PHY-144 : Introduction à la physique du génie

Chapitre 8: Cinétique – Travail, énergie et puissance.

8.1 Introduction

Ce chapitre est la suite du chapitre précédent; nous traitons toujours de cinétique, c'est-à-dire de la relation entre les forces sur un objet et le mouvement de celui-ci.

En fait, cette relation entre les forces et le mouvement est très simple : il s'agit de la 2ème loi de Newton ($\sum \vec{F} = m\vec{a}$)! Cependant, dans beaucoup de cas (quand les forces et les accélérations ne sont pas constantes, par exemple), cette 2ème loi n'est pas facile à utiliser. Nous allons voir qu'il est souvent plus aisé d'aborder certains problèmes de mécanique sous un autre angle : celui du **travail** et de l'**énergie**.

8.2 Le travail

Avant de définir formellement le travail, considérons un cas simple : un bloc est poussé sur un plan horizontal à l'aide d'une force $\vec{F}$ et il se déplace entre une position initiale « i » et une position finale « f »; son déplacement est $\Delta\vec{x}$.

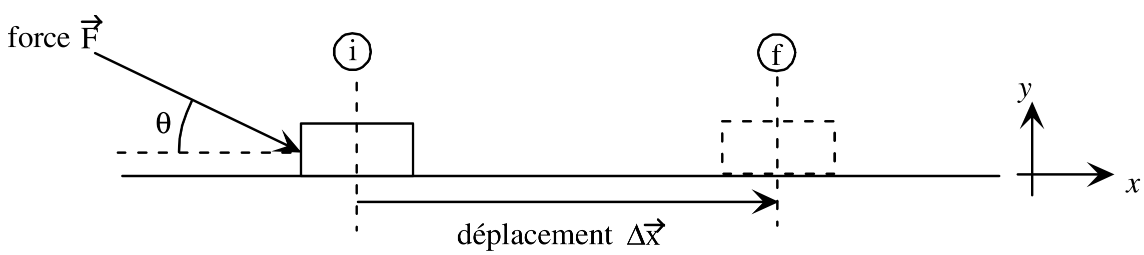


Figure 8.1 : Bloc poussé sur une surface horizontale.

Le déplacement est un vecteur qui s'exprime comme $\Delta\vec{x} = \Delta x\ \vec{i}$ **,** si on place l'axe des x positifs dans le sens du déplacement.

La force $\vec{F}$ est décomposable en 2 composantes: une composante perpendiculaire au déplacement (F_y = -$F\sin(\theta)$) et une composante parallèle au déplacement (F_x = $F\cos(\theta)$). Ces deux composantes ont des effets très différents sur le mouvement du bloc; **seule la composante parallèle au déplacement a un rôle dans le changement de la grandeur de la vitesse du bloc.** C'est la seule composante qui apparaît dans la définition du **travail** :

Le travail est le produit de la composante de la force parallèle au déplacement par la grandeur du déplacement.

$$\mathscr{W}_{i\to f} = F_x \Delta x$$

où $\mathscr{W}_{i\to f}$: travail effectué par la force $\vec{\mathrm{F}}$ entre la position initiale et la position finale.

Les unités du travail sont des **joules** (symbole : J). 1 joule = 1 newton × 1 mètre.

Le travail est un scalaire. Il n'a pas de direction (comme un vecteur); il ne peut être que positif, négatif ou nul.

Le travail $\mathscr{W}_{i\to f}$ est nul si :

- le déplacement Δx est nul. **Si l'objet ne bouge pas, le travail est nul**. **
- $F_x = 0$. Cela se produit si $\theta = 90°$, c'est-à-dire que **le travail est nul si la force est perpendiculaire au déplacement**.

Le travail $\mathscr{W}_{i\to f}$ est positif (+) si :

la force a une composante dans le même sens que le déplacement. La force « aide » le mouvement.

Le travail $\mathscr{W}_{i\to f}$ est négatif (-) si :

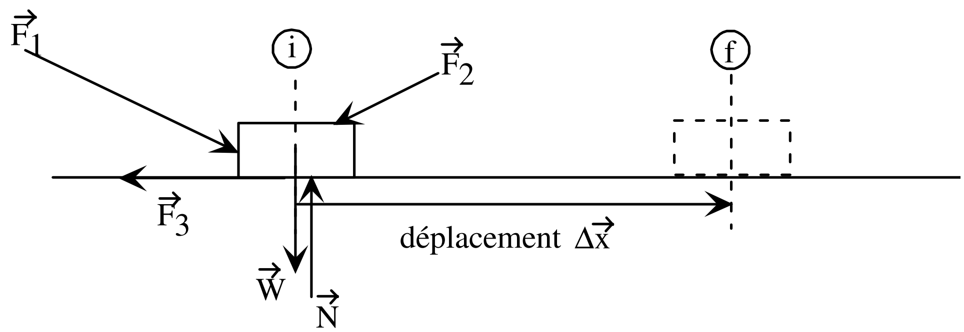
la force a une composante dans le sens opposé au déplacement. La force « nuit » au mouvement.

La relation encadrée est valable si F_x est constante pendant que le déplacement Δx se produit. Si ce n'est pas le cas, il faut procéder différemment (voir section 8.4).

** Petit aparté:

Nous devons mentionner que le mot « travail » n'a pas la même définition en physique que dans la vie de tous les jours. Un homme qui tient un sac de 50 kg au bout de son bras ne fait aucun travail (au sens physique). Cet homme, cependant, deviendra vite fatigué, comme on le sait! Notre homme doit « dépenser de l'énergie » pour envoyer des influx nerveux aux muscles de son bras afin de les maintenir dans leur position anormale. Lorsque les muscles se relâchent, l'énergie est dissipée aux alentours sous forme de chaleur.

Exemple 8.1 : Un bloc soumis à 5 forces se déplace sur un plan horizontal. Donnez le signe du travail de chaque force agissant sur lui.



Le travail de $\vec{F}_1$ est positif : F_{1x} est dans le sens du déplacement.

Le travail de $\vec{F}_2$ est négatif : F_{2x} est dans le sens opposé au déplacement.

Le travail de $\vec{F}_3$ est négatif : F_{3x} est dans le sens opposé au déplacement.

Le travail de $\vec{N}$ et de $\vec{W}$ est nul : ces deux forces sont perpendiculaires au déplacement.

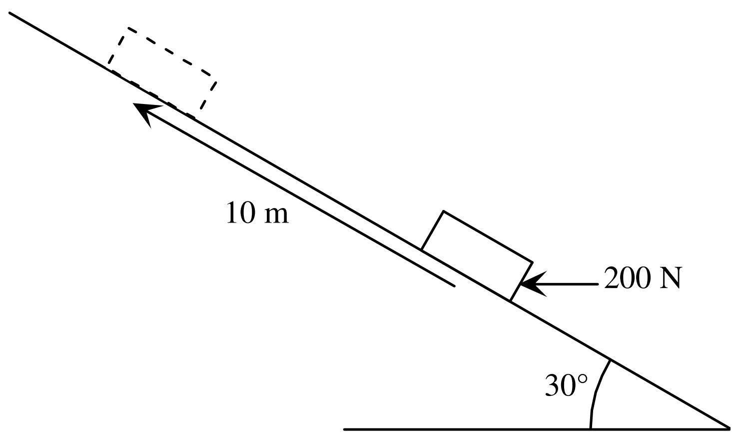
Si plusieurs forces agissent sur un objet pendant que le déplacement a lieu, alors on peut définir le travail total de toutes les forces comme la somme des travaux de chaque force sur l'objet :

$$\mathscr{W}_{i \to f} = F_{1x}\Delta x + F_{2x}\Delta x + F_{3x}\Delta x + ...$$

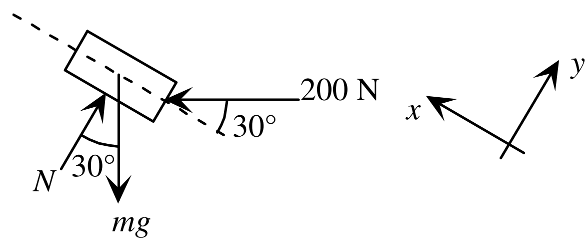
ce qu'on écrit plus brièvement comme :

$$\mathscr{W}_{i \to f} = \sum F_x \Delta x$$

Exemple 8.2 Un bloc (masse = 10 kg) est poussé sur un plan incliné sans frottement, sur une distance de 10 m, par une force de 200 N. a) Faites le diagramme de forces du bloc. b) Calculez le travail de chaque force. c) Calculez le travail total.



a) Diagramme de forces (DCL) :



b) Le poids du bloc est $W = mg$ = (10 kg)(9,81 m/s^2) = 98,1 N.

Le travail de la force $\vec{N}$ = **0 J**. ($\vec{N}$ est perpendiculaire au déplacement).

La force de 200 N a une composante dans le sens du déplacement et cette composante est F_x = 200 N cos(30°).
Le travail de la force de 200 N : $\mathscr{W}_{i \to f\,(\text{Force de 200 N})} = F_x\,\Delta x$ = (200 N cos(30°))(10 m) = **1732 J.**

Le poids (la force gravitationnelle) a une composante dans le sens opposé au déplacement et cette composante est $-mg$ sin(30°) = -98,1 N sin(30°) .

Le travail de la force gravitationnelle : $\mathscr{W}_{i \to f(\vec{W})}$ = (-98,1 N sin(30°))(10 m) = **-490,5 J.**

c) Le travail total sur le bloc est : $\mathscr{W}_{i \to f}$ = 0 J +1732 J + -490,5 J = **+1241,5 J.**

8.3 Le travail de la force gravitationnelle

À l'exemple 8.2, nous avons calculé le travail de la force gravitationnelle pour un mouvement sur un plan incliné. Nous allons calculer ce travail pour *n'importe quelle trajectoire.*

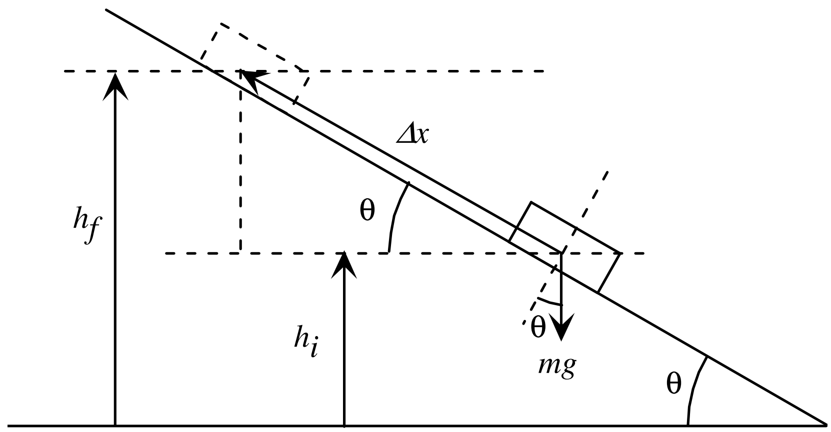


Figure 8.2 : Mouvement sur un plan incliné.

Pour le mouvement de la figure 8.2, la force gravitationnelle (de grandeur mg) possède deux composantes : une composante perpendiculaire au mouvement ($mg\cos(\theta)$), qui ne fait pas de travail, et une composante dans la direction du mouvement ($-mg\sin(\theta)$). Le travail de la force gravitationnelle est $\mathscr{W}_{i\rightarrow f} = F_x \Delta x = -mg\sin(\theta)\Delta x$.

Mais on peut voir, à la figure 8.2, que $\Delta x \sin(\theta) = h_f - h_i$, où h_i et h_f sont les hauteurs initiale et finale du bloc.

Bref : $\mathscr{W}_{i\rightarrow f} = -\, mg\,(h_f - h_i)$.

Si le bloc monte $h_f > h_i$ et $U_{i\rightarrow f}$ est négatif (la force gravitationnelle « nuit » au mouvement). Si le bloc descend $h_f < h_i$ et $\mathscr{W}_{i\rightarrow f}$ est positif (la force gravitationnelle « aide » le mouvement).

En fait, peu importe qu'il y ait un plan incliné ou non; si le mouvement du bloc est rectiligne, vers le haut ou le bas, le travail de la force gravitationnelle sera

$$\mathscr{W}_{i\rightarrow f} = -mg\,(h_f - h_i).$$

Et si le mouvement est quelconque? Alors il suffit de décomposer la trajectoire de l'objet en tout petits segments rectilignes (figure 8.3).

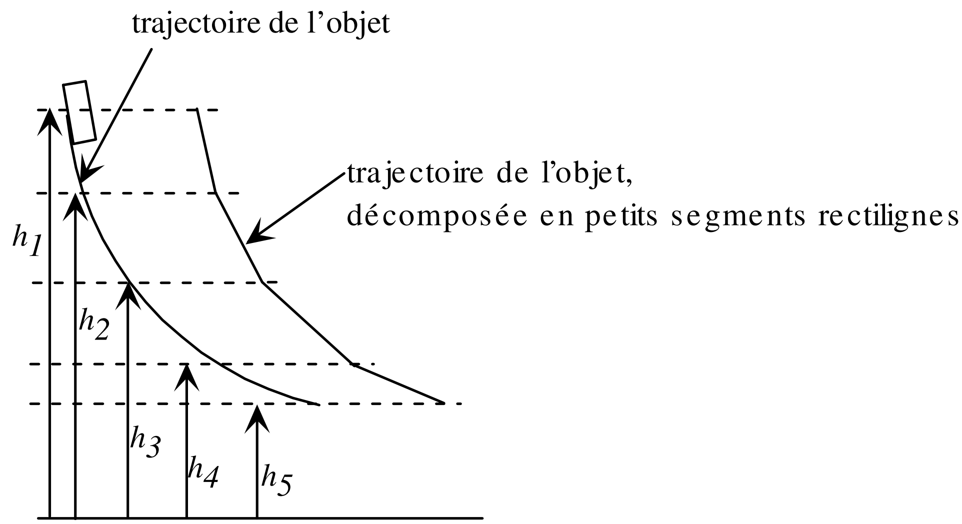


Figure 8.3 : Trajectoire quelconque d'un objet, décomposée en petits segments rectilignes.

Si on calcule le travail fait par la force gravitationnelle, pour la trajectoire de la figure 8.3, en utilisant $\mathscr{W}_{i \to f} = -mg\ (h_f - h_i)$ pour chaque segment, on aura :

$$\mathscr{W}_{i \to f} = -mg\ (h_2 - h_1) + -mg\ (h_3 - h_2) + -mg\ (h_4 - h_3) + -mg\ (h_5 - h_4).$$

On peut simplifier cette équation et alors on obtient : $\mathscr{W}_{i \to f} = -mg\ (h_5 - h_1)$. Et comme le point 1 est le point initial et le point 5 est le point final :

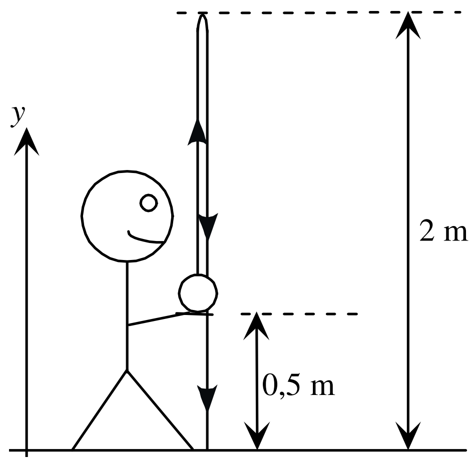
Travail de la force gravitationnelle :

$$\boxed{\mathscr{W}_{i \to f} = \boldsymbol{-mg\ (h_f - h_i)}}$$

pour n'importe quelle trajectoire!

h_f est la hauteur finale et h_i est la hauteur initiale de l'objet. Ces hauteurs peuvent être mesurées par rapport à une référence que nous sommes libres de choisir; il est assez courant de choisir $h = 0$ au point le plus bas de la trajectoire.

Exemple 8.3: un garçon lance une balle (masse = 0,5 kg) d'une hauteur de 0,5 m (mesurée à partir du sol). La balle monte jusqu'à une hauteur de 2 m et redescend jusqu'au sol. a) Calculez le travail de la force gravitationnelle pour cette trajectoire. b) Calculez le travail de la force gravitationnelle si le garçon laisse tomber la balle directement au sol.



a) Le travail de la gravité se calcule par :

$$\mathscr{W}_{i\to f} = -mg\ (h_f - h_i)$$

Si on mesure les hauteurs à partir du sol, $h_f = 0$ m et $h_i = 0{,}5$ m.
Alors $\mathscr{W}_{i\to f} = -mg\ (h_f - h\ ) = -(0{,}5\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m/s}^2)(0\ \text{m} - 0{,}5\ \text{m}) =$ **+2,45 J.**

Si on mesure les hauteurs à partir de la position initiale, $h_i = 0$ m et $h_f = -0{,}5$ m.
Alors $\mathscr{W}_{i\to f} = -mg\ (h_f - h_i) = -(0{,}5\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m/s}^2)(-0{,}5\ \text{m} - 0\ \text{m}) =$ **+2,45 J.**

Bref, la position du « 0 » n'a pas d'importance.

b) Si le garçon laisse tomber directement la balle,
$\mathscr{W}_{i\to f} = -mg\ (h_f - h_i) = -(0{,}5\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m/s}^2)(0\ \text{m} - 0{,}5\ \text{m}) =$ **+2,45 J.**

Visiblement, le **travail de la gravité ne dépend que de h_f et h_i**, peu importe la trajectoire suivie par l'objet.

8.4 Le travail et l'énergie cinétique

Nous avons donc défini le travail total sur un objet comme :

$$\mathcal{W}_{i\to f} = \sum F_x \Delta x$$

Mais nous savons également que $\sum F_x = ma_x$ (la 2ème loi de Newton)!

Nous pouvons substituer la deuxième relation dans la première, et alors nous obtenons :

$$\mathcal{W}_{i\to f} = ma_x \Delta x$$

Si l'accélération a_x est constante (si nous avons un mouvement rectiligne uniformément accéléré) nous savons, depuis le chapitre 4, que :

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a_x(x_f - x_i)$$

ou encore :

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a_x \Delta x$$

En isolant $a_x \Delta x$ dans la dernière équation, nous obtenons : $a_x \Delta x = \dfrac{(v_f^2 - v_i^2)}{2}$

Et alors le travail : $\mathcal{W}_{i\to f} = ma_x \Delta x = m\dfrac{(v_f^2 - v_i^2)}{2}$

Ce que nous pouvons réécrire :

$$\boxed{\mathcal{W}_{i\to f} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2}$$

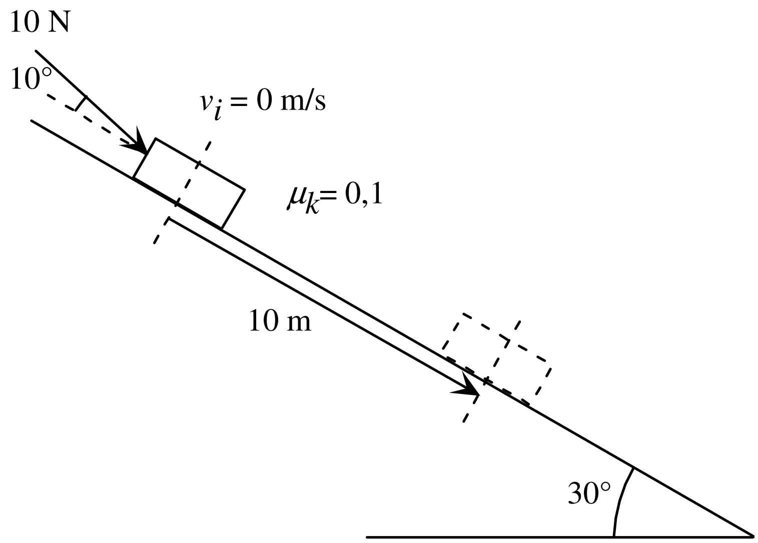
Voilà la relation la plus importante de ce chapitre : quand un travail est fait sur un objet, une caractéristique de l'objet, égale à ½ mv^2, varie. Historiquement cette quantité a été baptisée « énergie cinétique ».

Énergie cinétique = ½ mv^2

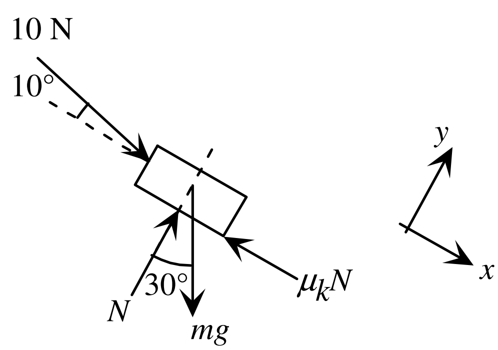
Il est à noter que la relation encadrée s'applique pour tout type de mouvement, et pas seulement pour un mouvement rectiligne uniformément accéléré. On peut en effet décomposer une trajectoire quelconque en une série de petites trajectoires rectilignes où l'accélération est constante.[**]

[**] Note (avancée) : La relation encadrée est correcte pour un objet rigide en translation. Si l'objet est en rotation, il existe également une *énergie cinétique de rotation*. Si l'objet est déformable, un travail peut être fait sur cet objet sans que son énergie cinétique soit modifiée (le travail fait sur l'objet sert alors à déformer l'objet plutôt qu'à changer son énergie cinétique).

Exemple 8.4 : Un bloc (masse 10 kg) est poussé, à partir du repos, sur un plan incliné avec frottement (μ_k = 0,1). Calculez son énergie cinétique et sa vitesse, 10 m plus bas.



Le bloc est soumis aux forces suivantes : la force de 10 N, la force normale $\vec{N}$, le poids et la force de frottement $\vec{F}_f$. Le travail de la force $\vec{N}$ est nul, puisqu'elle est perpendiculaire au déplacement. Cependant, $F_f = \mu_k N$, puisque le bloc glisse; nous devons donc calculer N.



$\sum F_y = 0$ -10 N sin(10°) + $N - mg$ cos(30°) = 0

-10 N sin(10°) + N – (10 kg)(9,81 m/s^2) cos(30°) = 0

N = 86,7 N

Donc $F_f = \mu_k N$ = (0,1)(86,7 N) = 8,67 N

(suite de l'exemple 8.4)

Calcul du travail $\mathscr{W}_{i\to f}$:

travail de la force $\vec{\mathrm{N}}$: $\mathscr{W}_{i\to f(\vec{\mathrm{N}})} = 0$ J.

travail de la force de frottement $\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{f}}$: $\mathscr{W}_{i\to f(\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{f}})} = F_x \Delta x$ = (-8,67 N)(10 m) = -86,7 J.

travail de la force de 10 N : $\mathscr{W}_{i\to f(\text{Force de 10 N})} = F_x \Delta x$ = (10 N cos(10°))(10 m) = 98,5 J.

travail du poids :

$$\mathscr{W}_{i\to f(\vec{\mathrm{W}})} = -mg\,(h_f - h_i) = -\,(10\text{ kg})(9{,}81\text{ m/s}^2)\,(0\text{ m} - 10\text{ m}\sin(30°)) = 490{,}5\text{ J}.$$

travail total : $\mathscr{W}_{i\to f}$ = 0 J + -86,7 J + 98,5 J + 490,5 J = 502,3 J.

Le travail et l'énergie cinétique :

$$\mathscr{W}_{i\to f} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

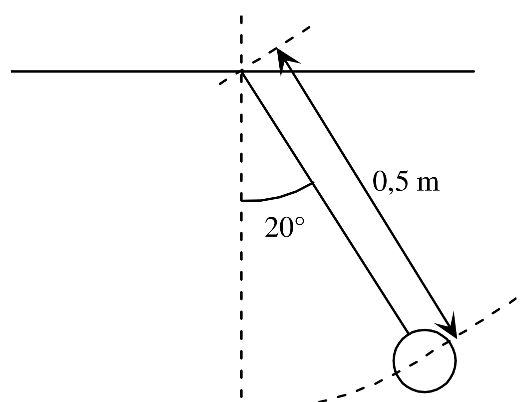
$$502{,}3\text{ J} = \tfrac{1}{2}(10\text{ kg})(v_f)^2 - \tfrac{1}{2}(10\text{ kg})(0\text{ m/s})^2$$

$\boldsymbol{v_f}$ **= 10,02 m/s.**

Énergie cinétique initiale : ½ mv_i^2 = ½ (10 kg)(0 m/s)^2 = 0 J

Énergie cinétique finale : ½ mv_f^2 = ½ (10 kg)(10,02 m/s)^2 = **502,3 J**.

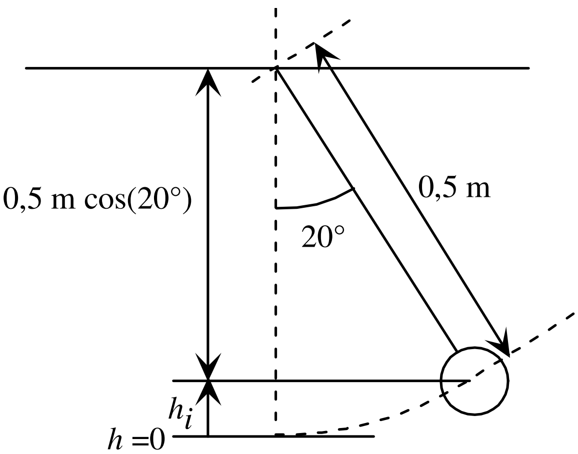
Exemple 8.5 : Un pendule simple est composé d'une boule (masse = 2 kg) suspendue au bout d'une corde. La boule est relâchée à partir de la position ci-dessous. Quelle sera sa vitesse au bas de la trajectoire?



(suite de l'exemple 8.5)

La boule est soumise à 2 forces : la tension de la corde $\vec{T}$ et le poids. Pendant le mouvement de la boule, la corde est toujours perpendiculaire à la trajectoire. Par conséquent, **le travail de la tension $\vec{T}$ est nul.**

Le travail du poids est : $\mathscr{W}_{i\to f} = -mg\ (h_f - h_i)$. Utilisons, comme référence, le point le plus bas :



Alors $h_f = 0$ m et $h_i = 0{,}5 \text{ m} - (0{,}5 \text{ m})\cos(20°) = 0{,}03$ m

$\mathscr{W}_{i\to f} = -mg\ (h_f - h_i) = -\ (2 \text{ kg})(9{,}81 \text{ m/s}^2)\ (0 \text{ m} - 0{,}03 \text{ m}) = 0{,}592$ J

Le travail et l'énergie cinétique :

$$\mathscr{W}_{i\to f} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$0{,}592 \text{ J} = \tfrac{1}{2}\,(2 \text{ kg})(v_f)^2 - \tfrac{1}{2}\,(2 \text{ kg})(0 \text{ m/s})^2$$

$$\mathbf{v_f = 0{,}77 \text{ m/s.}}$$

Note : voilà justement un problème difficile à résoudre avec l'application directe de $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ (chapitre 7), mais plutôt facile à résoudre avec le travail et l'énergie (chapitre 8).

8.5 Le travail de la force exercée par un ressort

Le ressort est un mécanisme couramment utilisé en mécanique; on en retrouve notamment dans les freins à tambours et les suspensions d'automobiles. La caractéristique principale d'un ressort est que, plus on l'étire (ou plus on le comprime), plus la force nécessaire pour l'étirer (ou pour le comprimer) grandit. Pour un ressort « idéal », cette force (on le constate expérimentalement) est proportionnelle à la déformation (étirement ou compression).

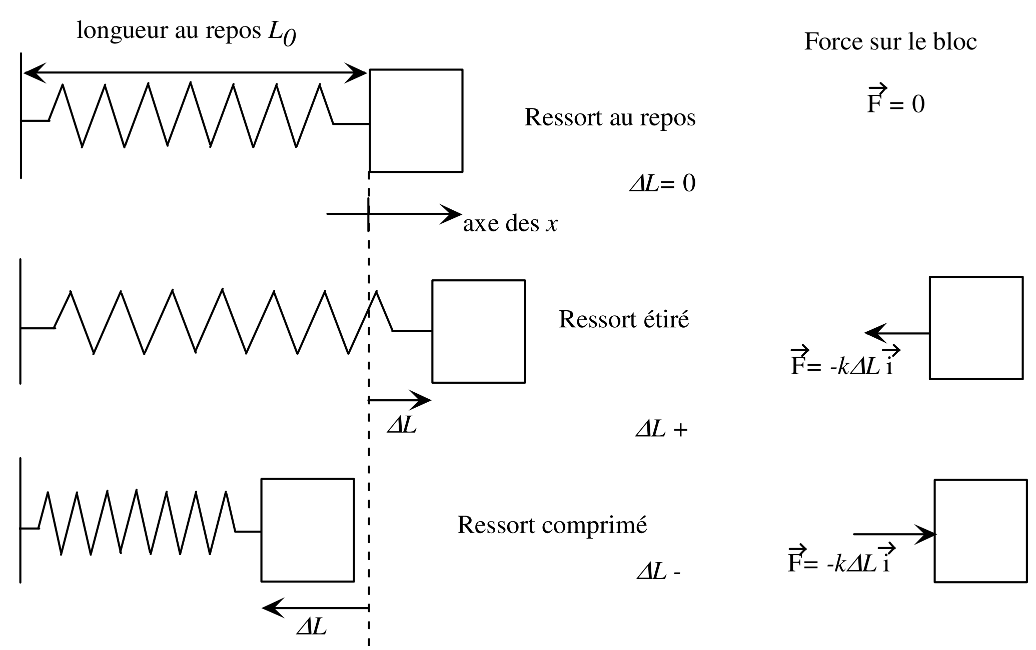


Figure 8.4 : Force exercée par un ressort.

Si L est la longueur du ressort et L_0 est la longueur du ressort au repos (ni étiré, ni comprimé), alors la variation de la longueur du ressort est $\Delta L = L - L_0$. Dans tous les cas la grandeur de la force d'un ressort est :

$$\boxed{F = k\,|\Delta L|}$$

où k est la **constante de rappel** du ressort. Ses unités sont des N/m.

Par exemple, si, pour un ressort, k = 1000 N/m, il faut 1000 N pour étirer ce ressort de 1 m, il faut 2000 N pour étirer ce ressort de 2 m, etc.

À la figure 8.4, on remarque que, peu importe le signe de ΔL, la force exercée par le ressort sur le bloc est $\vec{F} = -k\Delta L\vec{i}$. Donc, dans tous les cas, $F_x = -k\,\Delta L$.

Si on ne veut pas s'embarrasser continuellement de la valeur absolue $|\Delta L|$ on peut définir que $\boldsymbol{x_r = |\Delta L|}$ et alors

$$\boxed{\boldsymbol{F = k\, x_r}}$$

$\boldsymbol{x_r}$ est **l'étirement ou la compression du ressort** (à partir de sa longueur au repos).

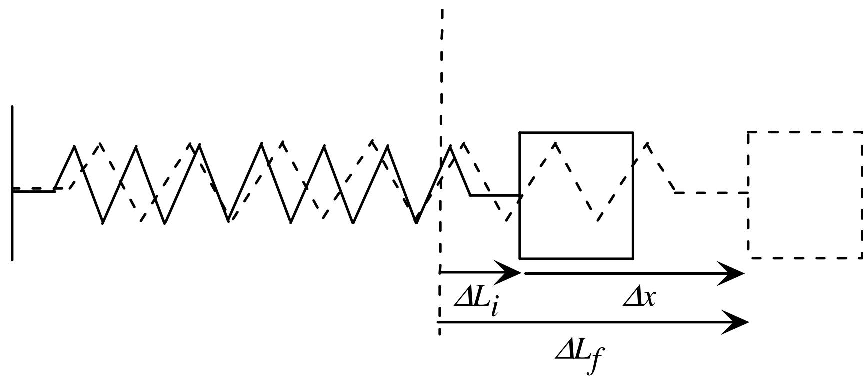


Figure 8.5 : Le bloc se déplace vers la droite.

Nous désirons calculer le **travail** exercé par cette force sur le bloc si, par exemple, le bloc bouge vers la droite. On sait que le travail d'une force constante se calcule par $\mathscr{W}_{i\to f} = F_x\, \Delta x$. Clairement (figure 8.5), $\Delta x = \Delta L_f - \Delta L_i$. Cependant, $\boldsymbol{F_x}$ **n'est pas une constante**. Alors quoi faire?

Pour nous en sortir, nous devons donner une interprétation graphique du travail : le travail est la surface sous la courbe du graphique F_x en fonction de x (figure 8.6).

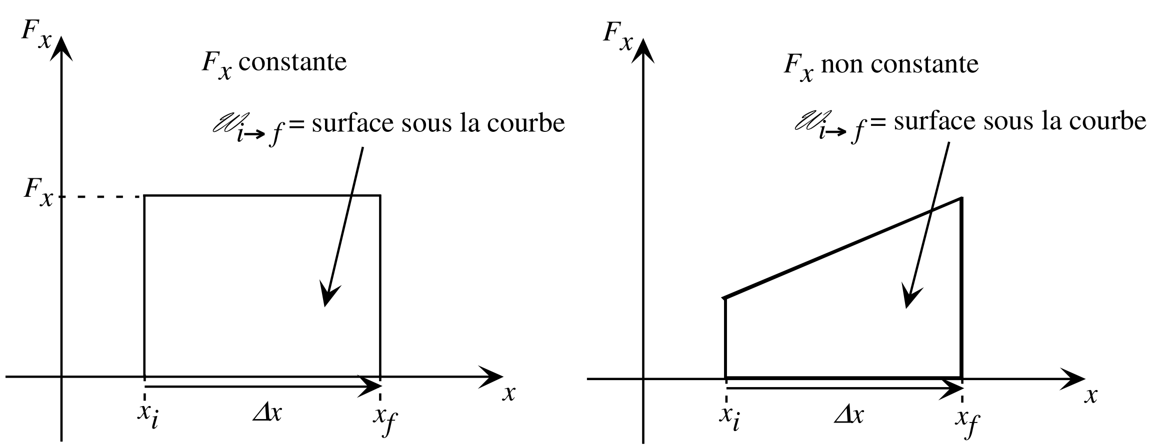


Figure 8.6 : Interprétation graphique du travail.

Pour être complet, il faut ajouter que cette surface doit être négative si F_x et le déplacement Δx ne sont pas de même signe.

À la figure 8.5, on voit que $x_i = \Delta L_i$ et $x_f = \Delta L_f$. D'autre part $F_x = -k\,\Delta L_i$ au départ et $F_x = -k\,\Delta L_f$ à la fin. Le graphique de F_x en fonction de x dans ce cas est montré à la figure 8.7.

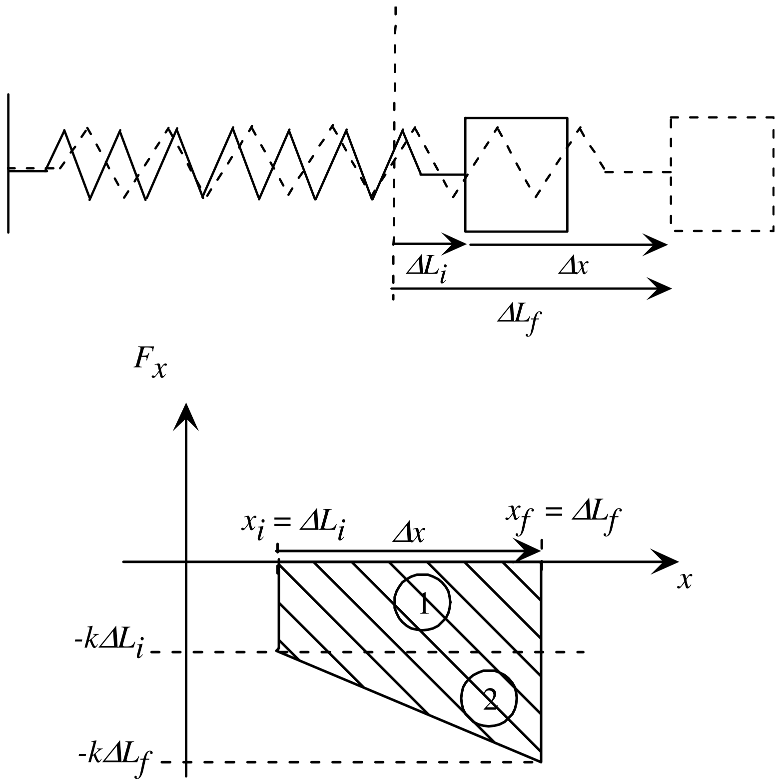


Figure 8.7 Le graphique de F_x en fonction de x correspondant à la figure 8.5.

Calculons d'abord la surface sous la courbe en valeur absolue; nous nous préoccuperons de son signe à la fin. En valeur absolue, la surface sous la courbe est la surface du rectangle (1) + la surface du triangle (2).

$$\begin{aligned}\text{Surface sous la courbe} &= \text{hauteur} \times \text{base} + \tfrac{1}{2} \times \text{hauteur} \times \text{base} \\ &= k\,\Delta L_i \times (\Delta L_f - \Delta L_i) + \tfrac{1}{2} \times (k\,\Delta L_f - k\,\Delta L_i) \times (\Delta L_f - \Delta L_i) \\ &= (\Delta L_f - \Delta L_i)(\tfrac{1}{2}\,k\,\Delta L_i + \tfrac{1}{2}\,k\,\Delta L_f) \\ &= \tfrac{1}{2}\,k\,(\Delta L_f^{\,2} - \Delta L_i^{\,2}).\end{aligned}$$

Mais comme $\Delta L_f > \Delta L_i$, ce résultat est positif. Or F_x et Δx ne sont pas de même signe et le travail doit être négatif. Il faut multiplier le résultat par -1.

Le travail de la force d'un ressort est :

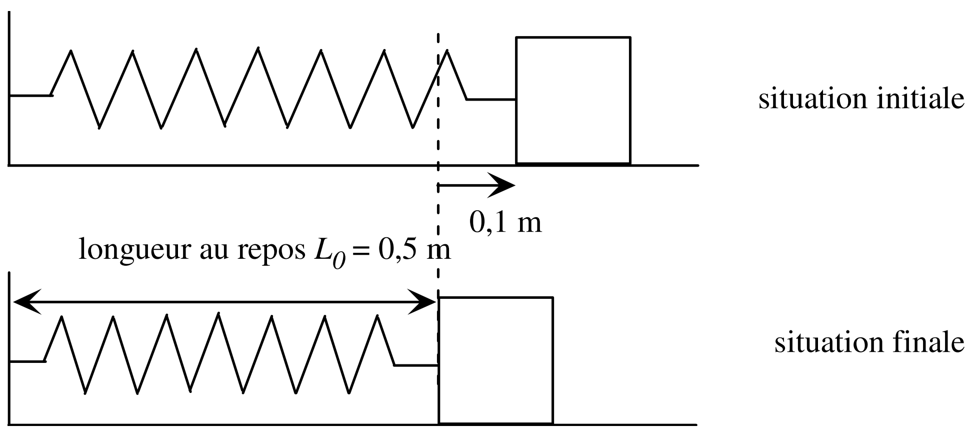
$$\mathscr{W}_{i \to f} \ = \ \mathbf{-½}\,\boldsymbol{k}\ (\boldsymbol{\Delta L_f}^{\,2} \mathbf{–}\ \boldsymbol{\Delta L_i}^{\,2})$$

ou encore :

$$\boxed{\mathscr{W}_{i \to f} \ = \ \mathbf{-½}\,\boldsymbol{k}\ (\boldsymbol{x_{rf}}^2 - \boldsymbol{x_{ri}}^2)}$$

Ce résultat est général, bien qu'il ait été obtenu à partir d'un cas particulier. On obtiendrait le même résultat, par exemple, si le ressort était comprimé. En fait, tous ces calculs auraient pu être faits plus facilement avec des outils mathématiques (le calcul intégral) que nous ne pouvons malheureusement utiliser dans ce cours.

Exemple 8.6 :



Un bloc (masse = 2 kg) repose sur une table sans frottement, et est attaché à un ressort dont la constante de rappel est *k* = 800 N/m. On tire sur le bloc, tout en étirant le ressort de 0,1 m. À partir de cette position initiale, on relâche le bloc.

- **a) Le travail $U_{i \to f}$ de la force du ressort est-il positif ou négatif (sans calcul) ?**
- **b) Calculez la grandeur de la force du ressort dans la situation initiale.**
- **c) Calculez le travail de la force du ressort.**
- **d) Calculez la vitesse finale du bloc.**
- **e) Quelle sera la compression maximale du ressort (jusqu'où le bloc ira-t-il vers la gauche) ?**

a) La force du ressort est dans le même sens que le déplacement. Donc $\mathscr{W}_{i \to f}$ est **positif**.

b) $F = kx_r$ = 800 N/m (0,1 m) = **80 N**.

c) $\mathscr{W}_{i \to f} \ = \ -½\, k\ (x_{rf}^{\,2} – x_{ri}^{\,2})$

x_{ri} = 0,1 m et x_{rf} = 0 m (Le ressort n'est ni étiré, ni comprimé dans la situation finale).

$\mathscr{W}_{i \to f} \ = \ -½$ (800 N/m) ((0 m)^2– (0,1 m)^2) = **+ 4 J** .

d) Les forces sur le bloc sont $\vec{N}$, $\vec{W}$ et la force du ressort.

(suite de l'exemple 8.6)

Pour $\vec{N}$ et $\vec{W}$, $\mathscr{W}_{i\to f}$ = 0 (ces forces sont perpendiculaires au déplacement).

Donc, au total, $\mathscr{W}_{i\to f}$ = 4 J.

Aussi $U_{i\to f} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$.

4 J = ½ (2 kg)$(v_f)^2$– ½ (2 kg)$(0 \text{ m/s})^2$

$\boldsymbol{v_f}$ **= 2 m/s**.

e) Dans la situation finale, cette fois, le ressort est comprimé au maximum, le bloc s'apprête à rebrousser chemin et sa vitesse est alors v_f = 0 m/s.

a) $\mathscr{W}_{i\to f} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$ = -½ k $(x_{rf}{}^2 - x_{ri}{}^2)$

½ (2 kg)(0 m/s)^2– ½ (2 kg)(0 m/s)^2 = -½ k $(x_{rf}{}^2 - (0{,}1 \text{ m})^2)$

Solution : x_{rf} = 0,1 m.

Compression maximale = 0,1 m.

Il est à remarquer que le travail fait par le ressort est nul. La force est dans le même sens que le déplacement pendant la moitié du trajet et dans le sens opposé au déplacement pendant l'autre moitié.

8.6 La puissance

La puissance est un concept nécessaire si on veut tenir compte du temps nécessaire pour faire le travail. Par exemple, considérons une machine dont le rôle est de lever une charge (figure 8.8). Les vitesses initiale et finale de la charge sont nulles. Quel est le travail accompli par la machine si elle monte la charge de 1 m en 1 minute? Quel est ce travail si elle monte cette charge en 1 heure?

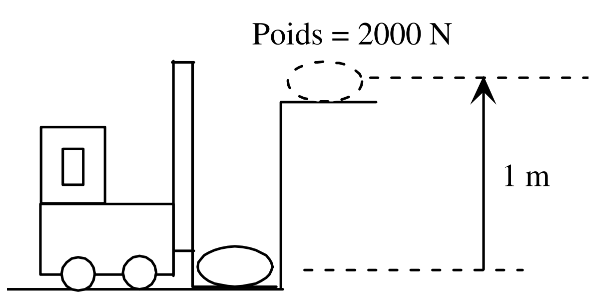


Figure 8.8 : Monte-charge.

Les forces sur la charge, entre l'état initial et l'état final, sont le poids (vers le bas) et la force de la machine (vers le haut). Nous savons que

$$\mathscr{W}_{i\to f} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

Donc

$$\begin{aligned}
\mathscr{W}_{i\to f\,(\text{machine})} + \mathscr{W}_{i\to f\,(\text{poids})} &= \frac{1}{2}m(0)^2 - \frac{1}{2}m(0)^2 \\
\mathscr{W}_{i\to f\,(\text{machine})} + -mg(h_f - h_i) &= 0 \\
\mathscr{W}_{i\to f\,(\text{machine})} + -(2000\text{ N})(1\text{ m} - 0\text{ m}) &= 0 \\
\mathscr{W}_{i\to f\,(\text{machine})} &= 2000\text{ J}
\end{aligned}$$

Le travail de la machine est de **2000 J**, **peu importe qu'elle monte la charge en 1 minute ou en 1 heure.** Pourtant, la machine est « meilleure » si elle monte la charge en 1 minute. Voilà pourquoi ce concept de « puissance » existe.

La puissance est le travail effectué, divisé par le temps nécessaire pour l'effectuer. **

$$\boxed{\text{Puissance} \quad \boldsymbol{P = \frac{\mathscr{W}_{i\to f}}{\Delta t}}}$$

Les unités de la puissance sont des Watts (W). 1W = 1 J/ 1 s.

Dans le système britannique, on utilise également des HP (horsepower). La conversion est 1 HP = 746 W.

Donc, la machine qui effectue le travail de 2000 J en 1 minute a une puissance de P = 2000 J / 60 s = 33,3 W. La machine qui effectue le même travail de 2000 J en 1 heure a une puissance de P = 2000 J / 3600 s = 0,55 W.

Également, si F_x est une constante, on sait que $\mathscr{W}_{i\to f} = F_x \Delta x$. Si on substitue cette relation dans l'expression de la puissance, on obtient :

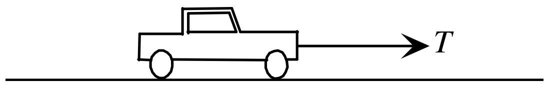
$$P = \frac{F_x \Delta x}{\Delta t} = F_x \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Bref :

$$\boxed{\boldsymbol{P = F_x\, v_{moy}}}$$

** Il s'agit en fait de la puissance « moyenne ». Nous ne parlerons pas de puissance « instantanée » dans le cadre de ce cours d'introduction.

Exemple 8.7 : On tire une voiture de 2000 kg sur une route horizontale à l'aide d'une corde. Quelle puissance est nécessaire pour accélérer cette voiture de 0 à 100 km/h (27,78 m/s) en 4,5 s, si on néglige tout frottement (par exemple la résistance de l'air) ?



La seule force faisant un travail est la tension de la corde. Ce travail est

$$\mathscr{W}_{i\to f} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = ½\,(2000\text{ kg})(27{,}78\text{ m/s})^2 - ½\,(2000\text{ kg})(0\text{ m/s})^2$$

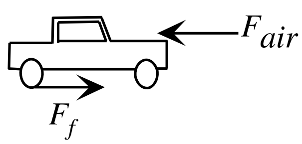
$$\mathscr{W}_{i\to f}\ 771728\text{ J}$$

$$P = \frac{\mathscr{W}_{i\to f}}{\Delta t} = \frac{771728\text{ J}}{4{,}5\text{ s}}$$

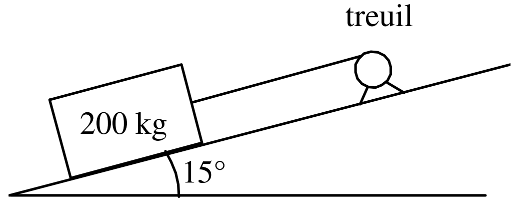
P = 171 495 W

P = 171 495 W × 1 HP/746 W = 230 HP

Note : il faut la même puissance si la voiture est propulsée par la force de frottement $\vec{F}_f$ de la route sur le pneu (fonctionnement normal de la voiture). Il faudra plus que 230 HP si la résistance de l'air n'est pas négligeable.

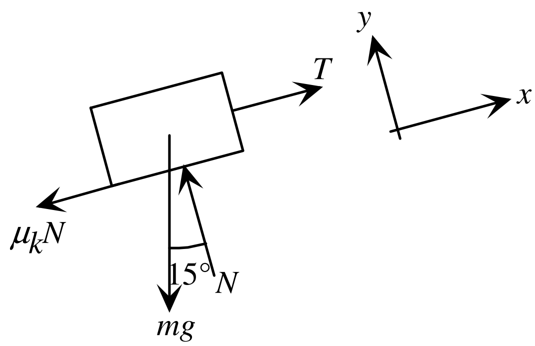


Exemple 8.8: Un treuil entraîne une caisse (masse = 200 kg) vers le haut sur un plan incliné, à une vitesse constante de 0,5 m/s. Le coefficient de frottement cinétique est μ_k = 0,2. Calculez la puissance fournie par le treuil.



Traçons le diagramme de forces de la caisse. L'accélération du bloc est nulle, puisque sa vitesse est constante.

(suite de l'exemple 8.8)



$\sum F_x = ma_x$ $\quad T - \mu_k N - mg \sin(15°) = 0$

$T - 0{,}2\ N - (200 \text{ kg})(9{,}81 \text{ m/s}^2) \sin(15°) = 0$

$\sum F_y = ma_y$ $\quad N - mg \cos(15°) = 0$

$N - (200 \text{ kg})(\ 9{,}81 \text{ m/s}^2) \cos(15°) = 0$

La solution de ce système de 2 équations est : $N = 1895$ N et $T = 886{,}8$ N.

La puissance fournie par le treuil est : $P = F_x\, v_{moy} = (886{,}8 \text{ N})(0{,}5 \text{ m/s}) =$ **443 W**.

8.7 Énergie potentielle

Le travail de la force gravitationnelle s'exprime par $\mathscr{W}_{i\to f} = -mg\ (h_f - h_i)$. Il y a une caractéristique remarquable dans cette expression : $\mathscr{W}_{i\to f}$ **ne dépend que des positions initiale et finale; il ne dépend aucunement de la trajectoire de l'objet.**

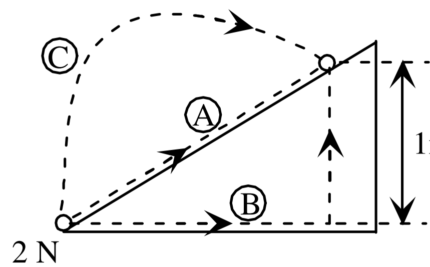


Figure 8.9 Le travail de la force gravitationnelle et l'énergie potentielle.

À la figure 8.9, par exemple, une balle (poids = 2 N) est déplacée d'une position initiale à une position finale (1 m plus haut); elle peut être aidée par quelqu'un ou quelque chose pour ce faire. Elle a pu emprunter la trajectoire A, B ou C. Dans tous les cas, le travail de la force gravitationnelle est :

$$\mathscr{W}_{i\to f} = -mg\ (h_f - h_i) = -\ 2\ \text{N}\ (1\ \text{m}) = \mathbf{-\ 2\ J}.$$

Visiblement, on peut écrire ce travail comme : $\mathscr{W}_{i\to f} = mgh_i - mgh_f$. Le travail de la force gravitationnelle apparaît alors comme la soustraction d'une caractéristique de la position initiale et d'une caractéristique de la position finale, et cette caractéristique est appelée « énergie potentielle gravitationnelle ».

L'énergie potentielle gravitationnelle :

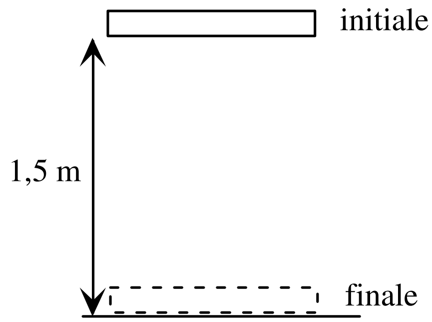
$$\boxed{\boldsymbol{U_g = mgh}}$$

Et le travail fait par la force gravitationnelle est :

$$\mathscr{W}_{i\to f}\ \text{(force gravitationnelle)} = U_{gi} - U_{gf}\ .$$

Les unités de l'énergie potentielle sont des **joules (J).**

Exemple 8.9: Un livre (de masse = 10 kg) est échappé d'une hauteur de 1,5 m. Calculez le travail $\mathscr{W}_{i\to f}$ de la force gravitationnelle, en vous servant (ou non) du concept d'énergie potentielle.



Calcul du travail à l'aide de l'énergie potentielle:

L'énergie potentielle initiale $U_{gi} = mgh_i = (10\text{ kg})(9{,}81\text{ m/s}^2)(1{,}5\text{ m}) = 147{,}15\text{ J}$
L'énergie potentielle finale $U_{gf} = mgh_f = (10\text{ kg})(9{,}81\text{ m/s}^2)(0\text{ m}) = 0\text{ J}$

$\mathscr{W}_{i\to f} = U_{gi} - U_{gf} = \mathbf{+147{,}15\ J}$

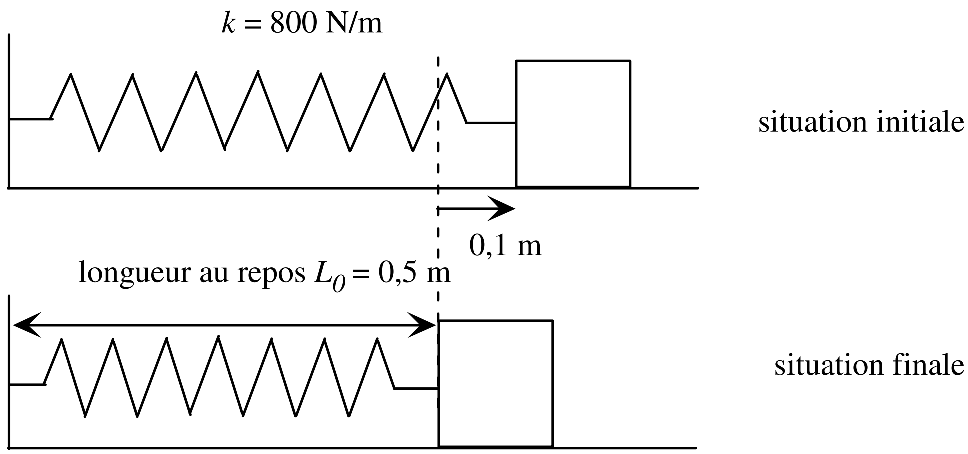
Calcul du travail sans l'énergie potentielle:

$\mathscr{W}_{i\to f} = -mg\,(h_f - h_i) = -\,(10\text{ kg})(9{,}81\text{ m/s}^2)(0\text{ m} - 1{,}5\text{ m}) = \mathbf{+147{,}15\ J.}$

$\mathscr{W}_{i\to f}$ est positif, puisque la force gravitationnelle est dans le sens du déplacement.

e) Le travail de la force d'un ressort, lui aussi, ne dépend pas de la trajectoire de l'objet. En effet, pour la force d'un ressort : $\mathscr{W}_{i\to f} = -½\ k\ (x_{rf}^{\ 2} - x_{ri}^{\ 2})$. Peu importe ce qui s'est produit entre la position initiale et la position finale, ce travail demeure le même.

Par exemple, revisitons l'exemple 8.6.



f) Si le bloc va directement de la position initiale à la position finale, le travail de la force du ressort est $\mathscr{W}_{i\to f} = -½\ k\ (x_{rf}^{\ 2} - x_{ri}^{\ 2}) = -½\ (800\ \text{N/m})\ (0^2 - (0{,}1\ \text{m})^2) = 4\ \text{J}$. Mais si le bloc comprime le ressort au maximum à gauche et revient ensuite à la position finale, le travail de la force du ressort est toujours $\mathscr{W}_{i\to f} = -½\ (800\ \text{N/m})\ (0^2 - (0{,}1\ \text{m})^2) = 4\ \text{J}$.

Visiblement, on peut réécrire ce travail comme : $\mathscr{W}_{i\to f} = ½\ k\ x_{ri}^{\ 2} - ½\ k\ x_{rf}^{\ 2}$. Le travail de la force d'un ressort apparaît alors comme la soustraction d'une caractéristique de la position initiale et d'une caractéristique de la position finale, et cette caractéristique est appelée « énergie potentielle élastique » ou « énergie potentielle du ressort ».

L'énergie potentielle élastique :

$$\boxed{\boldsymbol{U_e = ½\, k\, x_r^{\ 2}}}$$

Et le travail fait par la force d'un ressort est :

$$\mathscr{W}_{i\to f}\ _{\text{(ressort)}} = U_{ei} - U_{ef}\ .$$

Dans notre exemple, $U_{ei} = ½\ k\ x_{ri}^2 = ½\ (800\ \text{N/m})(0{,}1\ \text{m})^2) = 4\ \text{J}$.
$U_{ef} = ½\ kx_{rf}^2 = ½\ (800\ \text{N/m})(0\ \text{m})^2) \quad = 0\ \text{J}$.

$$\mathscr{W}_{i\to f}\ _{\text{(ressort)}} = U_{ei} - U_{ef}\ = 4\ \text{J} - 0\ \text{J} = 4\ \text{J}.$$

8.8 Conservation de l'énergie

Les forces (comme la force gravitationnelle et la force d'un ressort) pour lesquelles le travail ne dépend pas de la trajectoire sont appelées forces *conservatives*. Pourquoi ?

On sait que $\mathscr{W}_{i\to f} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$

Si les seules forces qui font du travail sont conservatives (ressort/force gravitationnelle) alors cette équation devient :

$$\mathscr{W}_{i\to f\ (\text{ressort})} + \mathscr{W}_{i\to f\ (\text{force gravitationnelle})} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

ou :

$$U_{ei} - U_{ef} \quad + \quad U_{gi} - U_{gf} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

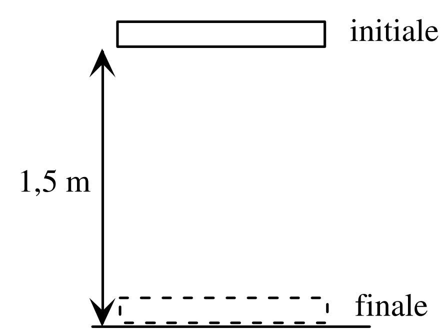
cette équation peut être réorganisée ainsi :

$$\boxed{U_{gi} + U_{ei} + \frac{1}{2}mv_i^2 = U_{gf} + U_{ef} + \frac{1}{2}mv_f^2}$$

(Énergie potentielle + énergie cinétique)$_i$ = (Énergie potentielle + énergie cinétique)$_f$.

En d'autres mots, si **les seules forces faisant du travail sur un objet sont des forces conservatives, l'énergie totale mécanique (potentielle + cinétique) de l'objet est conservée.** L'énergie totale mécanique « après » = L'énergie totale mécanique « avant ».

Exemple 8.10 : Un livre (de masse = 10 kg) est échappé (vitesse initiale = 0 m/s) d'une hauteur de 1,5 m. Calculez la vitesse du livre, tout juste avant qu'il ne touche le sol. Négligez la résistance de l'air.



(suite de l'exemple 8.10)

Le livre ne subit que la force gravitationnelle. Nous pouvons donc utiliser

$$U_{gi} + U_{ei} + \frac{1}{2} m v_i^2 = U_{gf} + U_{ef} + \frac{1}{2} m v_f^2$$

et ignorer les termes U_e, puisqu'il n'y a pas de ressort.

$$U_{gi} + \frac{1}{2} m v_i^2 = U_{gf} + \frac{1}{2} m v_f^2$$

L'énergie potentielle initiale $U_{gi} = mgh_i$ = (10 kg)(9,81 m/s^2)(1,5 m) = 147,15 J
L'énergie cinétique initiale ½ mv_i^2 = ½ (10 kg)(0 m/s)^2 = 0 J

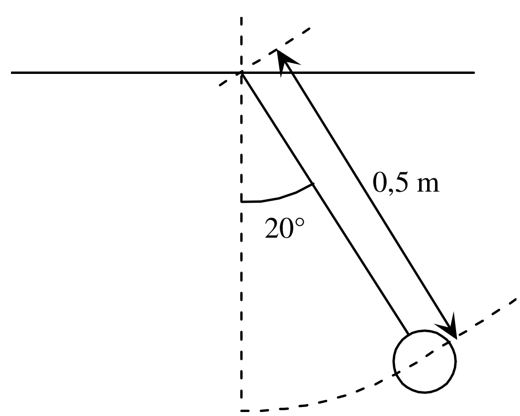
L'énergie potentielle finale $U_{gf} = mgh_f$ = (10 kg)(9,81 m/s^2)(0 m) = 0 J
L'énergie cinétique finale ½ mv_f^2 = ½ (10 kg) v_f^2

$$147{,}15 \text{ J} + 0 \text{ J} = 0 \text{ J} + ½ (10 \text{ kg})\, v_f^2$$

$$\mathbf{v_f = 5{,}42 \text{ m/s}}.$$

L'énergie mécanique totale est constamment égale à 147,15 J. Dans la position initiale, l'énergie potentielle est 147,15 J et l'énergie cinétique est 0 J. À mi-chemin (à 0,75 m de hauteur), l'énergie potentielle est 73,575 J et l'énergie cinétique est 73,575 J. Dans la position finale, l'énergie potentielle est 0 J et l'énergie cinétique est 147,15 J. On peut dire que **l'énergie est conservée, mais se « transforme »** (elle passe d'une forme potentielle à une forme cinétique).

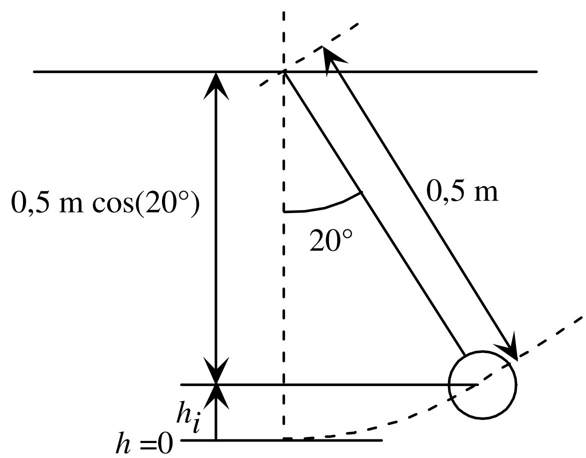
Exemple 8.11 (exemple 8.5 revisité) : Un pendule simple est composé d'une boule (masse = 2 kg) suspendue au bout d'une corde. La boule est relâchée à partir de la position ci-dessous. Quelle sera sa vitesse au bas de la trajectoire?



(suite de l'exemple 8.11)

La boule est soumise à 2 forces : la tension de la corde $\vec{T}$ et le poids. Pendant le mouvement de la boule, la corde est toujours perpendiculaire à la trajectoire. Par conséquent, **le travail de la tension $\vec{T}$ est nul.** Seul le poids fait un travail donc :

$$U_{gi} + \frac{1}{2}mv_i^2 = U_{gf} + \frac{1}{2}mv_f^2$$



h_f = 0 m et h_i = 0,5 m – (0,5 m)cos(20°) = 0,03 m

$U_{gi} = mgh_i$ = (2 kg)(9,81 m/s^2) (0,03 m) = 0,592 J
½ mv_i^2 = ½ (2 kg)(0 m/s)^2 = 0 J

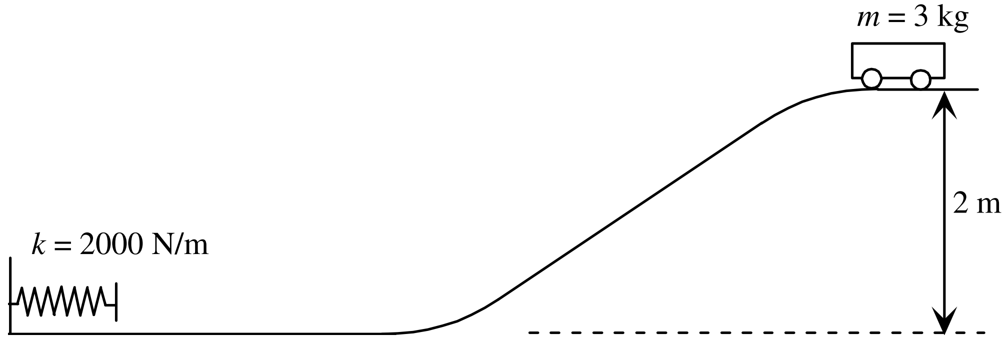
$U_{gf} = mgh_f$ = (2 kg)(9,81 m/s^2) (0 m) = 0 J

$$0{,}592 \text{ J} + 0 \text{ J} = 0 \text{ J} + ½ (2 \text{ kg})(v_f)^2$$

v_f = 0,77 m/s.

Encore ici, l'énergie totale (0,592 J) est conservée. Elle passe de la forme potentielle à la forme cinétique. Lorsque la boule continuera sa trajectoire vers la gauche, l'énergie cinétique diminuera (jusqu'à 0) et l'énergie potentielle augmentera (jusqu'à 0,592 J), ce qui implique que la boule va remonter jusqu'à une hauteur de 0,03 m de l'autre côté.

Exemple 8.12: Un jouet est constitué d'un petit chariot (masse = 3 kg) sur une piste terminée par un ressort. On néglige toute forme de frottement. On lance le chariot à l'aide d'une très petite poussée (on peut considérer que la vitesse initiale est ≈ 0). Calculez la déformation maximale du ressort.



Les forces agissant sur le chariot d'un bout à l'autre de sa trajectoire sont la force gravitationnelle, la force du ressort et la normale $\vec{N}$ (force de la piste sur les roues). Comme la normale $\vec{N}$ est perpendiculaire à la trajectoire, son travail est nul. Les seules forces faisant du travail sont la force gravitationnelle et la force du ressort; on peut donc utiliser

$$U_{gi} + U_{ei} + \frac{1}{2}mv_i^2 = U_{gf} + U_{ef} + \frac{1}{2}mv_f^2$$

Position initiale : $U_{gi} = mgh_i = (3 \text{ kg})(9{,}81 \text{ m/s}^2)(2 \text{ m}) = 58{,}86 \text{ J}$

$U_{ei} = ½\, k\, x_{ri}^{\,2} = 0$ J (le ressort est au repos et $x_{ri} = 0$).

$½\, mv_i^2 = 0$ J

Position finale : $U_{gf} = mgh_f = (3 \text{ kg})(9{,}81 \text{ m/s}^2)(0 \text{ m}) = 0 \text{ J}$

$U_{ef} = ½\, k\, x_{rf}^{\,2}$

$½\, mv_f^2 = 0$ J (la vitesse du chariot est nulle lorsque le ressort est comprimé au maximum).

58,86 J + 0 J + 0 J = 0 J + ½ (2000 N/m) $x_{rf}^{\,2}$ + 0 J

$x_{rf} = 0{,}243$ m (**déformation maximale = 0,243 m**).

L'énergie totale est conservée et vaut toujours 58,86 J. Au départ, l'énergie est sous la forme « énergie potentielle gravitationnelle »; au bas de la pente, elle est sous la forme « énergie cinétique » et dans la position finale, elle est sous la forme « énergie potentielle élastique ».

S’il n’y a que des forces conservatives (force gravitationnelle/ressort) qui font du travail, l’énergie mécanique totale est conservée.

Et s’il y a d’autres forces (par exemple : le frottement, la poussée d’un homme, la tension d’une corde)? Pour résoudre les problèmes, nous pouvons toujours utiliser le travail, comme nous le faisions dans les sections 8.3 à 8.5. Alternativement, nous pouvons aussi réécrire l’équation du travail :

$$\mathscr{W}_{i\to f} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\mathscr{W}_{i\to f\ \text{(ressort)}} + \mathscr{W}_{i\to f\ \text{(force gravitationnelle)}} + \mathscr{W}_{i\to f\ \text{(autres forces)}} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

ou :

$$U_{ei} - U_{ef} \quad + \quad U_{gi} - U_{gf} + \mathscr{W}_{i\to f\ \text{(autres forces)}} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

ou :

$$\boxed{U_{gi} + U_{ei} + \mathscr{W}_{i\to f\ \text{(autres forces)}} + \frac{1}{2}mv_i^2 = U_{gf} + U_{ef} + \frac{1}{2}mv_f^2}$$

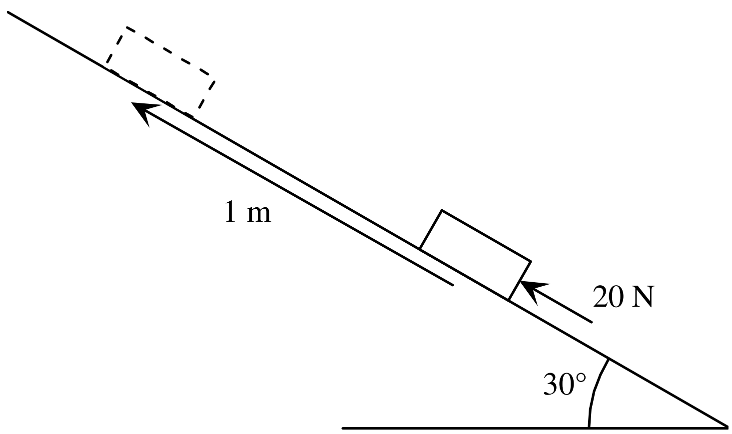
S’il y a des forces non conservatives (les « autres forces »), l’énergie de l’objet n’est pas conservée.

Si le travail sur l’objet $\mathscr{W}_{i\to f\ \text{(autres forces)}}$ est positif, l’objet reçoit de l’énergie de l’extérieur.

Si le travail sur l’objet $\mathscr{W}_{i\to f\ \text{(autres forces)}}$ est négatif, l’objet perd de l’énergie. En particulier, lorsqu’un objet glisse et qu’il y a du frottement, le travail de la force de frottement est négatif et l’objet perd de l’énergie.

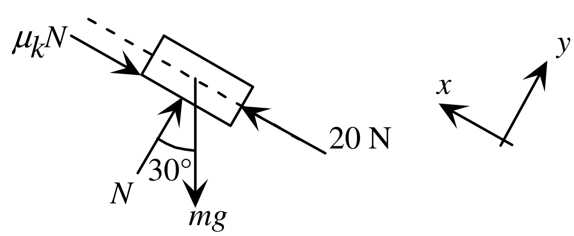
Le principe de conservation de l’énergie est en fait un des fondements de la physique. Selon ce principe, l’**énergie totale** (***de tous les corps***) est **toujours conservée**. Si un corps perd une certaine quantité d’énergie, il faut qu’un autre corps gagne une même quantité d’énergie. L’énergie ne peut être créée à partir de rien, et ne peut disparaître. Elle ne peut que passer (d’un corps à un autre), ou changer de « forme » (par exemple passer de la forme « potentielle » à la forme « cinétique »).

Exemple 8.13 : Un homme pousse un bloc (masse = 2 kg) sur un plan incliné (coefficient de frottement μ_k = 0,1), à partir du repos, avec une force constante de 20 N, sur une distance de 1 m.
a) Calculez le travail fait par l'homme. b) calculez le travail de la force de frottement. c) calculez la vitesse finale du bloc.



a) Le travail fait par l'homme est $\mathscr{W}_{i\to f} = F_x \Delta x$ = 20 N (1 m) = **20 J**.

b) Le diagramme de forces du bloc est



$$\sum F_y = ma_y \quad N - mg\cos(30°) = 0$$
$$N - (2\text{ kg})(9{,}81\text{ m/s}^2)\cos(30°) = 0$$

N = 17 N

Le travail de la force de frottement est : $\mathscr{W}_{i\to f} = F_x \Delta x$ = - $\mu_k N$ (1 m)
= -(0,1)(17 N)(1 m)
= **-1,7 J**.

c) Utilisons :

$$U_{gi} + U_{ei} + \mathscr{W}_{i\to f\text{ (autres forces)}} + \frac{1}{2}mv_i^2 = U_{gf} + U_{ef} + \frac{1}{2}mv_f^2$$

Il n'y a ici aucun ressort; il n'y a donc aucune énergie potentielle élastique.

(suite de l'exemple 8.13)

Nous posons que $h_i = 0$ m. Alors $h_f = 1$ m sin(30°) = 0,5 m.

$U_{gi} = mgh_i = 0$ J.
$\frac{1}{2} mv_i^2 = 0$ J. (le bloc est au repos).

$U_{gf} = mgh_f = (2\text{ kg})(9{,}81\text{ m/s}^2)(0{,}5\text{ m}) = 9{,}81$ J.

$$U_{gi} + \mathscr{W}_{i\to f\ \text{(autres forces)}} + \frac{1}{2}mv_i^2 = U_{gf} + \frac{1}{2}mv_f^2$$
$$0\text{ J} + 20\text{ J} + -1{,}7\text{ J} + 0\text{ J} = 9{,}81\text{ J} + ½(2\text{ kg})(v_f^2)$$

$\boldsymbol{v_f = 2{,}91}$ **m/s**.

L'énergie cinétique finale du bloc = ½(2 kg)(v_f^2) = 8.49 J.

Nous pouvons faire un « bilan énergétique » de ce qui s'est produit :

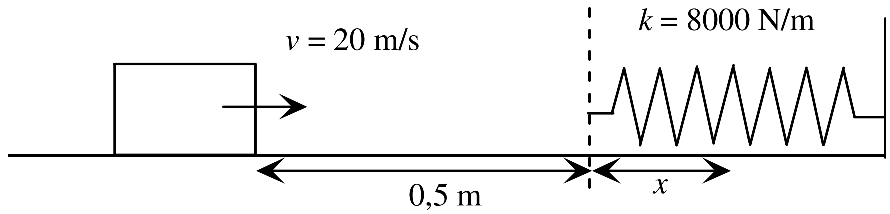
L'homme a donné 20 J (au bloc).

Le bloc a reçu 20 J (de l'homme). Cette énergie a été répartie de la façon suivante :

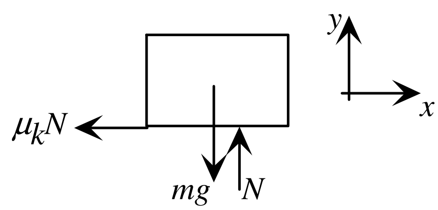
Augmentation de l'énergie cinétique	: 8,49 J
Augmentation de l'énergie potentielle	: 9,81 J
Énergie perdue	: 1,7 J

Qui a reçu cette énergie « perdue » de 1,7 J ? Ce sont les atomes du bloc et du plan incliné! Ils vibrent plus qu'avant (à notre échelle, nous mesurons que la température du bloc et du plan incliné a augmenté). Éventuellement, cette énergie sera dégagée, sous forme de chaleur, vers les molécules de l'air ambiant.

Exemple 8.14 : Un bloc (masse = 3 kg) glisse sur un plan horizontal avec frottement (μ_k = 0,1) et comprime, par la suite, un ressort. Quelle sera la compression maximale *x* du ressort?



a) Traçons un diagramme de forces du bloc :



$$\sum F_y = ma_y \quad N - mg = 0$$

$$N - (3\text{ kg})(9{,}81\text{ m/s}^2) = 0$$

$$N = 29{,}43\text{ N}$$

Le travail de $\vec{N}$ et de $\vec{W}$ est nul : ces deux forces sont perpendiculaires au déplacement. La force du ressort et la force de frottement font du travail.

Le travail de la force de frottement est : $\mathscr{W}_{i\to f} = F_x \Delta x = -\mu_k N\,(0{,}5\text{ m} + x)$

$= -(0{,}1)(29{,}43\text{ N})(0{,}5\text{ m} + x)$

L'énergie potentielle gravitationnelle U_g est toujours 0 J (le bloc est toujours à la même hauteur).

L'énergie potentielle élastique initiale $U_{ei} = 0$ (le ressort n'est ni étiré, ni comprimé). L'énergie potentielle élastique finale $U_{ef} = ½\,k\,x_{rf}^{\ 2} = ½\,(8000\text{ N/m})\,x^2$.

L'énergie cinétique finale est nulle (lorsque le ressort est comprimé au maximum, la vitesse est nulle).

$$U_{gi} + U_{ei} + \mathscr{W}_{i\to f\ (\text{autres forces})} + \frac{1}{2}mv_i^2 = U_{gf} + U_{ef} + \frac{1}{2}mv_f^2$$

$0 + 0 + -(0{,}1)(29{,}43\text{ N})(0{,}5\text{ m} + x) + ½\,(3\text{ kg})(20\text{ m/s})^2 = 0 + ½\,(8000\text{ N/m})\,x^2 + 0$

La solution de cette équation est : $x = 0{,}3865$ m ou $x = -0{,}387$ m

La solution négative n'a pas de sens physique (la distance parcourue par le bloc serait plus petite que 0,5 m).

Solution : ***x* = 0,3865 m.**

(suite de l'exemple 8.14)

Encore ici, on peut faire un « bilan énergétique », si on le désire.

Au départ l'énergie du bloc est cinétique. Elle vaut ½(3 kg)(20 m/s)^2 = **600 J.**
Lorsque le ressort est comprimé, l'énergie potentielle élastique = ½(8000 N/m)(0,3865 m)^2 = **597, 4 J**.
Le travail de la force de frottement est -(0,1)(29,43 N)(0,5 m + 0,3865 m) = -**2,6 J** .

Le bloc possédait 600 J d'énergie sous forme cinétique. Dans la situation finale, il a « emmagasiné » 597,4 J en énergie potentielle élastique. Entretemps, il a perdu 2,6 J d'énergie par frottement.

Problèmes du chapitre 8:

Travail et Puissance :

1. Une jeune fille tire un traîneau et un enfant sur une surface horizontale en exerçant une force de 60 N à un angle de 40° au-dessus de l'horizontale. La masse totale du traîneau et de l'enfant vaut 30 kg. Le coefficient de frottement cinétique entre la neige et le traîneau vaut 0,1.

   Calculez le travail accompli par chacune des forces agissant sur le traîneau lorsqu'il glisse sur une distance de 15 m.

2. Calculez le travail total accompli sur un skieur de 75 kg lorsqu'il glisse de 40 m le long d'un plan incliné à 15° avec l'horizontale. Considérez un coefficient de frottement cinétique de 0,08.

3. Une pierre de 50 kg tombe d'une hauteur de 300 m le long d'une falaise verticale. On observe que, durant la chute, une force de frottement constante de 75 N agit sur la pierre (causée par la résistance de l'air).

   Calculez le travail total fait sur la pierre.

4. On applique une force horizontale de 130 N sur une voiture de 75 kg. Le coefficient de frottement cinétique entre les pneus et le sol vaut 0,1.
   Déterminez :

   a) la force de frottement ;
   b) la force qui accélère la voiture ;
   c) l'accélération de la voiture ;
   d) le travail fait par la force de frottement lorsque la voiture a parcouru 30 m ;
   e) le travail fait par la force de 130 N pour un déplacement de 30 m ;
   f) l'augmentation d'énergie cinétique de la voiture après ce déplacement de 30 m ;
   g) la vitesse acquise par la voiture après ce déplacement de 30 m calculée de 2 façons :
      - à partir du résultat de la question précédente f)
      - à partir des principes de la cinématique (MRUA).

5. Un projectile (m = 5 kg) est lancé horizontalement avec une vitesse de 10 m/s, d'une hauteur de 2 m. La résistance de l'air est négligée.
   Calculez
   a) la vitesse du projectile (grandeur et direction) lorsqu'il est sur le point de toucher le sol (voir chapitre 5).
   b) le travail fait sur le projectile entre le point de lancement et le sol.
   c) la vitesse finale du projectile, en utilisant b).

6. Trois forces s'exercent sur un bloc pour l'amener au sommet d'un plan incliné à 30° par rapport à l'horizontale comme illustré sur à la figure 1.

   Calculez le travail accompli par chacune des 3 forces si le bloc parcourt 10 m vers le haut du plan incliné.

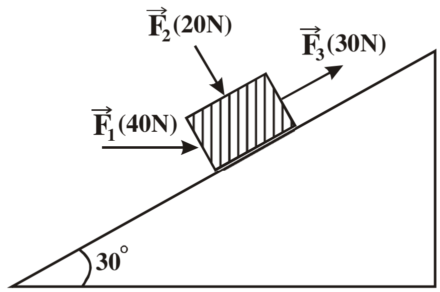


Figure 1

7. Un corps de 10 kg se déplace à une vitesse constante de 8 m/s.
   Calculez son énergie cinétique.

8. Une brique glisse sur une surface horizontale après avoir été lancée avec une vitesse initiale de 28 m/s. Le coefficient de frottement cinétique vaut 0,25.
   Évaluez la distance pour un arrêt complet (Utilisez les concepts d'énergie pour résoudre le problème).

9. Évaluez la puissance requise pour soulever une masse de 50 kg de 20 m, en 1 minute (les vitesses initiale et finale de la masse sont nulles).

10. Quelle puissance faut-il déployer pour monter une charge de 5000 kg d'une hauteur de 300 m en 25 secondes (les vitesses initiale et finale de la charge sont nulles)?

11. Déterminez la grandeur de la masse *M* d'un corps qu'un moteur de 4.5 kW tire sur une surface horizontale avec une vitesse constante de 7 m/s. Considérez un coefficient de frottement cinétique de 0,2.

Énergie :

12. Quelle est l'énergie potentielle d'un objet de 50 kg placé sur le toit d'un édifice de 12 m de hauteur ?
    a) Par rapport au plancher du rez-de-chaussée ?
    b) Par rapport au plancher du sous-sol (4,0 m plus bas) ?
    c) Par rapport au toit de l'édifice ?

13. De quelle longueur doit-on allonger un ressort dont la constante k = 20 N/m pour que l'énergie emmagasinée soit de 14,4 joules ?
    Quelle serait la vitesse d'une boule de 1,0 kg qui posséderait cette énergie ?

14. Un bloc de 2,0 kg, glissant sur une surface polie horizontale entre en collision avec un ressort. Il comprime le ressort sur une distance de 50 cm avant de s'arrêter. La constante d'élasticité du ressort est de 20 N/m. Quelle est la vitesse du bloc au moment du choc ?

15. Le ressort d'un dynamomètre s'allonge de 20 cm quand on y suspend un poids de 4,0 N. Quelle est l'énergie potentielle du ressort quand on y suspend un poids de 12 N ?

16. Un bloc de 2.0 kg vient se buter contre un ressort à une vitesse de 2.0 m/s. Au cours de la collision, le bloc comprime le ressort d'une longueur de 15 cm. La constante d'élasticité du ressort est de 275 N/m. Quel est le coefficient de frottement cinétique entre le bloc et la surface ?

17. On lance un obus de 30 kg à un angle de 45° avec l'horizontale. L'obus monte à une hauteur maximale de 1300 m. Quelle est la vitesse de l'obus à la sortie du mortier ? (Utiliser le principe de la conservation de l'énergie mécanique).

18. On lance un bloc de 15 kg vers le haut d'un plan incliné formant un angle de 37° avec l'horizontale. Le bloc parcourt une distance de 3,0 m sur le plan avant de s'arrêter. Le coefficient de frottement cinétique entre le bloc et le plan est 0,25. Déterminez :

    a) l'augmentation d'énergie potentielle du bloc ;
    b) le travail fait par la force de frottement ;
    c) la vitesse du bloc au départ ;
    d) la vitesse du bloc au moment où il revient à son point de départ, en descendant.

19. Un corps de masse m = 2,0 kg descend un plan incliné poli d'une hauteur h = 1,0 m. Arrivé au bas du plan, il rencontre une surface rugueuse BC de coefficient μ_k = 0,30. En C, il monte sur une surface courbe CD polie, comme illustré à la figure 2.
    a) Quelle est la vitesse au bas du plan ?
    b) Quelle est la vitesse au point C ?
    c) À quelle hauteur va-t-il monter sur la surface CD ?
    d) À quel endroit va-t-il finalement s'arrêter ?

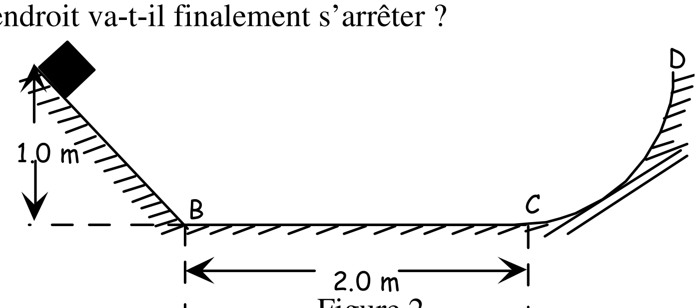


Figure 2

20. On laisse tomber un bloc de masse m = 1,0 kg d'une hauteur h = 2,0 m sur un ressort de constante k = 200 N/m, comme illustré à la figure 3.

    a) Quelle est la vitesse du bloc au moment où il touche le ressort ?
    b) De quelle distance x le ressort sera-t-il comprimé ?
    c) À quelle hauteur le bloc rebondira-t-il ?
    d) À quelle hauteur le bloc rebondira-t-il si on suppose que, durant le choc, il y a une perte d'énergie telle que, de retour en A, son énergie ait diminué de 2,0 joules ?

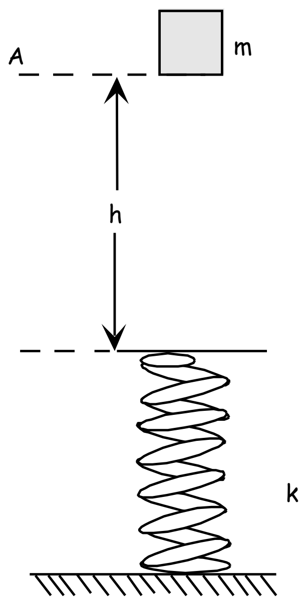


Figure 3

Réponses :

1. $\mathscr{W}_{(60)}$ **= 689,44 J;** $\mathscr{W}_{(poids)}$ **=** $\mathscr{W}_{N}$ **= 0 J;** $\mathscr{W}_{F}$ **= - 383,6 J**

2. $\mathscr{W}_{Total}$ **= 5342,87 J**

3. $\mathscr{W}_{Total}$ **= 124 650 J**

4. **a)** F **= 73,58 N**
   b) 56,42 N
   c) a **= 0,752 m/s^2**
   d) – 2207,25 J
   e) + 3900 J
   f) 1692,75 J
   g) v **= 6,72 m/s**

5. **a) 11,8 m/s à 32 degrés sous l'horizontale.**
b) $\mathscr{W}_{Total}$ = 98,1 J
c) 11,8 m/s.

6. **$\mathscr{W}_1$ = 346,4 J ; $\mathscr{W}_2$ = 0 J ; $\mathscr{W}_3$ = 300 J**

7. **320 J**

8. **d = 159,84 m**

9. **163,5 Watts**

10. **588,6 kWatts**

11. **M = 327,65 kg**

12. **a) 5886 J**
b) 7848 J
c) Zéro

13. **1,2 m et 5,37 m/s**

14. **1,58 m/s**

15. **3,6 J**

16. **μ_k = 0,308**

17. **225,86 m/s**

18. **a) 265,67 J**
b) -88,14 J
c) 6,87 m/s
d) 4,87 m/s

19. **a) 4,43 m/s**
b) 2,8 m/s
c) 0,4 m
d) 0,66 m de B

20. **a) 6,26 m/s**
b) 0,495 m
c) 2,0 m
d) 1,8 m

Références :

HIBBELER, R.C. *Engineering Mechanics : Statics and Dynamics*, 8th Edition, Prentice-Hall, 1998.

YOUNG, HUGH D. *University Physics*, 8th Edition, Addison Wesley, 1992.

ARÈS, ANDRÉ et MARCOUX, JULES *Physique-Mécanique101*, 2ème édition, Lidec Inc., 1982.

BEER & JOHNSTON, *Vector Mechanics for Engineers : Statics and Dynamics,* 3rd Edition, McGraw Hill, 1996.

BEDFORD & FOWLER, *Engineering Mechanics : Statics and Dynamics*, Addison Wesley, 1997.

MERIAM, J.L. & KRAIGE, L.G., *Engineering Mechanics : Statics and Dynamics*, 4th Edition, 1997.

BENSON HARRIS *Physique Mécanique*, 3ème édition, 1996.