LES PROBLEMES OUVERTS AU CYCLE 3
ET A L'ARTICULATION ECOLE-COLLEGE

Le groupe « Mathématiques » du Loir-et-Cher propose aux enseignants des premier et second degrés ***une réflexion*** *sur la résolution de problèmes pour apprendre à chercher et met à disposition* ***une banque de problèmes*** *pour lesquels les questions posées laissent les élèves libres de leurs procédures.*

Réflexion sur la résolution de problèmes ouverts

Constats

« La France figure parmi les pays où les élèves ont le moins confiance en eux pour ce qui concerne leurs compétences en mathématiques. La France est également le pays où les élèves font le moins preuve de persévérance, plus d'un élève sur deux abandonnant rapidement face à un problème à résoudre. […]
Les épreuves concernant la résolution de problèmes ne sont pas destinées à évaluer les connaissances des élèves, mais ce qu'ils sont capables de faire avec ce qu'ils ont appris dans des situations spécifiques.
Les élèves français, à l'école primaire comme au collège, sont-ils préparés ou entrainés à utiliser ce qu'ils savent dans des situations inédites, ouvertes demandant de faire preuve d'initiative ?
Du côté de l'école primaire, la référence à ce type de problèmes a disparu avec les programmes de 2008 et sa pratique n'était pas très fréquente auparavant. Beaucoup d'élèves ne sont donc pas familiers de ce type de tâches, les problèmes qu'ils ont rencontrés étant le plus souvent des problèmes d'application du cours précédent. […] La résolution de problèmes, comme finalité et comme moyen des apprentissages, est de première importance car il faut familiariser très tôt les élèves avec une démarche d'investigation en mathématiques, leur apprendre à chercher au sens d'affronter une situation et de mettre en œuvre des stratégies (faire des essais et les organiser, faire des hypothèses, faire des déductions, partir des données ou partir de la question pour déterminer des étapes de résolution…) et des outils mathématiques pour en venir à bout […]. »

Roland CHARNAY, Café pédagogique, 11 décembre 2013.

Définition

Le terme « problème ouvert » a été introduit par une équipe de l'IREM de Lyon (*Arsac, Germain et Mante, 1991*) pour évoquer une catégorie de problèmes destinés à mettre en route, avec les élèves, une démarche scientifique. Le problème ouvert doit avoir les caractéristiques suivantes :

- l'énoncé est court ;
- l'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution (pas de questions intermédiaires ni questions du type « montrer que »). En aucun cas, cette solution ne doit se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats présentés en cours ;
- le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité ; ainsi peuvent-ils prendre facilement « possession » de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution, des contre-exemples.

Les problèmes ouverts sont donc les problèmes par excellence pour mettre les élèves dans la situation d'affronter un énoncé qui, toutes proportions gardées, les place dans la situation du chercheur. Pour ce type de problèmes, les élèves ne disposent pas de modèles de résolution. Les informations nécessaires à la compréhension du problème sont présentes dans l'énoncé et directement utilisables. Les problèmes ouverts se caractérisent donc par des informations disponibles (pas besoin de trier, rechercher et organiser ces informations) et un modèle de résolution qui n'est pas connu et qu'il s'agit d'élaborer.

Les instructions officielles

A contrario des programmes de 2008, les programmes de 2016 font référence explicitement à la pratique des problèmes ouverts : « *On veille aussi à proposer aux élèves des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas directement reliés à la notion en cours d'étude, qui ne comportent pas forcément une seule solution, qui ne se résolvent pas uniquement avec une ou plusieurs opérations mais par un raisonnement et des recherches par tâtonnements.* »

L'objectif du cycle 3 qui relie désormais les deux dernières années de l'école primaire et la première année du collège est d'assurer *« la poursuite des six compétences majeures des mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer »*.

La résolution de problèmes ouverts répond précisément à ces six compétences et contribue également aux cinq domaines du socle commun.

La démarche

Une séance de résolution de problèmes ouverts comporte plusieurs phases :

- La mise en place d'un contrat[1] qui incite à l'investissement, aux initiatives et à un comportement différent de celui en jeu dans d'autres tâches mathématiques (exercices, entrainements). Il convient d'expliciter aux élèves leurs tâches : *élaborer une solution personnelle, en laisser une trace écrite, vérifier et justifier par eux-mêmes leurs résultats, expliquer leurs méthodes. Pour cela, ils peuvent prendre des initiatives, faire des essais, recommencer, faire des ratures… Ils doivent accepter le fait que résoudre un problème n'est pas toujours une tâche facile, que cela peut prendre du temps.*

> *« Un chercheur doit savoir sécher une heure, un jour, ou toute la vie. Il sèche beaucoup plus qu'il ne trouve, il se pose une série de questions, tâtonne, avance pas à pas. C'est très difficile ; puis à un moment donné, une certaine illumination vient. Elle est souvent très brusque, mais c'est le résultat d'une accumulation énorme de réflexions infructueuses. »*
>
> Laurent SCHWARTZ, mathématicien français, médaille Fields 1950

- La dévolution du problème qui veille à ce que tous les élèves comprennent la situation donnée et ce qu'il faut chercher pour qu'ils se sentent personnellement engagés dans la résolution de problème. La situation peut même être illustrée matériellement.

- La recherche qui commence individuellement pour permettre à chacun d'entrer dans la résolution, qui se poursuit par groupe (de 2 à 4 élèves) et qui se termine par une trace écrite par groupe (sur une affiche, un transparent,…) des solutions, des solutions partielles, des conjectures trouvées. Durant cette phase, l'enseignant se rend disponible, observe, encourage, note les procédures utilisées, intervient à l'aide de questions élucidantes mais n'apporte ni de réponses explicites au problème ni de validation ou de non-validation aux procédures utilisées.

- La mise en commun des productions qui oblige les élèves à exposer leur procédure, à argumenter et à critiquer les méthodes de leurs pairs. Cette confrontation des procédures et des résultats par la discussion organisée en débat mathématique permettra la validation par le groupe classe des résultats et procédures pertinents.

[1] Le contrat est *« ce qui détermine explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement, ce que chaque partenaire va avoir à charge de gérer et dont il sera d'une manière ou d'une autre comptable devant l'autre »*, in Guy Brousseau, « Les objets de la didactique des mathématiques », Actes de la 2ème école d'été de didactique des mathématiques, IREM d'Orléans, 1982

Banque de problèmes ouverts

Cliquer sur les numéros des problèmes pour activer les liens et réaliser un aller-retour entre ce sommaire et les énoncés. Les problèmes avec un astérisque sont accompagnés d'une analyse de la tâche.

	Nombres et calculs	Grandeurs et mesures	Espace et géométrie	Autres
Problèmes extraits du document « 40 problèmes "ouverts" pour le cycle 3 » de D. Pernoux : http://dpernoux.free.fr/ouvertsc3.doc				
Problème n° 01	Divisibilité par 2 Nombres successifs			
Problème n° 02	Relation additive Notion d'égalité	Masses		
Problème n° 03	Multiples de 2 et 4 Relation additive			
Problème n° 04	Procédures numériques calculs additifs et multiplicatifs			
Problème n° 05	Relation additive			Logique déductive
Problème n° 06	Relation additive Multiples de 3 et 5			
Problème n° 07	Relation additive Relation multiplicative			
Problème n° 08	Multiples			
Problème n° 09	Critères de divisibilité			
Problème n° 10	Relation additive Suite numérique			
Problème n° 11	Notion de moitié/double			
Problème n° 12	Composition de transformations (selon Vergnaud)	Durées		
Problème n° 13	Relation additive Nombre successifs			
Problème n° 14				Combinatoire
Problème n° 15			Reconnaissance de triangles	
Problème n° 16			Représentation de triangles	
Problème n° 17			Représentation dans l'espace	Combinatoire
Problème n° 18		Notion d'aire	Construction d'un carré	
Problèmes extraits de la séquence d'enseignement « Mathématiques et maitrise de la langue » de K. Cauet : http://www.etab.ac-caen.fr/centre-ph-lucas/carep/fichier/Sequence-Math-et-MdL.pdf				
Problème n° 19	Relation additive Relation multiplicative			Combinatoire
Problème n° 20	Multiples de 2 et 4 Relation additive			
Problèmes ouverts extraits du document « Problèmes pour chercher » : http://www.ac-guadeloupe.fr/circonscriptions/basseterre/textes/Problemes_pour_chercher_Cycle3.pdf				
Problème n° 21	Relation additive			
Problème n° 22				Logique
Problème n° 23				Logique

Problème n° 24	Relation additive	Monnaie		Combinatoire
Problème n° 25	Relation additive			Substitution
Problème n° 26	Relation additive			Logique / Comparaison
Problème n° 27	Multiples de 2 et 3 Relation additive			
Problème n° 28	Relation additive Multiples de 12 et 7			
Problème n° 29	Relation multiplicative			
Problème n° 30	Valeur des chiffres d'un nombre entier			
Problème n° 31	Relation additive			
Problème n° 32	Relation additive			
Problème n° 33	Dénombrement			
Problème n° 34	Relation additive		Construction de carrés Représentation de l'espace	
Problème n° 35	Notion de moitié/double Relation additive			
Problème n° 36			Alignement	
Problème n° 37	Nombres impairs		Alignement	
Problème n° 38			Alignement	
Problème n° 39			Représentation de l'espace	
Problème n° 40			Reproduction de carrés	
Problème n° 41			Reproduction de carrés	
Problème n° 42		Périmètre et aire du rectangle		
Problème n° 43	Dénombrement Relation additive		Assemblage de solides	
Problème n° 44	Dénombrement		Assemblage de solides	
Problème n° 45			Reconnaissance de triangles	
Problème n° 46			Reconnaissance de triangles	
Problème n° 47			Représentation de l'espace	
Problèmes ouverts extraits du 20ème rallye transalpin, épreuve I, 2012				
Problème n° 48*	Relation additive			
Problème n° 49*	Nombres pairs et impairs			
Problème n° 50*			Pavage Rotation et translation	
Problème n° 51*	Multiple et divisibilité Relation additive			
Problème n° 52*	Relation additive Relation multiplicative			

Problème n° 53*	Relation additive Multiples de 2 et 6			
Problème n° 54*			Décomposition et recomposition de figures	
Problème n° 55*	Comptage	Notion d'aire	Translation	
Problème n° 56*	Relation additive Suite numérique			
Problème n° 57*	Relation additive Suite numérique			

Problèmes ouverts extraits du 20ème rallye transalpin, épreuve 2, 2012

Problème n° 58	Relation additive Ordre des nombres			
Problème n° 59				Combinatoire
Problème n° 60		Comparaison d'aires	Symétrie	
Problème n° 61				Logique
Problème n° 62	Relation additive Multiple de 6 Ordre sur les nombres			
Problème n° 63		Notion d'aire Notion de périmètre		

Problèmes ouverts extraits du rallye mathématique de la Côte d'Or, 2012

Problème n° 64		La monnaie		Combinatoire
Problème n° 65	Relation additive Multiples de 4 et 5			
Problème n° 66	Relation additive Notion de double			
Problème n° 67	Relation additive Relation multiplicative			
Problème n° 68			Le rectangle	
Problème n° 69	Relation additive			
Problème n° 70	Relation additive Relation multiplicative			

Problèmes extraits du site de la circonscription de Dieppe-Ouest : http://ecoles.ac-rouen.fr/circ_dieppe_ouest/outils/maths/defi_math.htm

Problème n° 71	Relation additive			Combinatoire
Problème n° 72			Axe de symétrie Polygones	
Problème n° 73	Valeur des chiffres d'un nombre entier			
Problème n° 74	Division euclidienne			

Situations proposées dans les défis mathématiques de l'IREM de Toulouse, 2013

Problème n° 75	Position des chiffres d'un nombre entier			
Problème n° 76			Repérage dans le plan	Logique
Problème n° 77	Multiples de 9 et 5 Relation additive			
Problème n° 78	Relation additive			

Problème 1

Sur une table, il y a un livre ouvert.

- Si j'ajoute le nombre indiquant le numéro de la page de gauche avec celui qui indique le numéro de la page de droite, je trouve 129. **A quelles pages le livre est-il ouvert ?**
- Si je trouve 273, **à quelles pages le livre est-il ouvert ?**
- **Peut-on trouver 300 ?** Justifie ta réponse.

Problème 2

Placez les objets de 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg et 5 kg sur la balance pour qu'elle soit en équilibre.
Justifiez votre réponse.

Problème 3

Dans le pré qui entoure l'étang se prélassent des poules et des lapins. Un fermier, compte trente-six têtes, cent deux pattes et ce, à n'importe quelle heure.
Combien y a-t-il de poules ?
Combien y a-t-il de lapins dans le pré ?

Problème 4

La sorcière Maléfix a rangé 36 balais dans 3 armoires A, B et C.
Dans l'armoire A, il y a six balais de plus que dans l'armoire B.
Dans l'armoire C, il y a deux fois moins de balais que dans l'armoire B.
Combien de balais Maléfix a-t-elle rangés dans chaque armoire ?

Problème 5

Dans un garage, il y a autant de voitures françaises que de voitures étrangères.
Trois copains, Gordon, Pierre, Lambert font les remarques suivantes :
" Il y a cinq petites voitures et trois moyennes ! " dit Gordon.
" Il n'y a pas de voitures moyennes de marque étrangère ni de grosses voitures françaises !" dit Lamberti.
" Il y a deux petites voitures de marque étrangère !" dit Pierre.
Combien y a-t-il de grosses voitures dans le garage ?

Problème 6

Dadax joue sur une piste avec un dé. Il invente la règle suivante :
« Si je fais plus de 3, j'avance de 5 cases. Si je fais moins de 3, je recule de 3 cases. Si je fais 3, je ne bouge pas. » Après avoir lancé 12 fois le dé, Dadax a avancé de 28 cases et n'a jamais fait 3.
Combien de fois a-t-il fait plus de 3 ?

Problème 7

Il s'agit d'obtenir 42 en faisant des opérations avec les nombres :
8 4 7 10 3
Ceux-ci ne sont utilisés qu'une seule fois et sans que l'on soit obligé de tous les utiliser.
Cherche cinq solutions possibles.

Problème 8

Pour se faire de la publicité un marchand de fruits lance un concours : il propose d'offrir une caisse d'oranges à qui trouvera le nombre d'oranges qu'elle contient.
Il nous dit la chose suivante : " Si vous faites des paquets de 4 oranges, il ne restera pas d'oranges ; si vous faites des paquets de 5 oranges ou de 6 oranges, il n'en restera pas non plus. Mais si vous faites des paquets de 7, il en restera une. "
Pour vous, combien y a-t-il d'oranges dans une caisse?

Problème 9

Un berger a plus de 50 moutons mais moins de 70.
Un jour, il remarque, que s'il les compte par 2, il en reste 1 ; que s'il les compte par 3, il en reste 1 ; par 4, il en reste 1 ; par 5, il en reste 1 et par 6, il en reste toujours 1.
Combien a-t-il de moutons ?

Problème 10

Nous sommes 5 nombres impairs et nous nous suivons (comme 3, 5, 7, …). Notre somme est 105.
Qui sommes-nous ?

Problème 11

Un dragon boit dans un aquarium. Celui-ci, rempli d'eau à ras bord, pèse 108 kg. A moitié vide, le même aquarium pèse 57 kg. **Combien pèse cet aquarium vide ?**

Problème 12

A l'école, il y a deux horloges. L'une avance de 4 minutes toutes les heures et l'autre retarde d'une minute toutes les heures. Le directeur les a mises à l'heure hier et maintenant l'une marque 17h36 et l'autre 15h36. **Quelle heure est-il ?**

Problème 13

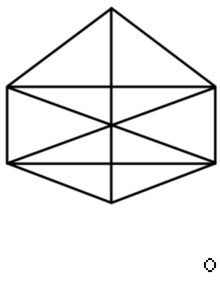
Nous sommes plusieurs nombres consécutifs. Notre produit est égal à 120. **Qui sommes-nous ?**

Problème 14

Thomas Thématik est en vacances chez sa grand-mère qui était secrétaire. Dans le grenier, il retrouve sa vieille machine à écrire dans laquelle les souris ont malheureusement fait leur nid. Seules les touches 3 et 5 fonctionnent normalement.
Combien de nombres de 3 chiffres peut-il écrire correctement ?

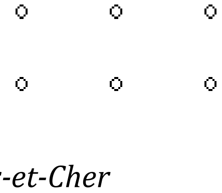
Problème 15

Combien y a-t-il de triangles dans cette figure ?

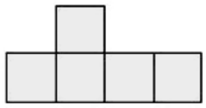


Problème 16

Combien peut-on former de triangles en joignant ces points ?



Problème 17



Les pentaminos sont des figures composées de 5 carrés reliés par au moins un côté.
Combien de pentaminos différents peut-on construire?

Problème 18

Sur une feuille quadrillée, **trace un carré qui pourrait couvrir 32 carreaux**.

Problème 19

Marie a 43 € dans son porte-monnaie. Elle veut offrir un bouquet de roses :
- les roses jaunes sont à 2 €
- les roses blanches à 3 €
- les roses rouges à 6 €

Cherche tous les bouquets de 9 fleurs qu'elle peut acheter avec son argent.

Problème 20

Ramsès a acheté des chameaux et des dromadaires, tous normaux. Il s'ennuie et compte : il compte 21 bosses puis 52 pattes. Il poste un soldat par chameau.
De combien de soldats a-t-il besoin pour cela ?

Problème 21

100 biscuits sont répartis dans 3 assiettes :
- dans la première et la deuxième assiette, il y a en tout 62 biscuits ;
- dans la deuxième et troisième assiette, il y a en tout 53 biscuits.

Combien y a-t-il de biscuits dans chaque assiette ?

Problème 22

Annick, Catherine et Marie-Thérèse font du ski. Chacune a mis le bonnet d'une de ses amies et l'écharpe de l'autre. Celle qui porte l'écharpe de Marie-Thérèse a sur la tête le bonnet de Catherine.
Qui a mis le bonnet d'Annick ?

Problème 23

Estelle, Marie-Hélène et Sabrina jouent en tout cinq parties aux fléchettes. Estelle a rencontré Marie-Hélène pour la première partie. Puis, Sabrina s'est mesurée à la gagnante pour la deuxième partie. La perdante cède toujours sa place à celle qui est en attente.
1. Sabrina a gagné la deuxième partie.
2. Estelle a gagné la troisième partie.
3. Marie-Hélène a gagné deux parties.

Qui a gagné la dernière partie ?

Problème 24

Lucile a dans son porte-monnaie une pièce de 10 centimes, une pièce de 20 centimes, une pièce de 50 centimes, une pièce d'un euro et une pièce de deux euros.
Trouve toutes les sommes que Lucile peut payer exactement.

Problème 25

A la pâtisserie, pour 10 €, on peut avoir :

- Soit deux gâteaux carrés et un gâteau rond,
- Soit deux gâteaux triangulaires et un gâteau carré,
- Soit deux gâteaux ronds et deux gâteaux triangulaires,
- Soit trois gâteaux ronds et un gâteau carré.

Quel est le prix d'un gâteau rond ?

Problème 26

Les commerçants d'une rue ont fait peindre leur nom sur leur vitrine : chaque lettre de l'alphabet coute un prix différent.

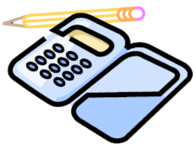
- PAUL a payé 30€.
- SEBASTIEN a payé 96€.
- PAULINE a payé 47€ ;
- BASTIEN a payé 71 € ;
- PAULE a payé 40€.

Combien a payé INES pour faire peindre son nom ?

Problème 27

Camille a 2 vases bleues, 3 vases rouges et 91 fleurs.
Elle veut mettre toutes les fleurs dans ces vases en appliquant la règle suivante :
il doit y avoir le même nombre de fleurs dans les vases qui ont la même couleur.
Trouve une solution au problème de Camille et écris le nombre de fleurs dans chaque vase bleu et le nombre de fleurs dans chaque vase rouge.

Problème 28



Une vieille calculatrice ne peut plus faire que deux opérations : +12 et – 7.
Le nombre 2000 est affiché.
Comment faire apparaitre le nombre 2001 à l'écran ?
Ecris en ligne la suite des opérations en les séparant d'un trait vertical.

Problème 29

Adeline avait utilisé les chiffres magnétiques suivants pour écrire une multiplication au tableau :

1 4 2 3 0 Tous les chiffres de l'opération sont tombés.

Retrouve la multiplication qu'Adeline a pu écrire au tableau avec le résultat suivant :

x = 9030

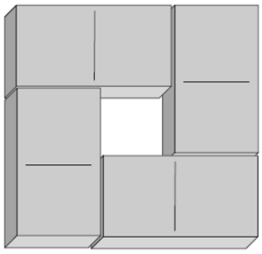
Problème 30

Ecris les nombres de 1 à 20 les uns à côté des autres.
Barre 26 chiffres pour que le nombre obtenu en rapprochant les chiffres qui restent, sans changer leur position, soit le plus grand possible.
Ecris ce nombre.

Problème 31

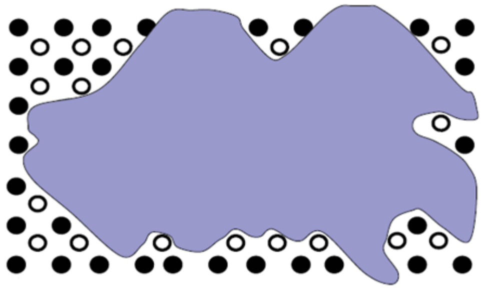
Le nez de Pinocchio mesure 5 cm de long.
Quand Pinocchio dit un mensonge, la fée bleue allonge son nez de 3 cm mais quand il dit la vérité, la fée le raccourcit de 2 cm.
A la fin de la journée ; Pinocchio a dit 7 mensonges et son nez mesure 20 cm de long.
Combien de fois Pinocchio a-t-il dit la vérité à la fée au cours de la journée ?

Problème 32



Dessiner les points des quatre dominos de telle façon que le total des points figurant sur les quatre dominos soit 36.
Les « doubles » sont interdits et il n'y a pas deux fois le même domino.
Les dominos sont assemblés selon les règles habituelles.

Problème 33



Alain a renversé le pot de confiture sur la nappe de pois de la cuisine. La confiture s'étale.
Combien y a-t-il de pois entièrement recouverts par la confiture ?

Problème 34

Un puzzle carré de 9 cm de côté est constitué de 10 pièces carrées :

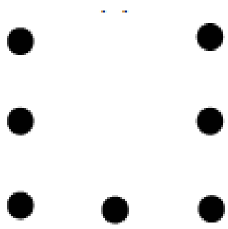
- 3 pièces de 1 cm de côté,
- 3 pièces de 2 cm de côté,
- 1 pièce de 3 cm de côté,
- 2 pièces de 4 cm de côté,
- 1 pièce de 5 cm de côté.

Reconstitue dans le cadre suivant ce puzzle *[proposer aux élèves un carré de 9 cm de côté]*.

Problème 35

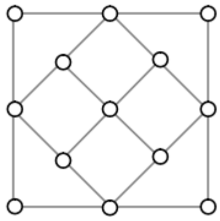
Un cycliste s'entraine progressivement. Il fait une petite sortie le lundi, puis, du mardi au vendredi, il double chaque jour la distance parcourue la veille. Le samedi, il réduit de moitié la distance parcourue le vendredi et se repose le dimanche. En une semaine, le cycliste fait au total 195 km.
Quelle distance a-t-il parcourue mercredi ?

Problème 36



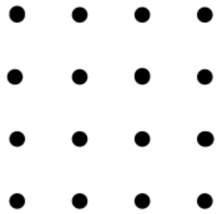
Sur cette figure, on voit 7 points et trois alignements de trois points.
Dessine sur du papier quadrillé une disposition de 7 points qui fait apparaitre quatre alignements de 3 points.

Problème 37



Noircis six disques de manière que l'on ait toujours un nombre impair de disques noirs sur chacun des alignements tracés.

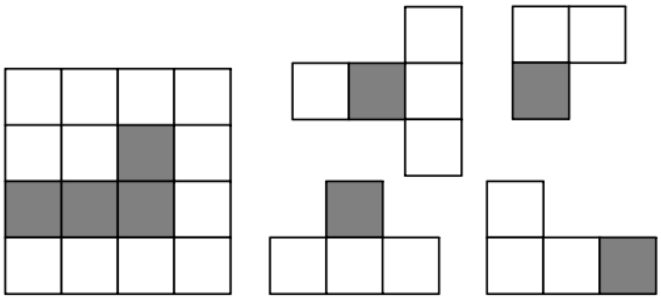
Problème 38



16 sapins sont disposés en carré, comme sur le dessin.
Un bucheron doit en couper 8. Il les choisit pour qu'il ne reste jamais trois arbres alignés.
Barre les arbres que le bucheron doit couper.

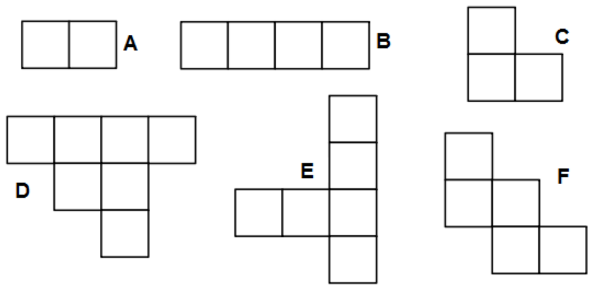
Problème 39

Puzzle à 16 cases
Découpe les 4 pièces suivantes et, en respectant les cases sombres, replace les quatre pièces dans le carré (deux pièces ne doivent jamais se chevaucher).



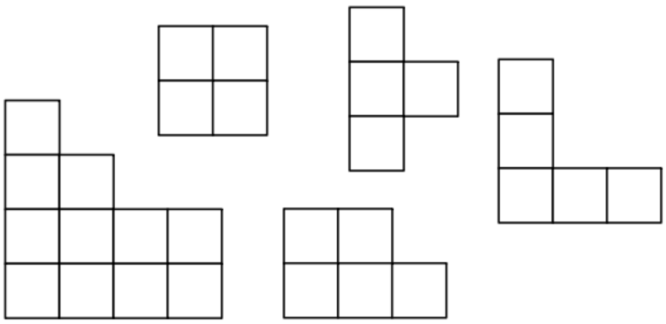
Problème 40

Le carré décomposé
Annie a trouvé six formes en bois dans son grenier. Celles-ci permettent de reconstituer un carré, mais il y a une forme en trop !
Reconstitue le carré et colle-le.
Puis indique la lettre de la forme inutile.



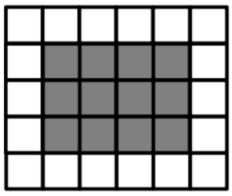
Problème 41

Le puzzle
En assemblant quatre de ces pièces, **forme un carré.**



Problème 42

Madame Adelir a tricoté des carrés de laine pour faire deux couvertures rectangulaires. Il y a des carrés gris et des carrés blancs. Pour ces deux couvertures, elle veut mettre tous les carrés blancs sur le bord et les carrés gris à l'intérieur.

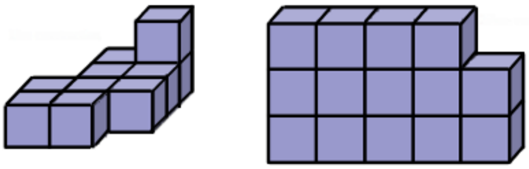


La figure ci-contre représente la 1ère couverture : on convient que sa longueur est de 7 et sa largeur est de 5. Pour la 2ème couverture, elle veut qu'il y ait le même nombre de carrés blancs à l'intérieur que de carrés gris sur le bord.

Dessine cette couverture et donne sa largeur et sa longueur.

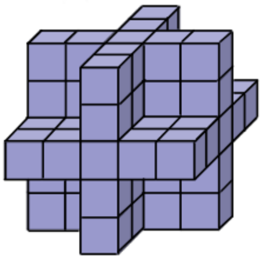
Problème 43

Hervé a des cubes en bois, tous identiques. Avec ses cubes, il a fait deux constructions.
Le poids total des cubes utilisés pour les deux constructions est 600 grammes.
Le poids de la première construction est 200 grammes.



Combien de cubes sont complètement cachés sur le dessin de la deuxième construction ?

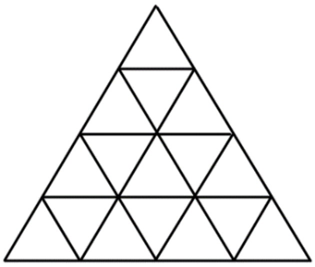
Problème 44



Quelle que soit la façon de poser cet objet sur une table, on le voit toujours ainsi.

Combien faut-il de petits cubes pour construire cet objet ?

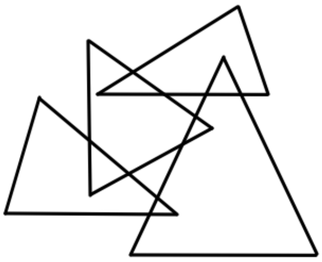
Problème 45



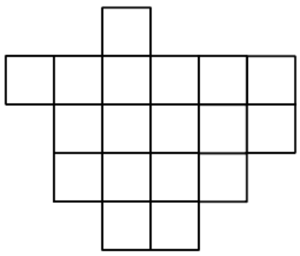
Combien y a-t-il de triangles dans la figure ci-contre ?

Les triangles peuvent être de grandeurs différentes.

Problème 46

Combien y a-t-il de  **triangles dans cette figure ?**

Problème 47



Un paysan partage son champ entre ses trois enfants. Il veut que les parts soient identiques et de même forme.

Fais apparaitre les trois parts sur le dessin ci-contre.

Problème 48

Constance aura trois ans demain et sa maman a acheté des bougies pour son gâteau d'anniversaire. Elle a acheté une boite de 24 bougies, qu'elle pourra utiliser pour les prochains anniversaires de Constance et aussi de sa petite sœur Sophie, qui n'a maintenant que 9 mois. Sur les gâteaux d'anniversaire, la maman met toujours des bougies neuves.

Pour combien d'anniversaires de Constance et combien d'anniversaires de Sophie les bougies que la maman a achetées suffiront-elles ?

Analyse de la tâche

- Comprendre que l'anniversaire de Sophie arrivera 3 mois après celui de Constance et qu'il faudra chaque année commencer par prendre en compte celui de Constance avant celui de Sophie.
- Trouver qu'il faudra 4 bougies (3+1) pour les deux prochains anniversaires de Constance et Sophie, puis 6 (4+2) pour les deux suivants, puis 8 (5+3) et qu'il y aura donc 18 (4+6+8) bougies utilisées après les 5 ans de Constance et les 3 ans de Sophie.
- Conclure que, pour le sixième anniversaire de Constance, il faudra 6 bougies et qu'on aura alors épuisé les 24 bougies (18+6). Donc on pourra fêter 4 anniversaires de Constance et 3 anniversaires de Sophie.

OU

- Partir du nombre total de bougies et soustraire successivement celles qui sont utilisées à chaque anniversaire.

OU

- Faire un dessin ou un schéma de toutes les bougies utilisées progressivement.

Problème 49

12 enfants sont debout et forment un cercle pour jouer au jeu « Le dernier debout ».

Le premier joueur commence en disant « un », le deuxième joueur qui est à sa droite dit « deux », le troisième joueur dit « trois » et ainsi de suite.

Dès qu'un joueur dit un nombre pair, il est éliminé et doit s'asseoir. Les joueurs qui ont toujours dit des nombres impairs restent debout et continuent à compter chacun leur tour.

Le gagnant est celui qui reste le dernier debout et qui dit le dernier nombre impair, après que tous les autres joueurs ont été éliminés.

Qui sera le gagnant (le 1er, le 2ème, le 3ème, …., le 12ème joueur) ?

Quel est le dernier nombre que dira le gagnant ?

Analyse de la tâche

- Ecrire une description chronologique ; 1 reste debout, 2 est éliminé, 3 reste debout, …, 11 reste debout, 12 est éliminé ; celui qui avait dit 1 (qui était resté debout) dit 13 ; celui qui avait dit deux étant éliminé, c'est celui qui avait dit trois qui dit 14 et qui est éliminé…

OU

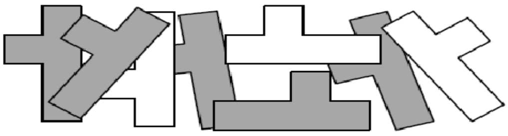
- Envisager de numéroter les 12 enfants puis de prendre dans l'ordre d'élimination. Ainsi, les enfants 2, 4, 6, 10 et 12 sont éliminés et il reste six enfants (1, 3, 5, 7, 9, 11). Au deuxième tour, 1 dit 13 et reste, 3 dit 14 et est éliminé, 5 dit 15 et reste, 7 dit 16 et est éliminé, 9 dit 17 et reste, 11 dit 18 et est éliminé. Il reste donc trois enfants (1, 5, 9). Au troisième tour, 1 dit 19 et reste, 5 dit 20 et est éliminé, 9 dit 21 et reste. Il reste deux enfants (1 et 9). 1 dit 22 et est éliminé. 9 est le gagnant.

OU

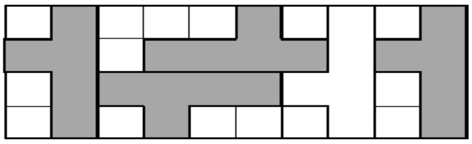
- Utiliser un schéma en disposant les emplacements des joueurs, écrire à côté de ces emplacements les nombres qui correspondent et barrer les emplacement quand ils sont pairs.

Problème 50

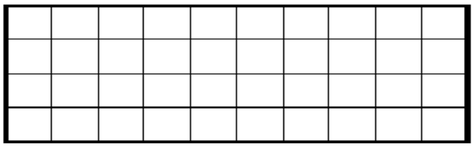
Dans une feuille de carton, grise d'un côté et blanche de l'autre, Yvan a découpé les huit pièces identiques suivantes :



Yvan a placé cinq de ces pièces dans la grille quadrillée ci-dessous : quatre avec la face grise visible et une avec la face blanche visible. Mais il aurait pu en placer plus.

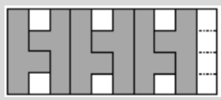


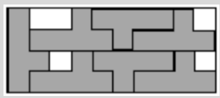
Combien de pièces peut-on placer sur cette grille, avec le plus de faces grises visibles ?
Chaque carré doit recouvrir exactement cinq carrés et les pièces ne doivent pas se chevaucher.



Analyse de la tâche

- Essayer de placer les pièces de manière « économique » (pour éviter les espaces vides) et se rendre compte qu'il est facile d'en placer 6.
- Utiliser le nombre de carrés dans la grille. 40 carrés de la grille permettraient au maximum 8 pièces de 5 carrés chacun. Avec 6 pièces, seuls 30 carrés seraient recouverts et il en resterait 10 non recouverts ce qui incite à chercher le moyen d'en placer une septième.
- Poursuivre les essais jusqu'à pouvoir placer une septième pièce.





Problème 51

Léo collectionne des petites motos.
Il a préparé des boites pour ranger toutes ses motos.
Il commence à en mettre 4 dans chaque boite, mais à la fin, il lui reste encore 2 motos à placer.
Il essaie alors d'en mettre 5 dans chaque boite, mais il n'y arrive pas car il lui manque 3 motos pour remplir toutes les boites.
Combien Léo a-t-il préparé de boites ?
Combien a-t-il de motos ?

Analyse de la tâche

- Imaginer la répartition : "Léo met 4 modèles par boite et il lui en reste 2. S'il décide d'en mettre 5 par boite, c'est-à-dire une de plus par boite, il doit placer les deux motos qui restent dans les deux premières boites. Comme il manque 3 motos pour remplir toutes les boites, il reste donc trois boites à remplir ce qui fera 5 boites en tout."
- Calculer ensuite le nombre de motos : 2 boites avec 5 motos et 3 boites avec 4 motos : (2x5) + (3x4) =22

OU

- Par essais successifs avec multiplications, additions et soustractions, déterminer le nombre de motos en démarrant avec deux rangements puis en augmentant le nombre de rangements jusqu'à obtenir l'égalité. Les essais peuvent être ordonnés. Par exemple :

boites	2	3	4	5
Motos (4 par boite)	(4x2)+2=10	(4x3)+2=14	(4x4)+2=18	(4x5)+2=22
Motos (5 par boite)	(5x2)-3=7	(5x3)-3=12	(5x4)-3 =17	(5x5)-3=22

OU

- Partir d'un nombre de motos qui permet de respecter une des contraintes du rangement (par exemple un nombre qui a pour reste 2 dans la division par 4) et vérifier s'il respecte la seconde contrainte. Recommencer jusqu'à trouver un nombre qui convient.

Problème 52

Fabio a reçu en cadeau un livre de 174 pages et décide d'en organiser la lecture de la façon suivante :

- Il ne lira pas le dimanche.
- Tous les autres jours, sauf le mercredi, il lira le même nombre de pages.
- Il lira 15 pages de plus le mercredi car il ne travaille pas l'après-midi.

En procédant ainsi, Fabio arrivera à lire tous le livre en deux semaines entières.

Combien de pages doit-il lire le mercredi et combien les autres jours pour finir son livre en deux semaines ?

Analyse de la tâche

- Savoir que dans deux semaines, il y a 14 jours.
- Se rendre compte que dans ces deux semaines, il y a deux dimanches et deux mercredis : il lira donc douze jours dont 2 avec 15 pages de plus.
- Partir de 174 pages, enlever les 30 pages (2x15) qu'il lit en plus le mercredi et trouver ainsi le nombre de pages lues en 12 jours (144).
- Diviser 144 par 12 et trouver que Fabio doit lire 12 pages par jour.
- Ajouter les 15 pages qu'il lit en plus le mercredi pour trouver le nombre de pages qu'il lit ce jour-là (27).

OU

- Procéder par essais en faisant des hypothèses sur le nombre de pages lues chaque jour, différent du mercredi. Par exemple, supposer que ce soit 10 et trouver qu'on aurait [(10x5) + 25] x 2 =150 pages lues en deux semaines et conclure que c'est trop peu.

OU

- Considérer que si chaque jour des deux semaines, différent du dimanche, Fabio avait lu le même nombre de pages, cela aurait fait 14 pages (174 : 12) avec un reste de 6 pages. Procéder ensuite en enlevant chaque fois 1 au nombre de pages lues chaque jour et en augmentant ainsi le reste de 12 pages. On trouve alors que, si on suppose 12 pages lues chaque jour, on obtient un reste de 30 pages (les 15 en plus des deux mercredis).

Problème 53

Le *jeu des questions* se joue sur un ruban de nombres comme celui-ci :

...	**-5**	**-4**	**-3**	**-2**	**-1**	**départ**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**...**

Il est composé d'un pion par joueur, posé sur la case « départ » au début du jeu, et avec un paquet de cartes-questions.

Chaque joueur, à son tour, tire une carte du paquet. Il lit la question sur la carte et il y répond. Si la réponse est juste, il avance son pion de 2 cases. Si la réponse est fausse, il recule son pion de 6 cases.

Marie et Jean ont tiré chacun 24 cartes et ils ont répondu aux 24 questions.

A la fin du jeu, le pion de Marie se retrouve sur la case « départ » et le pion de Jean est sur la case 24.

Combien Marie a-t-elle donné de réponses justes et de réponses fausses ? Et Jean ?

Analyse de la tâche :

- Se rendre compte que si un enfant avait répondu juste à toutes les questions, son pion serait sur la case 48 (24x2).
- Constater qu'une réponse erronée fait reculer de 6 cases et que cela annule donc 3 réponses justes ou encore que, pour 4 réponses, si 3 réponses sont justes et une est fausse, cela revient à un score nul.
- Pour Marie, à l'aide de calculs qui puissent expliquer le raisonnement, trouver que 6 réponses sont fausses (6x6=36) et 18 sont justes (18x2=36) OU considérer que, comme son score total est nul, cela résulte de 6 « paquets de réponses » composées d'une fausse et de 3 justes, soit au total 6 fausses et 18 justes.
- Pour Jean, en procédant de même, comprendre que si son pion se trouve sur la case 24, cela veut dire que, parmi ses 24 réponses, 21 sont correctes (21x2=42) et 3 sont fausses (3x6=18) : 42-18 =24.

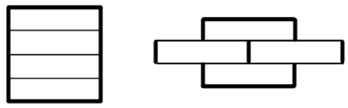
OU

Procéder à une démarche systématique pour identifier toutes les possibilités (par exemple, à l'aide d'un tableau) :

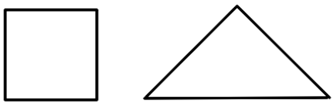
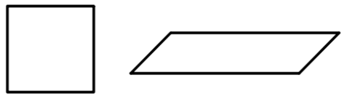
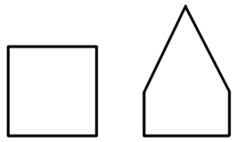
Réponses correctes	Réponses fausses	Score positif	Score négatif	Case d'arrivée
24	0	48	0	48
23	1	46	6	40
22	2	44	12	32
21	3	42	18	24
…				
18	6	36	36	0

Problème 54

Isabelle, Julie, Serge et Xavier ont reçu chacun le même carré.
Chacun a découpé son carré en quatre pièces identiques. Puis, il les a assemblées pour réaliser une nouvelle figure.
Voici le découpage du carré en quatre pièces fait par Isabelle, et la figure qu'elle a obtenue avec ses quatre pièces.

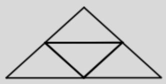
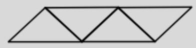
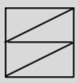
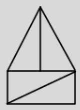
Isabelle 

Voici les carrés que les trois autres enfants ont reçus et les figures formées avec leurs quatre pièces.

Julie  Xavier  Serge 

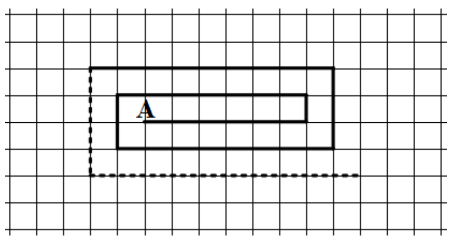
Dessine le découpage du carré de chacun et dessine les quatre pièces sur la figure obtenue.

Analyse de la tâche

- Comprendre les conditions de découpe du carré et les contraintes de l'assemblage des pièces.
- Une première démarche possible consiste à rechercher différentes façons de découper le carré en quatre figures identiques puis d'assembler les quatre pièces en les positionnant sur les figures :
  - La décomposition en quatre carrés selon les médianes ou en quatre rectangles identiques (comme Isabelle) ne permet pas d'obtenir les trois autres figures ;
  - La décomposition en quatre triangles isocèles rectangles selon les diagonales permet d'obtenir le triangle construit par Julie et le parallélogramme construit par Xavier.
    Découpage des carrés de Julie et Xavier : la figure de Julie : la figure de Xavier :
      
  - La décomposition en deux rectangles égaux en utilisant une médiane du carré, puis de chaque rectangle en deux triangles rectangles égaux en utilisant une diagonale permet d'obtenir la figure de Serge.
    Découpage du carré de Serge : la figure de Serge :
     
- Une seconde démarche consiste à découper les figures obtenues par Julie, Serge et Xavier en quatre figures égales plutôt que les carrés de façon plus intuitive.

Problème 55

Gianni a une feuille de papier quadrillé, sur laquelle les carreaux ont un côté de 1 cm. Il commence à dessiner une spirale comme celle que vous voyez sur la figure ; il part de A, se déplace horizontalement de 6 carreaux, puis verticalement de 1 carreau, puis de nouveau horizontalement de 7 carreaux, puis verticalement de 2 carreaux, et ainsi de suite. Gianni s'arrête après le cinquantième segment horizontal. **Combien mesure, en centimètre, la spirale dessinée par Gianni ?**

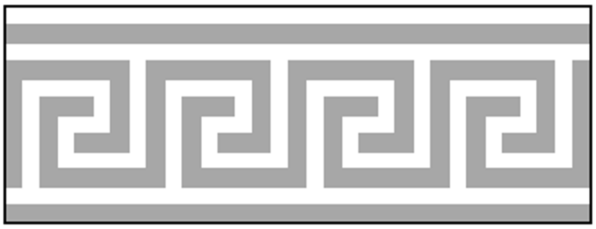


Analyse de la tâche

- Comprendre que les mesures des segments en cm, aussi bien horizontaux que verticaux, augmentent chaque fois de 1cm.
- Observer que la mesure des segments verticaux est 1, 2, 3, 4… et celle des segments horizontaux est 6, 7, 8, 9,… donc que la mesure du nième segment horizontal est n + 5 et donc la longueur du 50ème segment horizontal est 55.
- Exprimer la longueur totale de la spirale : (6 + 7 + … + 54 + 55) + (1 + 2 + … + 48 + 49)
- Calculer en utilisant une calculatrice.
  OU
- Mettre en œuvre des propriétés des opérations (commutativité, associativité, distributivité) permettant de simplifier les calculs en regroupant des termes ou en transformant des sommes en produits :
  (6 + 7 + … + 54 + 55) + (1 + 2 + … + 48 + 49) = (6 + 55) + (7 + 54) + … + (1 + 48) + … = 61 x 25 + 49 x 25 = 2750

Problème 56

La maitresse de Maya lui propose de peindre l'ornement grec suivant, où les bandes sombres et les bandes claires ont toute la même largeur.
Maya va repasser en noir les zones sombres et en jaune les zones claires, en mettant partout exactement la même couche de peinture.



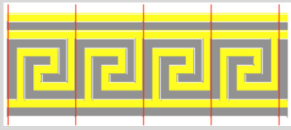
Selon vous, Maya va-t-elle utiliser plus de peinture jaune ou plus de peinture noire ?
Expliquez votre réponse.

Analyse de la tâche

- Faire le lien entre quantité de peinture et aire de chaque « zone », noire et jaune.
- Imaginer un quadrillage du motif d'après la largeur des bandes et se donner une unité d'aire (par exemple, celle d'un petit carré u dont le côté est la largeur de la bande).
- Déterminer par comptage l'aire de chaque zone (199u pour la zone jaune et 197u pour la zone noire).

OU

- Repérer l'existence de motifs invariants par translation, répétés quatre fois et déterminer l'aire de chaque zone pour un motif de l'ornement, par comptage ou en procédant ligne par ligne :
  Pour la zone jaune : 8 + 8 + 1 + 6 + 3 + 5 + 3 + 6 + 1 + 8 = 49 (u)
  Pour la zone noire : 8 + 7 + 2 + 5 + 3 + 5 + 2 + 7 + 8 = 47 (u)
  On obtient, pour les 4 motifs, 196u (49 x 4) pour la zone jaune et 188u (47 x 4) pour la zone noire. Et en rajoutant la bande de droite, on obtient 196u + 3u = 199u pour la zone jaune et 188u + 9u = 197u pour la zone noire.



OU

- Pour chaque motif invariant par translation, découper les bandes claires sous forme de rectangle et les mettre bout à bout ; faire de même pour les bandes sombres et évaluer la différence entre les deux bandes. La bande claire dépasse la bande sombre de 2u ce qui fait 8 u pour les quatre motifs. Sur la bande droite, la bande sombre dépasse la bande claire de 6u donc, en tout, la bande claire dépasse la bande sombre de 2u.

Problème 57

Chaque semaine, Maxime et Léonard s'achètent au kiosque le dernier numéro de Transalpino, leur hebdomadaire préféré, ainsi que le « recueil » qui comprend 5 anciens numéros reliés.
Un après-midi de pluie, Maxime lit le dernier numéro paru, le 5802 et Léonard le recueil des anciens numéros 4506, 4507, 4508, 4509, 4510 qui vient de paraitre.
A un certain moment, Léonard demande : il n'y aura bientôt plus de recueils parce qu'ils rattraperont le dernier numéro de Transalpino ! Qu'est-ce que je vais lire alors ? »
Maxime lui répond : « Tu as raison ! Je n'y avais pensé, mais ne te préoccupe pas, cela n'arrivera que dans de nombreuses semaines, et à ce moment-là, la pluie aura cessé ! »
Dans combien de semaines, les « recueils » d'anciens numéros arriveront au nouveau numéro de la revue Transalpino ?

Analyse de la tâche

- Résoudre le problème par voie arithmétique en calculant l'écart entre les numéros et les recueils. Par exemple, cette semaine, le recueil arrive à 4510, il a donc 5802 – 4510 = 1292 numéros de « retard » sur le numéro qui vient de paraitre. Comme le recueil « rattrape » 4 numéros par semaine, il faudra 1292 : 4 = 323 semaines.
- Vérifier que dans 323 semaines, les deux publications coïncideront au numéro 6125 = 4510 + 5 x 323 = 5802 + 323

OU

- Par essais successifs :

semaine	Numéro de la revue	Dernier numéro du recueil
0	5802	4510
1	5802 + 1 = 5803	4510 + 5 = 4515
2	5802 + 2 = 5804	4510 + (2 x 5) = 4520
…		
n	5802 + n	4510 + 5n

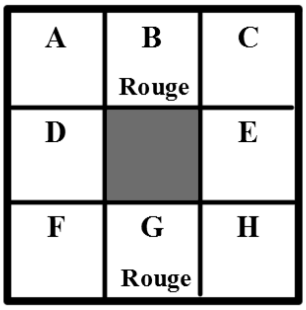
Problème 58

Pour la fête de la fin de l'année scolaire, on a organisé une loterie. Claire et Hélène ont acheté un billet chacune. Les deux amies comparent les nombres inscrits sur leurs billets et voient qu'ils sont tous les deux inférieurs à 10.
Hélène dit à Claire : « Le tien est un nombre vraiment particulier ! Si tu fais la somme de tous les nombres de 1 jusqu'à celui qui le précède, et si tu fais la somme de tous les nombres qui le suivent jusqu'au mien y compris, tu obtiendras le même résultat ! »
Quel est le nombre de Claire ? Et celui d'Hélène ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le nombre d'Hélène est plus grand que celui de Claire.
- Comprendre que le nombre de Claire ne peut être ni 1 ni 2 (parce qu'il n'y aurait pas de nombres précédents à additionner), qu'entre le nombre de Claire et d'Hélène, il doit y avoir au moins un nombre pour pouvoir l'additionner à celui d'Hélène, et donc que le nombre de Claire ne peut être ni 8 ni 9 car sinon Hélène aurait un nombre supérieur à 10.
- Attribuer à Claire systématiquement tous les nombres inférieurs à 10, (hormis le 1, le 2, le 8 et le 9) :
  - Si Claire avait le nombre 3, la somme des nombres qui le précèdent serait 3 mais le nombre suivant est déjà 4 ce qui ne va donc pas.
  - Si Claire avait le nombre 4, la somme des nombres qui le précèdent serait 6 mais la somme des deux suivants seraient 11 (5+6) ce qui ne va pas.
  - Procéder ainsi jusqu'à vérifier que Claire a le nombre 6 car la somme des nombres qui le précèdent est 15 (1 + 2 + 3 + 4 + 5) qui est égal à la somme des deux nombres 7 + 8 = 15. Donc Hélène a le nombre 8.

Problème 59

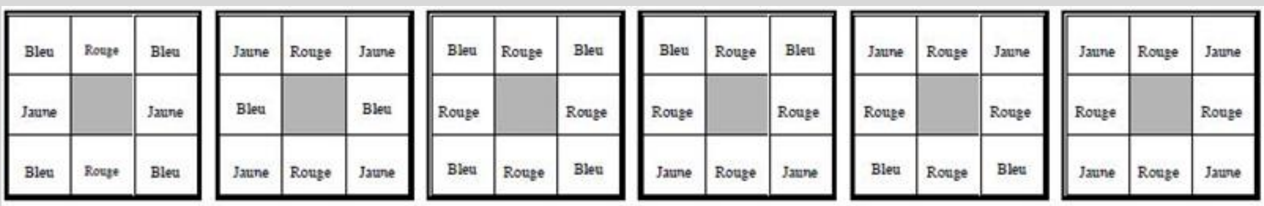


Jérôme a un cadre formé de 8 carrés égaux en carton blanc. Il veut colorier son cadre et pour le faire, il a à sa disposition trois couleurs : rouge, jaune et bleu. Il commence par colorier en rouge les carrés notés sur la figure B et G.
Il décide ensuite de colorier les carrés restants en suivant ces règles :
- deux carrés ayant un côté en commun doivent avoir des couleurs différentes ;
- les carrés A et C doivent avoir la même couleur ;
- les carrés D et E doivent avoir la même couleur ;
- les carrés F et H doivent avoir la même couleur.

De combien de manières différentes Jérôme peut-il colorier son cadre en respectant les règles et en laissant les carrés B et G en rouge ? Montre toutes les possibilités.

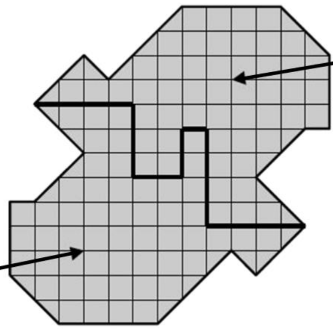
Analyse de la tâche

- Se rendre compte que Jérôme doit colorier les carrés A, C et F, H en jaune ou en bleu, ayant déjà colorié en rouge les carrés B et G. Se rendre aussi compte que l'on peut obtenir des cadres à 2 couleurs et des cadres à 3 couleurs.
- En déduire que Jérôme a six possibilités différentes pour colorier ses carrés, en respectant la première condition :



Problème 60

La classe doit préparer un décor pour un spectacle.
Lili et Mathias ont été chargés de découper en deux parties un morceau de carton rigide.
Une des deux parties sera recouverte de papier fluo jaune, l'autre partie sera recouverte de papier fluo vert.
Voici le dessin du projet que Lili et Mathias ont préparé :
Pour recouvrir entièrement chacune des deux parties, faut-il plus de papier vert ou plus de papier jaune ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.



Analyse de la tâche

- Percevoir que la grandeur pertinente est l'aire.
- Dénombrer les carrés et les triangles sur les bords et comprendre que deux triangles forment un carré :
  - Pour la partie verte : 52 carrés et 12 triangles soit une mesure d'aire de 58 carrés.
  - Pour la partie jaune : 51 carrés et 12 triangles soit une mesure d'aire de 57 carrés.

OU

- Conduire la comparaison en divisant les deux parties en polygones de même aire qui se compensent et n'ont plus besoin d'être dénombrés.

OU

- Comparer carré par carré et triangle par triangle, dans l'une et dans l'autre des parties pour arriver à la constatation qu'il y a un carré de plus dans la partie verte.

Problème 61

Quatre amies se rencontrent, chacune porte un chapeau dont la couleur correspond à son nom : Blanche porte un chapeau blanc, Violette porte un chapeau violet, Rose un chapeau rose et Bleuette un chapeau bleu.
Les quatre amies s'amusent à s'échanger leurs chapeaux puis elles s'aperçoivent que :

– une seule porte encore le chapeau de la couleur correspondant à son nom,
– Blanche porte le chapeau de Bleuette,
– Rose ne porte pas le chapeau de Violette.

Après ces échanges, quelles peuvent être les couleurs des chapeaux que portent Violette, Rose et Bleuette ? Donnez vos réponses et montrez les essais que vous avez faits pour les trouver.

Analyse de la tâche

- Sachant que Blanche porte le chapeau bleu (de Bleuette), il reste 6 possibilités pour les autres filles :

  1) Violette – violet, Rose – rose, Bleuette – blanc
  2) Violette – violet, Rose – blanc, Bleuette – rose
  3) Violette – rose, Rose – violet, Bleuette - blanc
  4) Violette – rose, Rose – blanc, Bleuette - violet
  5) Violette – blanc, Rose – violet, Bleuette - rose
  6) Violette – blanc, Rose – rose, Bleuette - violet

  En tenant compte qu'une seule fille porte le chapeau de sa propre couleur, on peut éliminer les possibilités 1, 3, 4 et 5. Il reste donc les possibilités 2 et 6.

OU

- Tenir compte des deux informations en même temps : Rose ne porte pas le chapeau de Violette et Blanche porte le chapeau bleu, en limitant ainsi l'inventaire à 4 possibilités :

	Blanche	Violette	Rose	Bleuette
I)	Bleu	Rose	Blanc	Violet
II)	Bleu	Blanc	Rose	Violet
III)	Bleu	Violet	Rose	Blanc
IV)	Bleu	Violet	Blanc	Rose

En tenant compte qu'une seule fille a le chapeau de sa propre couleur, on élimine les possibilités I et III.
Il reste donc les possibilités II et IV.

Problème 62

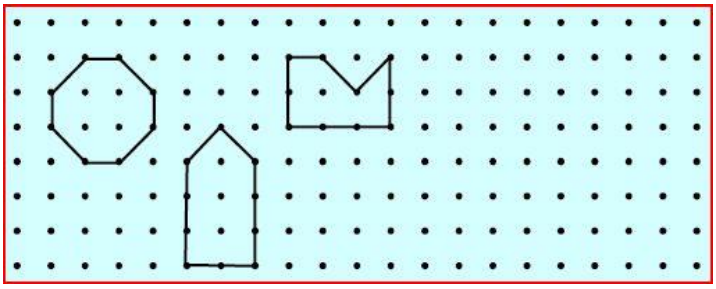
Son oncle dit à André :
« J'ai pensé à un nombre.
- C'est un multiple de 6.
- Si tu le doubles, tu obtiens un nombre plus petit que 100.
- Si tu le triples, tu obtiens un nombre plus grand que 100.
- Si tu lui ajoutes 11 et si tu doubles le résultat, tu obtiens encore un nombre plus petit que 100.
Quel est le nombre auquel j'ai pensé ? »
Et vous, sauriez-vous trouver le nombre pensé par l'oncle d'André ? Expliquez votre réponse.

Analyse de la tâche
- Traduire la deuxième et la troisième condition avec des opérations, divisions ou « multiplications à trous » à partir de 100 et trouver ainsi les deux limites (50 et 33). En conclure que le nombre est compris entre 34 et 49.
- Se rendre compte que la dernière condition limite l'intervalle précédent et qu'on peut donc éliminer les nombres de 40 à 49 parce qu'en leur ajoutant 11, on obtient les nombres de 51 à 60 dont les doubles seront plus grands que 100. Il ne reste donc que les nombres entre 34 et 39 dont seul 36 est multiple de 6.

OU
- Tenir compte d'abord de la première condition et partir de la suite des multiples de 6 : 6, 12, 18, 24, … et vérifier les autres conditions pour chacun d'entre eux et finalement n'accepter que 36.

OU
- Procéder par essais, contrôler la validité de toutes les conditions et continuer, si nécessaire avec des ajustements successifs jusqu'à trouver le nombre chercher.

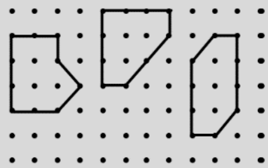
Problème 63



Trois amis, Anne, Béa et Charles, ont dessiné ces trois figures sur une feuille de « papier ponctué ».

La figure d'Anne a la même aire que celle de Béa et le même périmètre que celle de Charles. **Quelle est la figure d'Anne ?** Expliquez votre réponse.
Dessinez ensuite à côté des dessins des trois amis une autre figure qui ait la même aire et le même périmètre que la figure d'Anne.

Analyse de la tâche
- Observer les périmètres des trois figures et reconnaitre qu'il y a deux types de segments, ceux dont la longueur correspond à un côté c d'un « carré ponctué » et ceux dont la longueur correspondant à sa diagonale d.
- Pour chaque figure, compter ces deux types de segments et trouver leurs périmètres : l'octogone, $4d + 4c$; le pentagone, $2d + 8c$; l'hexagone, $2d + 8c$
  OU
  Faire une mesure avec la règle graduée.
- En conclure que l'hexagone et le pentagone sont les figures de Charles et Anne.
- Trouver les aires des trois figures en comptant les « carrés ponctués » u et les « demi-carrés » qu'on assemble 2 par 2 pour obtenir u : l'octogone, $7u$; le pentagone, $7u$; l'hexagone, $5u$
  OU
  Comparer les aires par découpages et superpositions.
- En conclure que l'octogone et le pentagone sont les figures de Béa et Anne, et donc le pentagone est la figure d'Anne.
- Pour dessiner une figure ayant la même aire et le même périmètre que celle d'Anne, chercher une disposition de 2 segments de type d et 8 segments de type c et qui donne une aire de $7u$ comme par exemple :



Problème 64

Benoit a quatre pièces dans son portemonnaie :

- une de 20 centimes,
- une de 10 centimes,
- une de 5 centimes
- une de 1 centime.

Quelles sommes peut-il payer exactement avec une, deux, trois ou quatre de ces pièces ?
Donnez toutes les solutions.

Problème 65

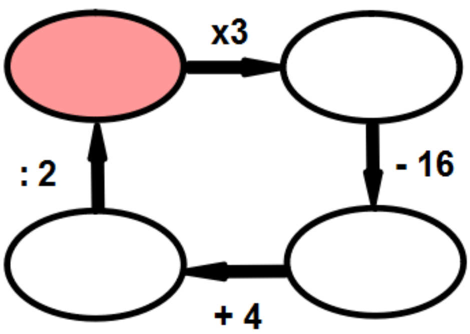
Siméon, l'ainé des enfants de la famille Poisson, reçoit un paquet de bonbons à partager entre tous les enfants de la famille.
Il prépare 4 tas pour ses frères et sœurs Denis, Claire, Lucie et Mathieu. Il reste alors 2 bonbons qu'il pense offrir à ses parents.
Mais au moment de donner leur part aux plus jeunes, il s'aperçoit qu'il n'a pas prévu de tas pour lui ! Il rassemble tous les bonbons et recommence le partage, cette fois en 5 parties. Il reste alors 1 seul bonbon. Lorsqu'il reçoit sa part, Denis, le benjamin de la famille, compte, avec ses doigts, le nombre de ses bonbons. Les doigts d'une main ne suffisent pas, mais avec les deux mains, il a pu compter ses bonbons.
Combien y avait-il de bonbons dans le sachet ?

Problème 66

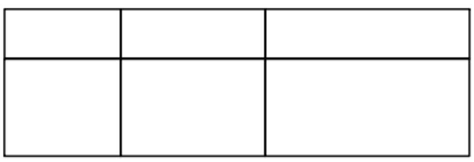
La calculatrice de Gilliane est très spéciale !
Il n'y a que les deux touches (+1) et (×2), ainsi qu'un écran d'affichage ! Heureusement, lorsqu'on lui indique une opération, elle fait le calcul juste ! Pour l'instant, la calculatrice affiche 0.
Gilliane souhaite faire afficher 2012.
Quelle succession d'opérations doit-elle demander à sa drôle de calculatrice en utilisant le moins de fois possible les deux touches de la calculatrice ?

Problème 67

Trouvez le nombre que l'on peut mettre dans la case coloriée.



Problème 68



Combien comptes-tu de rectangles dans la figure ci-contre ?

Problème 69

Voici une grille des nombres de 1 à 100. La somme des neuf nombres placés dans le carré gris est 297.

Claude m'a écrit avoir trouvé un carré de 9 cases aussi dont la somme des nombres est 585.

Colorie-le en rose !

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

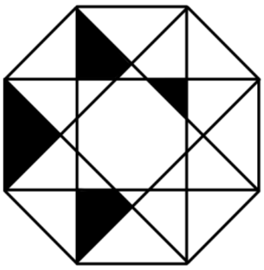
Problème 70

A la cafeteria, on sert deux sortes de repas, l'un à 9 €, l'autre à 12 €.
A un moment, la caissière fait ses comptes. Elle a 96 €.
Combien de repas de chaque sorte ont été servis ?
Aidez la caissière et donnez toutes les solutions possibles !

Problème 71

Quatre explorateurs doivent franchir un torrent. Un seul moyen pour traverser : le pont suspendu fait de lianes et de cordes.
Ce pont ne peut pas supporter plus de 150 kg à la fois.
Aucun explorateur ne veut se trouver seul sur le pont.
Paul pèse 63 kg, Emile 75 kg, Victor 62 kg, Alex 51 kg.
Ils ont trois sacs à transporter. Chaque sac pèse 10 kg.
Comment peuvent-ils faire pour traverser ?
Trouvez toutes les solutions possibles.

Problème 72



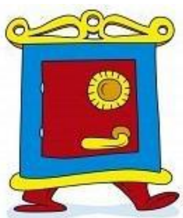
Noircis le nombre minimum de polygones sur cette figure pour qu'elle ait un axe de symétrie.
Trace cet axe de symétrie.

Problème 73

Pour trouver la combinaison du coffre-fort, Arsène Lupin déchiffre un message qu'il a trouvé sous la pendule de la cheminée.

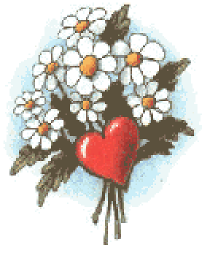
- Le nombre formé par les six chiffres est un nombre impair.
- Le premier chiffre en partant de la gauche est un 4.
- Le chiffre des unités, celui des centaines et celui des milliers sont les mêmes.
- Le deuxième chiffre en partant de la gauche est le double du troisième.
- La somme de tous les chiffres est 21.
- Le chiffre des dizaines est 2.

Quelle est cette combinaison ?



Problème 74

Sur une planète où poussent des fleurs immenses, un amoureux en cueille une, avec une corolle à 259 839 pétales !
Il commence à l'effeuiller et dit : « Je t'aime », en enlevant le premier pétale, « un peu », en enlevant le second, et ainsi de suite en disant « beaucoup », « passionnément », « à la folie » et « pas du tout ».
Puis, il recommence la même ritournelle : « Je t'aime », « un peu », ...
Que va-t-il dire en effeuillant le dernier pétale ?



Problème 75

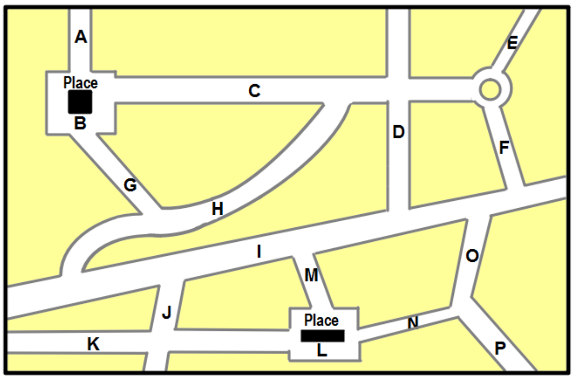
Kénaël dispose de quatre cartes sur lesquelles sont écrits les chiffres 0, 1, 2 et 4. Il peut ainsi former le nombre 2014.

2	**0**	**1**	**4**

En comptant 2014, combien de nombres à quatre chiffres peut-il écrire à l'aide de ces quatre cartes ?

Problème 76

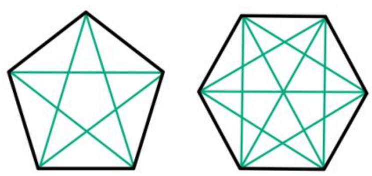
Compte tenu des indications suivantes, à quelle lettre est associée la rue du rectangle ?



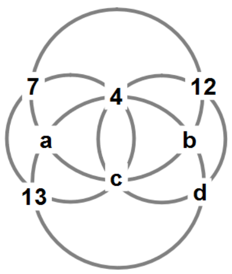
- Six rues, dont la rue du Rond, la rue du Milieu et la rue du Carré aboutissent sur le boulevard des Mathématiques.
- La rue du Compas relie le rond-point à une place.
- La rue de la Règle, la rue de l'Équerre et la rue du Milieu se rejoignent au même endroit.
- Les rues du Losange et de la Règle conduisent à la place de la Géométrie.
- La rue de la Gomme traverse la rue du Crayon mais elle ne débouche pas sur une place.
- Les rues du Carré et des Angles aboutissent au rond-point.
- La rue du Trapèze relie la place des Chiffres à la rue du Triangle.
- La rue du Rectangle ne possède pas de parking.

Problème 77

Melchior a dessiné plusieurs pentagones et plusieurs hexagones et leurs diagonales. En tout, il a compté 89 diagonales.
Combien de polygones de chaque sorte a-t-il dessinés ?



Problème 78



On a inscrit 8 nombres aux intersections des cercles de la figure ci-contre.
Quatre de ces nombres sont connus, les autres ont été remplacés par des lettres a, b, c et d.
La somme des nombres est la même sur chacun des 4 cercles.
Quelle est cette somme ?