

PERTIDAKSAMAAN LINEAR

1. Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

Jika x dan y merupakan variabel, a, b , dan c merupakan bilangan/konstanta, pertidaksamaan linear dapat dituliskan sebagai berikut: $ax + by < c$, $ax + by > c$, $ax + by \leq c$, dan $ax + by \geq c$.

Contoh bentuk pertidaksamaan linear dua variabel.

1. $2x + 3y < 6$
2. $3x + 4y > 12$
3. $x + y \leq 10$
4. $5x - 2y \geq 20$

Pertidaksamaan-Pertidaksamaan linear dua variabel mempunyai penyelesaian yang berupa daerah penyelesaian. Daerah penyelesaian ini merupakan titik-titik (x, y) yang memenuhi pertidaksamaan tersebut.

Daerah penyelesaian ini dapat digambarkan seperti berikut.

Contoh 1

Tentukan daerah penyelesaian dari pertidaksamaan $x + y \leq 10$.

Jawaban:

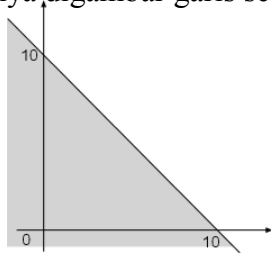
Langkah pertama kita membuat persamaan $x + y = 10$ (persamaan garis lurus)

Membuat dua titik bantu.

Untuk $x = 0$, maka $y = 10$. Diperoleh titik $(0, 10)$

Untuk $y = 0$, maka $x = 10$. Diperoleh titik $(10, 0)$

Selanjutnya digambar garis sesuai pertidaksamaan $x + y \leq 10$.



Gambar yang diarsir adalah daerah penyelesaian pertidaksamaan $x + y \leq 10$. Untuk mengecek/menyelidiki kebenarannya sebagai berikut.

Daerah yang diarsir memuat $(0,0)$. Jika $(0,0)$ kita substitusikan ke $x + y \leq 10$ akan diperoleh $0 + 0 \leq 10$. Hal ini sebuah pernyataan yang benar.

Contoh 2

Tentukan daerah penyelesaian dari pertidaksamaan $2x + 3y \geq 18$.

Jawaban:

Langkah pertama kita membuat persamaan $2x + 3y = 18$ (persamaan garis lurus)

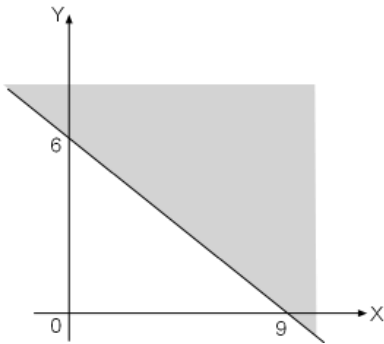
Membuat dua titik bantu.

Untuk $x = 0$, maka $y = 6$. Diperoleh titik $(0, 6)$

Untuk $y = 0$, maka $x = 9$. Diperoleh titik $(9, 0)$

Selanjutnya digambar garis sesuai pertidaksamaan $2x + 3y \geq 18$.

Perlu diketahui, titik $(0,0)$ tidak memenuhi pertidaksamaan $2x + 3y \geq 18$, karena $2(0) + 3(0) \geq 18$ sebuah pernyataan yang salah. Jadi, daerah yang memuat $(0, 0)$ tidak diarsir.



Daerah yang diarsir adalah daerah penyelesaian pertidaksamaan linear $2x + 3y \geq 18$.

2. Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

Kita tahu bahwa pada materi yang lalu dibahas sistem persamaan linear dua variabel. Dalam kesempatan ini akan dibahas tentang sistem pertidaksamaan linear dua variabel. Sistem persamaan linear dua variabel adalah gabungan beberapa pertidaksamaan linear dua variabel yang variabel-variabelnya saling berkaitan (variabelnya sama). Dengan demikian dari sistem pertidaksamaan tersebut diperoleh penyelesaian dari kedua atau lebih pertidaksamaan itu.

Bentuk umum sistem pertidaksamaan linear dua variabel.

$$ax + by \leq c$$

$$px + qy \leq r$$

Tanda ketidaksamaan dapat meliputi $\leq, \geq, <, >$.

Perhatikan contoh sistem pertidaksamaan dan penyelesaiannya berikut.

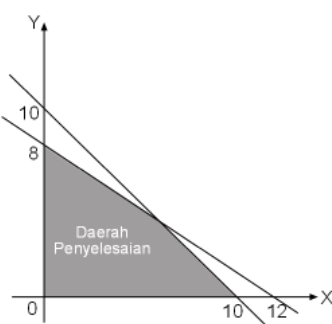
Contoh 1

Diketahui sistem pertidaksamaan berikut.

$$\begin{aligned}x + y &\leq 10 \\ 2x + 3y &\leq 24 \\ x &\geq 0, \\ y &\geq 0\end{aligned}$$

Jawaban:

Persamaan $x + y = 10$ berpotongan terhadap sumbu X dan sumbu Y di $(10, 0)$ dan $(0, 10)$.
Persamaan $2x + 3y = 24$ berpotongan terhadap sumbu X dan sumbu Y di $(12, 0)$ dan $(0, 8)$.
Titik $(0, 0)$ memenuhi sistem pertidaksamaan di atas. sehingga daerah yang memuat $(0, 0)$ merupakan daerah penyelesaian sistem persamaan tersebut.
Sehingga daerah penyelesaian dari SPLDV tersebut dapat digambarkan seperti di bawah ini.



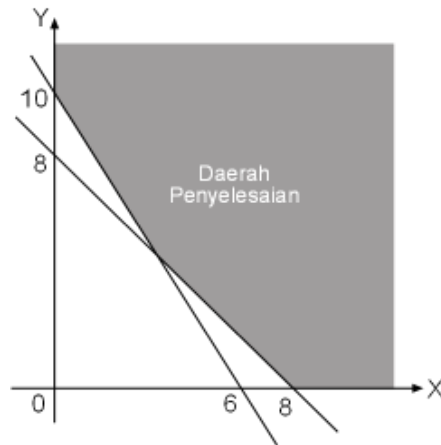
Contoh 2

Diketahui sistem pertidaksamaan berikut.

$$\begin{aligned}x + y &\geq 8 \\ 5x + 3y &\geq 30 \\ x &\geq 0, \\ y &\geq 0\end{aligned}$$

Jawaban:

Persamaan $x + y = 8$ berpotongan terhadap sumbu X dan sumbu Y di $(8, 0)$ dan $(0, 8)$.
Persamaan $5x + 3y = 30$ berpotongan terhadap sumbu X dan sumbu Y di $(6, 0)$ dan $(0, 10)$.
Titik $(0, 0)$ tidak memenuhi sistem pertidaksamaan di atas sehingga daerah yang memuat $(0, 0)$ bukan merupakan daerah penyelesaian sistem persamaan tersebut.
Sehingga daerah penyelesaian dari SPLDV tersebut dapat digambarkan seperti di bawah ini.



Contoh 3

Diketahui sistem pertidaksamaan berikut.

$$x + y \leq 12$$

$$2x + 5y \geq 40$$

$$x \geq 0,$$

$$y \geq 0$$

Jawaban:

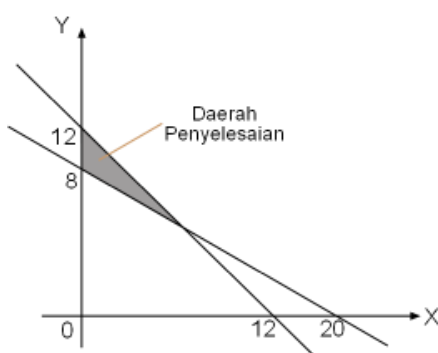
Persamaan $x + y = 12$ berpotongan terhadap sumbu X dan sumbu Y di $(12, 0)$ dan $(0, 12)$.

Persamaan $2x + 5y = 40$ berpotongan terhadap sumbu X dan sumbu Y di $(20, 0)$ dan $(0, 8)$.

Titik $(0, 0)$ memenuhi sistem pertidaksamaan $x + y \leq 12$ sehingga daerah yang memuat $(0, 0)$ merupakan daerah penyelesaian pertidaksamaan $x + y \leq 12$.

Titik $(0, 0)$ tidak memenuhi sistem pertidaksamaan $2x + 5y \geq 40$ sehingga daerah yang memuat $(0, 0)$ bukan merupakan daerah penyelesaian pertidaksamaan $2x + 5y \geq 40$.

Sehingga daerah penyelesaian dari SPLDV tersebut dapat digambarkan seperti di bawah ini.



Demikian penjelasan tentang Pertidaksamaan dan Sistem pertidaksamaan linear dua variabel. Berikutnya akan dibahas tentang program linear di segmen berikutnya.

Penyelesaian Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

Pengganti variabel dari suatu pertidaksamaan, sehingga menjadi pernyataan yang benar disebut *penyelesaian dari pertidaksamaan linear satu variabel*.

Suatu pertidaksamaan dapat dinyatakan ke dalam pertidaksamaan yang ekuivalen dengan cara sebagai berikut.

- a. Menambah atau mengurangi kedua ruas dengan bilangan yang sama tanpa mengubah tanda ketidaksamaan.
- b. Mengalikan atau membagi kedua ruas dengan bilangan positif yang sama tanpa mengubah tanda ketidaksamaan.
- c. Mengalikan atau membagi kedua ruas dengan bilangan negatif yang sama, tetapi tanda ketidaksamaan berubah, dimana $>$ menjadi $<$, $<$ menjadi $>$, \leq menjadi \geq , \geq menjadi \leq

Ciri – Ciri SPLDV

- Menggunakan relasi tanda sama dengan (=)
- Memiliki dua variabel
- Kedua variabel tersebut memiliki derajat satu (berpangkat satu)

Hal – hal Yang Berhubungan Dengan SPLDV

a. Suku

Suku yaitu bagian dari suatu bentuk aljabar yang terdiri dari variabel, koefisien dan konstanta. Dan setiap suku di pisahkan dengan tanda baca penjumlahan ataupun pengurangan

Contoh :

$6x - y + 4$, maka suku – suku dari persamaan tersebut adalah $6x$, $-y$ dan 4

b. Variabel

Variabel , yaitu peubah atau pengganti suatu bilangan yang biasanya dilambangkan dengan huruf seperti x dan y .

Contoh :

Mika memiliki 2 buah nanas dan 5 buah jeruk.

Jika dituliskan dalam bentuk persamaan adalah

- Nanas = x
- Jeruk = y
- Persamannya adalah $2x + 5y$
-

c. Koefisien

Koefisien yaitu suatu bilangan yang menyatakan banyaknya suatu jumlah variabel yang sejenis. Koefisien disebut juga dengan bilangan yang ada di depan variabel, karena penulisan sebuah persamaan koefisien berada di depan variabel

Contoh :

Mika memiliki 2 buah nanas dan 5 buah jeruk. Jika di tulis dalam bentuk persamaan adalah :

Jawab :

- Nanas = x dan Jeruk = y
- Persamannya adalah $2x + 5y$
- Dimana 2 dan 5 adalah koefisien. Dan 2 adalah koefisien x dan 5 adalah koefisien y

d. Konstanta

Konstanta yaitu bilangan yang tidak diikuti dengan variabel, maka nilainya tetap atau konstan untuk berapapun nilai perubahannya

Contoh :

$2x + 5y + 7$, dari persamaan tersebut konstanta adalah 7 , karena 7 nilainya tetap dan tidak terpengaruh dengan berapapun variabelnya

Itulah beberapa hal yang berhubungan tentang bentuk umum spldv untuk kita pahami sebelum kita memahami tentang rumus spldv.

Bentuk umum sistem persamaan linear dua variabel adalah sebagai berikut :

$$+ = \dots\dots (1)$$

$$+ = \dots\dots (2)$$

Dengan , , , dan

Persamaan (1) dan persamaan (2) merupakan suatu sistem persamaan linear karena keduanya saling berkaitan.



Syarat Sistem Persamaan Linier Dua Variabel dapat memiliki satu penyelesaian, yaitu :

- Ada lebih dari satu atau ada dua persamaan linier dua variabel sejenis
- Persamaan linier dua variabel yang membentuk sistem persamaan linier dua variabel, bukan persamaan linier dua variabel yang sama.

Jadi kedua syarat ini wajib bisa terpenuhi sebelum kita menghitung persamaan linier dua variabel.

Mencari himpunan penyelesaian sistem persamaan linear adalah dengan cara mengganti nilai variabel atau peubah yang memenuhi sistem persamaan tersebut, yaitu dengan menggunakan metode eliminasi, substitusi, metode gabungan dari kedua metode tersebut (Eliminasi dan substitusi), metode grafik. Pada modul ini akan membahas tentang metode eliminasi .

Metode Eliminasi atau Metode Menghilangkan



Metode Eliminasi yaitu menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan cara eliminasi artinya mencari nilai variabel dengan menghilangkan variabel yang lain. Prinsip yang digunakan untuk menghilangkan variable adalah mengurangi atau menjumlahkan.

Langkah – langkah menyelesaikan spldv dengan metode eliminasi :

- Untuk menghilangkan suatu variable, koefisien dari variable tersebut pada kedua persamaan harus sama. Jika belum sama, masing – masing persamaan dikalikan dengan bilangan tertentu sehingga variable tersebut memiliki koefisien yang sama.
- Jika variable yang akan dihilangkan bertanda sama, dua persamaan dikurangi dan jika memiliki tanda yang berbeda dua persamaan ditambah

Contohnya sebagai berikut:

1. Tentukan Himpunan penyelesaian dari persamaan $x + 3y = 15$ dan $3x + 6y = 30$

Penyelesaian :

Diketahui :

$$\text{Persamaan 1 : } x + 3y = 15$$

$$\text{Persamaan 2 : } 3x + 6y = 30$$

Langkah Pertama yaitu menentukan variabel mana yang akan di eliminasi terlebih dahulu. Kali ini kita akan menghilangkan x terlebih dahulu, dan supaya kita temukan nilai y . Caranya yaitu :

$$\underline{3x + 6y = 30} : 3$$

$$x + 2y = 10 \dots\dots\dots (1) \quad x + 3y = 15 \quad (2)$$

Langkah Kedua Dari persamaan (1) dan (2), mari kita eliminasi, sehingga hasilnya :

$$x + 3y = 15$$

$$\underline{x + 2y = 10} \quad -$$

$$y = 5$$

Langkah Ketiga Selanjutnya, untuk mengetahui nilai x , maka caranya sebagai berikut :

$$x + 3y = 15 \quad | \times 2 | \Leftrightarrow 2x + 6y = 30 \dots\dots\dots (3)$$

$$3x + 6y = 30 \quad | \times 1 | \Leftrightarrow 3x + 6y = 30 \dots\dots\dots (4)$$

Eliminasi antara persamaan (3) dengan (4), yang hasilnya menjadi :

$$3x + 6y = 30$$

$$\underline{2x + 6y = 30} \quad -$$

$$x = 0$$

Maka, Himpunan penyelesaiannya adalah $HP = \{ 0 . 5 \}$

2. Seseorang membeli 4 buku tulis dan 3 pensil, ia membayar Rp 19.500,00. Jika ia membeli 2 buku tulis dan 4 pensil, ia harus membayar Rp 16.000,00. Tentukan harga sebuah buku tulis dan sebuah pensil!

Dari soal diatas dapat dibentuk soal matematika sebagai berikut :

Diketahui : Misal buku tulis = x dan pensil y

Ditanyakan : harga sebuah buku tulis dan harga sebuah pensil?

Jawab :

Harga 4 buku tulis dan 3 pensil Rp 19.500,00 sehingga $4x + 3y = 19.500$

Harga 2 buku tulis dan 4 pensil Rp 16.000,00 sehingga $2x + 4y = 16.000$

Maka : $4x + 3y = 19.500$ persamaan 1

$2x + 4y = 16.000$ persamaan 2

Untuk mengeliminasi variable x, maka kalikan persamaan pertama dengan 1 dan persamaan kedua dengan 2 agar koefisien x kedua persamaan sama. Selanjutnya kita selisihkan kedua persamaan karena variable yang akan dihilangkan bertanda sama.

$$\begin{array}{rclclcl} 4x + 3y & = & 19.500 & |\times 1| & \rightarrow & 4x + 3y & = & 19.500 \\ 2x + 4y & = & 16.000 & |\times 2| & \rightarrow & 4x + 8y & = & 32.000 \\ & & & & & \hline & & & & & -5y & = & -12.500 \\ & & & & & & & & y & = & 2.500 \end{array}$$

Untuk mengeliminasi variable y, maka kalikan persamaan dengan 4 dan kalikan persamaan kedua dengan 3 lalu selisihkan kedua persamaan sehingga diperoleh nilai x, sebagai berikut :

$$\begin{array}{rclclcl} 4x + 3y & = & 19.500 & |\times 4| & \rightarrow & 16x + 12y & = & 78.000 \\ 2x + 4y & = & 16.000 & |\times 3| & \rightarrow & 6x + 12y & = & 48.000 \\ & & & & & \hline & & & & & 10x & = & 30.000 \\ & & & & & & & & x & = & 3.000 \end{array}$$

Jadi penyelesaian persamaan itu adalah $x = 3.000$ dan $y = 2.500$. Sehingga harga sebuah buku tulis adalah Rp 3.000,00 dan harga sebuah pensil adalah Rp 2.500,00

Lembar Soal Kuis

Nama : _____

Kelas : _____

Soal Quiz

1. Perhatikan SPLDV berikut:

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x - 2y = 2 \end{cases}$$

Variabel dari SPLDV diatas adalah.....

2. Himpunan penyelesaian dari SPLDV $\begin{cases} 2a - b = 2 \\ 4a + 2b = 4 \end{cases}$ nilai x dan y adalah.....
3. Harga 2 pensil dan 3 buku tulis Rp. 10.000,00 sedangkan harga 3 pensil dan 4 buku tulis Rp. 15.000,00. Model matematika yang tepat adalah.....
4. Grafik himpunan penyelesaian dari persamaan $2x - 3y + 6 = 0$ adalah.....
5. Harga tiket KA kelas bisnis Rp 40.000,00/lembar & kelas eksekutif Rp 60.000,00/lembar. Pada suatu hari terjual 4800 lembar dengan hasil penjualan Rp228.000.000,00. Berapakah banyaknya tiket eksekutif yang terjual pada hari itu?
6. Umur Lia 7 tahun lebih tua dari pada umur Irvan, sedangkan jumlah umur mereka adalh 43 tahun. Berapakah umur mereka masing – masing?