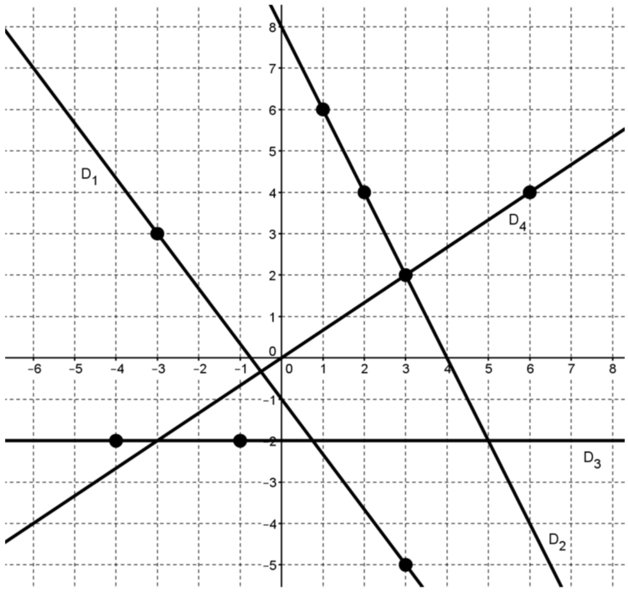
1ère spé – Chapitre 5 – Dérivation – Partie 1

Exercice 501

Déterminer graphiquement l'équation réduite des droites tracées ci-contre:



Exercice 502

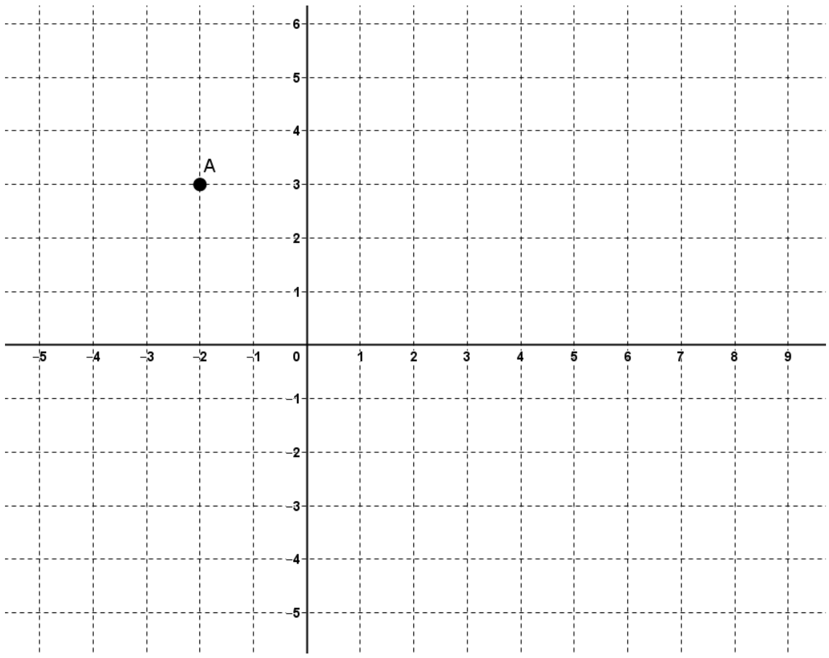
Dans le repère ci-contre, tracer les droites suivants :

● Droite D_1 d'équation y = 2x – 4

● Droite D_2 qui passe par le point A et de coefficient directeur égal à – 5

● Droite D_3 qui passe par le point A et de coefficient directeur égal à $\frac{3}{7}$

● Droite D_4 d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 6$



Exercice 503

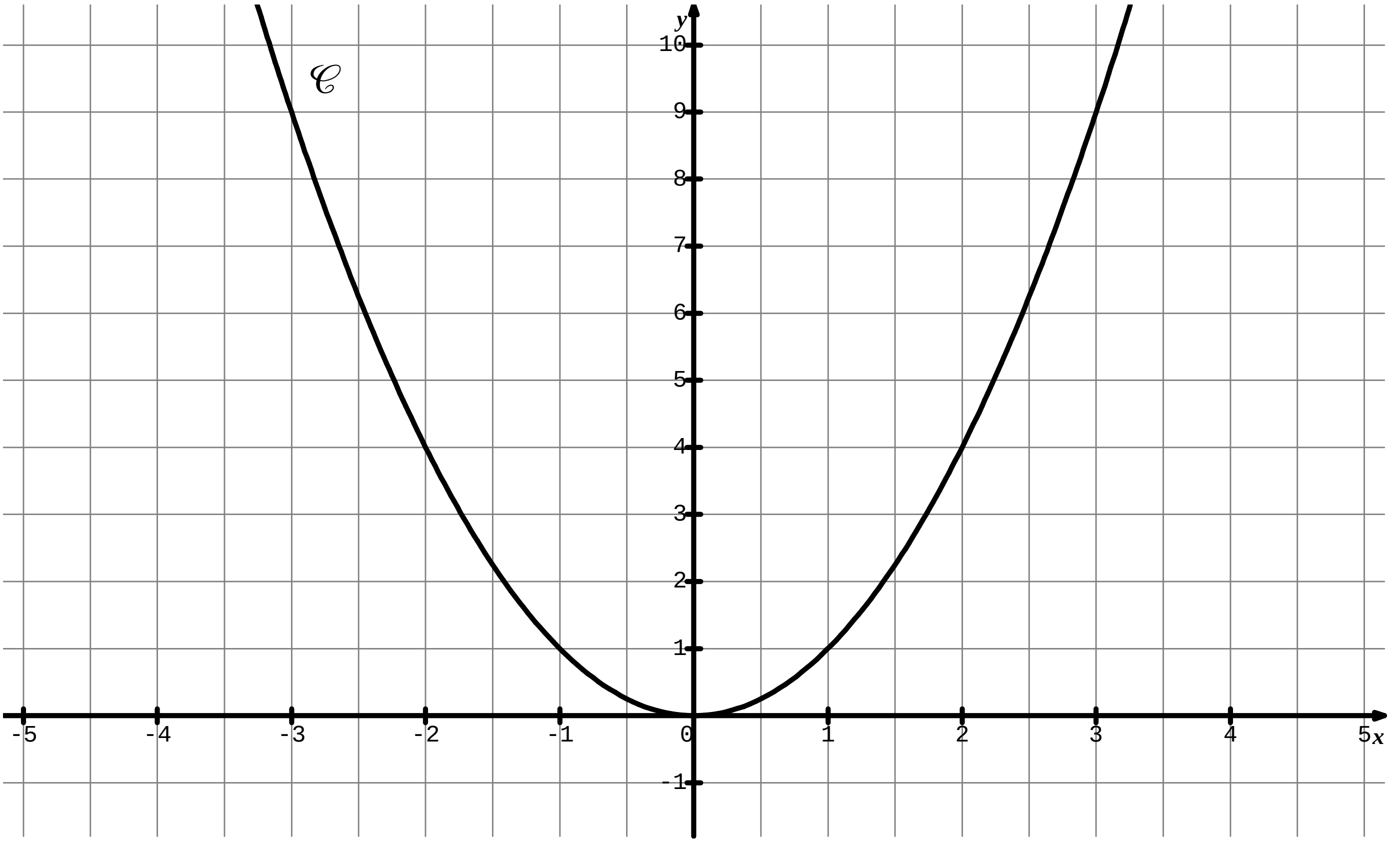
Déterminer l'équation de la droite (AB) avec $A\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$

Activité 504

Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = x^2$
Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f.
Soit A le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse 1. L'ordonnée de A est égale à ....

Partie 1

Soit B le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse 3. L'ordonnée de B est égale à ....
1) Calculer le coefficient directeur de la droite (AB).
2) Sur le graphique suivant, placer les points A, B et tracer la droite (AB).
On dit que la droite (AB) est une ***sécante*** à la courbe $\mathscr{C}$.



Partie 2

Soit h un réel quelconque.
Soit B le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse 1 + h.
1) Exprimer l'ordonnée de B en fonction de h.
2) Montrer que le coefficient directeur de la droite (AB) est égal à 2 + h. Ce nombre est appelé ***<u>taux de variation de la fonction f en 1</u>***.
3) Sur le graphique précédent, placer le point B et tracer la droite (AB) dans les cas où h est égal à :

- 1,5
- 1
- 0,5

4) Que peut-on dire du taux de variation de la fonction f en 1 quand h est de plus en plus proche de 0 ?
On écrit : $\lim\limits_{h \to 0} (2 + h) =$ .... Ce nombre est appelé ***<u>nombre dérivé de la fonction f en 1</u>***.
5) Tracer la droite Δ qui passe par le point A et dont le coefficient directeur est égal à 2.
6) Que peut-on dire de la droite Δ et de la courbe $\mathscr{C}$?

Exercice 505

Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$
Calculer le taux de variation de f en – 1.

Exercice 506

Soit f la fonction définie sur]1 ; + ∞[par $f(x) = \dfrac{-3}{x-1}$
Calculer le taux de variation de la fonction f en 2.

Exercice 507

Reprendre l'exercice 505, montrer que f est dérivable en − 1 et calculer f '(− 1).

Exercice 508

Reprendre l'exercice 506, montrer que f est dérivable en 2 et calculer f '(2).

Exercice 509

Soit f la fonction définie sur]3 ; + ∞[par $f(x) = \dfrac{4+2x}{x-3}$.

Montrer que f est dérivable en 0 et calculer f ’(0).

Exercice 510

Soit f la fonction définie sur [0 ; + ∞[par $f(x) = \sqrt{x}$

Montrer que f est dérivable en 4 et calculer f ’(4).

Exercice 511

Le faucon pélerin est un rapace dont la technique de chasse consiste à attaquer par l'arrière et en piqué des oiseaux en plein vol. Il peut se laisser tomber presque à la verticale d'une hauteur de 500 mètres sur sa proie. La fonction d suivante donne de façon simplifiée la distance parcourue, en mètres, par un faucon lors du piqué sur un pigeon, en fonction du temps, en secondes, à partir du moment où il commence sa descente:

$$d(t) = 5t^2 + 25t$$

<u>La vitesse instantanée à un instant t se modélise par le nombre dérivé d ’(t).</u>

1) Déterminer la vitesse initiale du faucon.

2) L'attaque a duré 8 secondes.

a) Quelle a été la distance parcourue pendant le piqué ?

b) Quelle est la vitesse moyenne du faucon lors du piqué ?

c) A quelle vitesse le faucon a-t-il percuté le pigeon ?

Exercice 512

Sur le graphique ci-contre, $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d’une fonction f.

A est le point de $\mathscr{C}$ d’abscisse 1.

B est le point de $\mathscr{C}$ d’abscisse – 1,5.

C est le point de $\mathscr{C}$ d’abscisse – 3.

D_1, D_2 et D_3 sont les tangentes à $\mathscr{C}$ respectivement en A, B et C.

Compléter les pointillés :

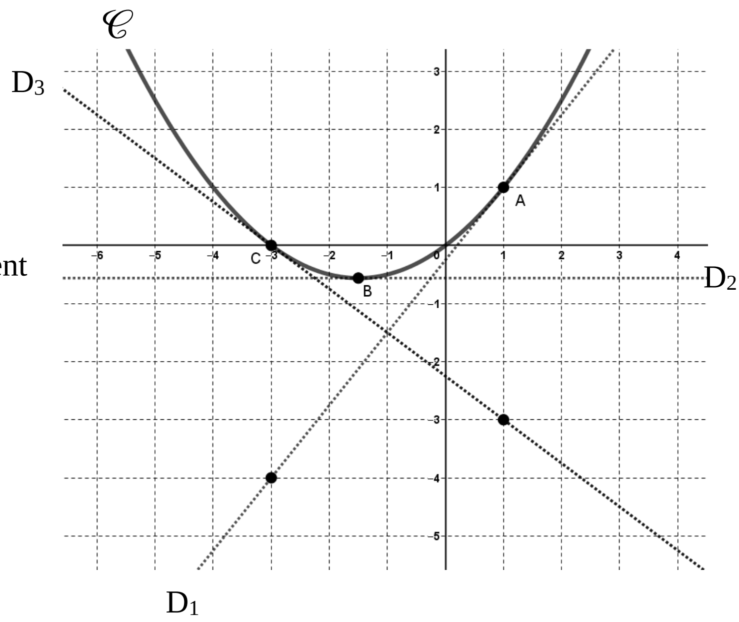
L’image de 1 est égale à ....

f(− 3) = ...

Le nombre dérivé de f en – 3 est égal à ....

f ’(− 1,5) = ...

f ’(1) = ...



Exercice 513

Soit f la fonction définie sur [− 2 ; + ∞[par $f(x) = \sqrt{x+2}$ et soit $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

Calculer (en utilisant éventuellement la calculatrice) l'équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2.

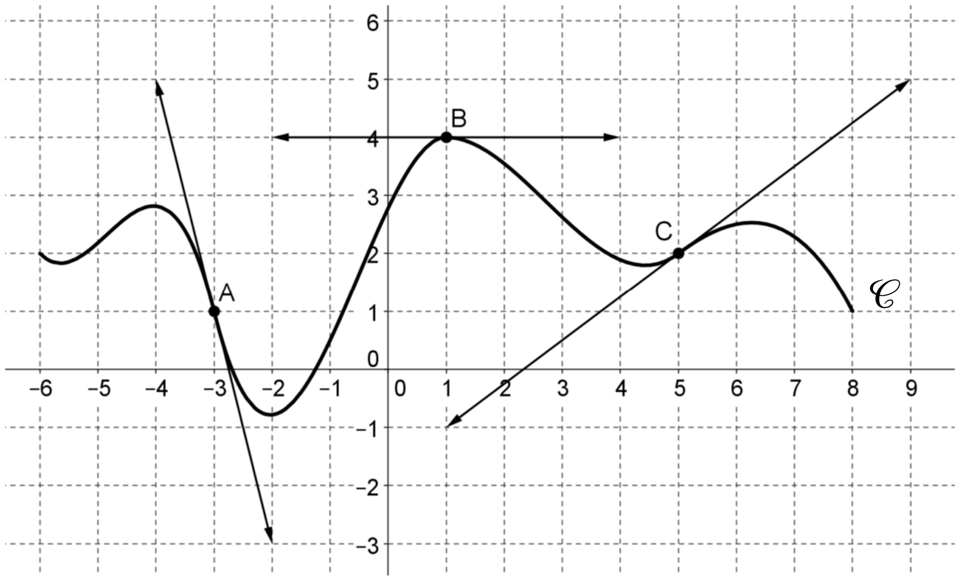
Exercice 514

Soit f la fonction définie sur] – 1 + ∞ par $f(x) = \dfrac{3-2x}{x+1}$ et soit $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

Calculer (en utilisant éventuellement la calculatrice) l'équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.

Exercice 515

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f définie sur [− 6; 8].



- L'image de 5 par f est égale à ....
- Le nombre dérivé de f en − 3 est égal à ....
- L'antécédent de 4 est égal à ....
- f ’(5) = ...
- $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$ = ...
- f(− 3) = ...

Activité 516

1) Soit f une fonction constante définie sur $\mathbb{R}$ et soit a un réel quelconque.
Montrer que f est dérivable en a et que f ’(a) = 0.

2) Soit f la fonction définie par f(x) = mx + p (m et p réels) et soit a un réel quelconque.
a) Calculer le taux de variation de f en a.
b) Montrer alors que f est dérivable en a et déterminer f ’(a) en fonction de a.

3) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = x^2 et soit a un réel quelconque.
a) Calculer le taux de variation de f en a.
b) Montrer alors que f est dérivable en a et déterminer f ’(a) en fonction de a.

4) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par f(x) = $\dfrac{1}{x}$ et soit a un réel non nul quelconque.
a) Calculer le taux de variation de f en a.
b) Montrer alors que f est dérivable en a et déterminer f ’(a) en fonction de a.

Activité 517

1) Soit f la fonction définie sur [0 ; + ∞[par f(x) = $\sqrt{x}$
a) Calculer le taux de variation de f en 0.
b) Que dire alors de la dérivabilité de f en 0 ?

2) Soit f la fonction définie sur [0 ; + ∞[par f(x) = $x\sqrt{x}$
a) Calculer le taux de variation de f en 0.
b) Que dire alors de la dérivabilité de f en 0 ?

Exercice 518

Déterminer f ’(x) dans chacun des cas suivants :

a) $f(x) = -\ x^2$ b) $f(x) = \dfrac{\pi}{x}$ c) $h(x) = 18\sqrt{x}$ d) $f(x) = -x + 8 + \sqrt{x}$

e) $f(x) = -3x^4$ f) $f(x) = 4x^7$ g) $f(x) = \dfrac{5}{x^3}$ h) $f(x) = \dfrac{2x+7}{9}$

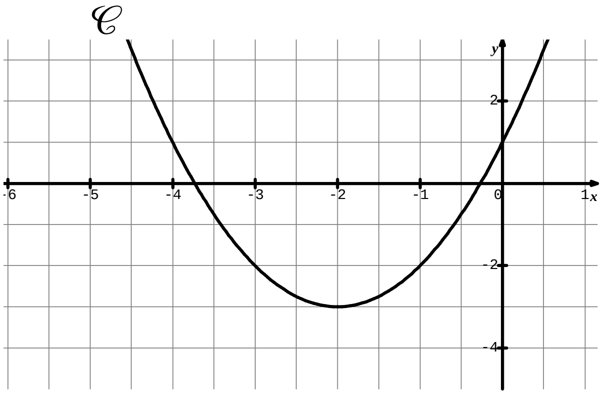
Exercice 519

Déterminer f ’(x) dans chacun des cas suivants :

a) $f(x) = -3x^5 + 2x^4 + 7x^3 - 8x^2 + 4x - 9$ b) $f(x) = \sqrt{3}\,x^2 - \pi x + \dfrac{1}{3}$

c) $f(x) = 5\sqrt{x} + 3x - \dfrac{3}{x^4} + 5x^4$ d) $f(x) = \dfrac{3x^3-2x^2+5x-3}{7} + \dfrac{7}{x^9} - 2\pi x + \pi$

Exercice 520



Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = x^2 + 4x + 1$
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f tracée ci-contre.
Soit Δ et Δ' les tangentes à $\mathscr{C}$ respectivement au point A d'abscisse – 3 et au point B d'abscisse – 1.
1) a) Déterminer le coefficient directeur de la droite Δ.
b) Tracer la droite Δ ci-contre.
c) Calculer l'équation de la droite Δ.
2) Mêmes questions avec la droite Δ'.
3) Calculer les coordonnées du point d'intersection des droites Δ et Δ'.

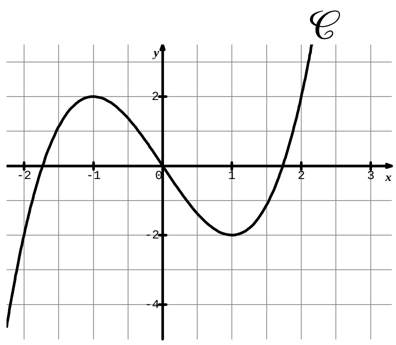
Exercice 521

Un cycliste qui se déplace à environ 37 km/h freine pour s'arrêter à un stop. A partir du moment où il commence son freinage et jusqu'à son arrêt, la distance qu'il parcourt, en mètres, est donnée en fonction du temps t, en secondes, par la fonction d définie par $d(t) = -1{,}7t^2 + 10{,}3t$

<u>On rappelle que la vitesse instantanée à un instant t se modélise par le nombre dérivé d’(t).</u>

1) Calculer d'(t).
2) Calculer la vitesse instantanée à t = 0. Vérifier la cohérence avec l'énoncé.
3) a) Montrer que le vélo met 3 secondes pour s'arrêter.
b) Au moment où le cycliste commence à freiner, le stop se trouve à 15 m de lui. Lui reste-t-il une distance suffisante pour s'arrêter avant la ligne d'effet du stop ?

Exercice 522



La courbe ci-contre est une partie de la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = x^3 - 3x$

Déterminer la ou les abscisses des points de $\mathscr{C}$ où la tangente à $\mathscr{C}$ est parallèle à l'axe des abscisses.

Exercice 523

La courbe $\mathscr{C}$ ci-contre est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = a\,x^3 + bx + c$

$A\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}$ sont deux points de $\mathscr{C}$.

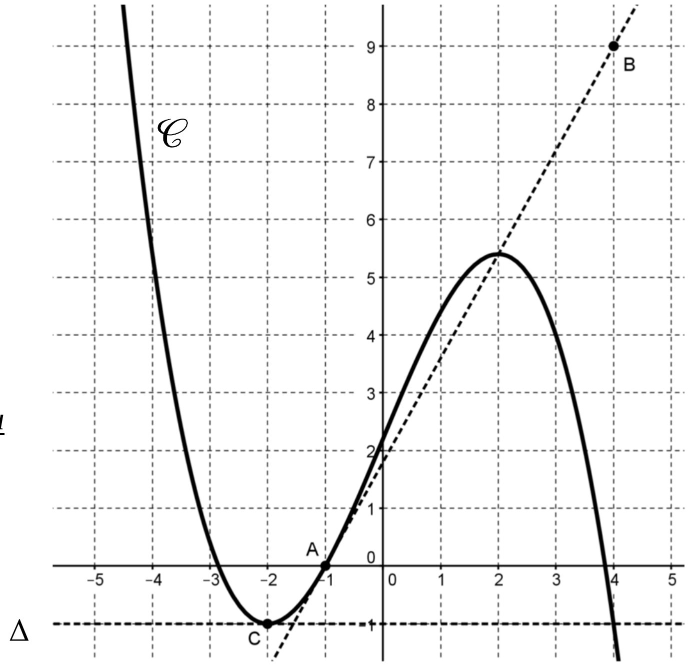
B est un point de coordonnées $\begin{pmatrix}4\\9\end{pmatrix}$

Les droites Δ et (AB) sont les tangentes à $\mathscr{C}$ au point d'abscisses respectives − 2 et − 1.

<u>a, b et c pourront être écrits sous forme décimale ou fractionnaire</u>.

1) Déterminer $f'(-2)$ et $f'(-1)$ et en déduire les valeurs de a et b.

2) Déterminer $f(-1)$ et en déduire la valeur de c.



Exercice 524

On suppose que lors d'un freinage, la décélaration d'une voiture est constante.
On montrer que la distance parcourue par la voiture à partir de l'instant du freinage est donnée par:
$d(t) = \alpha t^2 + \beta t$ où:

- d(t) est exprimée en mètres
- t désigne le temps en secondes écoulé depuis le début du freinage
- α et β sont deux constantes réelles.

1) a) Déterminer la fonction dérivée d'. On rappelle que ***<u>d'(t) représente la vitesse de la voiture à l'instant t</u>***.
b) On suppose que la vitesse de la voiture juste avant le freinage (instant t = 0) est de 90 km/h.
Déterminer β.

2) On suppose que la voiture a besoin de 4,5 s pour s'arrêter.
a) Que vaut d'(4,5) ? Déterminer alors α, puis donner une expression de d(t).
b) Déterminer la distance parcourue par la voiture entre l'instant du freinage et l'arrêt.

Exercice 525

Une entreprise fabrique des billes pour roulements à billes. Le coût de fabrication de x billes est modélisé à l'aide de la fonction C définie sur $[0 ; +\infty[$ par $C(x) = 0{,}5x^2 + x + 1$, où C(x) est exprimé en euros.
1) Calculer le coût de fabrication pour 1000 billes.
2) Calculer le coût de fabrication de la $1001^{\text{ème}}$ bille (***<u>coût marginal</u>*** pour 1000 billes fabriquées).
3) Calculer $f'(1000)$. Comparer au résultat précédent.
4) Reprendre les questions précédentes pour 500 billes fabriquées.