

Problèmes industriels de grandes dimensions en mécanique numérique du contact : performance, fiabilité et robustesse

Séminaire LAMSID

Présenté par **Ayaovi Dzifa Kudawoo**, le 19 novembre 2012,

Projet MNAM : Méthodes Numériques Avancées en Mécanique, AMA, EDF R&D
Lot : Contact-frottement

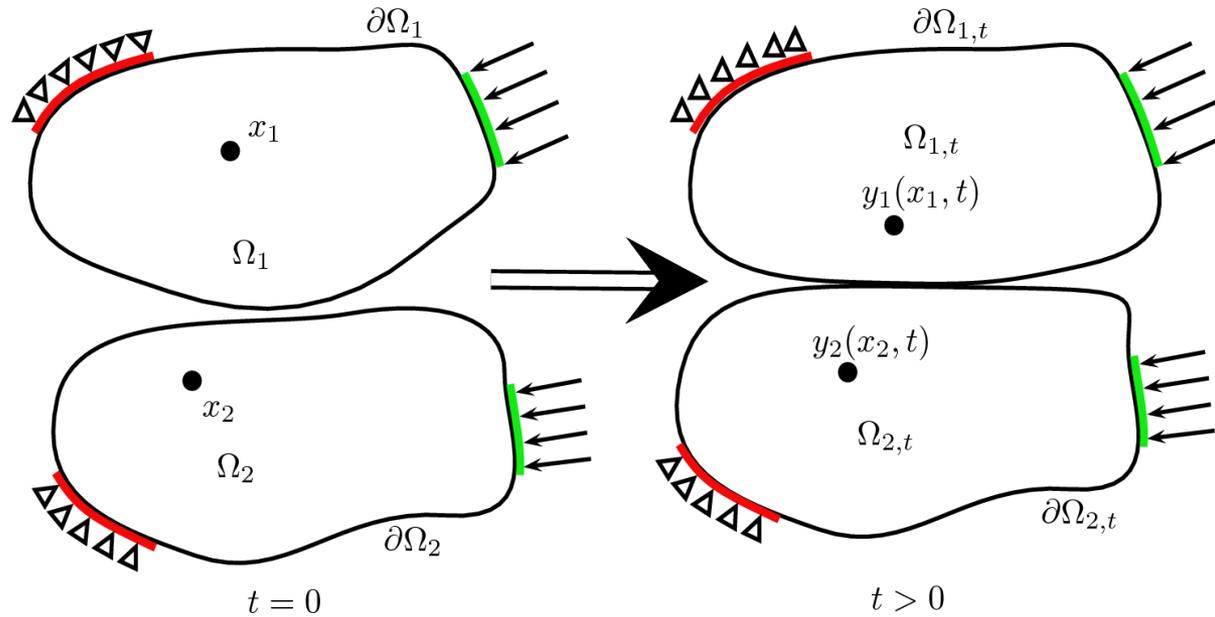
Encadrement de thèse :

Pr Frédéric Lebon, LMA CNRS

Dr Mickaël Abbas, EDF R&D



- 1. Contexte industriel**
- 2. Formulation du problème de contact**
- 3. Algorithmes de résolution**
- 4. Résultats numériques**
- 5. Conclusions, perspectives et discussions**



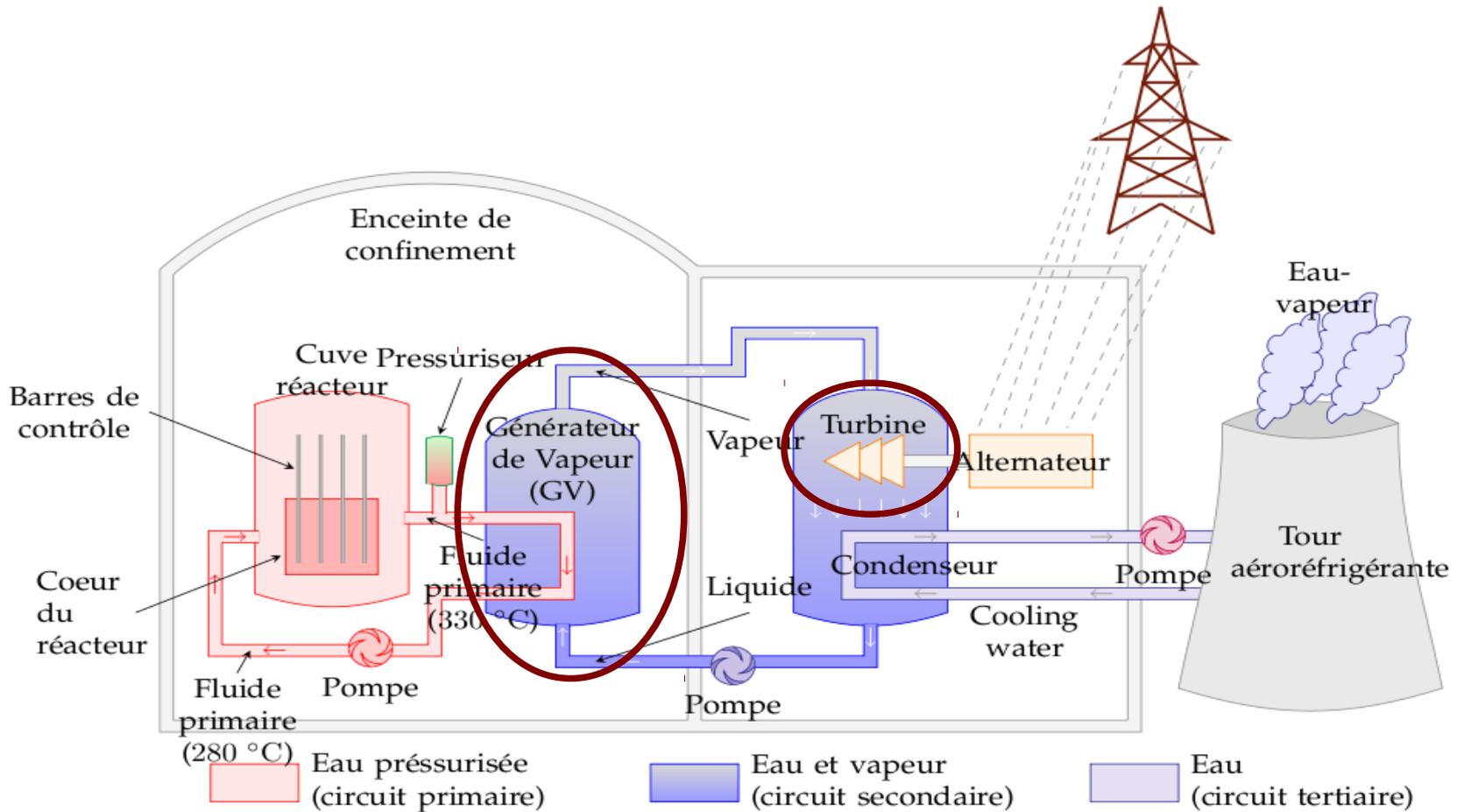
Évolution quasi-statique
ou
dynamique lente

Comportements non-linéaires
→ Matériaux élasto-plastiques
→ Matériaux hyper-élastiques

Lois de Signorini-Coulomb

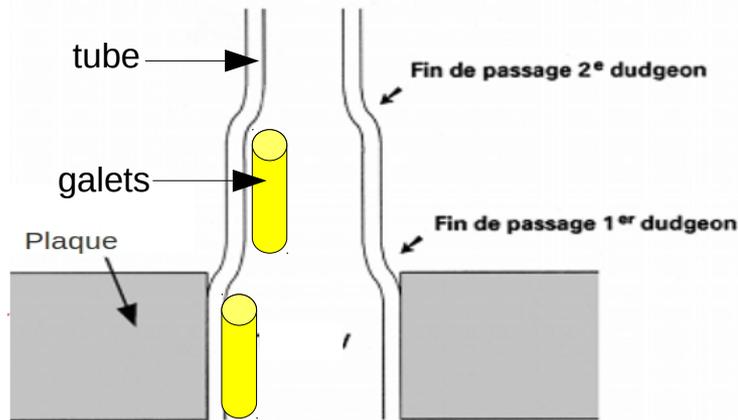
Grandes transformations

Applications aux centrales nucléaires



Vue d'ensemble d'une centrale de type Réacteur à Eau Pressurisée

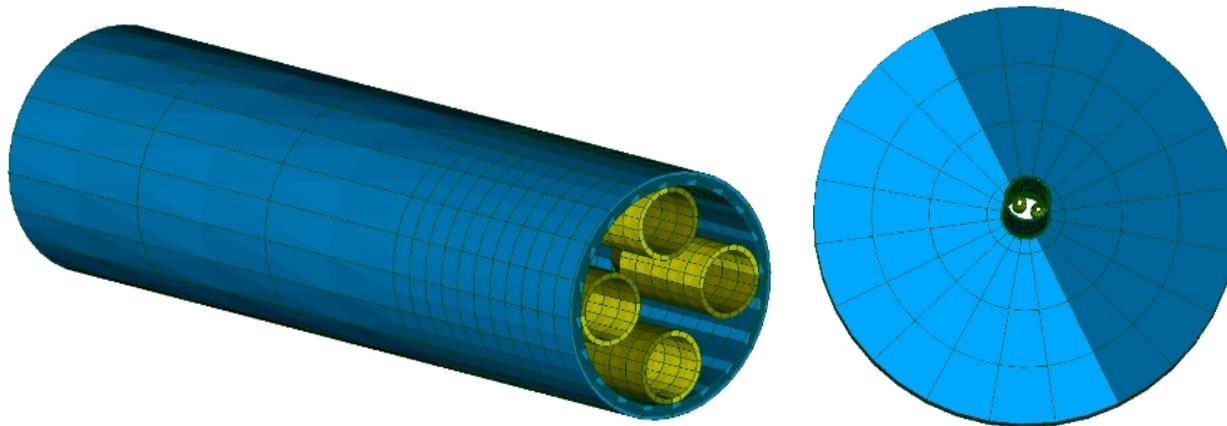
Exemple n°1 : dudgeonnage de tubes de GV



Opération de dudgeonnage

Challenge de calcul

- Plusieurs types de matériaux
- Contact multi-zone
- Maillage quadratique HEXA27
- **Présence du frottement**
- Problème industriel de grande dimension
(130000 ddls dont 10000 contacts)

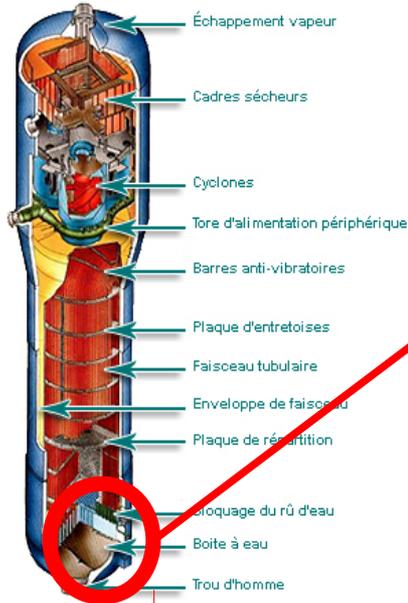


Maquette numérique reproduisant le dudgeonnage

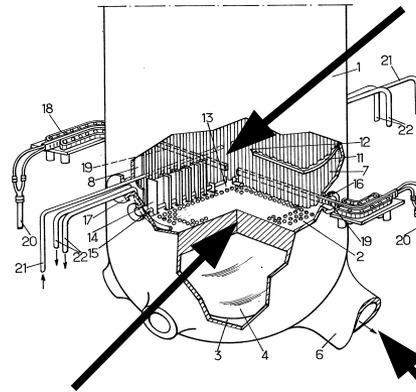
Pourquoi étudier le dudgeonnage?

Exemple n°1 : dudgeonnage de tubes de GV

Générateur de vapeur



Boîte à eau

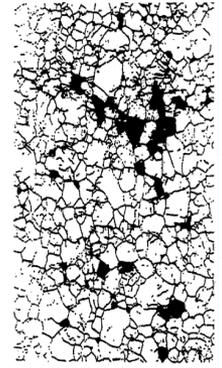


Plaque à tubes

Tubes

Arrivée fluide primaire

Défauts sur tubes

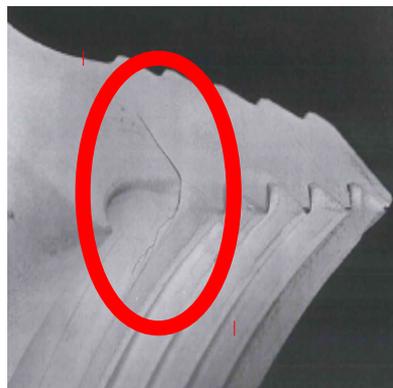
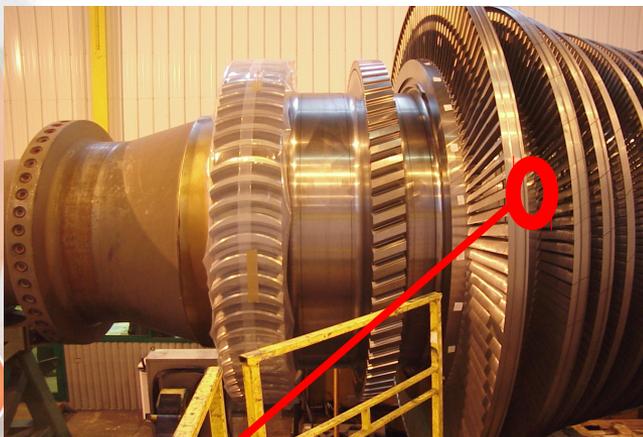


fissures corrosions
(source EDF R&D)

Besoin industriel : modèle mécanique prédictif du tube GV

- Contraintes résiduelles issues de la fabrication du tube : dudgeonnage
- Conditions de fonctionnement sévères : température, pression, irradiation
- Diverses non linéarités du problème : endommagement du tube

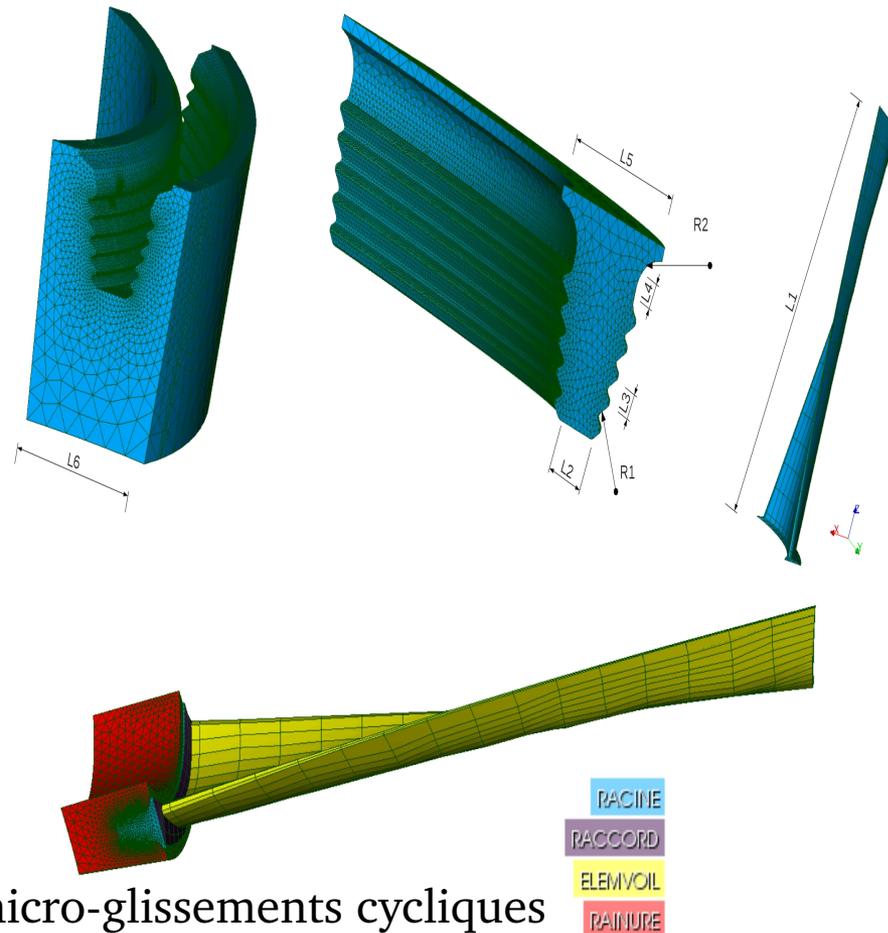
Exemple n°2 : étude sur les pieds d'ailettes de turbines



Zoom sur les ailettes

(Source : G. Debruyne, EDF R&D)

- Pré-étude de fretting : micro-glissements cycliques
- Benchmark pour un pb de grande taille
(600 000 ddls dont 18000 en contact)



Enjeux de la thèse

Objectif principal :

Amélioration de la modélisation numérique du contact-frottement sec dans Code_Aster : « méthode continue »

Points abordés :

- *Implémentation des algorithmes et formulations*
- *Évaluation des algorithmes*
- *Études industrielles de grandes dimensions*

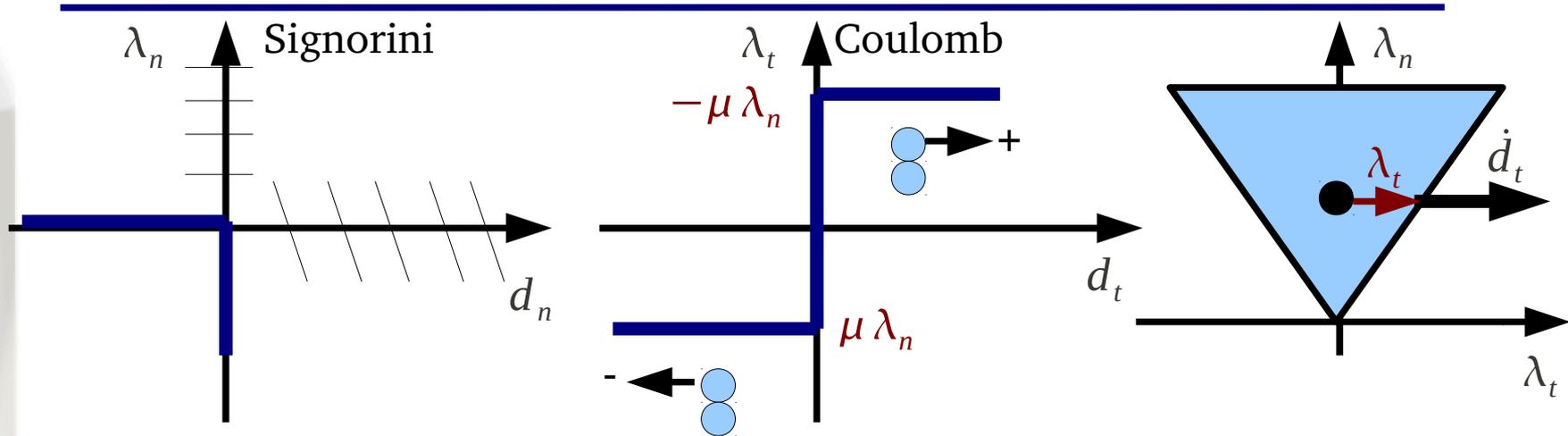
2. Formulation du problème de contact

2.1 Rappel des non-linéarités

2.2 Formulation du Lagrangien augmenté

2.3 Discrétisation de la formulation

2.1 Contact-frottement, grandes déformations, matériaux non-linéaires



Rappels sur les difficultés du problème :

→ Signorini-Coulomb : **Mécanique non régulière**

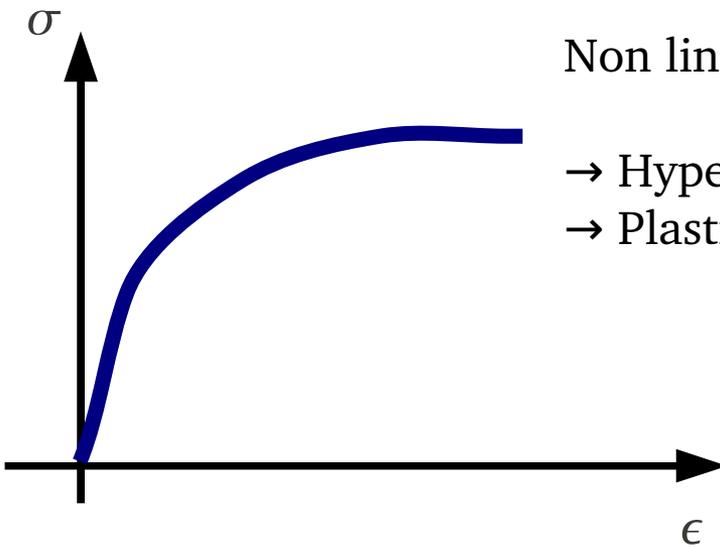
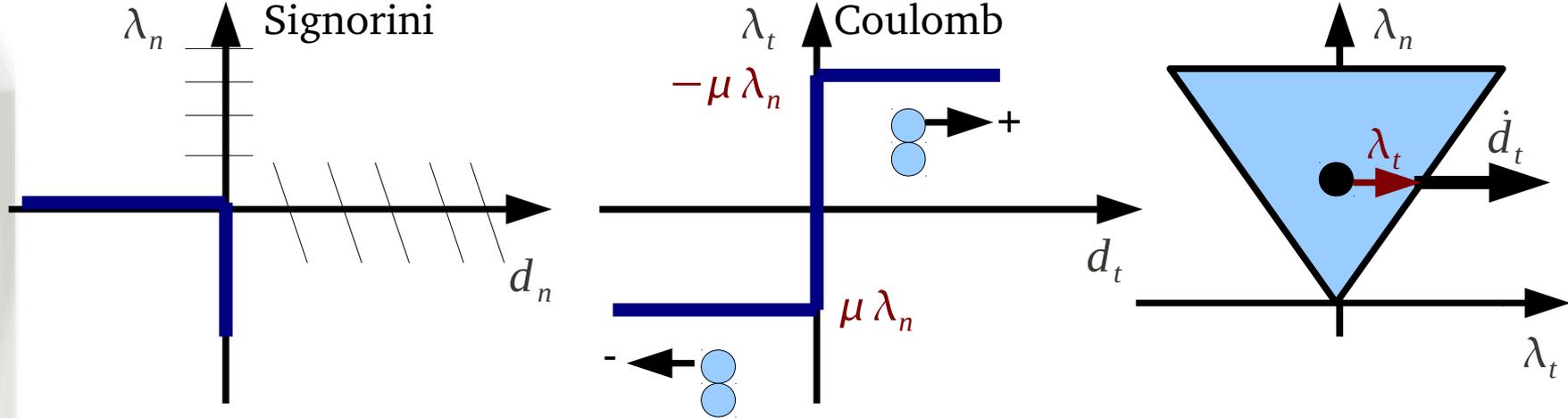
Fonctions indicatrices pour l'énergie de contact-frottement

→ Perte d'**unicité de solution** : coefficient de frottement

→ Problème couplé : **seuil de frottement dépendant de la pression de contact**

→ Loi de Coulomb **non associée** : pseudo-potential de dissipation

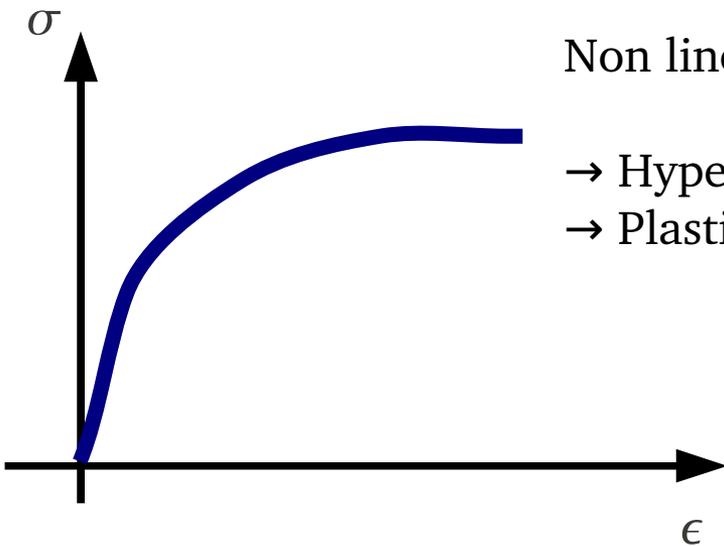
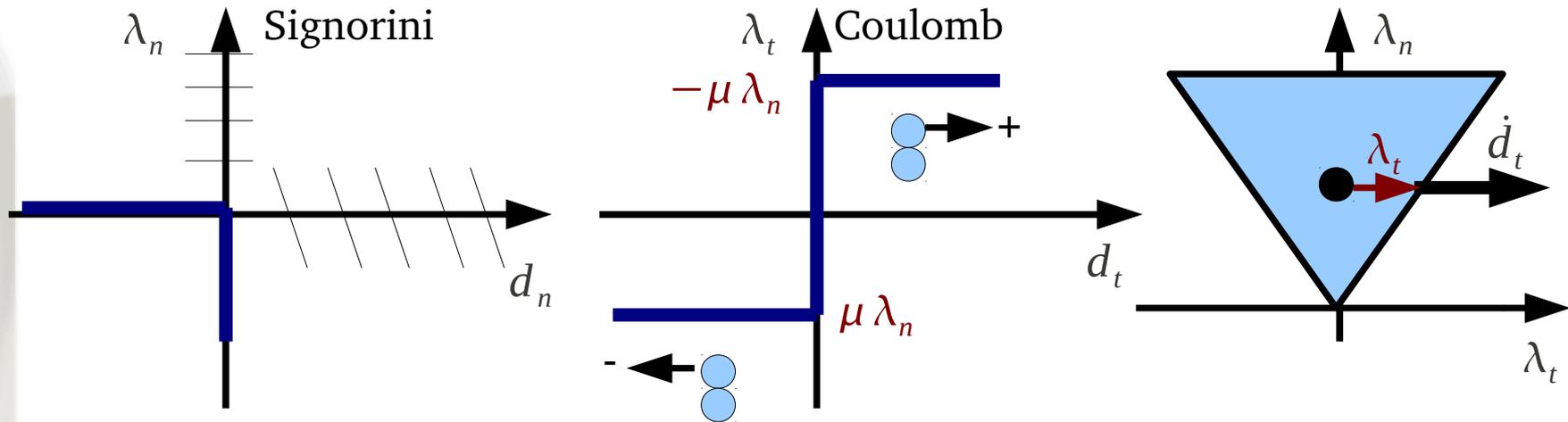
2.1 Contact-frottement, grandes déformations, matériaux non-linéaires



Non linéarités matériaux et Grandes transformations :

- Hyperélastiques : Néo-Hookéen, Hooke généralisé
- Plasticité : Simo et Miehe [Simo-Miehe,1992]

2.1 Contact-frottement, grandes déformations, matériaux non-linéaires



Non linéarités matériaux et Grandes transformations :

- Hyperélastiques : Néo-Hookéen, Hooke généralisé
- Plasticité : Simo et Miehe [Simo-Miehe,1992]

Méthodes numériques

- FEM : formulations variationnelles
- Gestion des non-linéarités : Algorithmes adaptés

2.2 Formulation du Lagrangien augmenté

« Méthode continue » dans *Code_Aster* :
recherche d'un point-selle

$$J(u, \lambda) = \underset{v \in V}{\text{Min}} \underset{\lambda' \in Q}{\text{Max}} [J(v) + J_{cf}(v, \lambda')]$$

$$J(v) = \sum_i \int_{\Omega_i} j(v) d\Omega_i$$

Élasticité petites déf.
Hyper-élasticité + grandes deformations
Élasto-plasticité

Optimisation sans contraintes

$$J_{cf}(v, \lambda') = \int_{\Gamma_c} j_{cf}(v, \lambda') d\Gamma_c$$

Multiplicateurs de Lagrange [Haslinger-Hlavacek,1982,Haslinger,1988]
Bi-potentiel [De-Saxcé-Feng,1998, Fortin-De-Saxcé,1999]
Pénalité [Curnier-Alart,1988,Wriggers,2006]
Lagrangien augmenté [Brezzi-Fortin, 1991, Curnier-Alart,1991, Ben Dhia-Zarroug,2002, *Code_Aster*,2012]

2.2 Formulation du Lagrangien augmenté

Ré-écriture de la loi de Signorini

Multiplicateur augmenté de contact

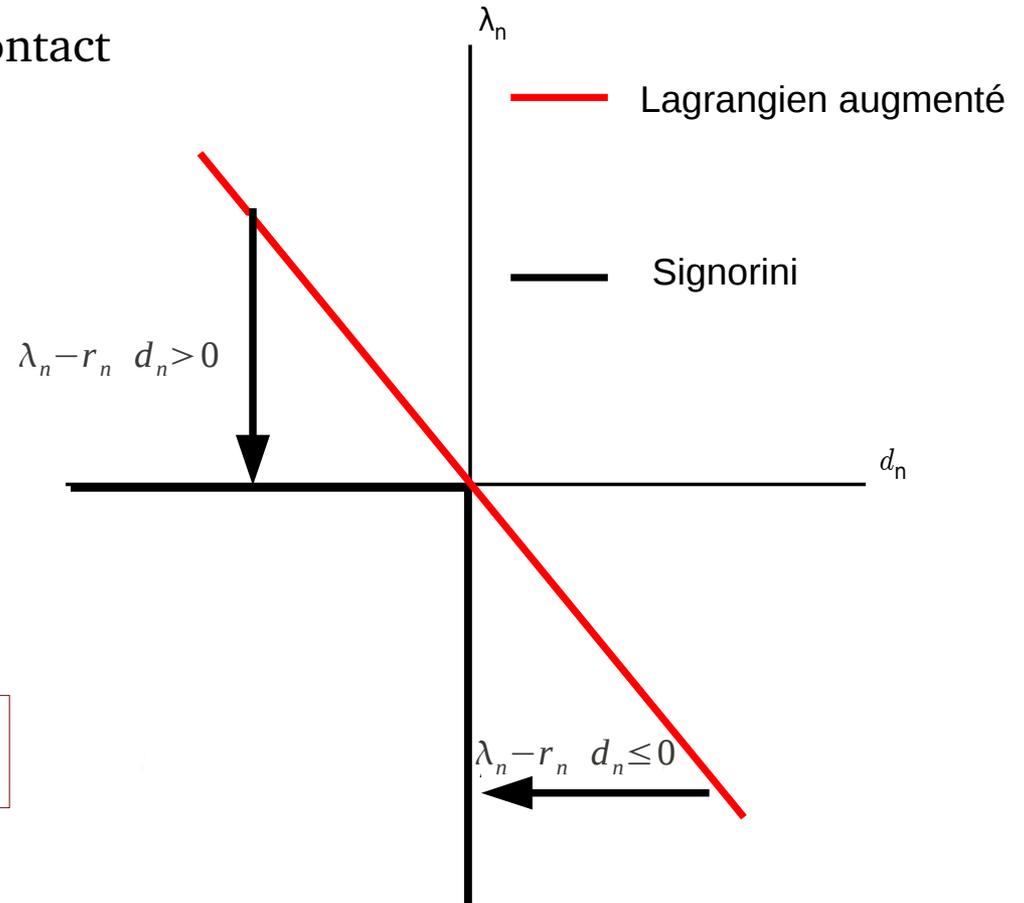
$$\hat{\lambda}_n = (\lambda_n - r_n d_n)$$

Champ de signe

$$\begin{cases} S_R(\hat{\lambda}_n) = 0 & \text{si } \hat{\lambda}_n > 0 \\ S_R(\hat{\lambda}_n) = 1 & \text{si } \hat{\lambda}_n \leq 0 \end{cases}$$

Loi de contact

$$\lambda_n - S_R(\lambda_n - r_n d_n) [\lambda_n - r_n d_n] = 0$$

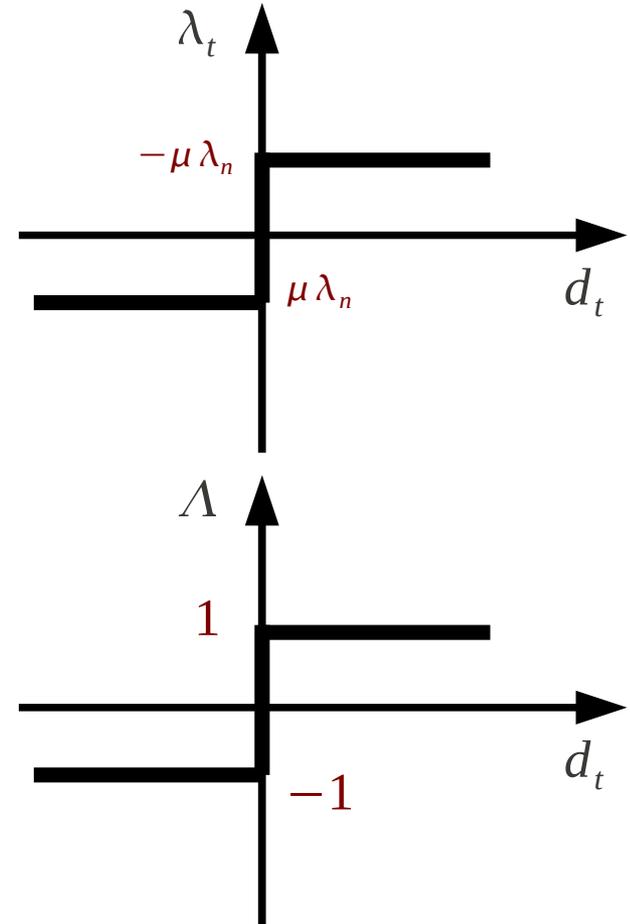


2.2 Formulation du Lagrangien augmenté

Ré-écriture de la loi de Coulomb

Contrainte tangentielle \rightarrow direction de la contrainte tangentielle

$$\Lambda = \frac{\lambda_t}{\mu \lambda_n}$$



2.2 Formulation du Lagrangien augmenté

Ré-écriture de la loi de Coulomb

Contrainte tangentielle → direction de la contrainte tangentielle

$$\Lambda = \frac{\lambda_t}{\mu \lambda_n}$$

Multiplicateur augmenté de frottement

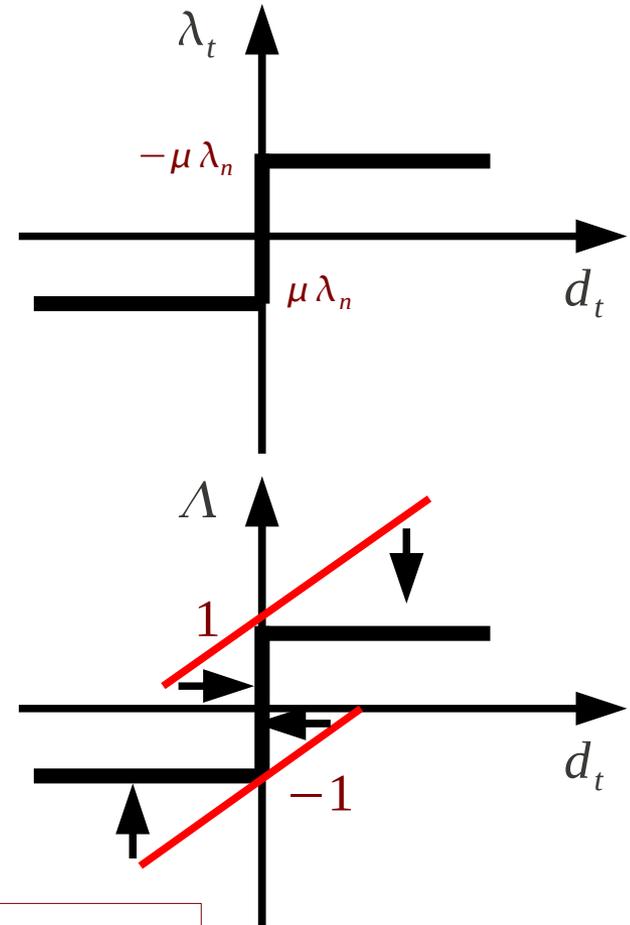
$$\hat{\Lambda} = (\Lambda + r_t v_t)$$

Champ de signe

$$\begin{cases} S_f(\hat{\Lambda}) = 1 & \text{si } \|\hat{\Lambda}\| < 1 \\ S_f(\hat{\Lambda}) = 0 & \text{si } \|\hat{\Lambda}\| \geq 1 \end{cases}$$

Loi de frottement

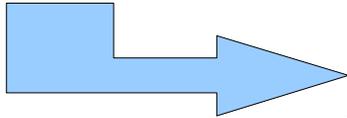
$$[(1 - S_R) \Lambda] + [S_R [\Lambda - S_f(\Lambda + r_t v_t) + (1 - S_f) \frac{\Lambda + r_t v_t}{\|\Lambda + r_t v_t\|}] + (1 - S_u) \Lambda] = 0$$



2.2 Formulation du Lagrangien augmenté

$$J(u, \lambda) = \underset{v \in V}{\text{Min}} \underset{\lambda' \in Q}{\text{Max}} [J(v) + J_{cf}(v, \lambda')]$$

Conditions d'optimalité



$$\begin{cases} F^{interne} + F^{cont} + F^{frot} = 0 & (\text{Équilibre faible}) \\ \tilde{F}^{cont} = 0 & (\text{Signorini faible}) \\ \tilde{F}^{frot} = 0 & (\text{Coulomb faible}) \end{cases}$$

Expressions des termes de contact-frottement

$$F^{cont} = \int_{\Gamma_c} S_{R^*}(\hat{\lambda}_n) \hat{\lambda}_n \delta d_n d\Gamma$$

$$\tilde{F}^{cont} = \int_{\Gamma_c} \frac{1}{r_n} [\lambda_n - S_{R^*}(\hat{\lambda}_n) \hat{\lambda}_n] \delta \lambda_n d\Gamma$$

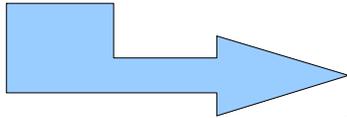
$$F^{frot} = \int_{\Gamma_c} S_{R^*}(\hat{\lambda}_n) [(1 - S_f(\hat{\Lambda})) \mu \hat{\lambda}_n \frac{\Lambda + r_t v_t}{\|\Lambda + r_t v_t\|} + S_f(\hat{\Lambda}) \mu \hat{\lambda}_n \Lambda] \delta d_t d\Gamma$$

$$\tilde{F}^{frot} = \int_{\Gamma_c} [S_{R^*}[\Lambda - S_f(\Lambda + r_t v_t) + (1 - S_f) \frac{\Lambda + r_t v_t}{\|\Lambda + R_t v_t\|}] + (1 - S_{R^*}) \Lambda] \delta \Lambda d\Gamma$$

2.2 Formulation du Lagrangien augmenté

$$J(u, \lambda) = \underset{v \in V}{\text{Min}} \underset{\lambda' \in Q}{\text{Max}} [J(v) + J_{cf}(v, \lambda')]$$

Conditions d'optimalité



$$\begin{cases} F^{interne} + F^{cont} + F^{frot} = 0 & (\text{Équilibre faible}) \\ \tilde{F}^{cont} = 0 & (\text{Signorini faible}) \\ \tilde{F}^{frot} = 0 & (\text{Coulomb faible}) \end{cases}$$

Ce qu'il faut retenir

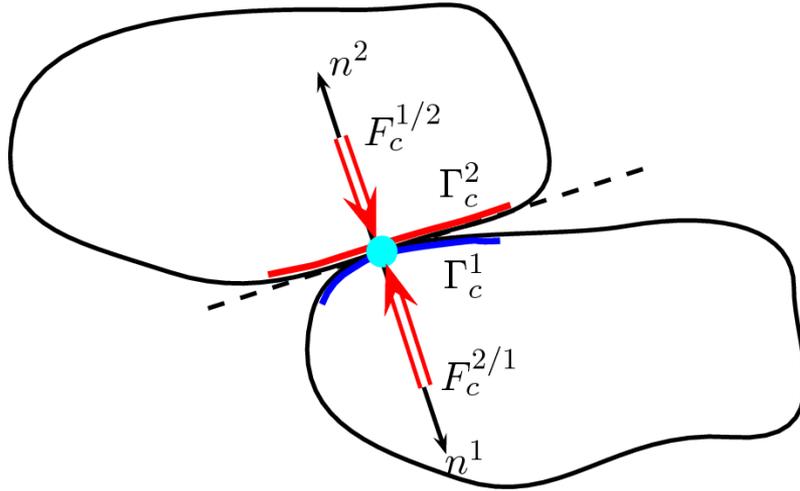
$\hat{\lambda}_n$ = Multiplicateur augmenté de contact → Pression de contact

$\hat{\Lambda}$ = Multiplicateur augmenté de frottement → Direction contrainte tangentielle

$\begin{cases} S_R(\hat{\lambda}_n) = 1 & \text{si contact} \\ S_R(\hat{\lambda}_n) = 0 & \text{si pas de contact} \end{cases}$ Champs de signes ou Indicateurs contact/décollement

$\begin{cases} S_f(\hat{\Lambda}) = 1 & \text{si contact adhérent} \\ S_f(\hat{\Lambda}) = 0 & \text{si contact glissant} \end{cases}$ Champs de signes ou Indicateurs adhérence/glissement

2.2 Lagrangien augmenté **non standard**



Condition cinématique sur les normales

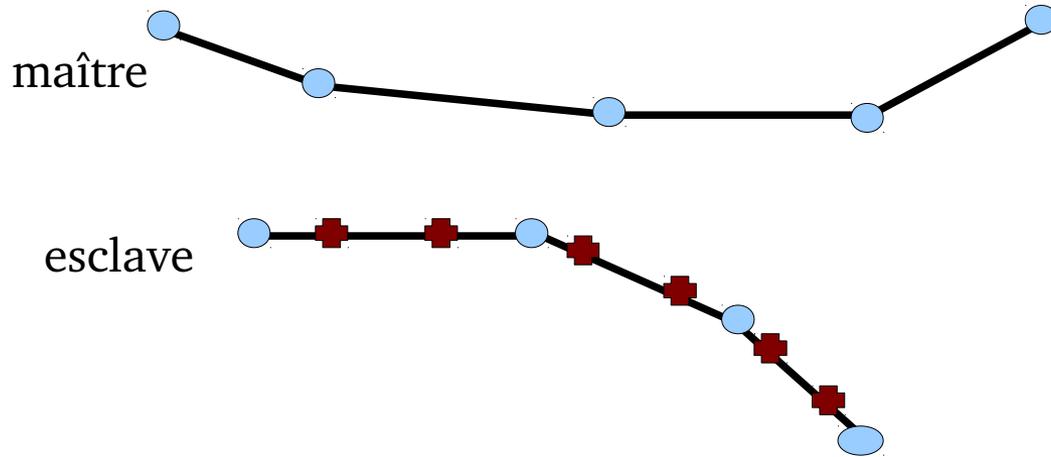
$$n^{esclave} = n^{maitre}(u)$$

Nouveau terme variationnel : champs de normales esclaves

$$\left\{ \begin{array}{l} F^{interne} + F^{cont} + F^{frot} + \int_{\Gamma_c} [n^{esclave} - n(u)] \kappa_n n^{esclave} = 0, \quad \kappa_n > 0 \\ \tilde{F}^{cont} = 0 \\ \tilde{F}^{frot} = 0 \\ \int_{\Gamma_c} [n^{esclave} - n(u)] \kappa_n n^{*esclave} = 0 \end{array} \right.$$

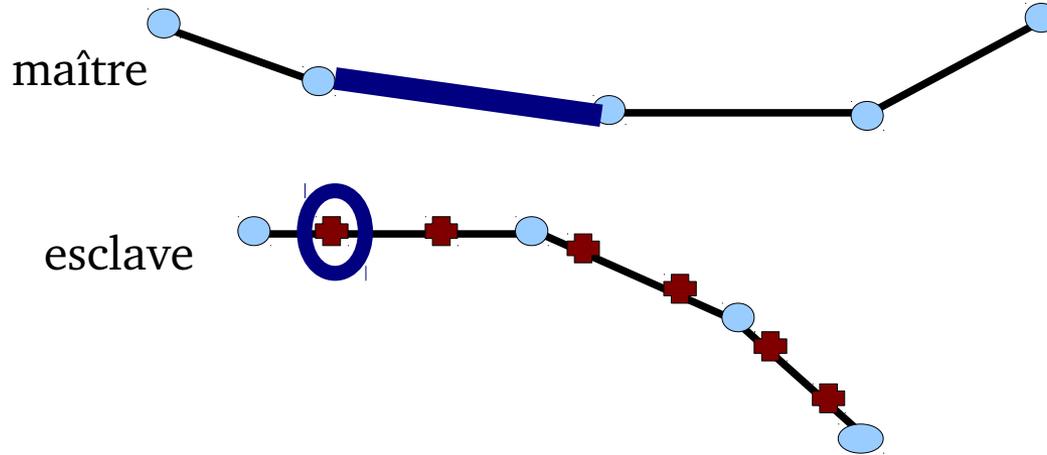
2.3 Discrétisation de la formulation

1. Éléments de contact noeuds/segments



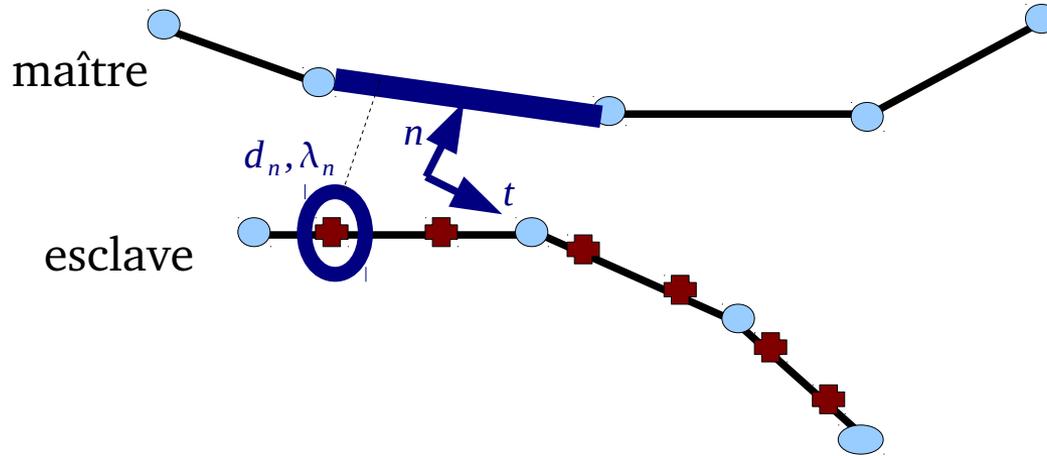
2.3 Discrétisation de la formulation

1. Éléments de contact noeuds/segments



2.3 Discrétisation de la formulation

1. Éléments de contact noeuds/segments



Inconnues

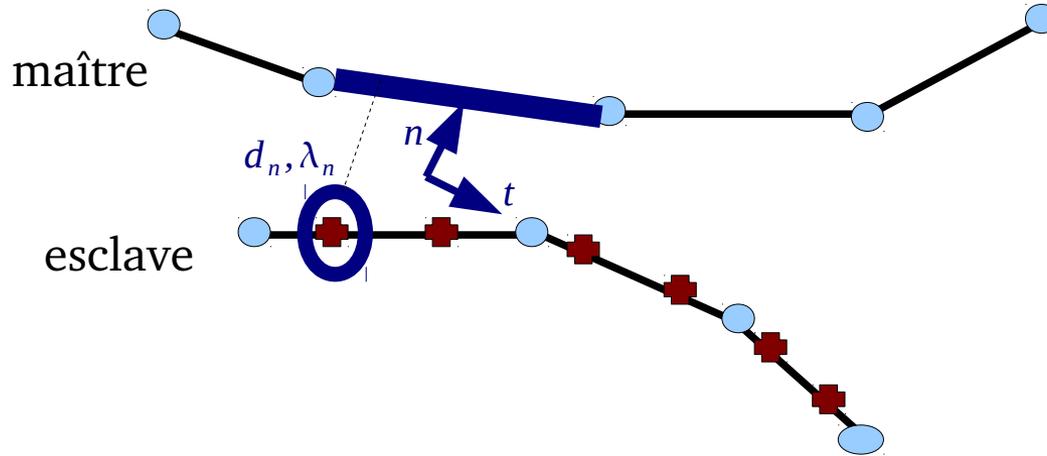
→ repère local

→ jeux, pressions

→ Statuts des points

2.3 Discrétisation de la formulation

1. Éléments de contact noeuds/segments



Inconnues

→ repère local

→ jeux, pressions

→ Statuts des points

2. Discrétisation des inconnues :

$$d^{\hat{h}} = ([\phi^{escl}] \{U_h\} - [\phi^{mait}] \{\bar{U}_h\}) \quad (\text{Jeu})$$

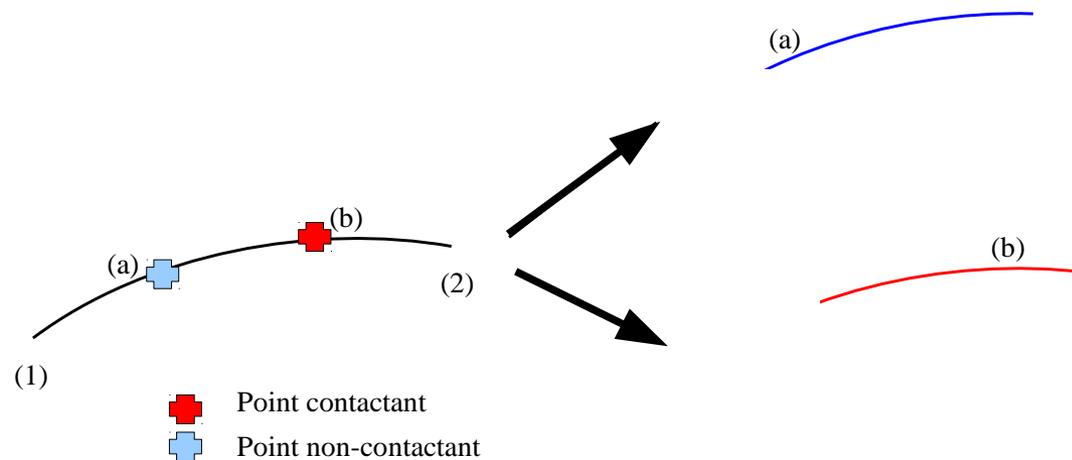
$$\lambda_n^{\hat{h}} = [\phi^{escl}] \{l_h\}, \quad \Lambda^h = [\phi^{escl} \quad \phi^{escl}] \{L_h^1 \quad L_h^2\} \quad (\text{Multipliateurs})$$

$$\exists c, \inf_{\lambda_h} \sup_{v_h} \frac{J_{cf}(u_h, \lambda_h)}{\|u_h\|_{1,0,\Gamma_c} \|\lambda_h\|_{-1/2,\Gamma_c}} \leq c \quad (\text{stabilité des multipliateurs})$$

[Brezzi-Fortin, 1991, Abbasi-Bathe, 2001]

2.3 Discrétisation de la formulation

1. Éléments de contact noeuds/segments
2. Discrétisation des inconnues :
3. Discrétisation du champ de signe : méthode de collocation par points



2.3 Discrétisation de la formulation

1. Éléments de contact noeuds/segments
2. Discrétisation des inconnues :
3. Discrétisation du champ de signe : méthode de collocation par points
4. Résolution du système discret :

$$F(x, p(x)) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} F^{interne, h} + F^{cont} + F^{frot, h} = 0 & (\text{Équilibre faible}) \\ \tilde{F}^{cont, h} = 0 & (\text{Signorini faible}) \\ \tilde{F}^{frot, h} = 0 & (\text{Coulomb faible}) \end{cases}$$

3. Algorithmes de résolution

3.1 Point fixe, **Newton généralisé**, **Newton partiel**

3.2 **Traitement du cyclage**

3.1 Algorithmique

$$F(x, p(x)) = 0$$

$$x = (u, \lambda_n, \Lambda)$$

$$p(x) \begin{cases} \text{Appariement : construction des éléments de contact} \\ \text{Seuil de frottement} \\ \text{Statuts de contact} \end{cases}$$

Simplification par la méthode de Point Fixe (PF)

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} F(x, p(x)) = 0 \\
 \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} p^0 = p(x^0) \quad \leftarrow \\
 \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} F^{p^0} + \partial F^{p^0} \cdot \Delta x + o(\Delta x) = 0
 \end{array}$$

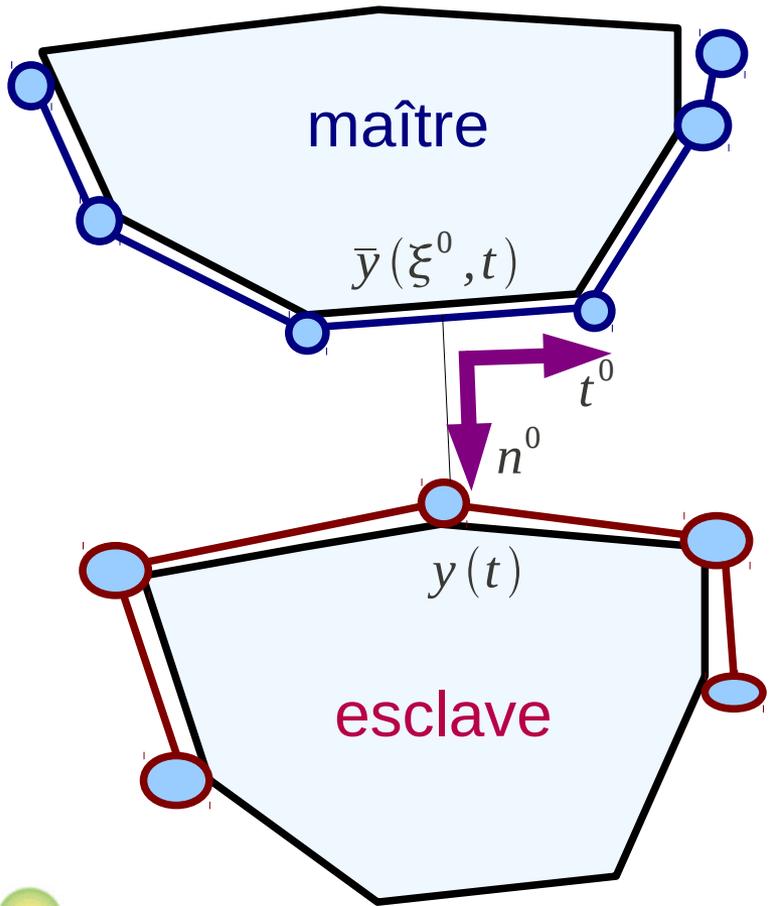
3.1 Algorithmique

Méthodes \ $p(x^0)$	Appariement	Seuil frottement	Statuts contact
PF globale	fixe	fixe	fixe
Newton généralisé (Thèse)	non fixe	non fixe	non fixe
Newton partiel (Thèse)	fixe	non fixe	non fixe

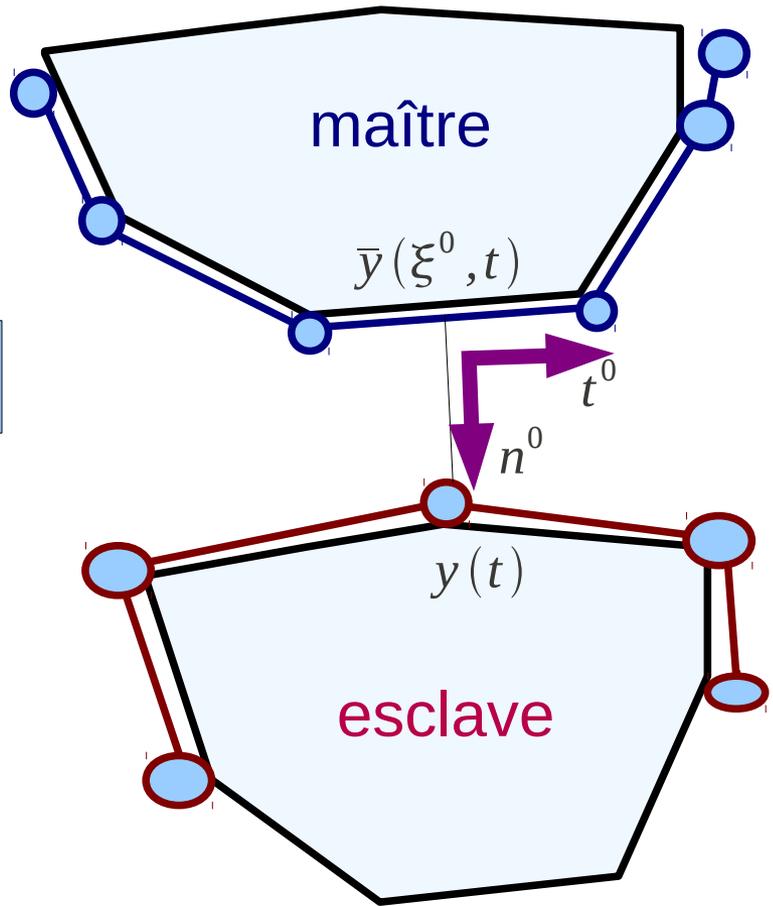
3.1 Algorithmique : Point fixe sur la géométrie

Point fixe

Newton Généralisé



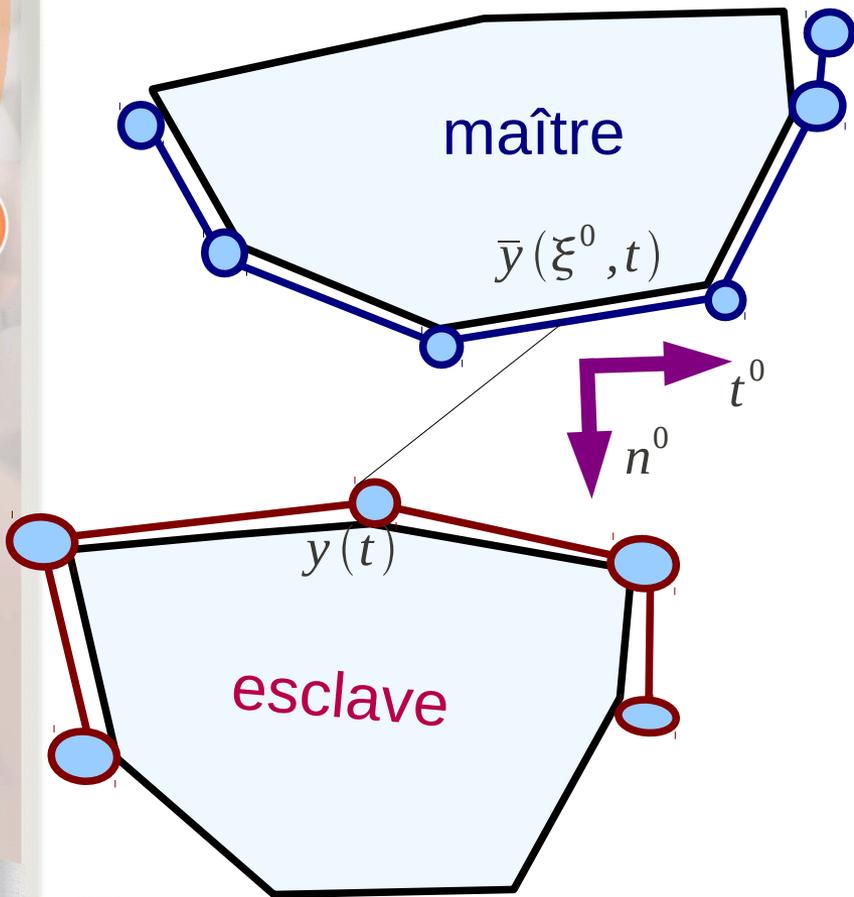
N



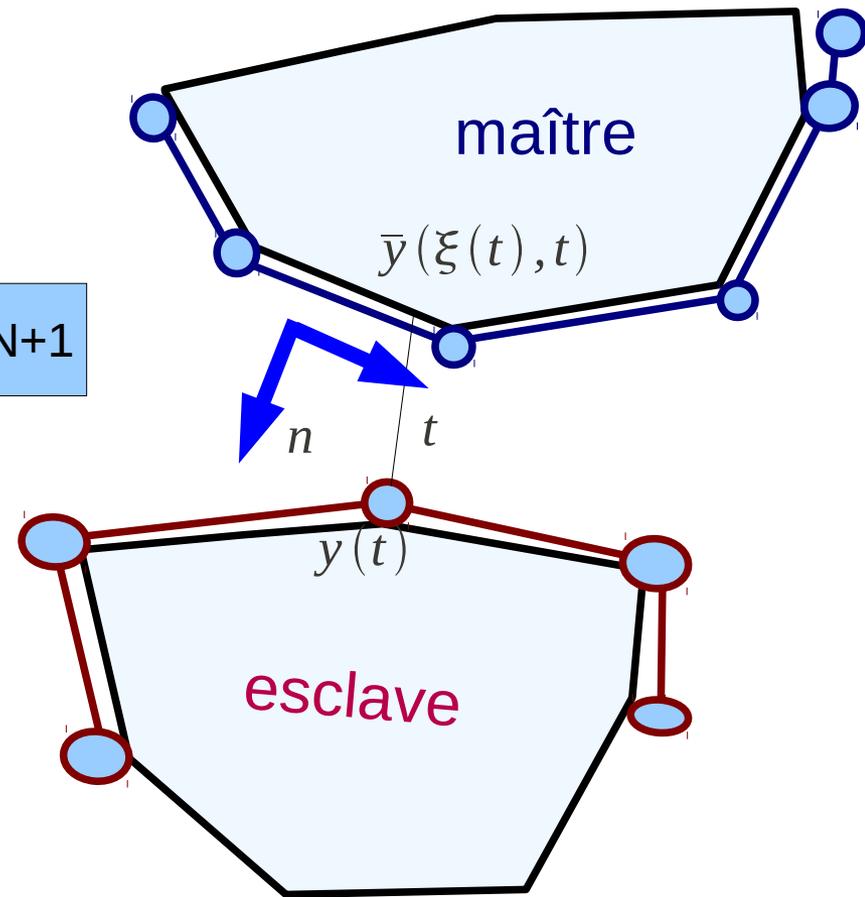
3.1 Algorithmique : Point fixe sur la géométrie

Point fixe

Newton Généralisé



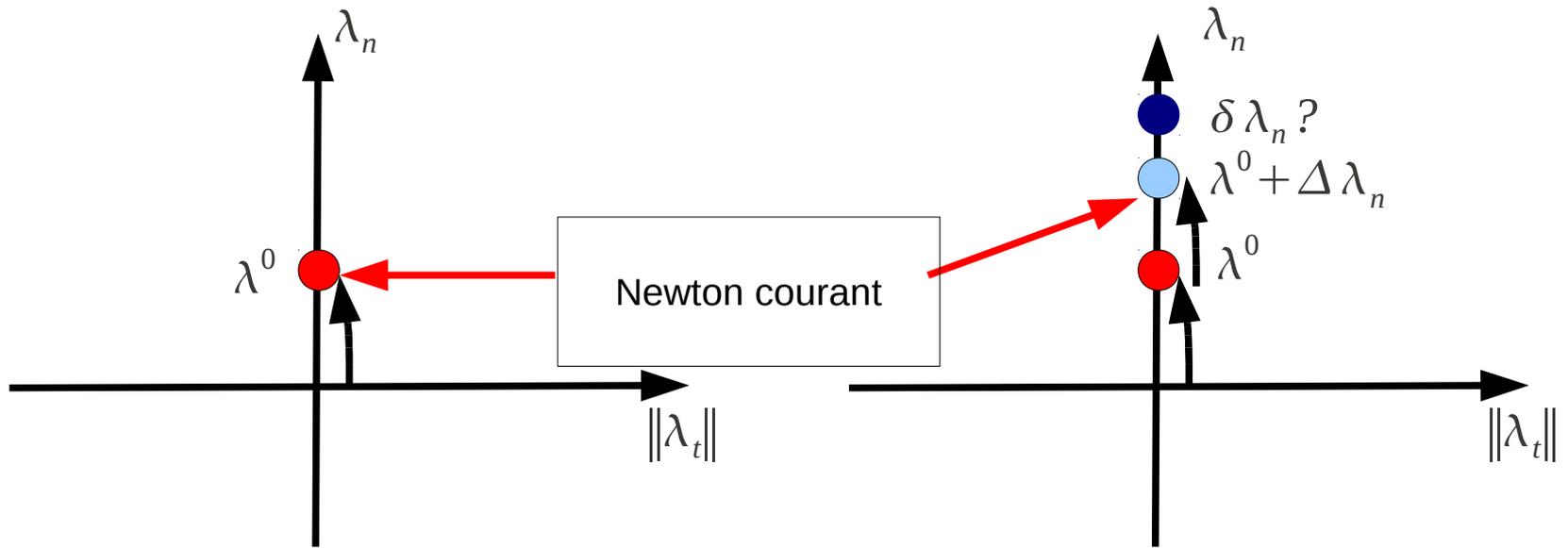
N+1



3.1 Algorithmique : Point fixe sur le seuil de frottement

Point fixe

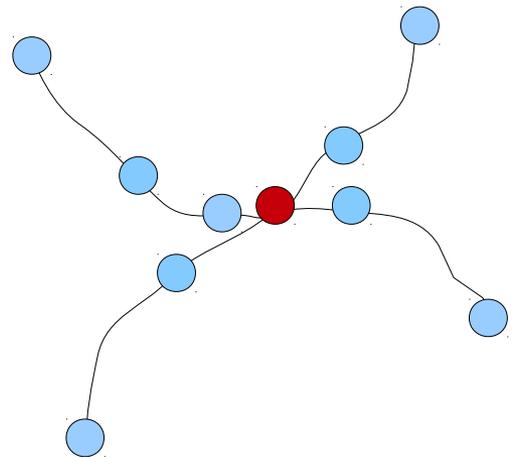
Newton Généralisé



Newton courant

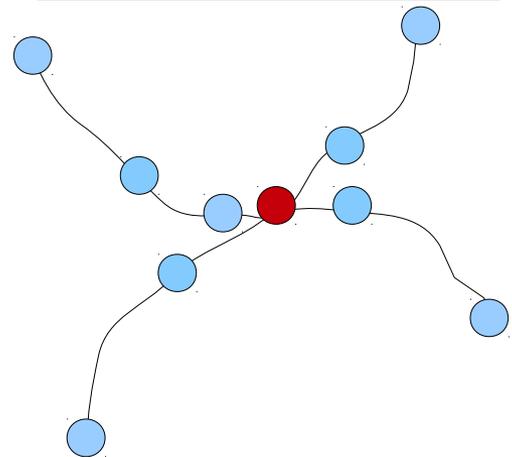
3.1 Algorithmique : Point fixe sur les statuts de contact

Point fixe



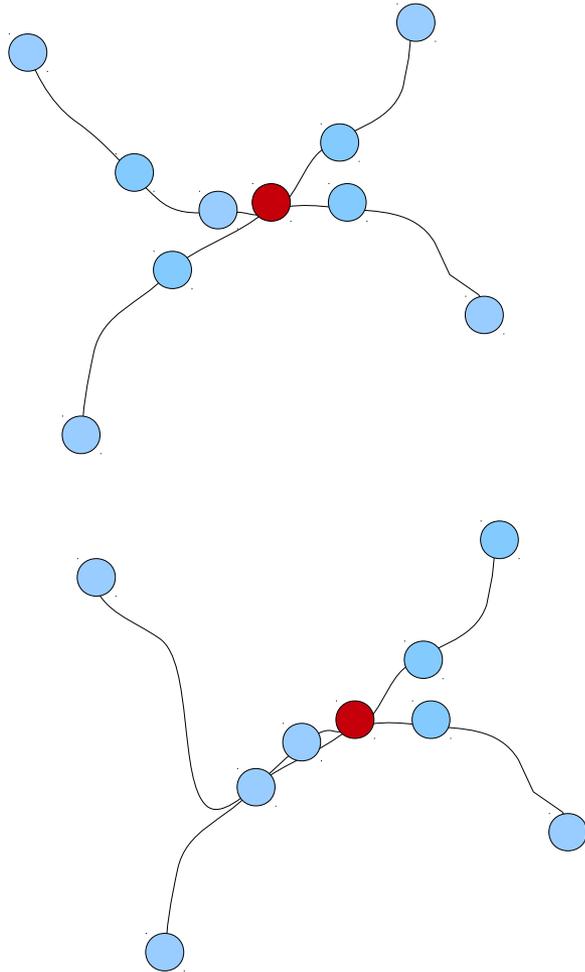
N

Newton Généralisé

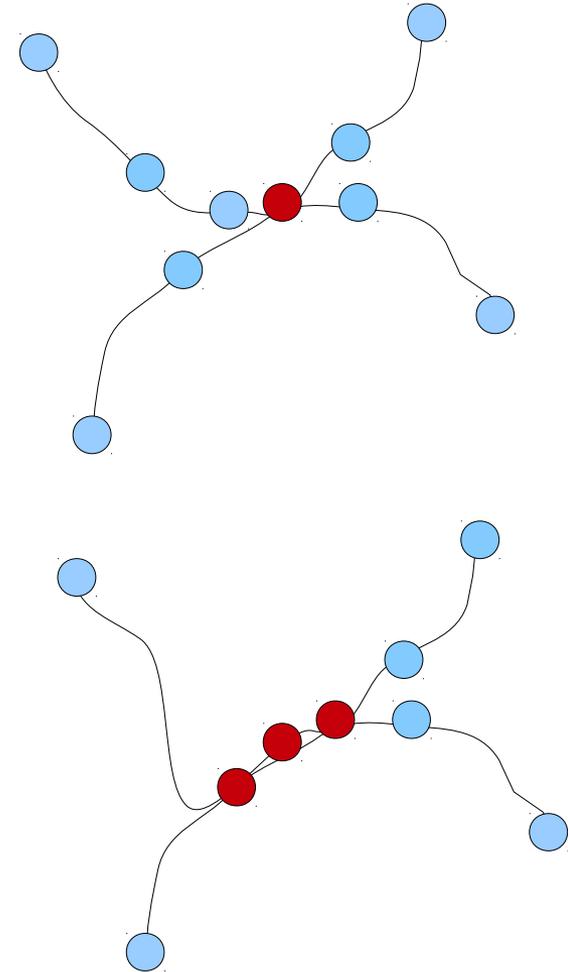
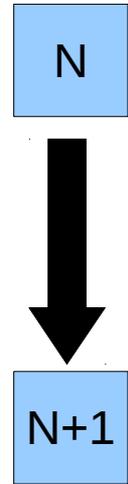


3.1 Algorithmique : Point fixe sur les statuts de contact

Point fixe



Newton Généralisé



3.1 Algorithmique : Ce qu'il faut retenir

Point fixe

Newton Généralisé

PF sur la géométrie

PF sur le seuil de frottement

PF sur les statuts de contact

Calcul d'équilibre

$$[K]^{p^0} \{ \Delta x \} = \{ F^{p^0} \}$$

Test d'équilibre

Test sur les statuts

Test le seuil de frottement

Test sur la géométrie

Calcul d'équilibre

$$[K] \{ \Delta x \} = \{ F \}$$

Test d'équilibre

3.1 Algorithmique : Ce qu'il faut retenir

Newton partiel

Newton Généralisé

PF sur la géométrie

~~PF sur le seuil de frottement~~

~~PF sur les statuts de contact~~

Calcul d'équilibre

$$[K]^{p^0} \{ \Delta x \} = \{ F^{p^0} \}$$

Test d'équilibre

~~Test sur les statuts~~

~~Test le seuil de frottement~~

Test sur la géométrie

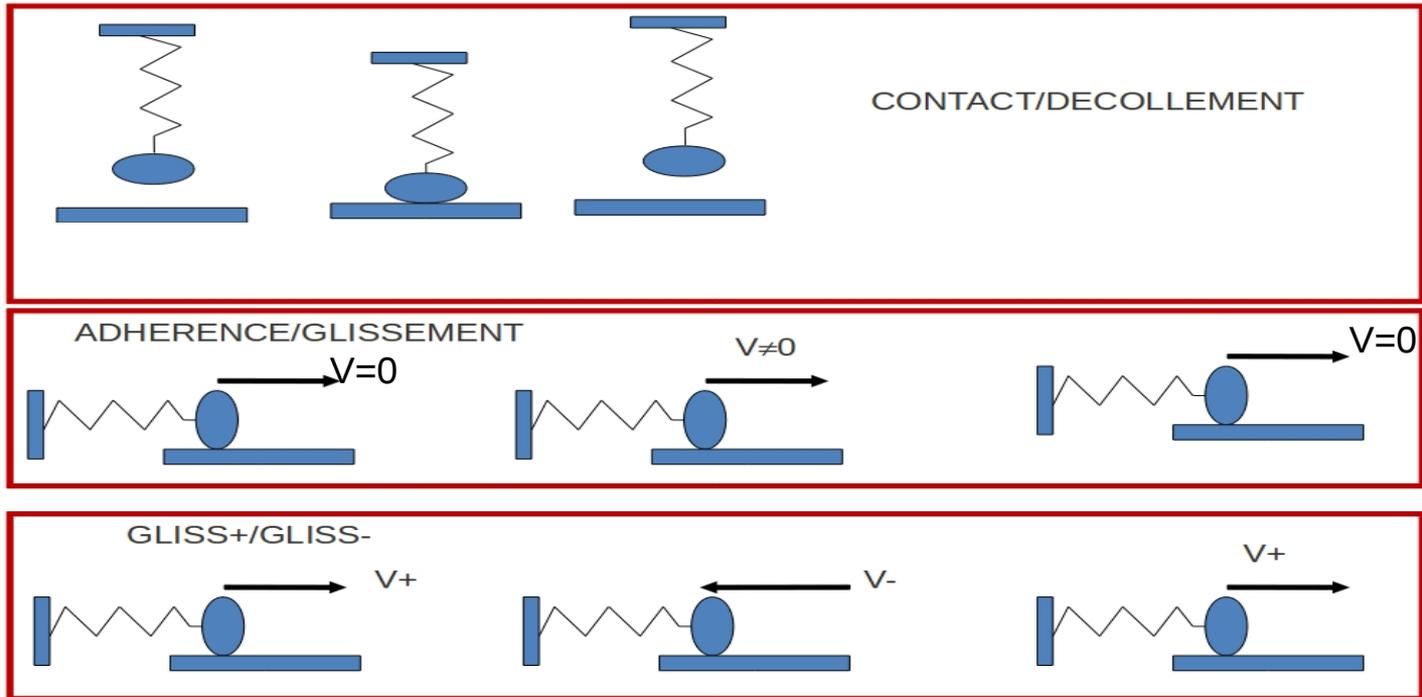
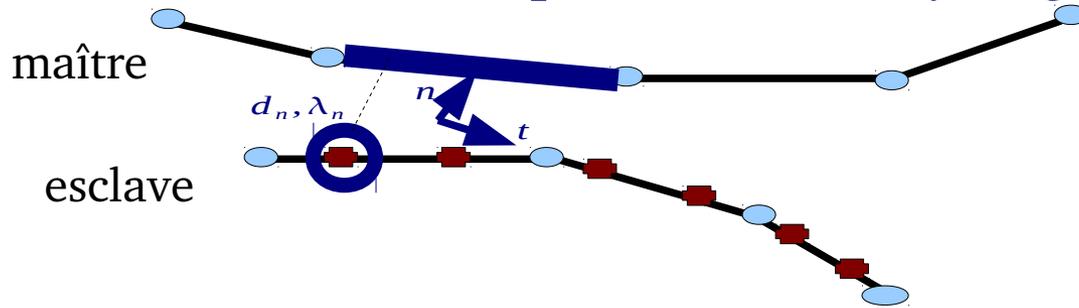
Calcul d'équilibre

$$[K] \{ \Delta x \} = \{ F \}$$

Test d'équilibre

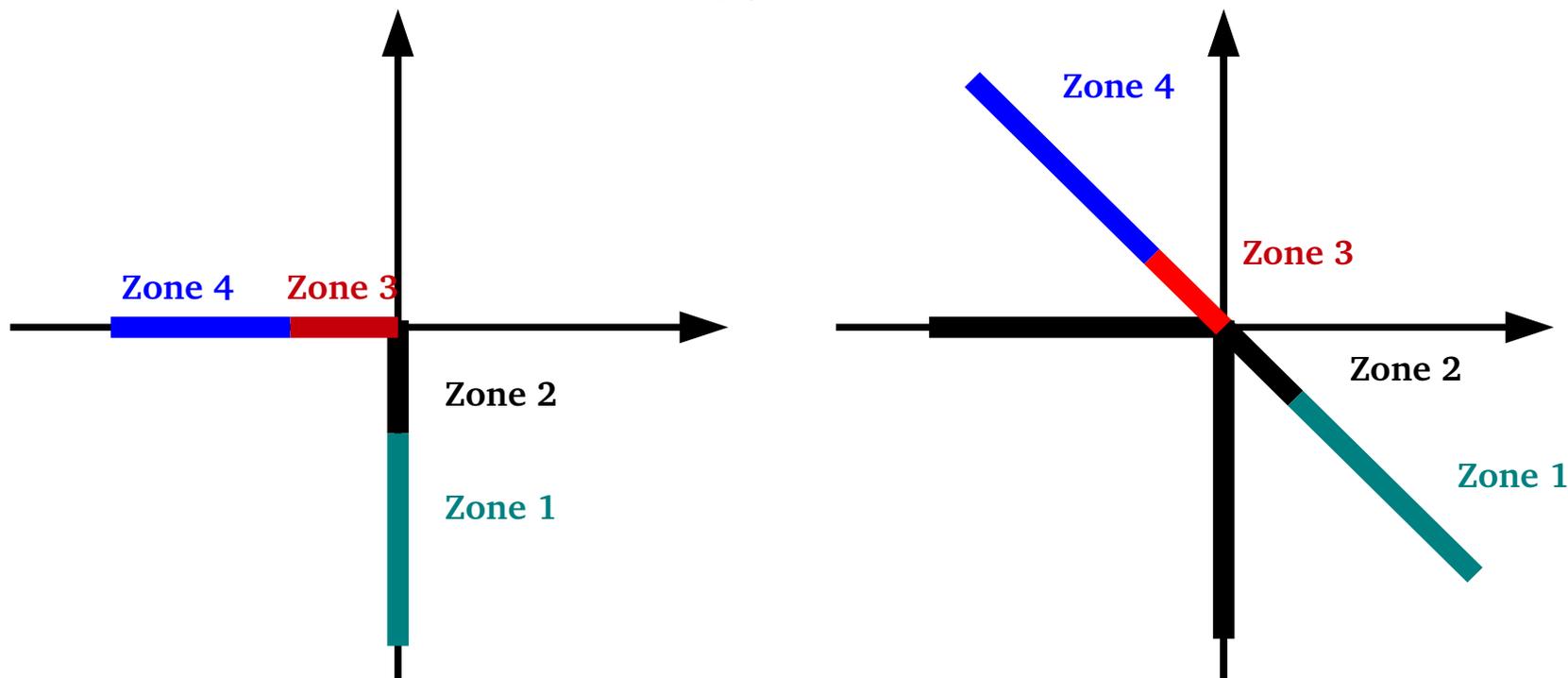
3.2 Robustesse : Problème de cyclage

Définition du problème de cyclage



3.2 Robustesse : Problème de cyclage

Un traitement original : décomposition en zones de la loi de contact



Sous-cyclage 1
 $1 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 3$

Sous-cyclage 2
 $2 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 4$

Contact rasant
 $2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3$

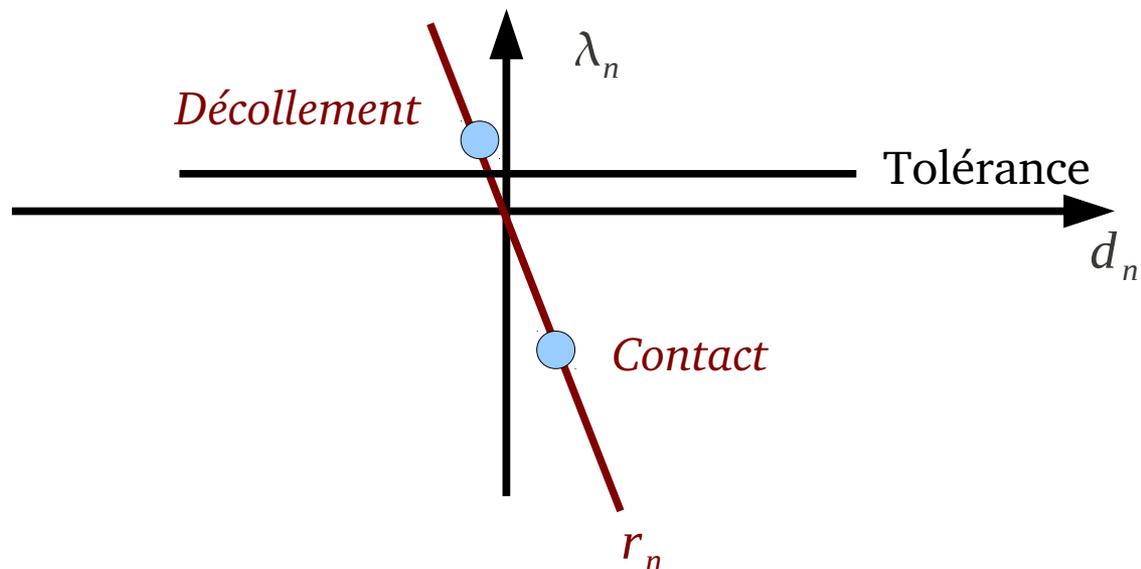
3.2 Robustesse : Problème de cyclage

Sous-cyclage 1

1 → 3 → 1 → 3

Sous-cyclage 2

2 → 4 → 2 → 4



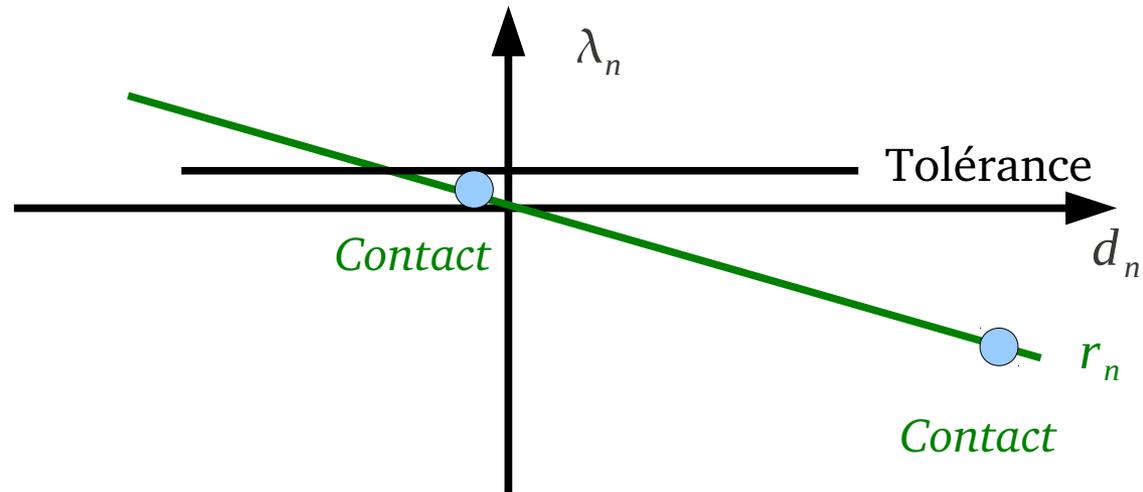
3.2 Robustesse : Problème de cyclage

Sous-cyclage 1

1 → 3 → 1 → 3

Sous-cyclage 2

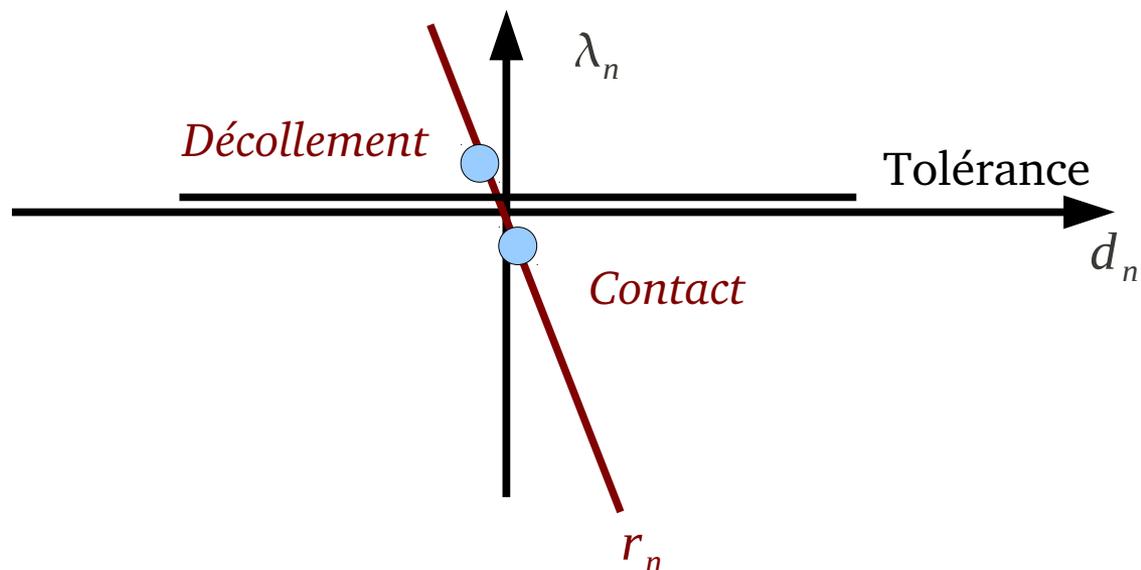
2 → 4 → 2 → 4



- Études paramétriques sur $r_n \in [r_{n,min}(E), r_{n,max}(E)]$

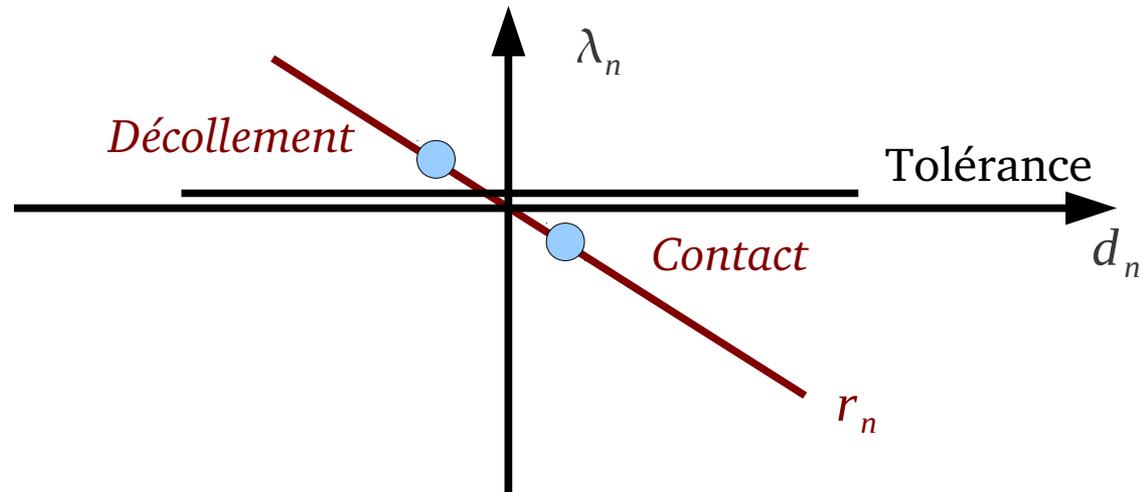
3.2 Robustesse : Problème de cyclage

Contact rasant
 $2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3$



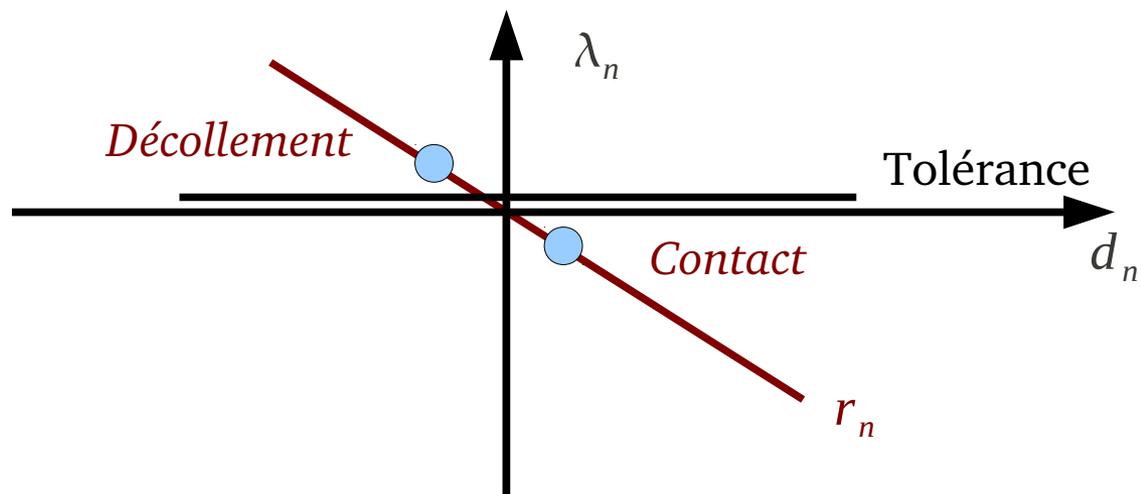
3.2 Robustesse : Problème de cyclage

Contact rasant
 $2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3$



3.2 Robustesse : Problème de cyclage

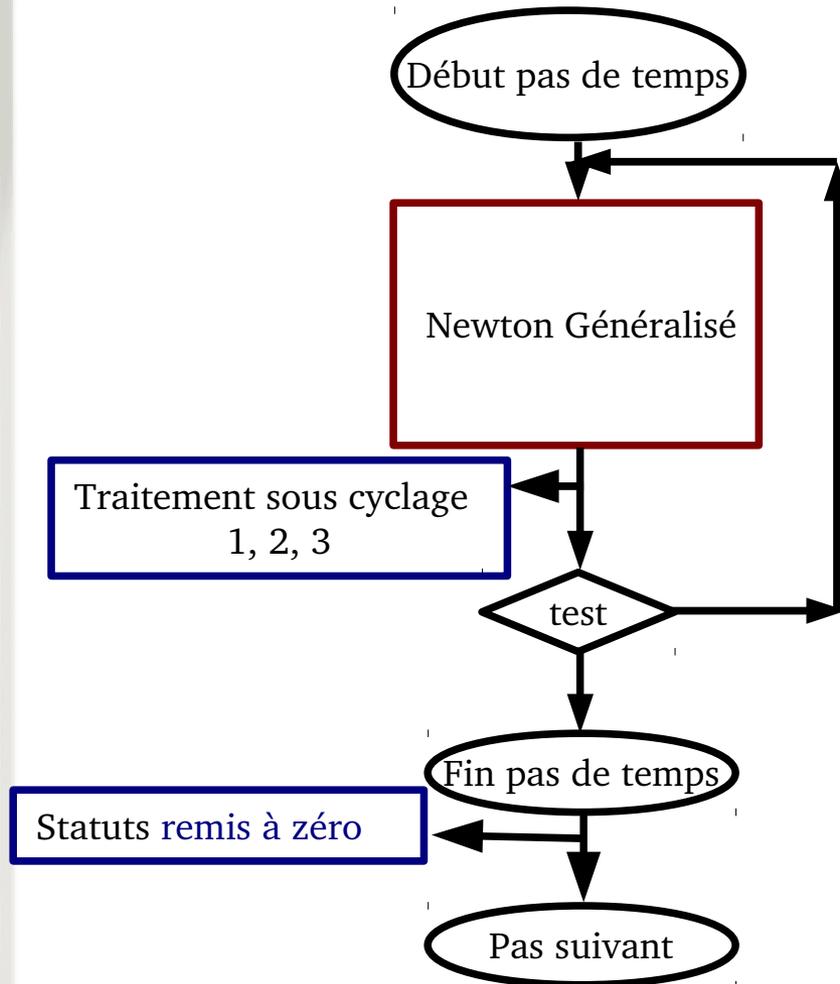
Contact rasant
2 → 3 → 2 → 3



Contact rasant 2 → 3 → 2 → 3 $|d_n^N| + |d_n^{N+1}| < Tol$

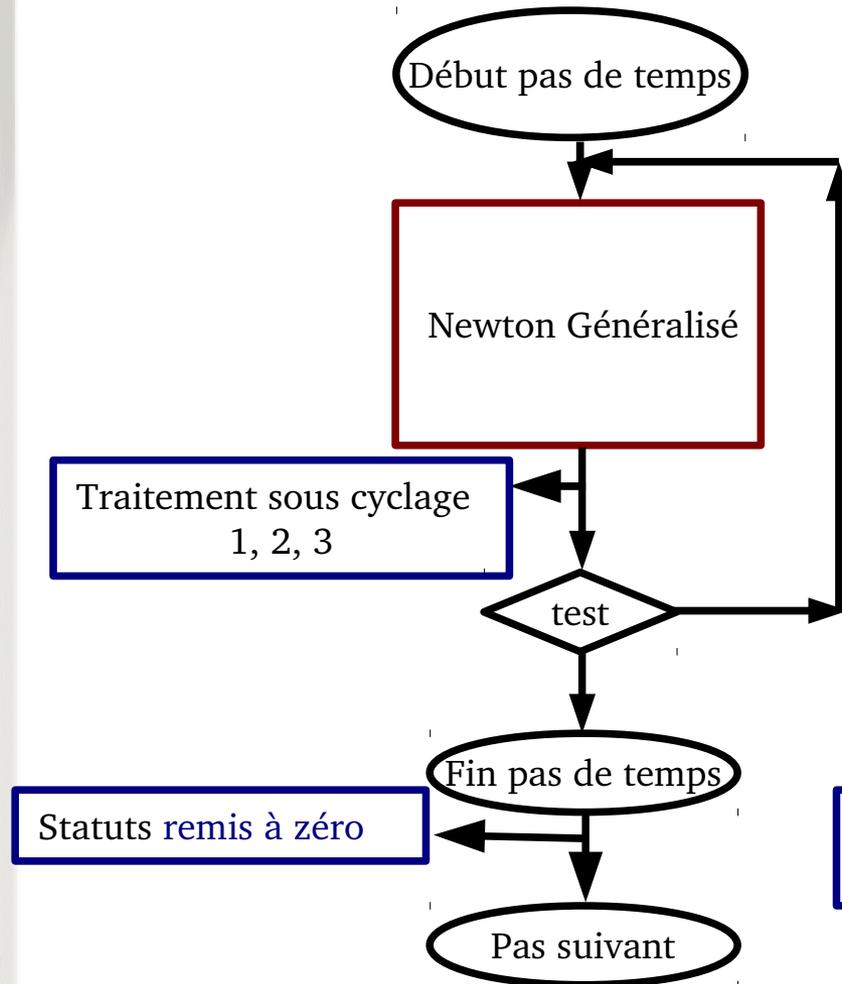
3.2 Algorithmique : Traitement de cyclage

Traitement automatique

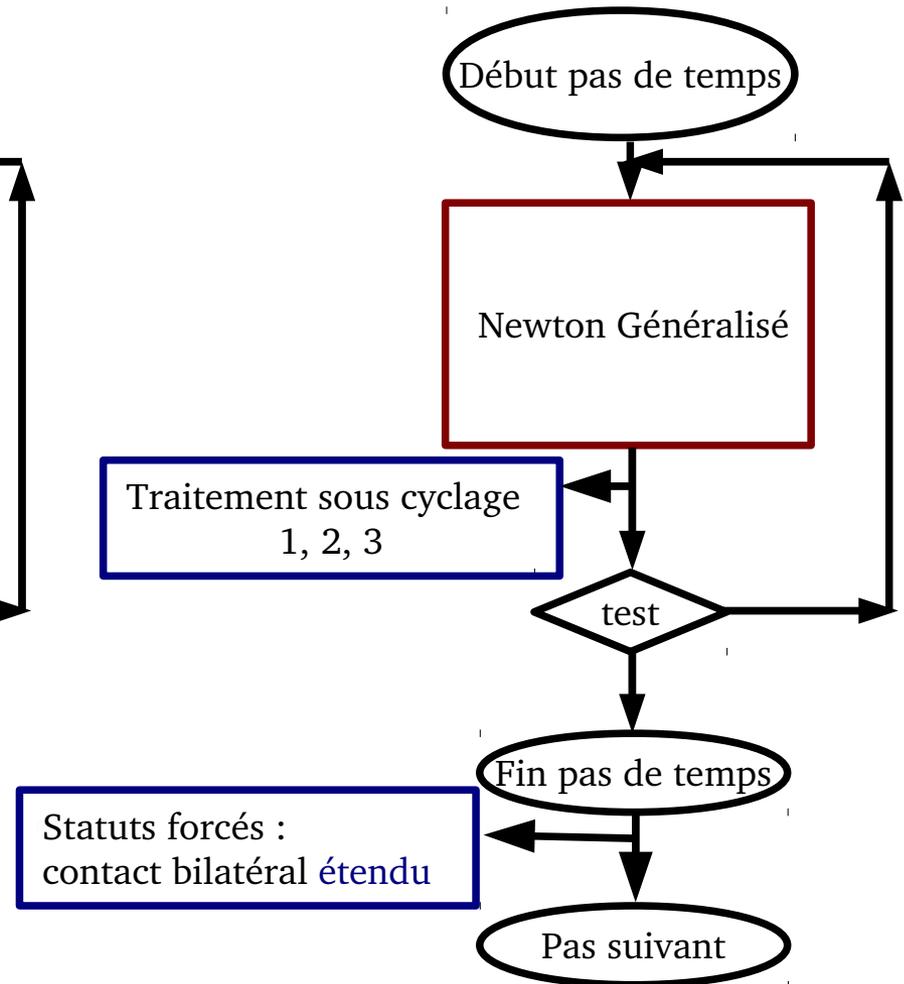


3.2 Algorithmique : Traitement de cyclage

Traitement automatique



Traitement forcé



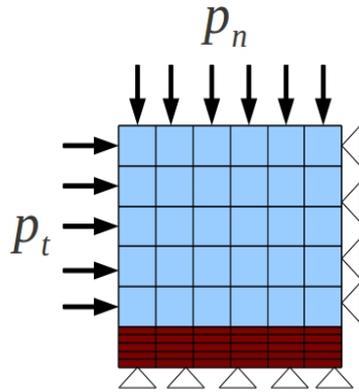
4. Résultats numériques

4.1 Traitement forcé du cyclage

4.2 Formulation de LA non standard

4.3 Études industrielles de grandes dimensions

4.1 Traitement du cyclage



$$p_n(t) = p_n^0 f_i(t)$$

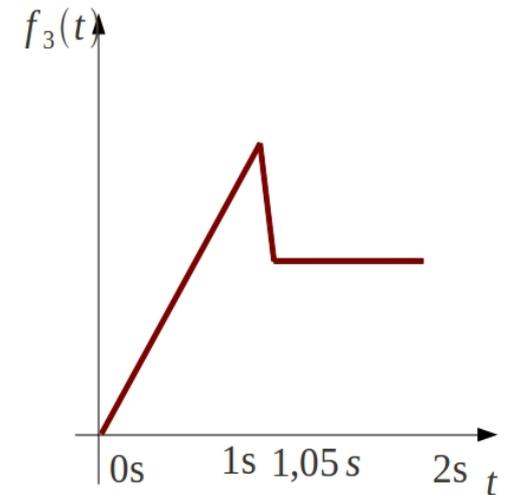
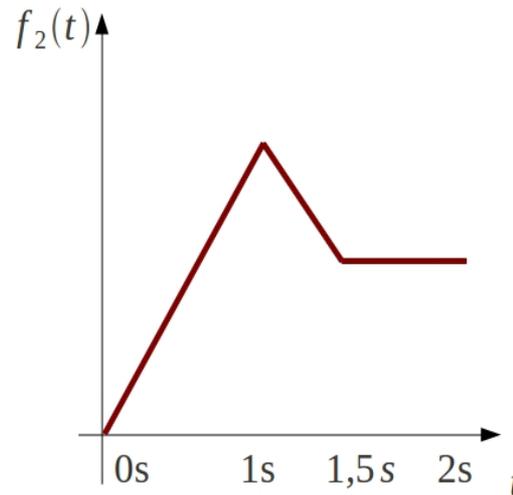
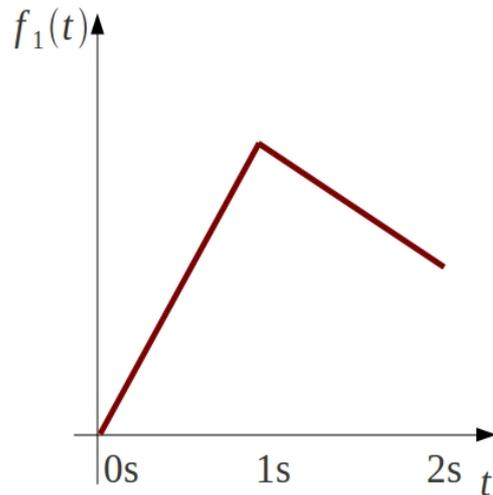
$$p_t(t) = p_t^0 f_i(t)$$

2 modèles de contact :

Modèle A = contact unilatéral

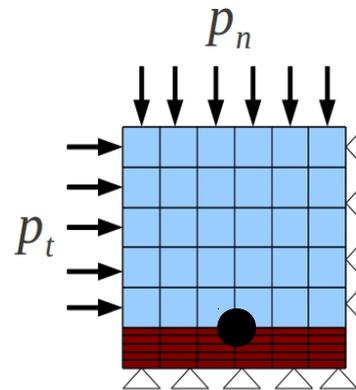
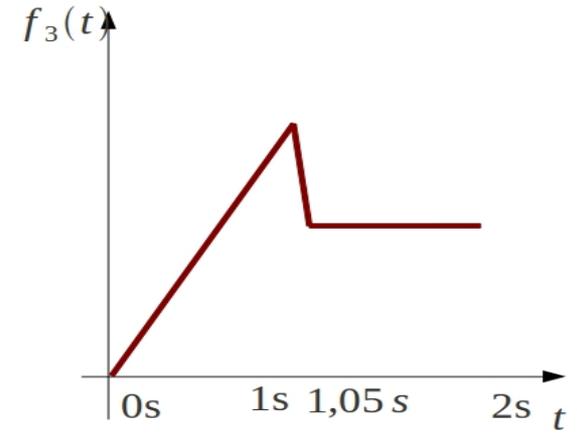
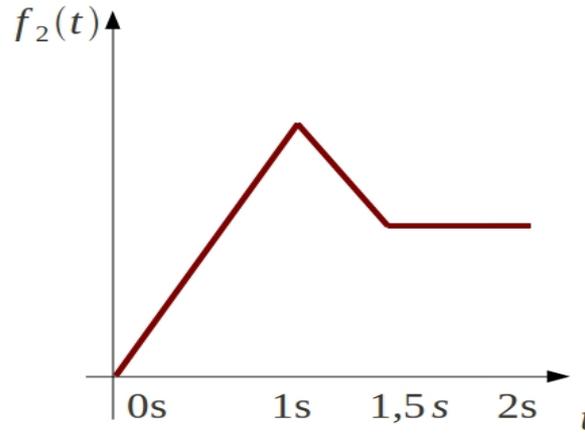
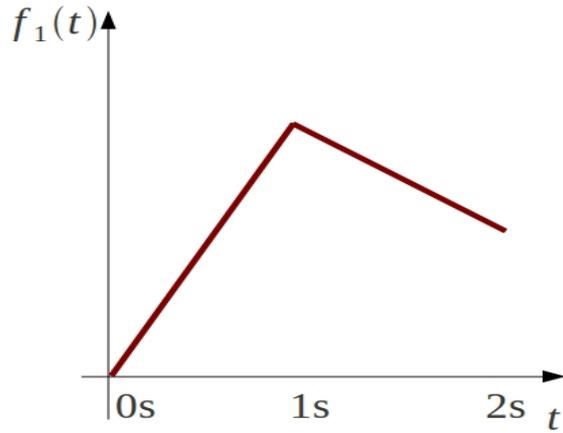
Modèle B = Modèle A + traitement de cyclage

3 types de sollicitations



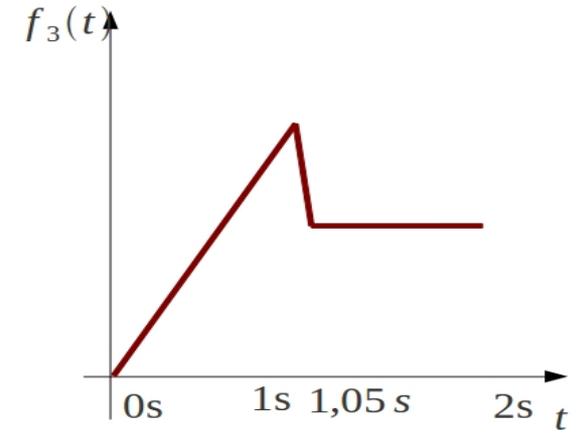
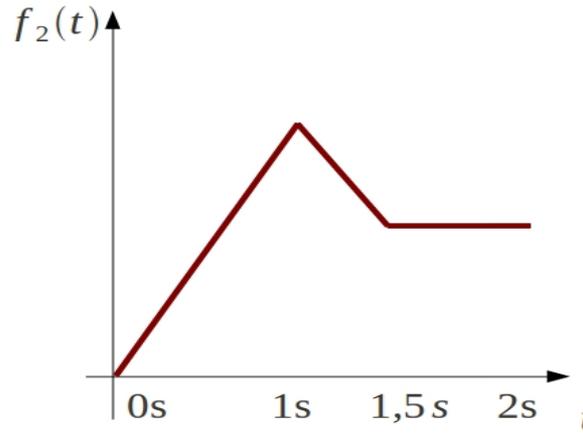
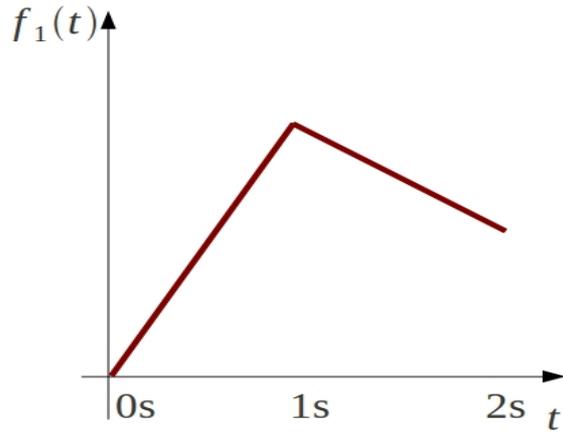
4.1 Traitement du cyclage

A = contact unilatéral, B = Traitement forcé du cyclage

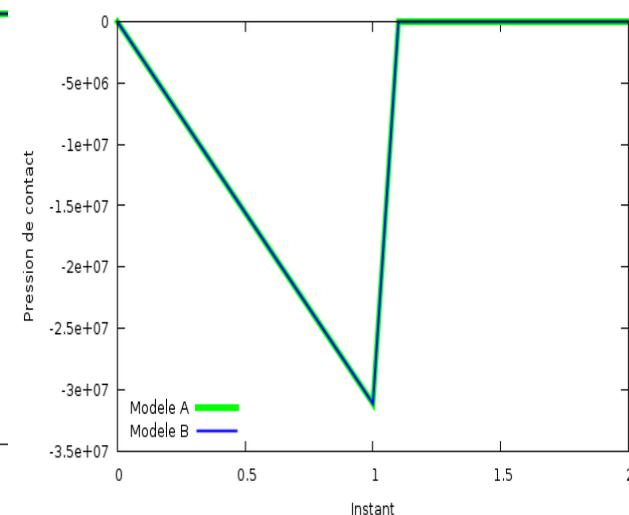
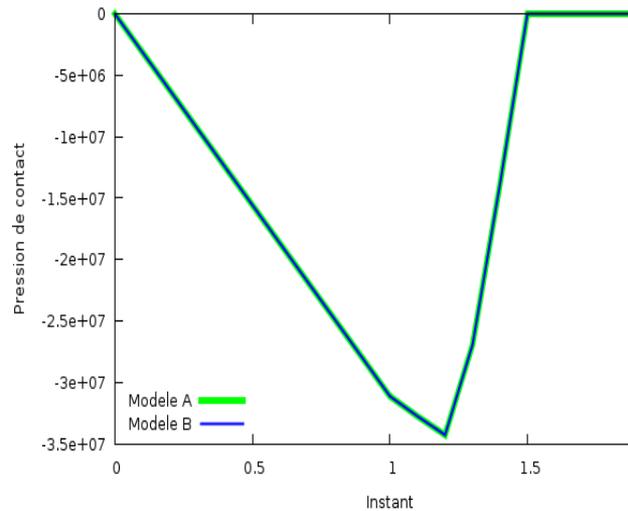
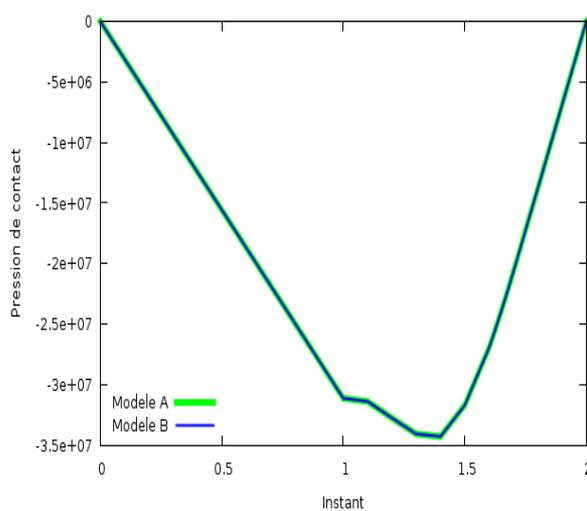


4.1 Traitement du cyclage

A = contact unilatéral, B = Traitement forcé du cyclage

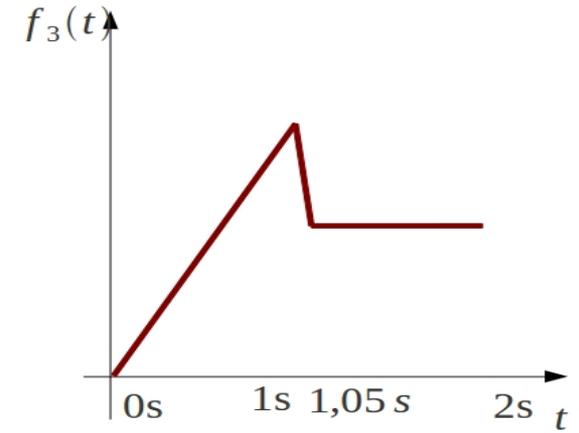
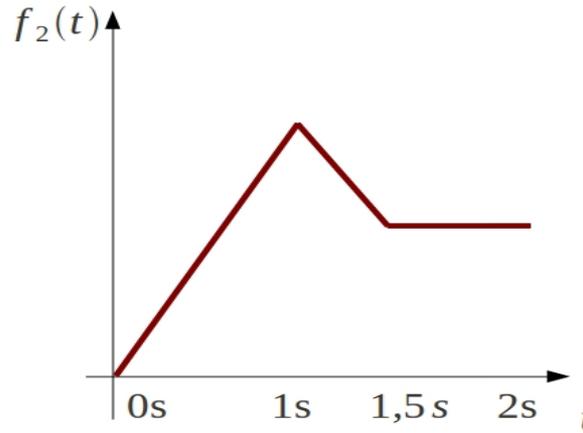
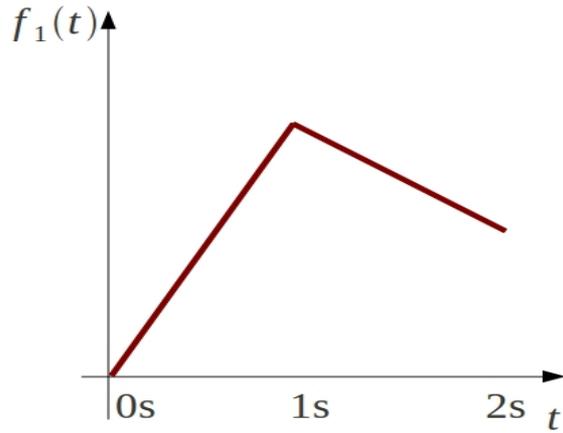


Comparaison des multiplicateurs de Lagrange de contact $\mu = 0.45$

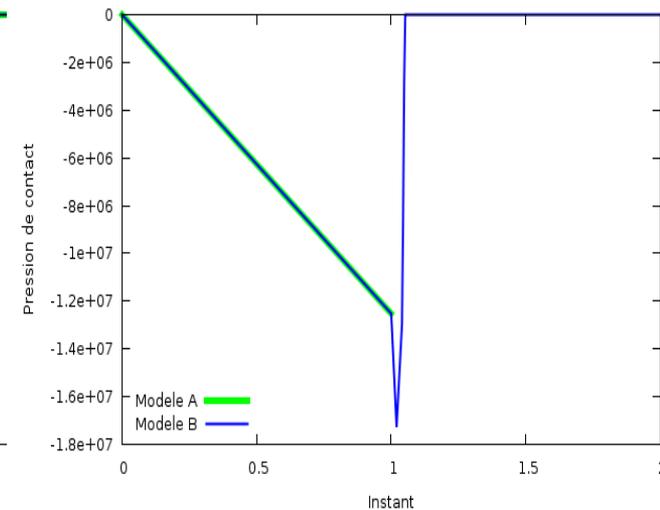
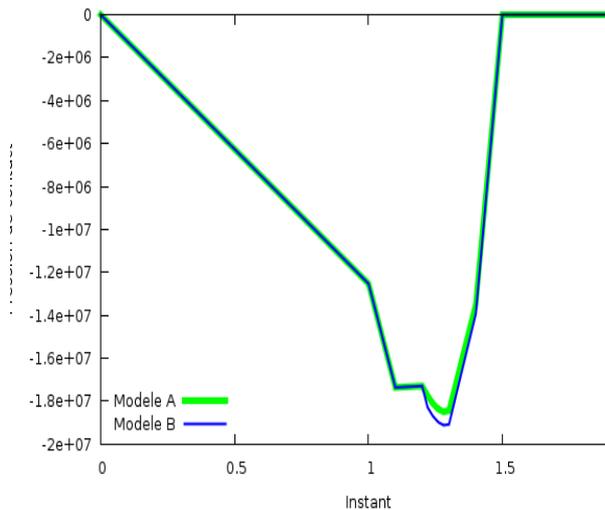
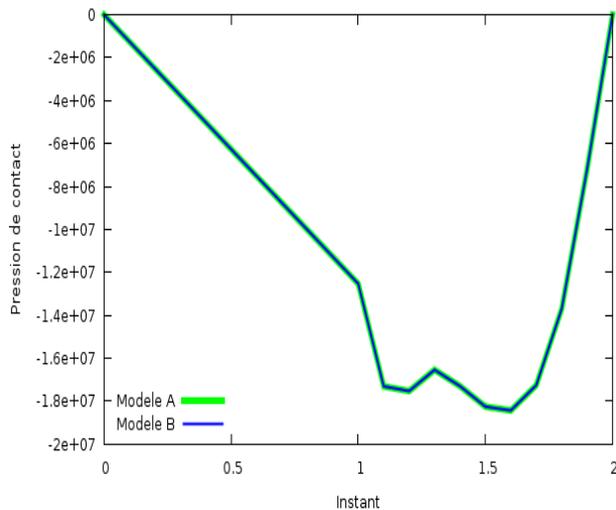


4.1 Traitement du cyclage

A = contact unilatéral, B = Traitement forcé du cyclage

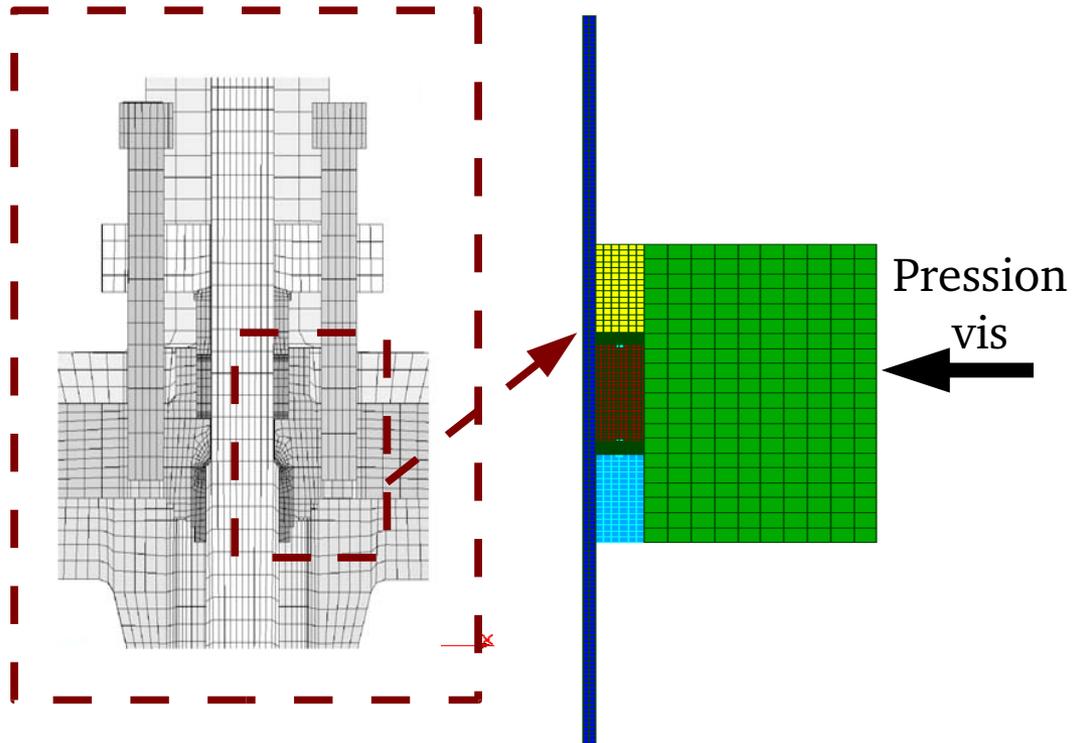
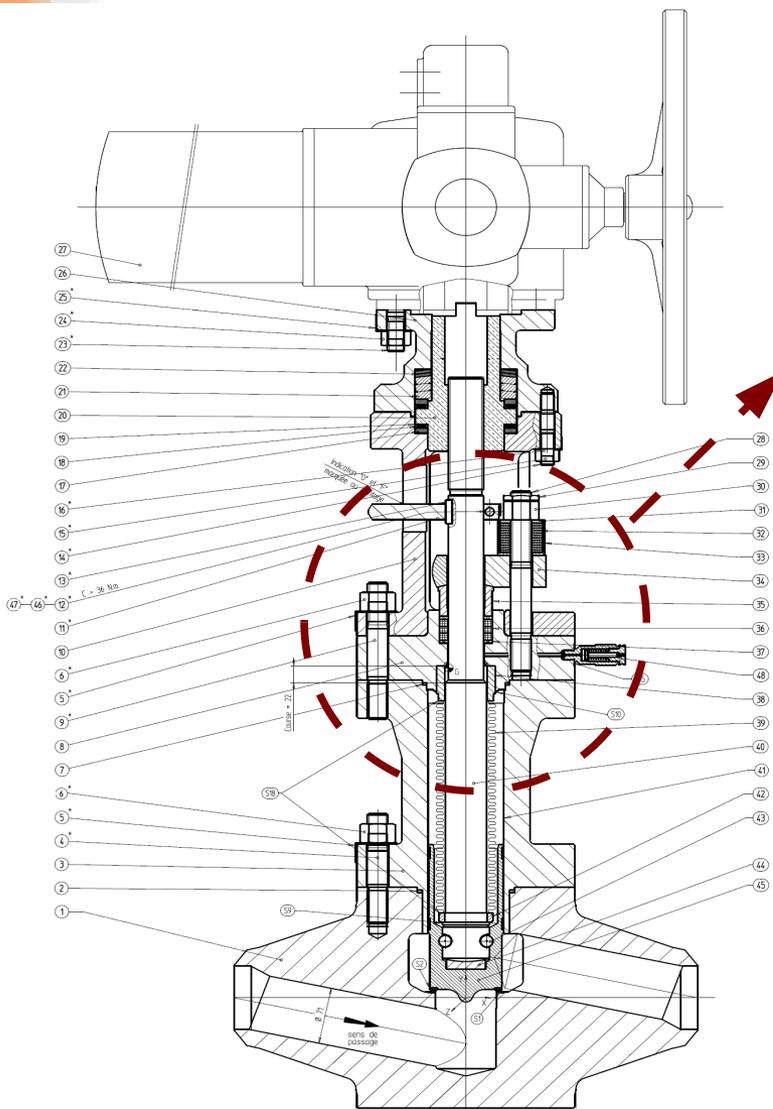


Comparaison des multiplicateurs de Lagrange de contact $\mu=1.0$



4.1 Traitement du cyclage

Source : J-P. MATHIEU EDF R&D, 2009

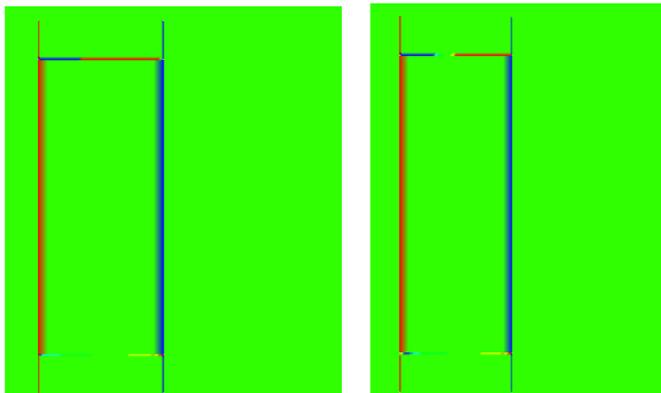
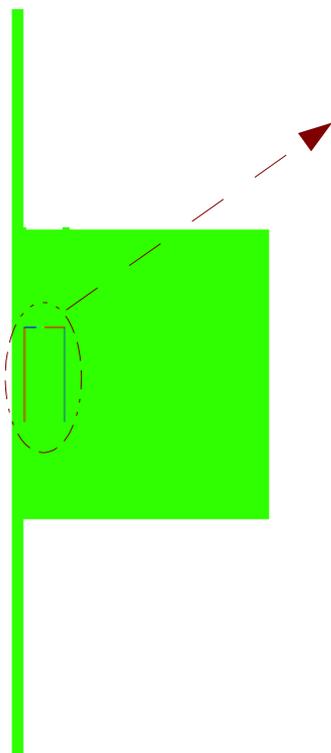


Conditions de simulation

- Plusieurs types de matériaux
- Contact multi-zone
- Maillage QUAD4, QUAD8
- Présence du frottement

4.1 Traitement du cyclage

Sans traitement Avec traitement



- Globalement OK
- Pas de pressions positives

Statistiques sans traitement

PF	Tps total
	56min

NP	Tps total
	echec

NG	Tps total
	echec

Statistiques avec traitement

PF	Tps total
	56min

NP	Tps total
	30min

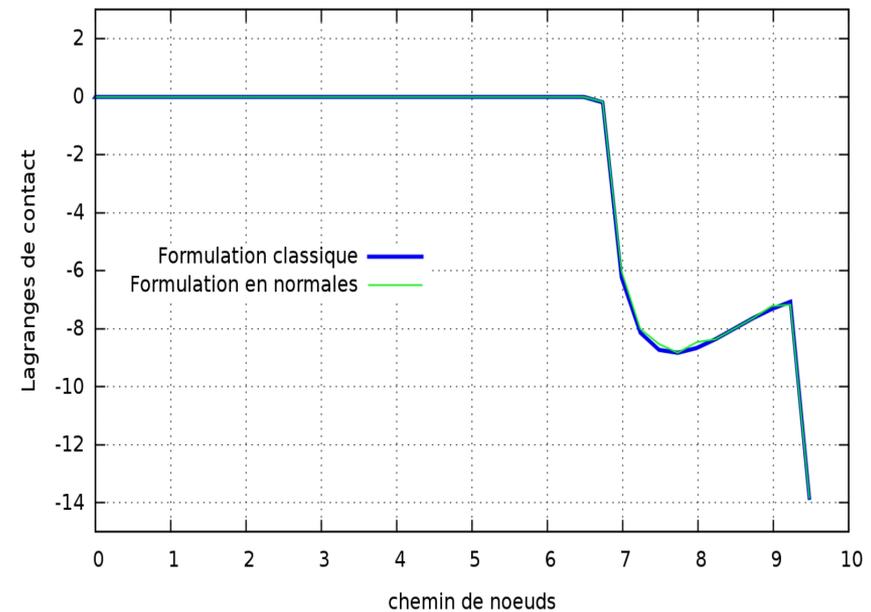
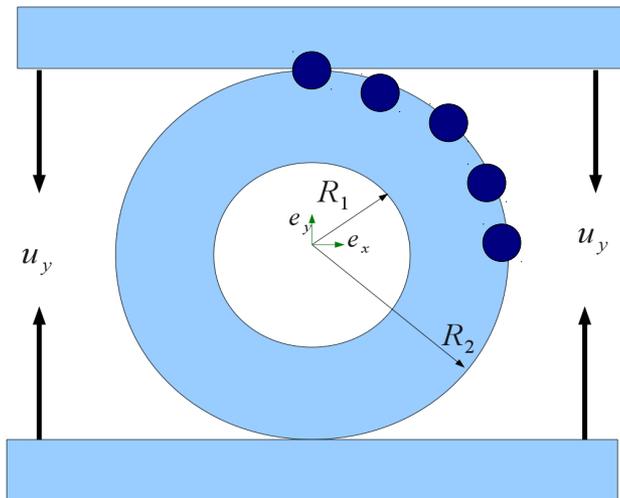
NG	Tps total
	27min

4.2 Formulation du LA non standard

- Formulation LA non standard : déplacements, multiplicateurs de Lagrange, normales esclaves
- Applicable aux algorithmes développés
- Mise en oeuvre en 2D sans frottement

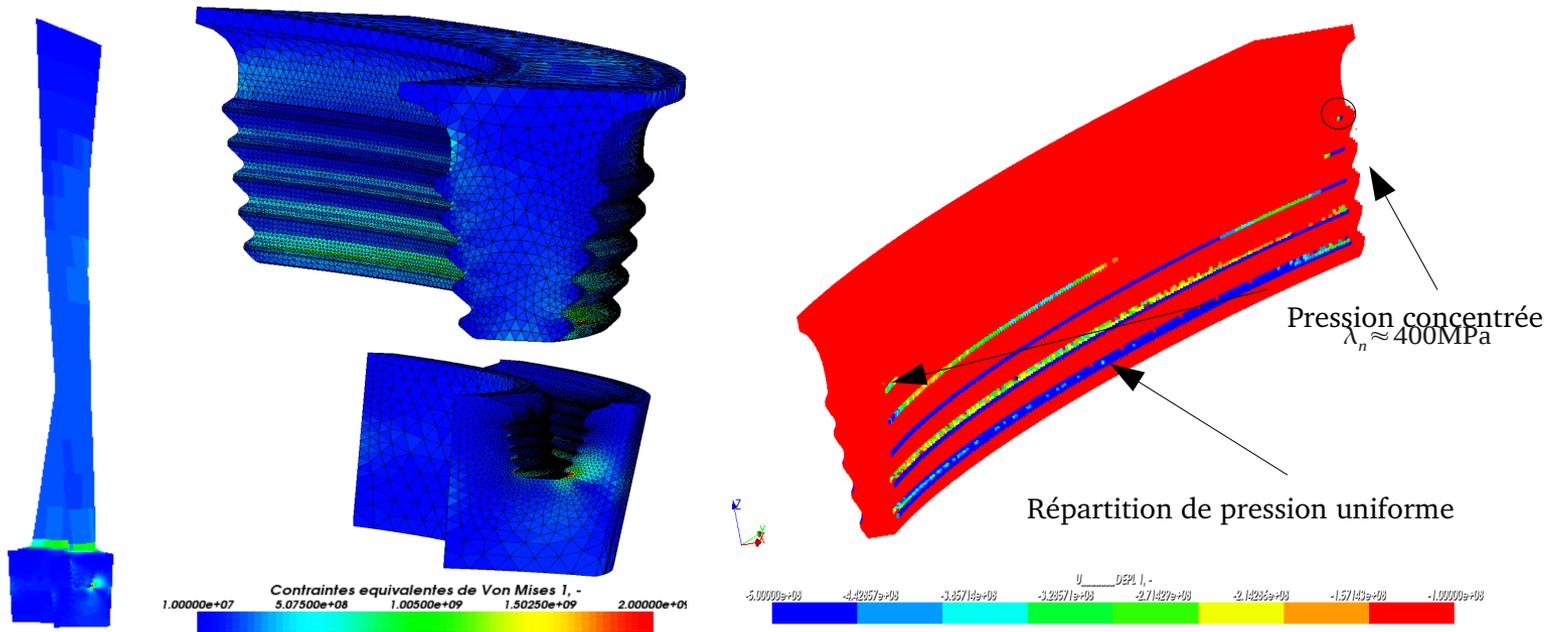
Exemple :

- Matériaux en polyuréthane compressible : loi de Hooke généralisée
- Module d'Young = 4,07 MPa, coef poisson = 0.48, tenseur de Green-Lagrange



4.3 Études industrielles de grandes dimensions

- 600000 ddls dont 18000 en contact, maillage complexe
- Grands déplacements du voile : loi de Hooke + Green-Lagrange
- solveur direct MUMPS : 1 processeur, 24 Gbytes



Contact sans frottement

PF	Tps total	NP	Tps total	NG	Tps total
	40h		34h		5h30

4.3 Études industrielles de grandes dimensions

Modèle complet :
3 calculs chaînés

Dudgeonnage

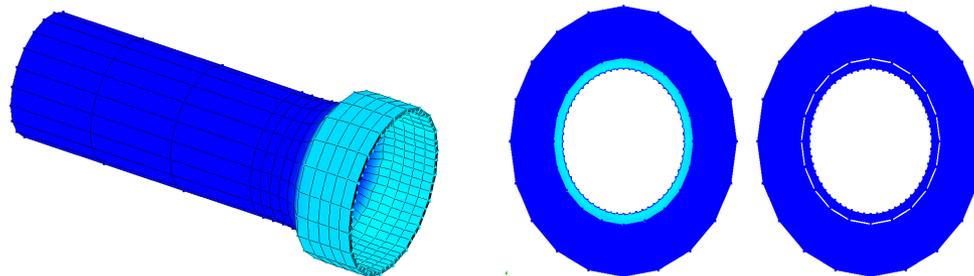
+

Modèle thermique

+

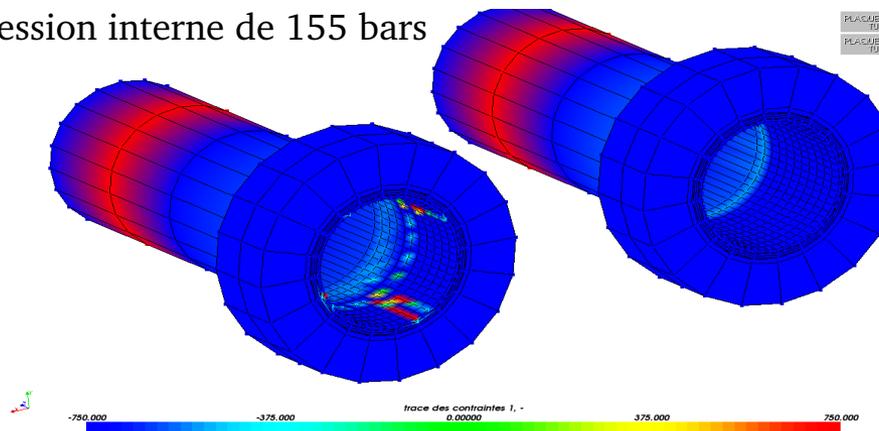
En fonctionnement idéal

Dudgeonnage : déformée résiduelle



Thermique : Modification des propriétés mécaniques à 304°C

Mise en fonctionnement : tubes soumis à une pression interne de 155 bars



4.3 Études industrielles de grandes dimensions

- 130000 ddls dont 10000 en contact
- élasto-plasticité : Simo-Miehe
- solveur direct MUMPS, 1 processeur, 12 GBytes

Point Fixe

$\mu=0.0$	Tps total	$\mu=0.1$	Tps total	$\mu=0.3$	Tps total
	27h		50h		70h

Newton généralisé (4.5% écart avec PF)

$\mu=0.0$	Tps total	$\mu=0.1$	Tps total	$\mu=0.3$	Tps total
	13h		Echec		Echec

Newton partiel (0.1 % écart avec PF)

$\mu=0.0$	Tps total	$\mu=0.1$	Tps total	$\mu=0.3$	Tps total
	27h		35h		40h

5. Conclusion, perspectives et discussion



Formulations

- Comparaisons entre les formulations
- Justification des formulations utilisées

Algorithmes + solveurs

- NG, NP, cyclage
- Études paramétriques
- Comparaisons :
 - performance
 - fiabilité
 - robustesse

Aspects Industriels

- Problèmes de grande taille
- Restitution des travaux dans *Code_Aster*
- Réduction du temps de calcul

Formulations

- Comparaisons entre les formulations
- Justification des formulations utilisées

Algorithmes + solveurs

- NG, NP, cyclage
- Études paramétriques
- Comparaisons :
 - performance
 - fiabilité
 - robustesse

Aspects Industriels

- Problèmes de grande taille
- Restitution des travaux dans *Code_Aster*
- Réduction du temps de calcul

- Formulation du LA non standard :
 - fortes variations de normales
 - testée en 2D sans frottement

- Cyclage adh/gliss
- Méthodes Mortar (Thèse G. Drouet lancée en octobre 2012)
- Solveurs :
 - parallèles : multigrilles, FETI
 - itératifs
- Critères d'unicité de solutions

Merci de votre attention !

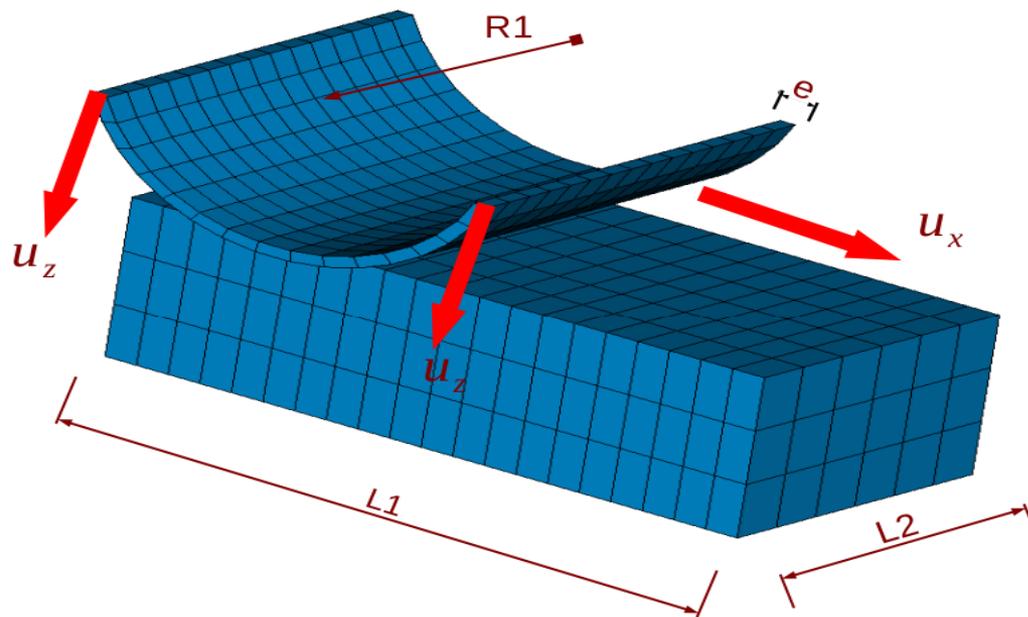
Questions?

Quelques illustrations complémentaires

Grandes déformations, comportements non linéaires, contact-frottement

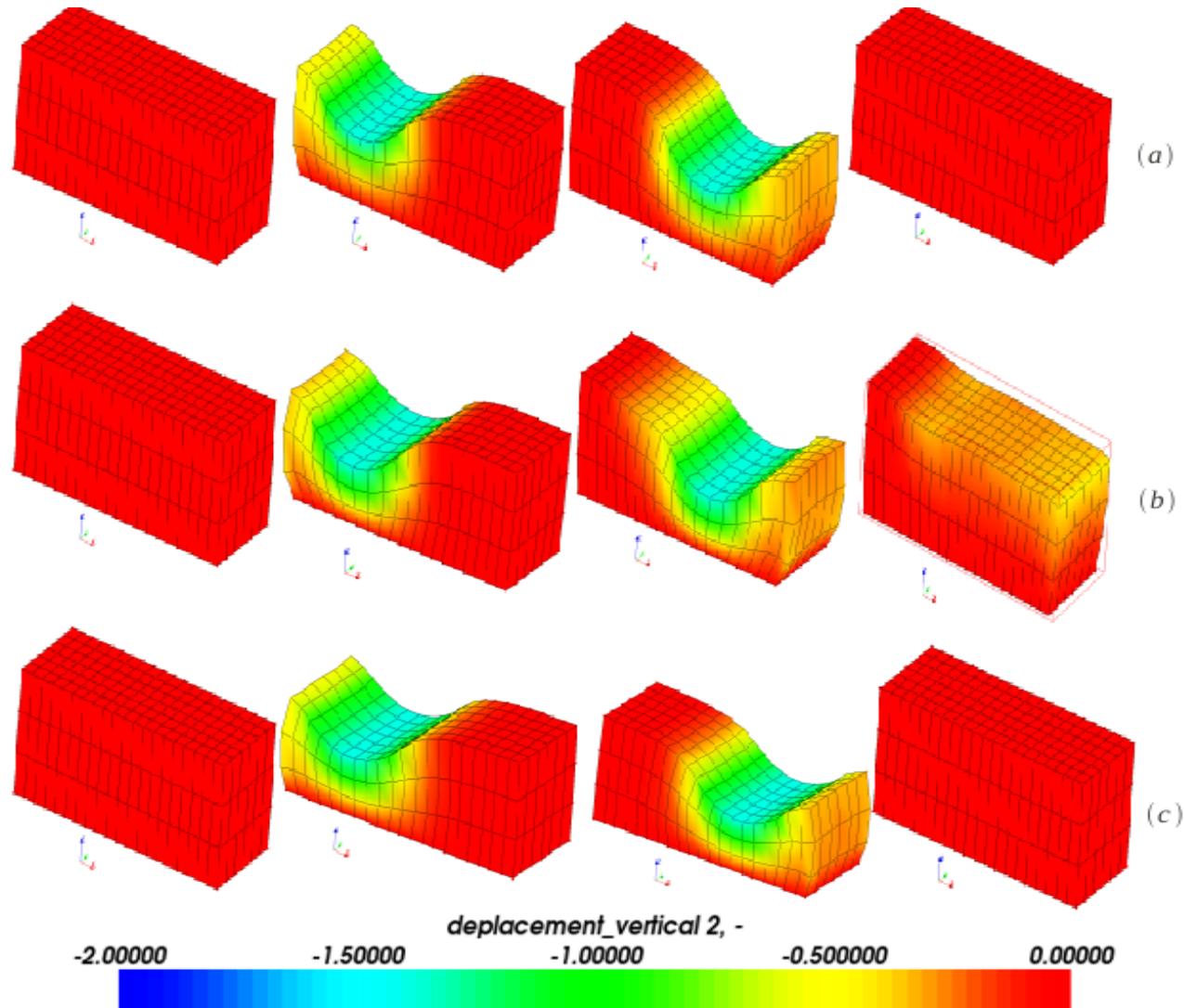
- (a) Élastique : $E = 1 \text{ MPa}$, coef poisson = 0.3
- (b) Élasto-plastique : limite élastique = 0.3 MPa, écrouissage = 0.6 MPa
- (c) Hyper-élastique : $C10 = 1 \text{ MPa}$, Néo-Hookéen compressible

$U_z = 14 \text{ mm}$
 $U_x = 90 \text{ mm}$

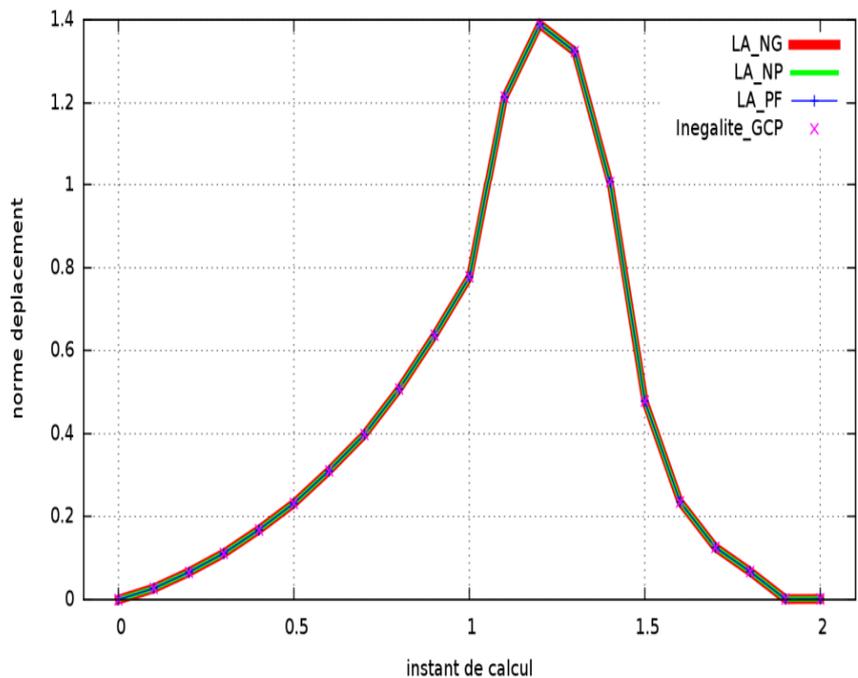


Repassage 3D d'un bloc mou

Grandes déformations, comportements non linéaires, contact-frottement



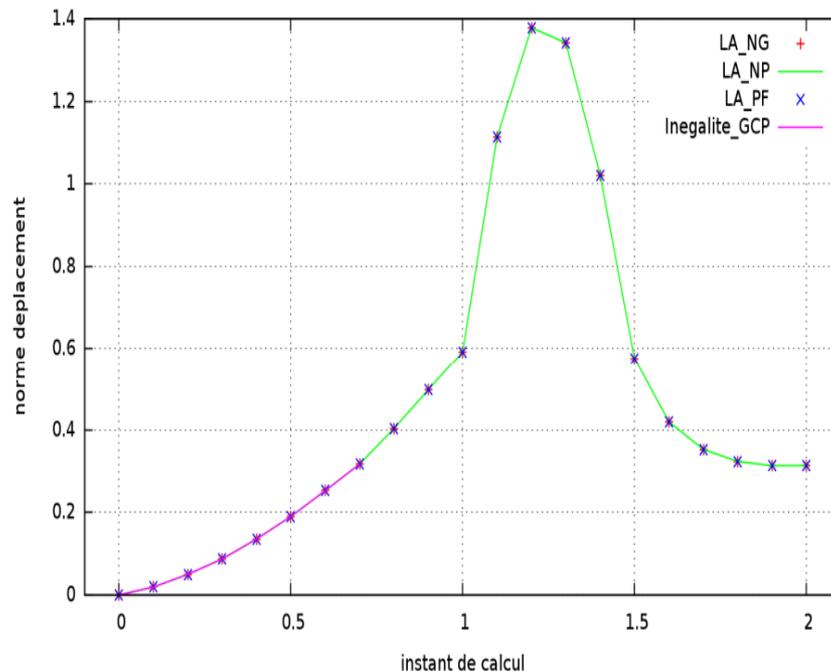
Grandes déformations, comportements non linéaires, contact-frottement



Élastique

+

Grandes déformations

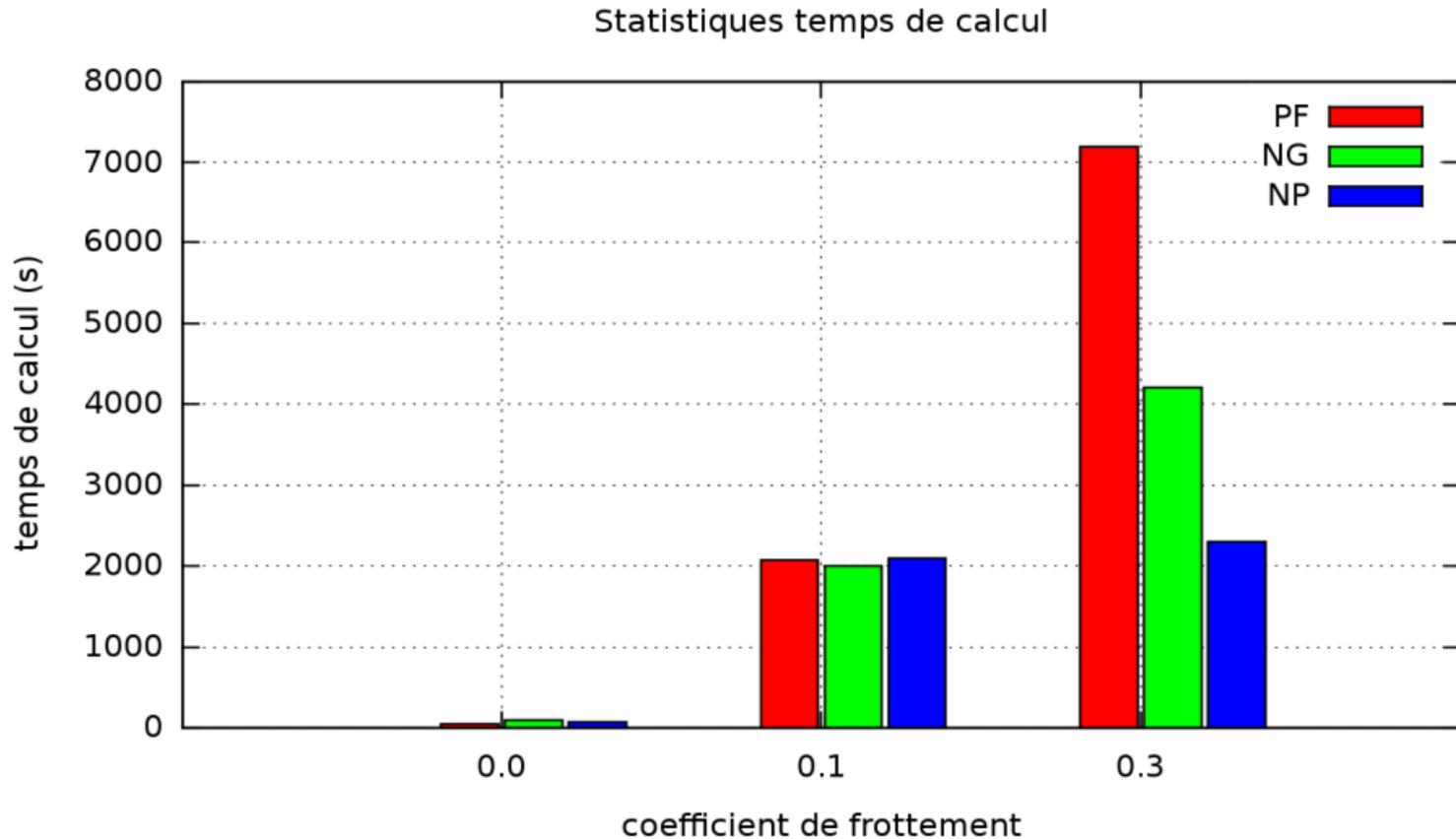


Élasto-plastique

+

Grandes déformations

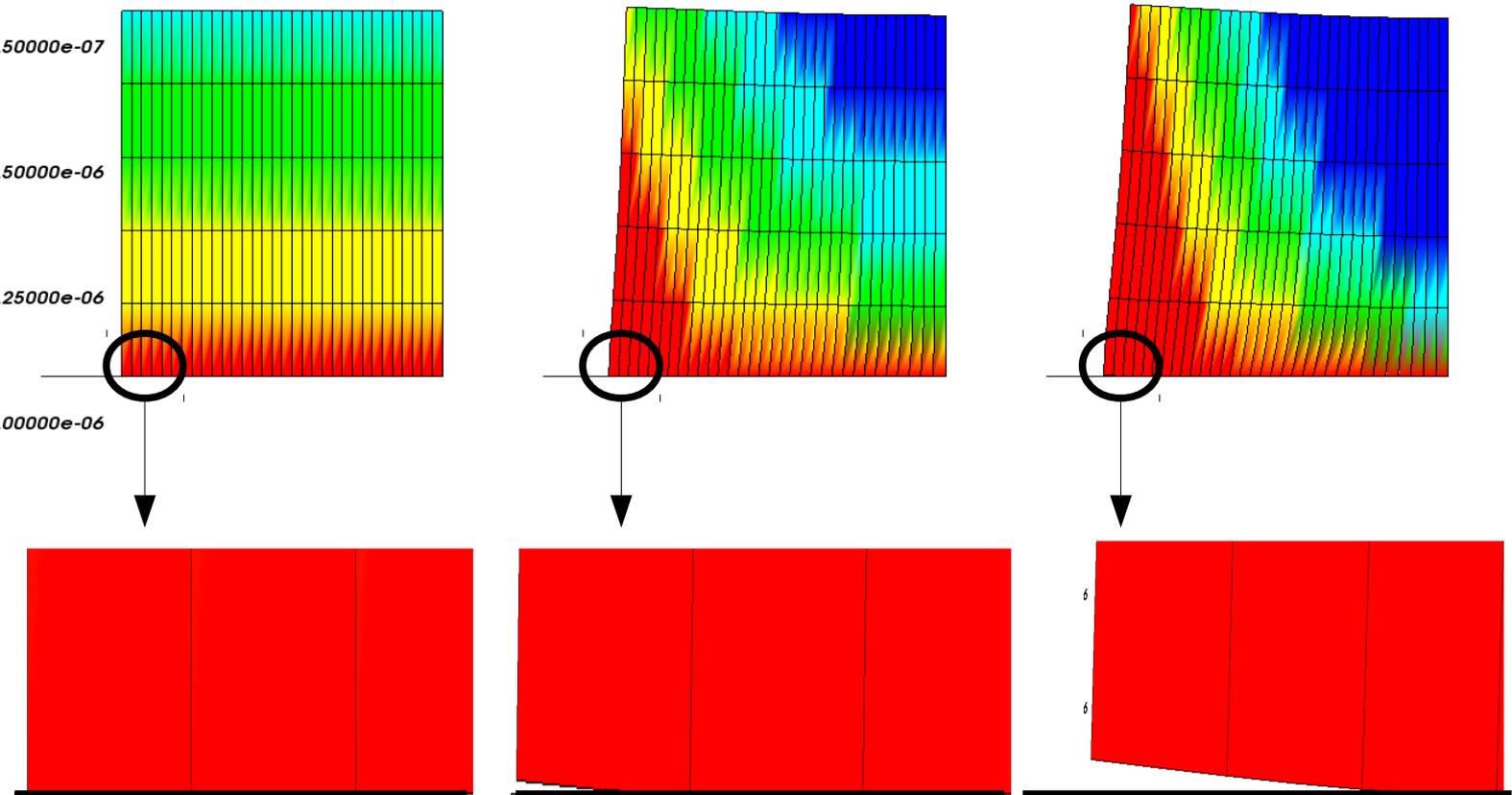
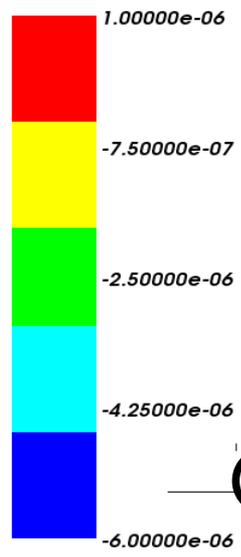
Grandes déformations, comportements non linéaires, contact-frottement



Élasto-plastique
+
Grandes déformations

Sur la fiabilité : patin frottant

Champs déplacements verticaux 1, -

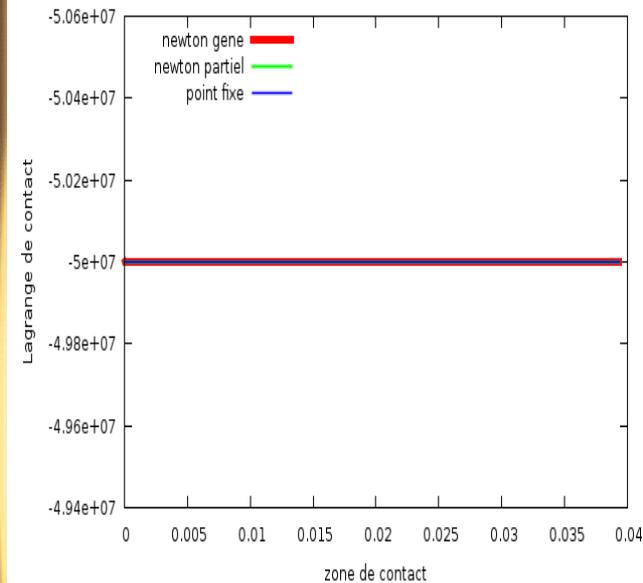


$\mu = 0.0$

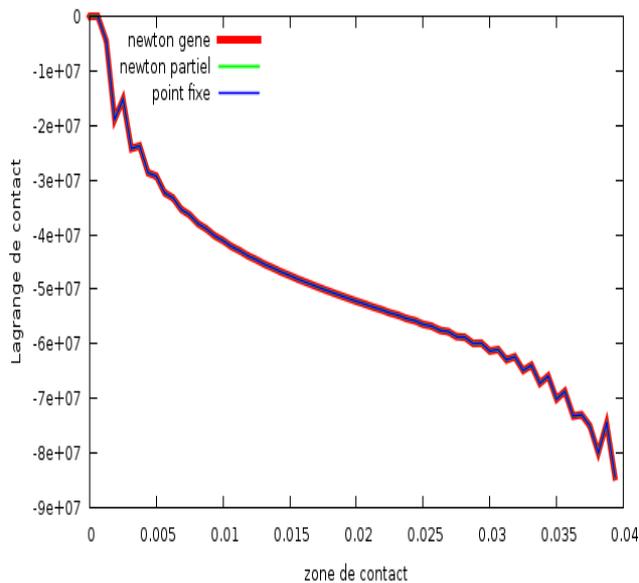
$\mu = 0.45$

$\mu = 1.0$

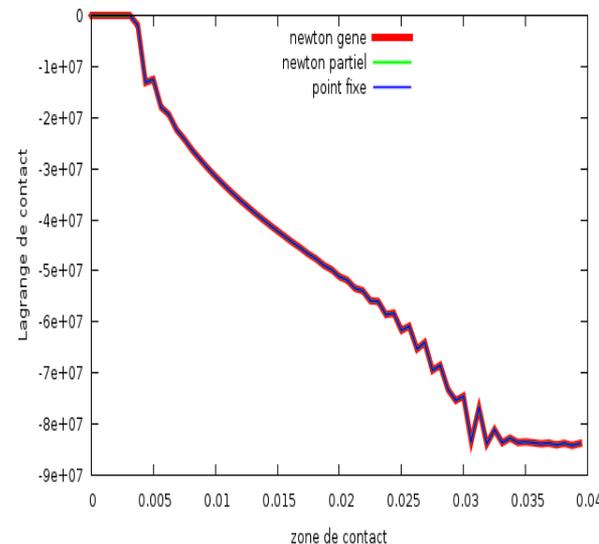
Sur la fiabilité : patin frottant



$\mu = 0.0$



$\mu = 0.5$



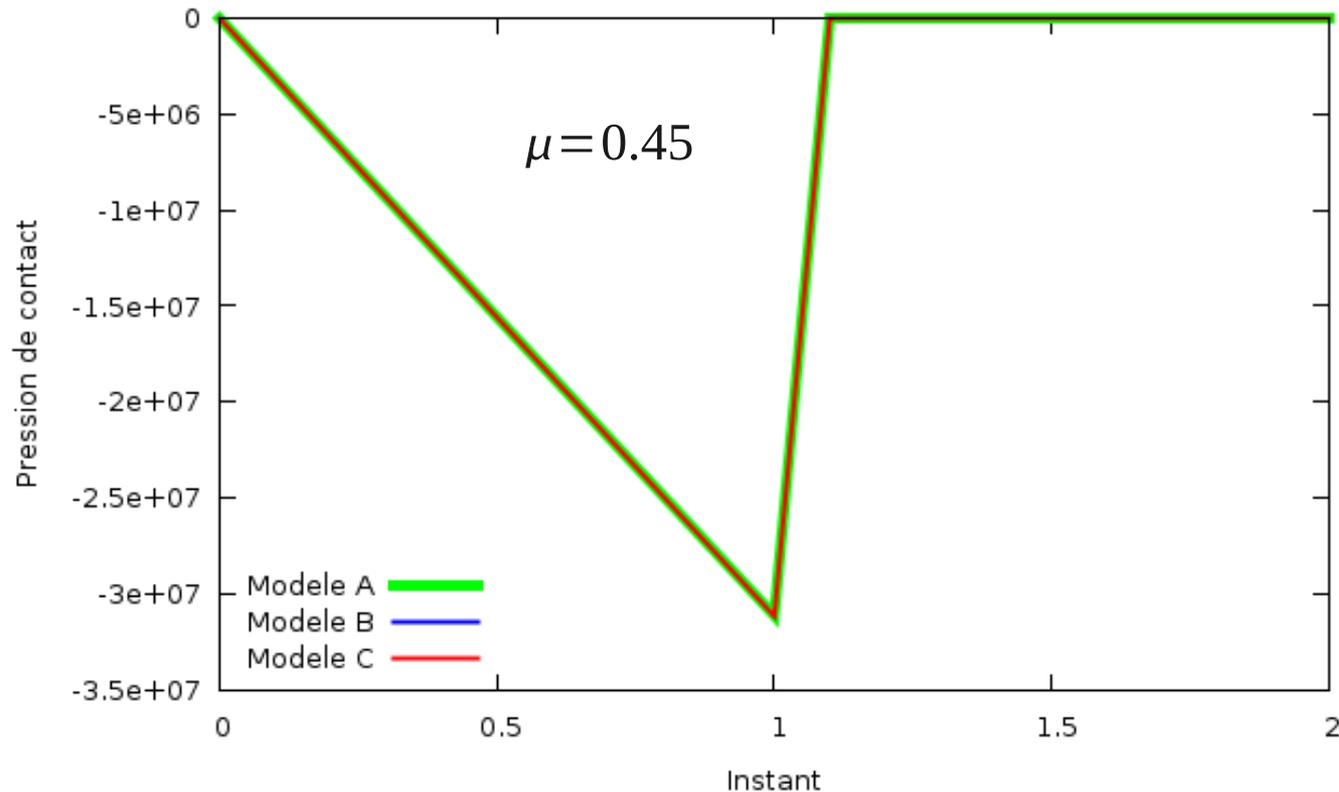
$\mu = 1.0$

Sur la fiabilité : patin frottant

Quelques précautions :

1. Coefficient de frottement critique \rightarrow perte d'unicité de solutions
Exemples de non unicité [Hild2005]
2. Sur l'exemple du patin frottant :

A = contact unilatéral, B = Traitement forcé du cyclage, C = Contact bilatéral



Sur la fiabilité : patin frottant

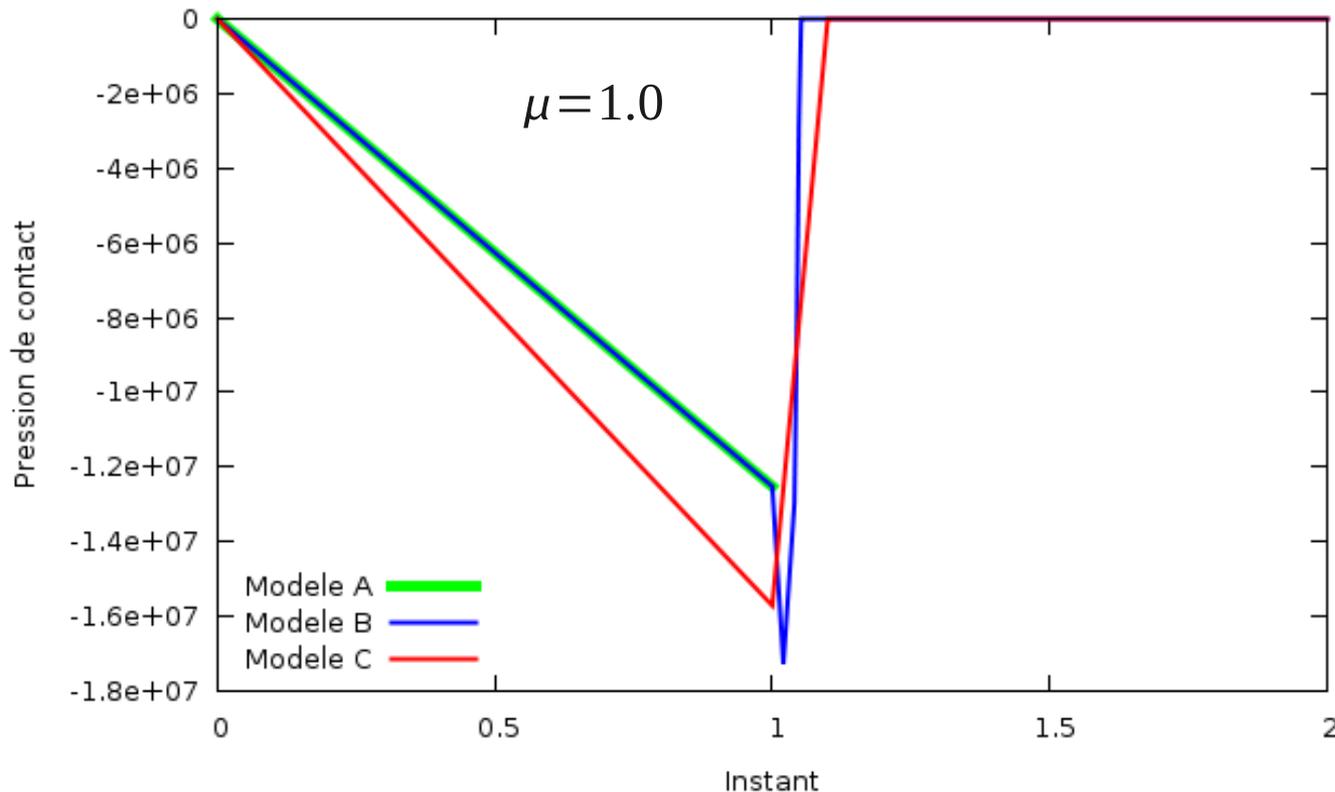
Quelques précautions :

1. Coefficient de frottement critique \rightarrow perte d'unicité de solutions

Exemples de non unicité [Hild2005]

2. Sur l'exemple du patin frottant :

A = contact unilatéral, B = Traitement forcé du cyclage, C = Contact bilatéral



Sur la fiabilité : patin frottant

Quelques précautions :

2. Comment détecter le coefficient de frottement critique ?

- **Opérateurs de contact-frottement : Lagrangien augmenté** [Alart,1990]
- Opérateurs Lipschitziens linéaires par cônes sous certaines conditions
(Notion de Jacobien généralisé)

$$\nabla F(x) = \text{co}(\lim \nabla F(x^i), x^i \Rightarrow x)$$

- Propriétés d'injectivité et de surjectivité → unicité de la solution

$$x = (u, \lambda), \quad F: R^n \Rightarrow R^n$$

$$F(x, p(x)) = 0$$

- **critère : calcul du déterminant de la base du jacobien généralisé**
- **Trouver un raffinement du critère pour les problèmes industriels**

Dynamique régularisante ou lente

Problème quasi-statique implicite

$$F^{int}(u^{k+1}) + F^{cont-frott}(u^{k+1}, \lambda_n^{k+1}, \Lambda^{k+1}) - F^{k+1} = 0$$

Méthodes de prédiction-correction

$$\left\{ \begin{array}{l} X_P^{k+1} = (u_P^{k+1}, \lambda_{n,P}^{k+1}, \Lambda_P^{k+1}) \\ (K_P^T, \Delta X_{P+1}^{k+1}) = F^{int}(u_P^{k+1}) + F^{cont-frott}(u_P^{k+1}, \lambda_{n,P}^{k+1}, \Lambda_P^{k+1}) - F_P^{k+1} \end{array} \right.$$

Problématique :

Mauvais conditionnement : rayon spectral élevé → perte de stabilité

→ Glissement, adhérence, décollements hétérogènes

→ zones fortement plastifiées ou forts glissements

→ Apparition de mouvement de corps pseudos-rigides

Dynamique régularisante ou lente

Problème quasi-statique implicite

$$F^{int}(u^{k+1}) + F^{cont-frott}(u^{k+1}, \lambda_n^{k+1}, \Lambda^{k+1}) - F^{k+1} = 0$$

Méthodes de prédiction-correction

$$\left\{ \begin{array}{l} X_P^{k+1} = (u_P^{k+1}, \lambda_{n,P}^{k+1}, \Lambda_P^{k+1}) \\ (K_P^T, \Delta X_{P+1}^{k+1}) = F^{int}(u_P^{k+1}) + F^{cont-frott}(u_P^{k+1}, \lambda_{n,P}^{k+1}, \Lambda_P^{k+1}) - F_P^{k+1} \end{array} \right.$$

But : Amélioration du conditionnement de la matrice

- Préconditionneurs adaptés + solveurs itératifs
- Rajout des corps discrets : masse + ressort
- Modification de la matrice de raideur → **dynamique régularisante ou lente**
[thèse Jourdan F., 1995]

Dynamique régularisante ou lente

Problème dynamique lente

$$\left\{ \begin{array}{l} F^{int}(u^{k+1}) + F^{cont-frott}(u^{k+1}, \lambda_n^{k+1}, \Lambda^{k+1}) - F^{k+1} - F(\ddot{u}^{k+1}) = 0 \\ F(\ddot{u}^{k+1}) \approx 0 \end{array} \right.$$

Méthodes de prédiction-correction

$$\left\{ \begin{array}{l} X_P^{k+1} = (u_P^{k+1}, \lambda_{n,P}^{k+1}, \Lambda_P^{k+1}) \\ \left(\alpha \frac{M}{[\Delta T^{k+1}]^2} + \beta K_P^T, \Delta X_{P+1}^{k+1} \right) = F^{int}(u_P^{k+1}) + F^{cont-frott}(u_P^{k+1}, \lambda_{n,P}^{k+1}, \Lambda_P^{k+1}) - F_P^{k+1} \\ \frac{M}{[\Delta T^{k+1}]^2} \approx 0 \\ \alpha, \beta \in R^+ \end{array} \right.$$

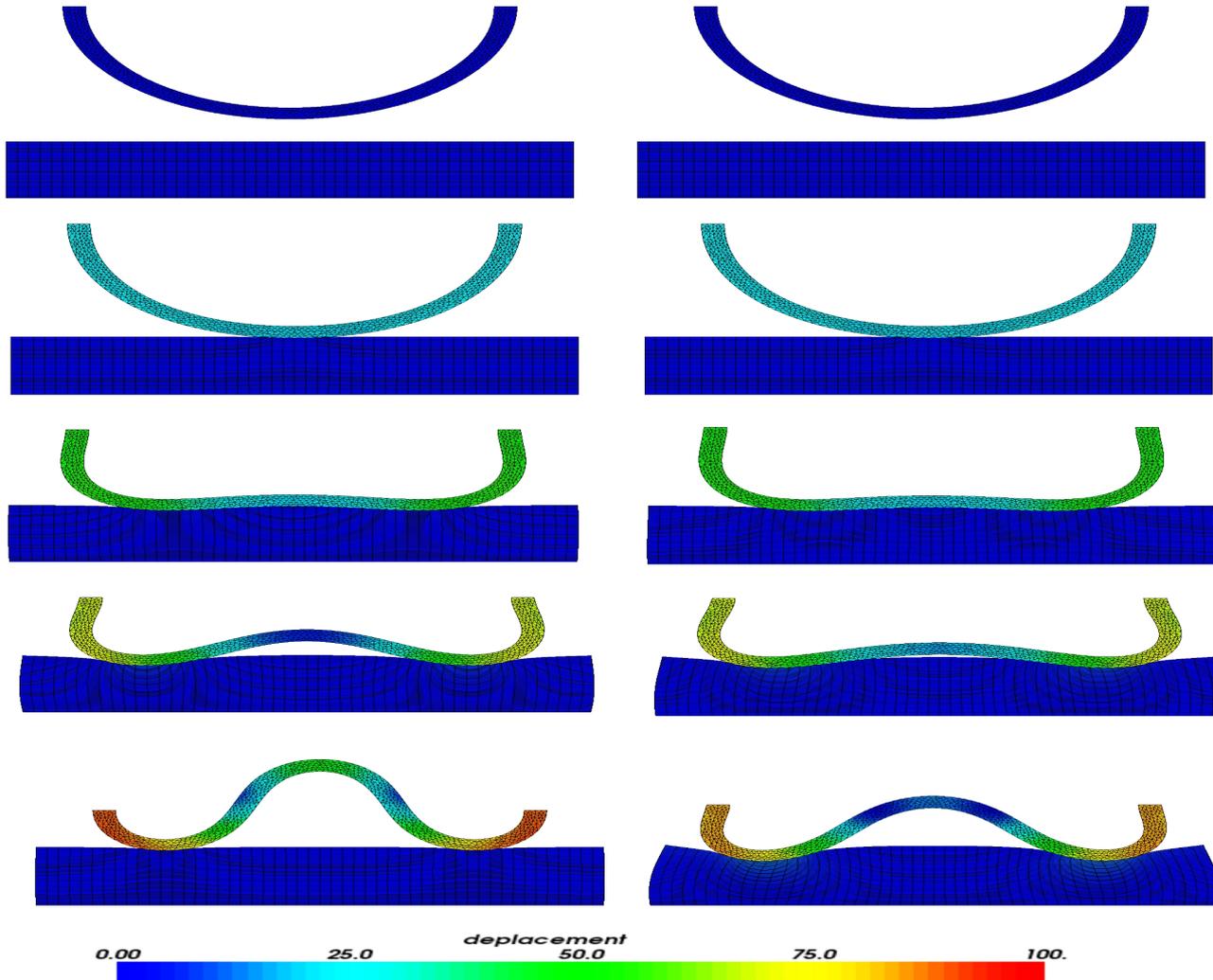
Dynamique régularisante ou lente

- Cas réel : On introduit la masse réelle de chaque corps dans le calcul et on prend des pas de temps petits. Il s'agit d'un vrai problème de dynamique et il n'est pas question dans ce cas d'obtenir les mêmes résultats qu'un calcul quasi-statique.
- Cas de dynamique lente 1 : On maintient la masse spécifique de chaque corps dans le système mais on prend des pas de temps très grand.
- Cas de dynamique lente 2 : On introduit une masse faible dans le système et on utilise des pas de temps petits.

(Extrait manuscrit thèse)

Dynamique régularisante ou lente

Applications



statique	D. lente 1.E-15	D. lente 1.E-1
≈ 1.E6	≈ 1.E6	≈ 1.E1

Cyclage Vs Recherche linéaire

Origine :

→ Convergence non optimale vers la solution exacte
(vérification de la stabilité sur les multiplicateurs)

Solution : (A priori)

→ Meilleure discrétisation en espace

→ Meilleure intégration numérique des termes de contact-frottement

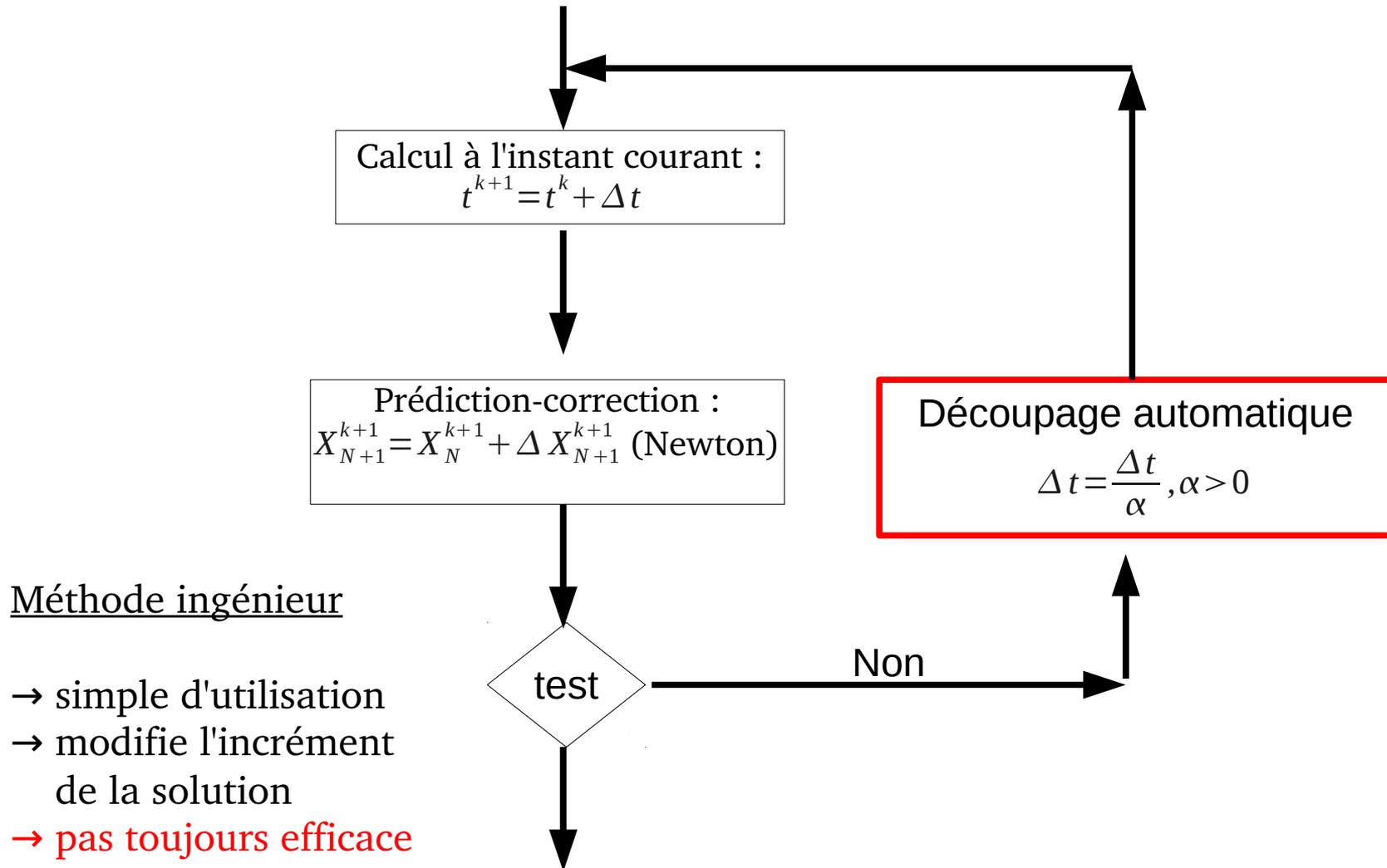
→ Nature complexe du problème [Curnier, 1988] :
(chemin des itérés successifs de Newton)

Solution : (A postérieur)

→ Modifier les incréments de Newton (pas de temps, recherche linéaire)

→ traitement du Cyclage (ordre 2, 3, ...)

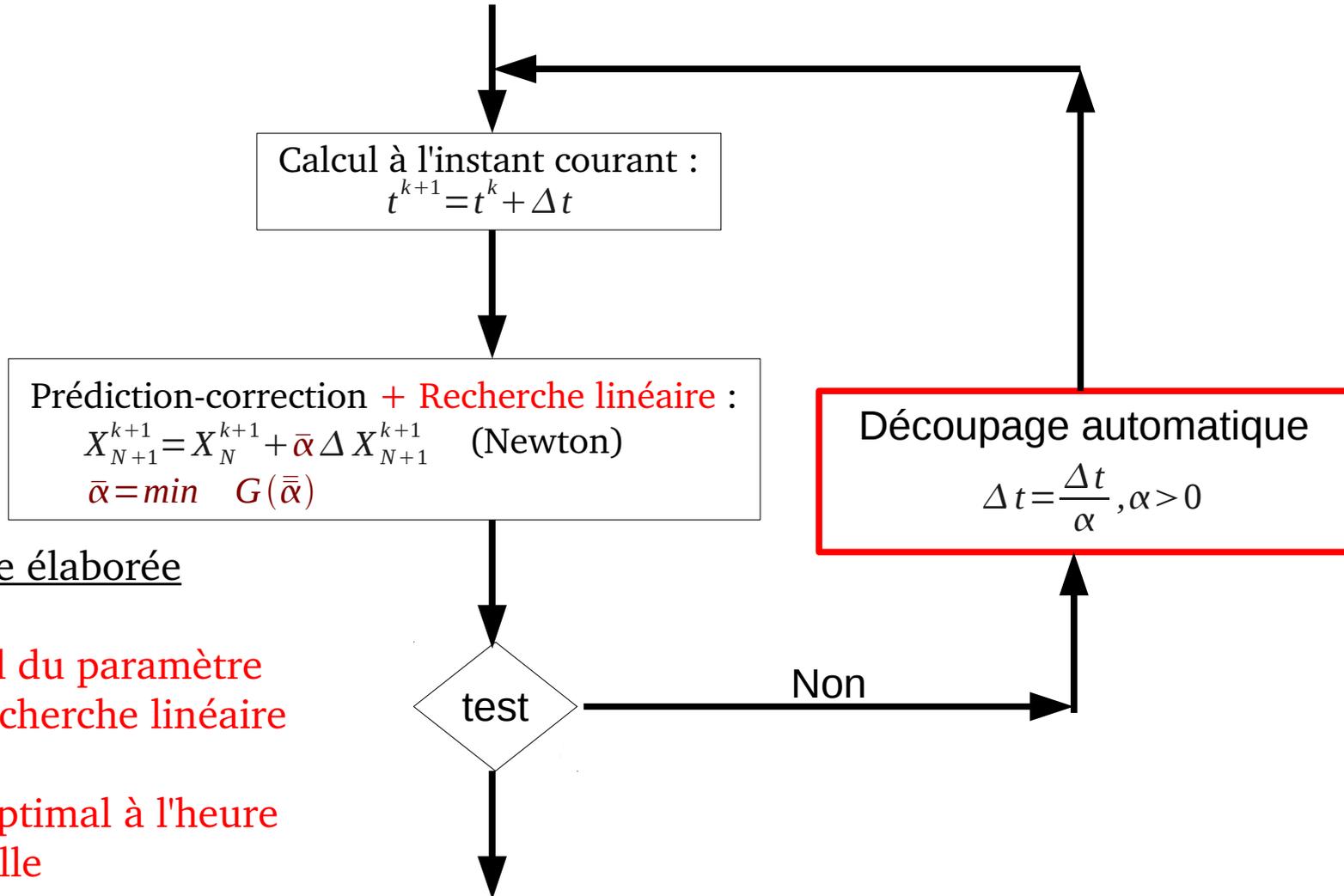
Cyclage Vs Recherche linéaire



Méthode ingénieur

- simple d'utilisation
- modifie l'incrément de la solution
- pas toujours efficace

Cyclage Vs Recherche linéaire

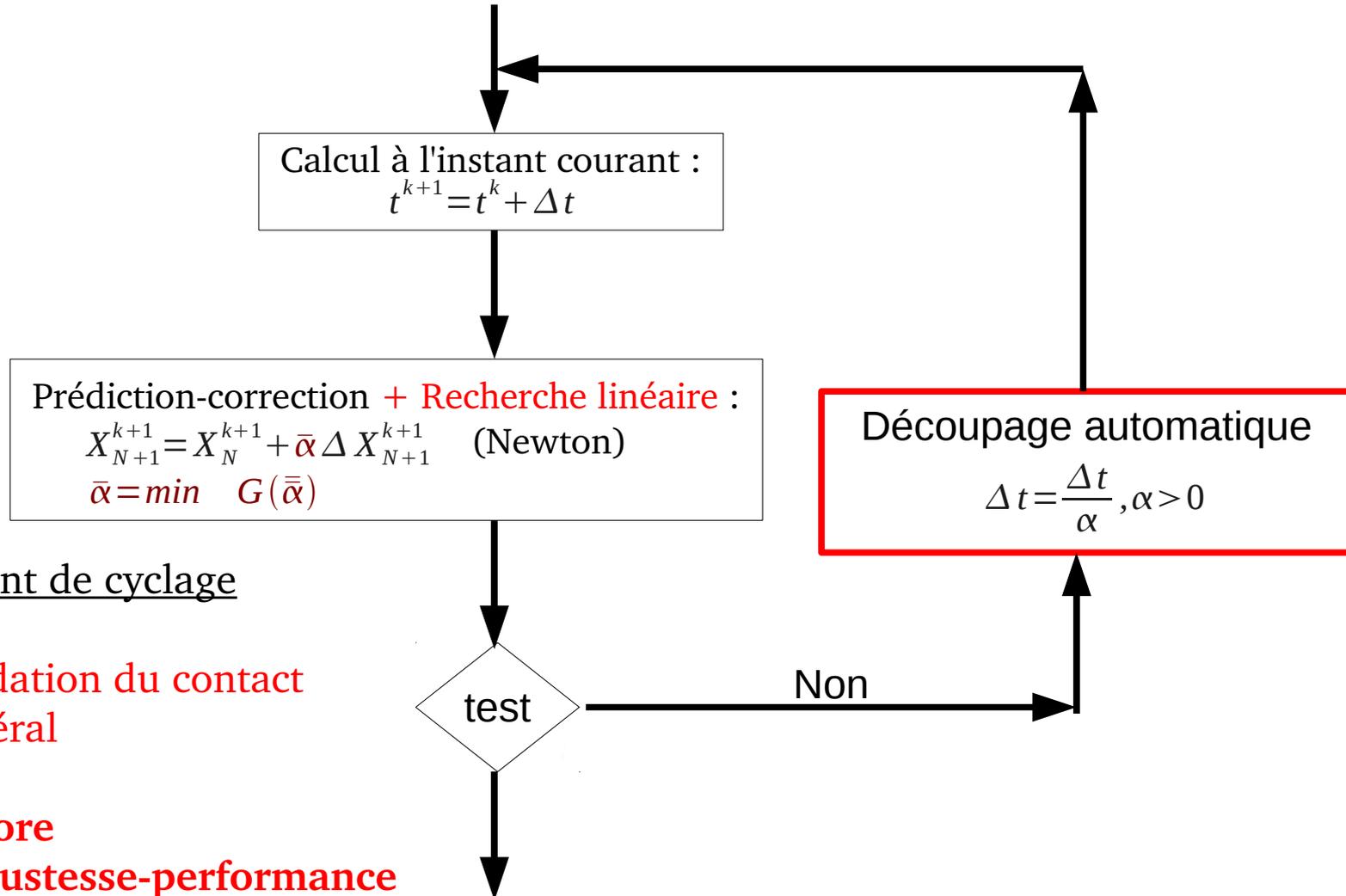


Méthode élaborée

→ calcul du paramètre
De recherche linéaire

→ pas optimal à l'heure
actuelle

Cyclage Vs Recherche linéaire



Traitement de cyclage

→ dégradation du contact unilatéral

→ améliore la robustesse-performance

Pourquoi le Lagrangien augmenté ?

Formulations	Énergie	Force	Raideur
Exacte primale $\Psi(-d_n) = \begin{cases} 0, & -d_n > 0 \\ \infty, & -d_n < 0 \end{cases}$	Exacte Non différentiable	Exacte Non différentiable $B = \mathbb{R}^+$	Exacte Jacobien Généralisé
Pénalisation $\Psi(-d_n) = -r_n (d_n)^+$	Non exacte Différentiable	Non exacte Différentiable	Non exacte Jacobien classique
Lagrangien Augmenté : Semi-régularisation	Exacte Différentiable	Exacte linéaire par cône $B = \{0\}$	Exacte Jacobien généralisé