. Buktikan : KPK [a, b] = FPB (a, b) $\Leftrightarrow$ a = b
3. m adalah kelipatan persekutuan dari a dan b, buktikan bahwa FPB (a, b) | m.

RENCANA MUTU PERKULIAHAN (RMP)

Nama Dosen	:	JANUAR BUDI ASMARI, S.Pd.
Fakultas	:	KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
Program Studi	:	PENDIDIKAN MATEMATIKA
Mata Kuliah	:	TEORI BILANGAN
Kode Mata Kuliah	:	MKK206515
Bobot	:	2 SKS
Semester	:	I
Pertemuan ke-	:	13 s.d 15
Standart Kompetensi	:	Memiliki pemahaman tentang konsep dasar bilangan, deret, notasi sigma, induksi matematika, dan teorema binomial, serta mampu mengidentifikasi beberapa sistem matematika, menjelaskan sifat keterbagian dan kongruensi kemudian membuktikan beberapa teorema yang berkaitan dengan bilangan
Kompetensi Dasar	:	4. Menjelaskan konsep dasar tentang kekongruenan dan menerapkan konsep kekongruenan untuk untuk membuktikan keterbagian suatu bilangan bulat oleh bilangan bulat..
Indikator	:	4.1 Membuktikan beberapa teorema kekongruenan 4.2 Membuktikan keterbagian bilangan bulat oleh bilangan bulat dengan dasar konsep kekongruenan 4.3 Menentukan penyelesaikan perkongruenan linier dengan berdasar pada teorema – teorema perkongruenan dan teorema sisa Cina
Tujuan	:	Membuktikan teorema kekongruenan Membuktikan keterbagian bilangan bulat oleh bilangan bulat Menentukan penyelesaikan perkongruenan linier

MATERI

KONGRUENSI MODULO m

Bila ada dua bilangan bulat a dan b dibagi dengan bilangan bilangan bulat positif m dan mempunyai sisa yang sama, maka dikatakan bahwa ***a kongruen dengan b modulo m***, dan dituliskan :

$$a \equiv b \pmod{m}$$

Definisi 4.1 :

Dua bilangan bulat a dan b kongruen modulo m [$a \equiv b \pmod{m}$] jika dan hanya jika $m \mid (a-b)$ dengan $m \in Z^{+}$. Jika $m \nmid (a-b)$ maka dikatakan a tidak kongruen dengan b modulo m, dituliskan $a \neq b \pmod{m}$

Teorema 4.1 :

$a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow \exists k \in Z \ni a = m.k + b$

<u>SIFAT-SIFAT RELASI KONGRUENSI</u>

a	*Refleksi*	:	$a \equiv a \pmod{m}$
b	*Simetri*	:	$a \equiv b \pmod{m} \rightarrow b \equiv a \pmod{m}$
c	*Transitif*	:	$a \equiv b \pmod{m}$ dan $b \equiv c \pmod{m} \rightarrow a \equiv c \pmod{m}$

Teorema 4.2 :

1. $a \equiv b \pmod m \Leftrightarrow (a+c) \equiv (b+c) \pmod m$
2. $a \equiv b \pmod m$ dan $c \equiv d \pmod m \Rightarrow (a+c) \equiv (b+d) \pmod m$
3. $a \equiv b \pmod m$ dan $c \equiv d \pmod m \Rightarrow (ax+cy) \equiv (bx+dy) \pmod m$
4. $a \equiv b \pmod m \Rightarrow a.c \equiv b.c \pmod m$
5. $a \equiv b \pmod m$ dan $c \equiv d \pmod m \Rightarrow a.c \equiv b.d \pmod m$
6. $a.c \equiv b.c \pmod m$ dan FPB $(c, m) = 1 \Rightarrow a \equiv b \pmod m$
7. $a.c \equiv b.c \pmod m$ dan FPB $(c, m) = d \Rightarrow a \equiv b \left(\mathrm{mod}\ \frac{m}{d}\right)$

SISTEM RESIDU MODULO m

Definisi 4.2 :

Jika $a \equiv r \pmod m$ dengan $0 \leq r < m$, maka r disebut dengan *residu terkecil dari a modulo m*. Untuk kongruensi ini, $\{ 1, 2, 3, \ldots , (m-1)\}$ adalah himpunan residu terkecil modulo m.

Definisi 4.3 :

Himpunan-himpunan bilangan bulat $r_1, r_2, r_3, \ldots , r_m$ disebut sistem residu lengkap modulo m jika dan hanya jika setiap bilangan bulat kongruen modulo m dengan satu dan hanya satu diantara $r_1, r_2, r_3, \ldots$, atau r_m.

Teorema 4.3 (Teorema FERMAT) :

Jika p suatu bilangan prima, dan FPB (a, p) = 1 maka $a^{p-1} \equiv 1 \pmod p$

Akibatnya :

Jika p suatu bilangan prima, maka $a^p \equiv a \pmod p$ $\forall$ $a \in Z$.

<u>Contoh 1 :</u>

Berapakah sisa pembagian 5^{38} oleh 11 ?

<u>Solusi :</u>

$5^{38} = 5^{30+8} = 5^{30} . 5^{8} = (5^{10})^{3} .(5^{2})^{2}$

Perhatikan bahwa :

$5^{10} \equiv 1 \bmod (11)$ dari Teorema Fermat

$5^{10} \equiv 1 \bmod (11) \Leftrightarrow (5^{10})^{3} \equiv 1^{3} \bmod (11)$

$5^{2} \equiv 3 \bmod (11) \Leftrightarrow (5^{2})^{4} \equiv 3^{4} \bmod (11)$

$\Leftrightarrow (5^{2})^{4} \equiv 81 \bmod (11)$

$\Leftrightarrow (5^{2})^{4} \equiv 4 \bmod (11)$

Sehingga :

$(5^{10})^{3} .(5^{2})^{2} \equiv 1 . 4 \pmod{11}$

$5^{38} \equiv 4 \pmod{11}$

Teorema 4.4 :

1. $p,q \in$ Bil. Prima, $p \neq q \ni a^p \equiv a \pmod q$ dan $a^q \equiv a \pmod p \Rightarrow$
   $a^{p.q} \equiv 4 \pmod{p.q}$
2. Jika p suatu bilangan prima, maka kekongruenan $x^2 \equiv 1 \pmod p$ mempunyai tepat dua penyelesaian yaitu 1 dan $p-1$.

Teorema 4.5 (Teorema Wilson) :

Jika p suatu bilangan prima, maka $(p-1)! \equiv -1 \pmod p$

KONGRUENSI MODULO 9

Teorema 4.6 :

1. $10^n \equiv 1 \pmod 9$ $\forall n \in N$.
2. Setiap bilangan bulat, kongruen modulo 9 dengan jumlah angka-angkanya.

Periksalah kebenaran penjumlahan berikut dengan prinsip kongruensi modulo 9 !

275 + 426 + 537 = 1238

Solusi:

$$\begin{aligned} 275 &\equiv (2+7+5) \pmod 9 \\ &\equiv 14 \pmod 9 \\ &\equiv 5 \pmod 9 \\ 426 &\equiv (4+2+6) \pmod 9 \\ &\equiv 12 \pmod 9 \\ &\equiv 3 \pmod 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 537 &\equiv (5+3+7) \pmod 9 \\ &\equiv 15 \pmod 9 \\ &\equiv 6 \pmod 9 \end{aligned}$$

Sehingga :

$$\begin{aligned} 275 + 426 + 537 &\equiv (5+3+6) \pmod 9 \\ &\equiv 14 \pmod 9 \\ &\equiv 5 \pmod 9 \end{aligned}$$

Perhatikan bahwa:

$$\begin{aligned} 1238 &\equiv (1+2+3+8) \pmod 9 \\ &\equiv 14 \pmod 9 \\ &\equiv 5 \pmod 9 \end{aligned}$$

KONGRUENSI MODULO 11

Perhatikan :

- $10 \equiv (-1) \pmod{11}$
- $100 = 10 \cdot 10 \equiv (-1)\cdot(-1) \pmod{11}$
- $1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \equiv (-1)\cdot(-1)\cdot(-1) \pmod{11}$

Sehingga pada umumya $10^n \equiv (-1)^n \pmod{11}$

Apabila $b = a_k\, a_{k-1}\, a_{k-2} \ldots a_2\, a_1\, a_0$ maka

$$b = a_k 10^n + a_{k-1} 10^n + a_{k-2} 10^n + \ldots + a_2 10^n + a_1 10^n + a_0 10^n$$

Jadi $\quad b \equiv (a_k 10^k + a_{k-1}10^{k-1} + a_{k-2}10^{k-2} + \ldots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0 10^0) \pmod{11}$

$\quad b \equiv (a_k(-1)^k + a_{k-1}(-1)^{k-1} + a_{k-2}(-1)^{k-2} + \ldots + a_2 - a_1 + a_0) \pmod{11}$

$\quad b \equiv (a_0 + a_2 + a_4 + \ldots) - (a_1 + a_3 + a_5 + \ldots) \pmod{11}$

Teorema 4.7 :

Jika $a \equiv b \pmod m$ maka $a^n \equiv b^n \pmod m$

PERKONGRUENAN LINEAR MODULO m

PERKONGRUENAN LINEAR

Kalimat terbuka yang menggunakan relasi kongruensi disebut perkongruenan. Suatu perkongruenan, jika variabel pangkat tertingginya adalah satu, maka pengkongruenan tersebut dinamakan perkongruenan linear. Bentuk umum perkongruenan linear adalah $ax \equiv b \pmod m$, $a \neq 0$.

Teorema 4.8 :

1. Jika FPB $(a, m) \nmid b$ maka perkongruenan linear $ax \equiv b \pmod m$ tidak memiliki penyelesaian.
2. Jika FPB $(a, m) = 1$ maka perkongruenan linear $ax \equiv b \pmod m$ memiliki tepat satu penyelesaian.
3. Jika FPB $(a, m) = g$ maka perkongruenan linear $ax \equiv b \pmod m$ akan memiliki penyelesaian jika dan hanya jika $g \mid b$. Jika $g \mid b$ maka perkongruenan linear $ax \equiv b \pmod m$ mempunyai g buah penyelesaian, yang didapatkan dari :

   $x \equiv x_0 + \frac{km}{g} \pmod m$ untuk k = 0, 1, 2, 3, ... , (g–1)

   dimana x_0 adalah penyelesaian dari : $\frac{a}{g}\, x \equiv \frac{b}{g} \left(\mathrm{mod}\ \frac{m}{g}\right)$

Contoh :

Selesaikan perkongruenan $6x \equiv 9 \pmod{21}$

Solusi :

$6x \equiv 9 \pmod{21}$

FPB (6, 9) = 3 dan $3 \mid 9$ akibatnya perkongruenan $6x \equiv 9 \pmod{21}$ memiliki 3 penyelesaian.

Perhatikan : $\quad 6x \equiv 9 \pmod{21}$

$\Leftrightarrow 2x \equiv 3 \pmod 7$

$\Leftrightarrow 2x \equiv 10 \pmod 7$

$\Leftrightarrow x \equiv 5 \pmod 7$

Sehingga : $x_1 = 5$, $x_2 = 12$ dan $x_3 = 19$

Jadi Hp = { 5, 12, 19 }

TEOREMA SISA BANGSA CINA

Perhatikan permasalahan berikut :

- Tentukan suatu bilangan yang bersisa 2 jika dibagi 3, bersisa 4 jika dibagi 5 dan bersisa 6 jika dibagi 7. Jika bilangan yang dicari dimisalkan dengan x, maka kalimat dari masalah tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$x \equiv 2 \pmod 3$$
$$x \equiv 4 \pmod 5$$
$$x \equiv 6 \pmod 7$$

Perhatikan :

a. $x \equiv 2 \pmod 3$ artinya : $x = 2 + 3k_1$ ... (1)

b. $x \equiv 4 \pmod 5$

Dari persamaan (1) :

$$\begin{aligned} x &\equiv 4 \pmod 5 \\ \Leftrightarrow 2 + 3k_1 &\equiv 4 \pmod 5 \\ \Leftrightarrow 3k_1 &\equiv 2 \pmod 5 \\ \Leftrightarrow 3k_1 &\equiv 12 \pmod 5 \\ \Leftrightarrow k_1 &\equiv 4 \pmod 5 \quad \text{artinya : } k_1 = 5k_2 + 4 \ldots (2) \end{aligned}$$

berdasar (1) dan (2) diperoleh :

$$\begin{aligned} x &= 2 + 3k_1 \\ \Leftrightarrow x &= 2 + 3(5k_2 + 4) \\ \Leftrightarrow x &= 15k_2 + 14 \ldots (3) \end{aligned}$$

c. $x \equiv 6 \pmod 7$

Dari persamaan (3) :

$$\begin{aligned} x &\equiv 6 \pmod 7 \\ \Leftrightarrow 14 + 15k_2 &\equiv 6 \pmod 7 \\ \Leftrightarrow 15k_2 &\equiv -8 \pmod 7 \\ \Leftrightarrow 15k_2 &\equiv -15 \pmod 7 \\ \Leftrightarrow k_2 &\equiv -1 \pmod 7 \\ \Leftrightarrow k_2 &\equiv 6 \pmod 7 \quad \text{artinya : } k_2 = 7k_3 + 6 \ldots (4) \end{aligned}$$

berdasar (3) dan (4) diperoleh :

$$\begin{aligned} x &= 15k_2 + 14 \\ \Leftrightarrow x &= 15(7k_3 + 6) + 14 \\ \Leftrightarrow x &= 105k_3 + 104 \end{aligned}$$

Yang memenuhi ketiga perkongruenan di atas adalah $x \equiv 104 \pmod{105}$. Sehingga penyelesaian bersama dari perkongruenan $x \equiv 104 \pmod{105}$ adalah 104.

METODE PEMBELAJARAN

Two Stay Two Stray dan *Gallery of Learning*

LANGKAH PEMBELAJARAN

PERTEMUAN 13

No.	Tahap	Kegiatan Pembelajaran	Alokasi Waktu
1.	Pendahuluan	**Apersepsi dan Motivasi** Mengulas tentang teorema pembagian	5 menit
2.	Penyajian	**Eksplorasi** Memberi penjelasan tentang beberapa teorema kekongruenan. **Elaborasi** a. Memberikan permasalahan tentang teorema kekongruenan b. Kegiatan Kelompok ▪ Meminta mahasiswa secara berkelompok untuk menentukan penyelesaiannya. ▪ Setiap kelompok menempelkan hasil diskusinya pada tempat yang telah disediakan. c. Diskusi antar kelompok ▪ 3 orang anggota kelompok diberi tugas untuk tetap berada di posisi semua untuk menjelaskan apabila ada pertanyaan atau koereksi yang nantinya diberikan kelompok lain. ▪ 3 orang yag lain ditugaskan untuk berkeliling dari satu kelompok ke kelompok yang lain untuk mengomentari dan bertanya pekerjaan kelompok lain. **Eksplanasi** Diskusi kelas untuk membahas beberapa permasalahan yang sudah dibuat dan dikerjakan mahasiswa.	20 menit 5 menit 20 menit 5 menit 20 menit 20 menit
3.	Penutup	**Refleksi dan Evaluasi** Penarikan kesimpulan mengenai teorema kekongruenan.	5 menit

PERTEMUAN 14

No.	Tahap	Kegiatan Pembelajaran	Alokasi Waktu
1.	Pendahuluan	**Apersepsi dan Motivasi** Membahas kembali tentang teorema kekongruenan.	5 menit
2.	Penyajian	**Eksplorasi** Memberi penjelasan tentang sifat keterbagian. **Elaborasi** a. Memberikan permaslahan tentang sifat keterbagian. b. Kegiatan Kelompok ▪ Meminta mahasiswa secara berkelompok untuk menentukan penyelesaiannya. ▪ Setiap kelompok menempelkan hasil diskusinya pada tempat yang telah disediakan. c. Diskusi antar kelompok ▪ 3 orang anggota kelompok diberi tugas untuk tetap berada di posisi semua untuk menjelaskan apabila ada pertanyaan atau koereksi yang nantinya diberikan kelompok lain. ▪ 3 orang yag lain ditugaskan untuk berkeliling dari satu kelompok ke kelompok yang lain untuk mengomentari dan bertanya pekerjaan kelompok lain. **Eksplanasi** Diskusi kelas untuk membahas beberapa permasalahan yang sudah dibuat dan dikerjakan mahasiswa.	20 menit 5 menit 20 menit 5 menit 20 menit 20 menit
3.	Penutup	**Refleksi dan Evaluasi** Penarikan kesimpulan mengenai keterbagian bilangan buat.	5 menit

PERTEMUAN 15

No.	Tahap	Kegiatan Pembelajaran	Alokasi Waktu
1.	Pendahuluan	**Apersepsi dan Motivasi** Membahsa kembali tentang keterbagian bilangan bulat.	5 menit
2.	Penyajian	**Eksplorasi** Memberi penjelasan tentang penyelesaian perkongruenan linear. **Elaborasi** d. Memberikan permaslahan perkongruenan linear. e. Kegiatan Kelompok ▪ Meminta mahasiswa secara berkelompok untuk menentukan penyelesaiannya. ▪ Setiap kelompok menempelkan hasil diskusinya pada tempat yang telah disediakan. f. Diskusi antar kelompok ▪ 3 orang anggota kelompok diberi tugas untuk tetap berada di posisi semua untuk menjelaskan apabila ada pertanyaan atau koereksi yang nantinya diberikan kelompok lain. ▪ 3 orang yag lain ditugaskan untuk berkeliling dari satu kelompok ke kelompok yang lain untuk mengomentari dan bertanya pekerjaan kelompok lain. **Eksplanasi** Diskusi kelas untuk membahas beberapa permasalahan yang sudah dibuat dan dikerjakan mahasiswa.	20 menit 5 menit 20 menit 5 menit 20 menit 20 menit
3.	Penutup	**Refleksi dan Evaluasi** Penarikan kesimpulan mengenai perkongruenan linear.	5 menit

MEDIA PEMBELAJARAN

Whiteboard, LCD, Laptop

SUMBER BELAJAR

[1] Herry Sukarman . 1995 . *Teori Bilangan* . Jakarta : Direktorat Jendral Pendidikan Dasar dan Menengah

[2] Purwoto . 2000 . *Teori Bilangan* . Surakarta : UNS Press
[3] Soehardjo . 1996 . *Struktur Aljabar* . Surakarta : UNS Press

PENILAIAN

1. Teknik : Hasil diskusi, keaktifan dalam diskusi, hasil post-test
2. Bentuk Instrumen : Tes Uraian
3. Contoh Instrumen : Terlampir

SOAL

1. Buktikan:
   a. $p \mid a \Leftrightarrow a \equiv 0 \pmod{p}$
   b. $x \equiv 2 \pmod{5} \Rightarrow 2x^2 - x + 3 \equiv 4 \pmod{5}$
2. Buatlah perkongruenan linear modulo 20 yang memenuhi ketentuan berikut :
   a. Tidak memiliki penyelesaian
   b. Memiliki tepat satu penyelesaian
   c. Memiliki lebih dari satu penyelesaian
   d. Memiliki 20 penyelesaian
3. Tentukan penyelesaian dari $4x \equiv 6 \pmod{18}$
4. Buktikan : $ax \equiv ay \pmod{p}$ dengan p, a dan x adalah bilangan prima, maka $x \equiv y \pmod{p}$
5. Tentukan banyak penyelesaian dari tiap-tiap perkongruenan berikut :
   a. $3x \equiv 6 \pmod{15}$
   b. $6x \equiv 11 \pmod{15}$
   c. $3x \equiv 6 \pmod{16}$
   d. $3x \equiv 1 \pmod{17}$
   e. $6x \equiv 1 \pmod{10}$
6. Tentukan penyelesaian bersama dari sistem perkongruenan berikut ini :

$$2x \equiv 1 \pmod{5}$$
$$3x \equiv 2 \pmod{7}$$
$$4x \equiv 1 \pmod{11}$$

7. Tentukan bilangan positif ganjil terkecil n, $n > 3 \ni 3 \mid n$, $5 \mid (n+2)$, $7 \mid (n+4)$!

UJIAN TENGAH SEMESTER GASAL TAHUN AKADEMIK 2014/2015

UNIVERSITAS VETERAN BANGUN NUSANTARA SUKOHARJO
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

PROGRAM STUDI : PENDIDIKAN MATEMATIKA

Jl. Letjend. S. Humardani No. 1, Jombor Sukoharjo. Telp. (0271) 593156

Mata Uji	:	**TEORI BILANGAN**
Semester/Kelas	:	I
Waktu Ujian	:	90 menit
Dosen Penguji	:	JANUAR BUDI ASMARI, M.Pd.
Sifat Ujian	:	**CLOSED BOOK**

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jawaban yang benar!

1. Dengan induksi matematika, buktikan bahwa :

$$\left(\sum_{p=2}^{k+1}(p-1)\right)^2 = \binom{k}{k-2}^2 \text{ benar } \forall n \in N$$

2. Berdasarkan teorema binomial:

$$(a+x)^n = \binom{n}{0}a^n x^0 + \binom{n}{1}a^{n-1}x + \binom{n}{2}a^{n-2}x^2 + \binom{n}{3}x^3 + \cdots + \binom{n}{n}a^0 x^n$$

Untuk setiap bilangan real x dan bilangan bulat positif n, tunjukkan bahwa:

$$1 = (2+x)^n - \binom{n}{1}(x+1)^1(2+x)^{n-1} + \binom{n}{2}(x+1)^2(2+x)^{n-2} + \ldots + (-1)^n\binom{n}{n}(x+1)^n$$

3. Jika O adalah himpunan bilangan bulat ganjil, selidiki apakah $(O, \times)$ merupakan groupoid, semigroup, monoid, atau group?

SELAMAT MENGERJAKAN....SEMOGA SUKSES!

UJIAN AKHIR SEMESTER GASAL TAHUN AKADEMIK 2014/2015

UNIVERSITAS VETERAN BANGUN NUSANTARA SUKOHARJO
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
PROGRAM STUDI : PENDIDIKAN MATEMATIKA
Jl. Letjend. S. Humardani No. 1, Jombor Sukoharjo. Telp. (0271) 593156

Mata Uji	:	**TEORI BILANGAN**
Semester/Kelas	:	I
Waktu Ujian	:	90 menit
Dosen Penguji	:	JANUAR BUDI ASMARI, M.Pd.
Sifat Ujian	:	**CLOSED BOOK**

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jawaban yang benar!

1. Selidiki kebenaran pernyatan berikut dengan induksi matematika

$$P(n) := 5^{2n} - 1 \text{ habis dibagi } 3 \ \forall n \in N$$

2. Jika O adalah himpunan bilangan bulat ganjil, selidiki apakah (O, ♣) merupakan groupoid, semigroup, monoid, atau group dengan:

$$a, b \in O \rightarrow a \clubsuit b = a + ab$$

3. Jika diberikan a= 10587 dan b = 534 serta FPB (a, b) = d maka:
   a. Tentukan nilai d.
   b. Tentukan nilai x dan y sedemikian hingga berlaku ax + by = d
4. Selidiki kebenaran pernyataan berikut:

$$6 \mid 3n(n-1) \rightarrow 6 \mid 3n(n+1)$$

5. Tentukan nilai x yang memenuhi : $4 \mid (x-3)$, $7 \mid (2x-5)$, dan $5 \mid (x+3)$

SELAMAT MENGERJAKAN....SEMOGA SUKSES!