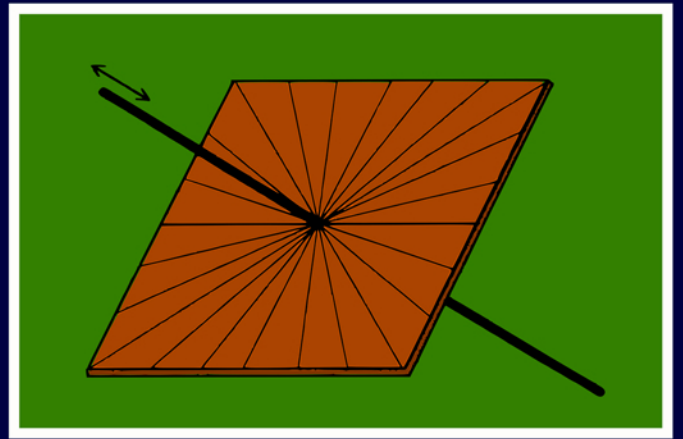


Sombras que dan 1a hora

Esteban Esteban



Sombras que dan la hora

Esteban Esteban

Publicaciones de ApEA

Asociación para la Enseñanza de la Astronomía

No. 18 (Secundaria) - Junio 2009

Publicaciones de ApEA

Asociación para la Enseñanza de la Astronomía

Dirección:

Rosa M. Ros (Vocal Editora de Publicaciones de ApEA)

Edición de 2009

Comisión de redacción:

Esteban Esteban

Simón García

Ederlinda Viñales

Antonio R. Acedo del Olmo

Edita: Antares Producción & Distribución, S.L.

ISBN: 978-84-936137-9-2

AUTOR



Esteban Esteban

Profesor de Matemáticas en bachillerato, imparte Astronomía en enseñanza secundaria desde 1983. Ha publicado numerosos artículos sobre astronomía y su didáctica en revistas de difusión local, estatal e internacional; ha impartido cursos para profesores y pronunciado conferencias por toda España.

Socio fundador de la Asociación para la Enseñanza de la Astronomía, ha realizado aportaciones en forma de ponencias y talleres didácticos con actividades originales propias prácticamente en todos los congresos sobre la enseñanza de la astronomía celebrados en el estado. Ha sido requerido para participar en varias ferias didácticas y materiales diseñados y realizados por él y su alumnado han recibido diferentes premios. Actualmente es el responsable del Aula de Astronomía de Durango.

Índice

Presentación	7
Objetivos	9
Reloj solar ecuatorial	11
Reloj solar para el polo	12
Reloj ecuatorial para cualquier latitud	14
Reloj ecuatorial para nuestra latitud	16
Reloj solar horizontal	18
Gnomon y líneas horarias	19
Método práctico de trazado	20
Otra opción: uso de fórmulas trigonométricas	21
Reloj vertical y sus tipos	23
Reloj vertical orientado	24
Reloj vertical declinante	25
Relojes laterales y reloj orientado al norte	27
Reloj solar cilíndrico	28
Reloj para el ecuador y para otras latitudes	29
Un reloj que recoge todas las horas	30
Calendario y otras utilidades	32
Un reloj solar para el patio del centro educativo: el reloj analemático	35
Trazado del reloj	36
Situación del gnomon	38
Cómo interpretar la hora que marca un reloj solar	39
Hora solar y hora oficial	39
Ecuación del tiempo y su utilización	40
Bibliografía	43

Presentación

Los relojes de sol son instrumentos muy interesantes y muy adecuados para introducirlos en el aula. En ellos se mezcla la ciencia, la cultura en general y a veces el arte, con la importancia que tuvieron como elemento cotidiano útil.

Además del estudio, datación y recuperación de ejemplares antiguos, muchos de los cuales han quedado ocultos y deteriorados, tienen dos utilidades destacadas que hacen que hoy en día sigan teniendo cierta relevancia y haya cada vez más personas y asociaciones interesadas en la gnomónica. Por un lado como elemento decorativo en fachadas, plazas o jardines, incluso como mobiliario urbano a veces con toques monumentales y artísticos. Por otra parte como elemento didáctico.

Su utilización en la escuela proporciona unos recursos didácticos importantes y en esta línea se presenta este trabajo. Es muy motivador que el alumnado de cualquier edad pueda elaborar un instrumento y que luego compruebe su funcionamiento. Solamente este hecho puede suponer un elemento que le acerque al conocimiento del movimiento aparente del sol y la mecánica celeste. Si además lo ha elaborado siguiendo unos pasos que le resulten lógicos e incluso ha utilizado los conceptos y procedimientos aprendidos en clase, el valor y la motivación serán mucho mayores.

No obstante cuando se plantea al alumnado construir un reloj de sol suele hacerse dándole unas pautas o instrucciones que le ayudarán a obtener el objeto final y a utilizarlo posteriormente, pero no a entender por qué debe hacerlo de esa manera, con lo que se pierde gran parte del valor didáctico que este recurso puede conllevar. Muy frecuentemente los relojes de sol se han introducido en el aula como simple actividad manual, a veces en formato de recortables sin una explicación que justificase el método de trabajo.

A determinadas edades ese puede ser el camino, pero a nivel de secundaria el alumnado puede y debe comprender el proceso y se puede utilizar un enfoque didáctico de manera que los diferentes pasos no se les den ya hechos, ni tampoco se realicen a partir de unos desarrollos matemáticos complejos para este alumnado, sino siguiendo un razonamiento lógico a partir del movimiento aparente del sol, y las diferentes proyecciones que hay que hacer según la situación y colocación del reloj. Se hace imprescindible entrar en los fundamentos de la construcción y funcionamiento. El por qué se hace así, y el por qué funciona.

En este trabajo se explica el proceso de elaboración de varios modelos de relojes solares, comenzando por el más sencillo y didáctico, y finalizando con un proyecto que quede permanentemente en el patio del centro educativo.

Antes de comenzar conviene dejar claro que en todas las explicaciones de los diferentes tipos de relojes se utilizará la hora solar, técnicamente denominada hora solar verdadera local, según la cual a las 12 se produce el mediodía con el Sol en su punto más alto del día, en el meridiano. Al final del trabajo se hace una consideración sobre otros tipos de horas y cómo obtener la hora oficial.

Objetivos

- Comprender la mecánica del proceso del recorrido del sol respecto al horizonte en diferentes latitudes y su plasmación en un reloj solar.
- Comprender cómo hay que colocar el gnomon, elemento fundamental de todo reloj solar, y por qué.
- Utilizar métodos geométricos y/o trigonométricos, según el nivel y los conocimientos del alumnado para elaborar relojes solares.
- Conocer los distintos tipos de relojes solares, las ventajas de cada uno de ellos, y la facilidad o dificultad que supone su trazado en cada caso.
- Saber calcular la orientación de una pared para colocar en ella un reloj de sol.
- Elaborar un gran reloj solar para el patio del centro educativo.
- Apreciar las utilidades didácticas que tienen algunos tipos de relojes de sol, más allá de obtener la hora.

Reloj solar ecuatorial

Este tipo de reloj, que no aparece nunca en fachadas de casas o iglesias ni tampoco es habitual encontrarlo como elemento decorativo en jardines o plazas, es muy interesante por su valor didáctico, por su sencillez de trazado y la plasmación de manera lógica del recorrido del sol.

En ningún otro modelo se aprecia de una manera tan sencilla la forma de trazar las líneas horarias o la colocación del gnomon. Además de su uso como reloj o la didáctica que encierra en su trazado, tiene otras utilidades adicionales.

Este reloj consta de un plano paralelo al ecuador (de ahí su nombre) que en nuestra latitud estará inclinado y un gnomon que lo atraviesa perpendicularmente y que es paralelo al eje de la Tierra. De esta manera las dos caras del plano quedan paralelas al suelo del Polo Norte y Polo Sur y serán iluminadas solamente en primavera y verano de cada hemisferio respectivo.

Por ello se visualiza muy bien que en nuestro otoño e invierno el sol y la sombra del gnomon inciden solo en la cara inferior mientras en primavera y verano lo hacen en la cara superior, tal como ocurre en el Polo Norte. Incluso el número de líneas horarias necesarias en cada cara (en cada estación) debe ser diferente y da lugar a que el alumnado reflexiones sobre este asunto. En cualquier caso, no hay que anticiparle al alumnado estas consideraciones, sino guiarle para que las vaya descubriendo según el proceso que se describe a continuación.



Fig. 1. Reloj ecuatorial

Es casi obligatorio comenzar por la elaboración de este reloj antes que otros modelos por dos motivos:

La clave del funcionamiento de todo reloj de sol es la colocación del gnomon y en este caso el propio alumnado guiado convenientemente mediante un proceso lógico entiende cómo debe ser, mucho más fácilmente que en otros casos.

Los métodos geométricos para trazar los demás relojes se basan en el ecuatorial y así mismo las fórmulas trigonométricas, en el caso de que vayan a utilizarse, también se deducen a partir de él, por lo que será imprescindible su conocimiento como un primer paso para obtener otros modelos.

Reloj solar para el polo

Aunque parezca un contrasentido porque nunca se utilizará para saber la hora, de cara a entender el proceso de elaboración es muy recomendable empezar construyendo un reloj solar para el polo.

Para comenzar, examinamos la situación en el polo en primavera o verano: El Sol está por encima del horizonte, el eje terrestre allí es vertical, y al girar la Tierra sobre ese eje durante las 24 horas, veremos desde allí al Sol moverse uniformemente paralelo al horizonte dando una vuelta completa.

Si no es conocida por el alumnado esta situación se puede visualizar con una lámpara o mejor con el Sol real, y un globo terráqueo colocado con el eje vertical al que haremos girar.

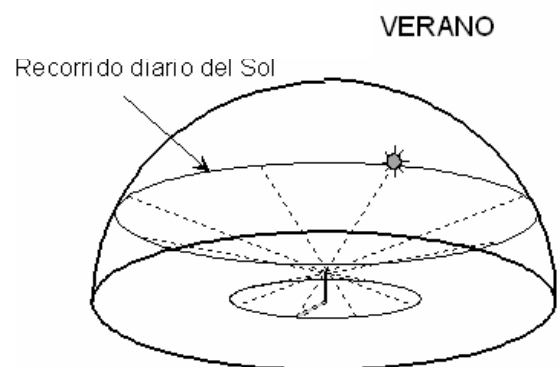


Fig. 2. Situación en el polo.

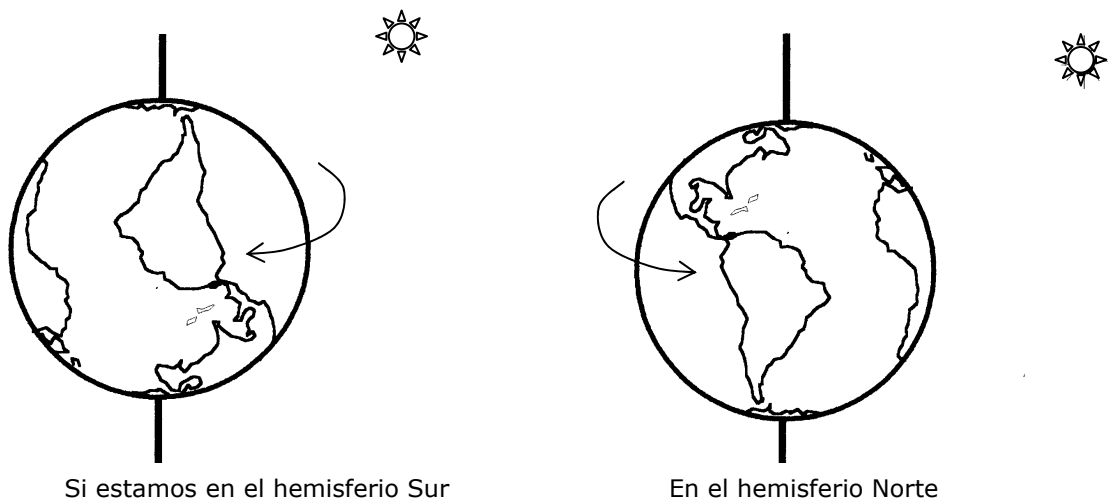


Fig.3 Simulación del movimiento del Sol en el polo con un globo terráqueo.

Resulta fácil de entender que si colocamos un listón vertical (gnomon) en el polo, éste será la prolongación del eje terrestre, su sombra girará de manera uniforme y podremos marcar las líneas horarias sobre el suelo ¿cada cuántos grados? $360^{\circ}/24=15^{\circ}$.

Así, comenzaremos construyendo un reloj solar para el polo, porque sabemos cómo debe estar colocado el gnomon allí, y este será nuestro primer modelo. Para ello se proporciona a cada alumno-a un cuadrado de madera o cartón pluma de unos 15 o 20 cm de lado, y una varilla redonda de madera.

El cuadrado debería ir colocado en el suelo del polo, y por tanto la varilla se introducirá en el centro una vez taladrado el cuadrado para que quede vertical. Antes de taladrarlo conviene trazar las líneas horarias, que tal como hemos razonado irán separadas por 15° . ¿Cuántas líneas habrá que marcar? Efectivamente las 24, pues en primavera y verano el Sol siempre está por encima del horizonte.

Si la pieza de madera está bien escuadrada se sugiere comenzar trazando las dos diagonales, que se tomarán como referencia para colocar el transportador y trazar las demás, y para determinar el centro donde se insertará el gnomon.

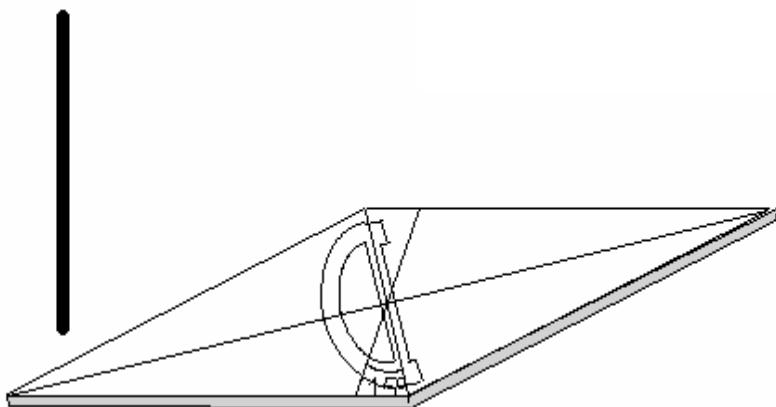


Fig. 4 Elementos para elaborar un reloj ecuatorial

Además, aunque para este primer modelo no es necesario, de cara a su modificación posterior hay que comprobar que dos de las líneas quedan perpendiculares a los lados del cuadrado.

En el polo geográfico no deberíamos oficialmente la haya, en el mismo polo no hay hora (o son todas las horas a la vez), y si nos movemos un poco la hora dependerá de la dirección en la que lo hayamos hecho. Es interesante que el alumnado reflexione sobre esta circunstancia.

De todas formas como referencia numeraremos las líneas trazadas, marcando las 12 del mediodía (hora solar) en una de las líneas perpendiculares a un lado, para más facilidad en los pasos sucesivos.

numerar las horas porque aunque

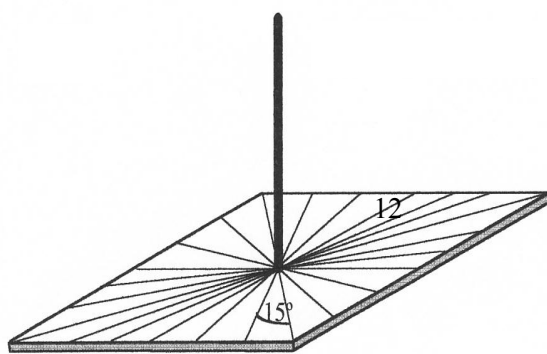


Fig. 5 Reloj para el polo

Si hemos hecho un reloj para el polo Norte la numeración va aumentando en el sentido de movimiento de las agujas del reloj y si es para el polo Sur en sentido contrario.

Reloj ecuatorial para cualquier latitud

Una vez obtenido este primer modelo que sirve para el polo, el siguiente paso es cómo hay que modificarlo para que funcione en otras latitudes.

Antes de elaborar este segundo reloj, de dimensiones similares al primero, se propone utilizar el globo terráqueo y pequeños relojes de cartón para entender mejor el proceso que se seguirá luego.

De esta manera, se construyen varios relojes iguales al anterior pero de pequeño tamaño con cuadrados de cartón de unos 3 cm de lado y palillos de dientes. Debido al tamaño no se puede usar el transportador, y las líneas horarias se trazan de manera aproximada; pero si aún así al alumnado le resulta complicada su construcción, se les puede dar ya hechos.

Luego se coloca el globo terráqueo paralelo a la Tierra: Se desmonta el globo de su soporte, se coloca sobre un cilindro de manera que quede nuestra localidad arriba y nuestro meridiano en la dirección Norte-Sur y de esta manera si le da el sol, recibe la misma iluminación que la Tierra real permitiendo simular muchas circunstancias relacionadas con la iluminación solar y las sombras.

El colocar el globo terráqueo de esta manera no es imprescindible, si estuviera nublado no se aprecia la ventaja, pero es muy ilustrativo y motivador al visualizar situaciones reales en diferentes lugares del mundo.

En este globo terráqueo se coloca un pequeño reloj en el polo (según la estación en el polo donde sea primavera o verano), y a ser posible al Sol real. Si este reloj lo movemos paralelamente, seguirá funcionando porque el Sol está muy lejos y los rayos de luz llegan paralelos a cualquier lugar de la Tierra. Para apoyarlo en otro lugar del globo terráqueo debemos mover (introducir) la varilla hasta que al colocarlo en el lugar deseado veamos que la varilla es paralela al eje terrestre.

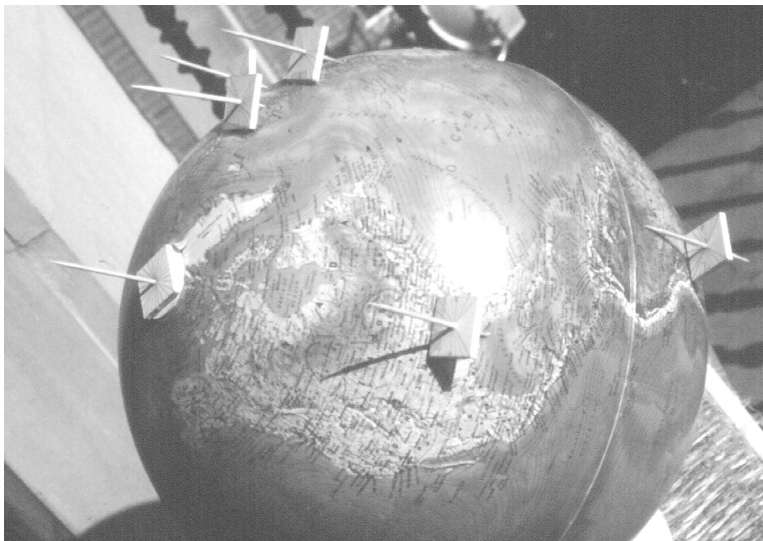


Fig.6 Relojes en distintos lugares del globo terráqueo

Colocamos de esta manera varios de estos relojes en diferentes lugares del globo terráqueo, teniendo en cuenta que el extremo de la línea de las 12 quedará siempre apoyada en la superficie del globo porque es a esa hora cuando el Sol pasa por el meridiano. Si se hace con cuidado de manera que **todas las varillas estén paralelas entre sí**, así como sus superficies, se podrá obtener la hora en cualquier lugar que sea de día.

A continuación se tratará de llegar a alguna conclusión respecto a la configuración del reloj en un lugar concreto.

Para ello se colocan de la misma manera varios de los relojes pequeños pero ahora todos en nuestro meridiano en diferentes latitudes (0, 30, -30, 45, 60,..) como se ve en la fig. 6. Comprobaremos que, tal como es lógico, todos marcan la misma hora.

Con ello se visualiza el motivo de que los relojes de sol deben tener el gnomon paralelo al eje de la Tierra, es decir en un plano Norte-Sur.

A continuación se verá que esto significa que su inclinación respecto al suelo horizontal del lugar en que se han colocado es la latitud: Recogemos los pequeños relojes y les colocamos uno al lado del otro anotando dónde estaban, y comprobamos que la inclinación del gnomon es la latitud del lugar (fig 8)

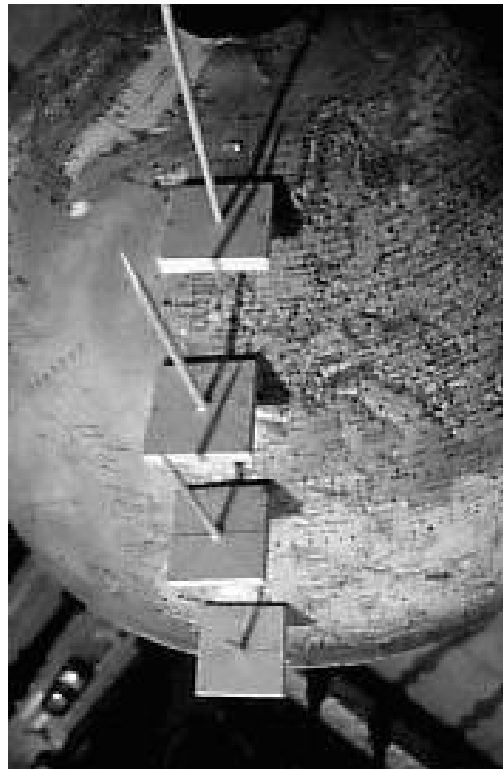


Fig. 7 Relojes en el mismo meridiano

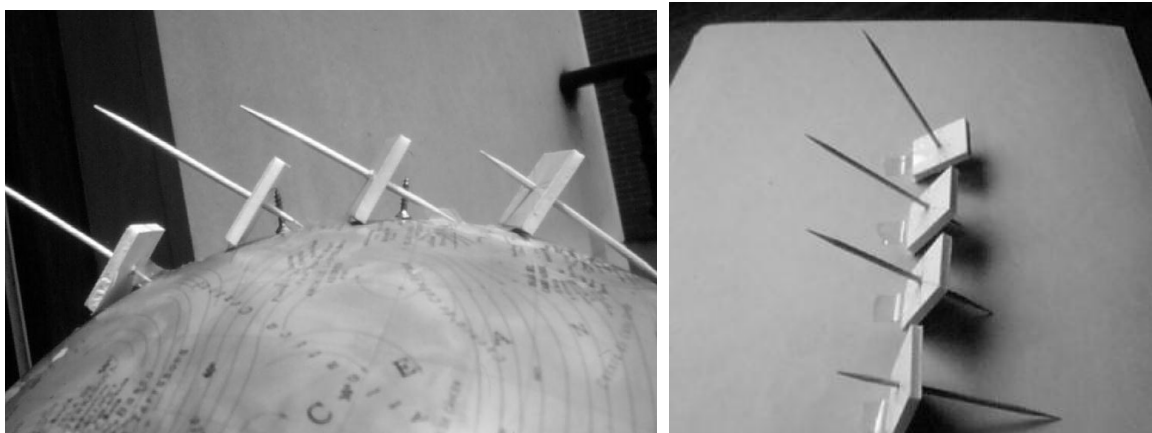


Fig. 8 Latitud del lugar e inclinación del gnomon

Aunque esto se puede justificar con el gráfico de la figura 9, en un primer momento es interesante visualizarlo sin precisión de manera intuitiva.

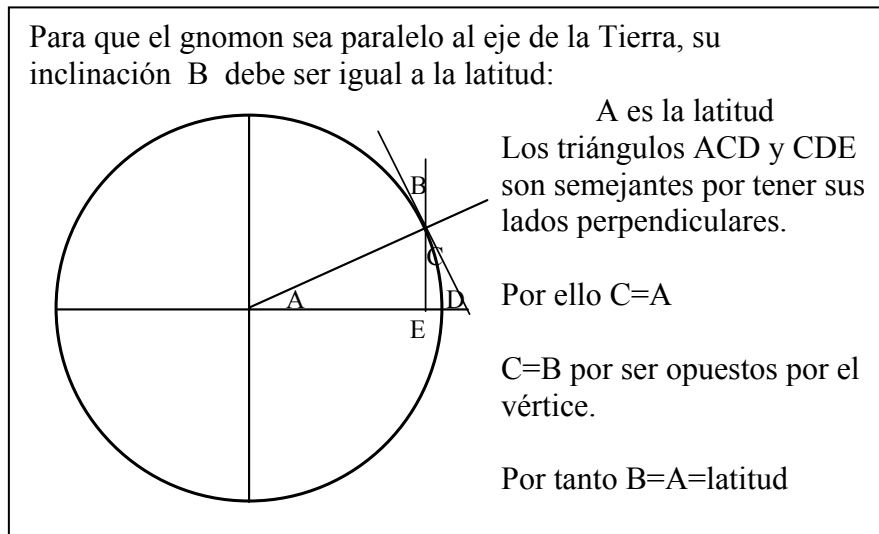


Fig. 9 Deducción geométrica de la inclinación del gnomon

En este momento se propone al alumnado construir el segundo modelo. Será un reloj ecuatorial válido para cualquier latitud sin más que ajustar la varilla. Se puede utilizar el modelo anterior perforando totalmente el orificio si no lo está, o mejor (para conservarlo) construir otro igual en el cual la varilla se introducirá más o menos hasta conseguir el ángulo adecuado a la latitud correspondiente; e incluso podemos construir varios que se fijarán según diferentes latitudes.

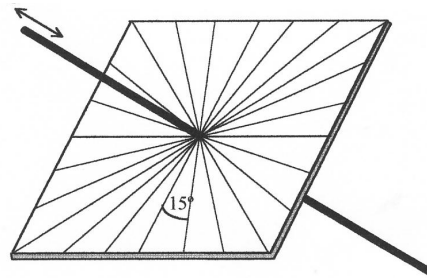


Fig. 10 Reloj para cualquier latitud

Reloj ecuatorial para nuestra latitud

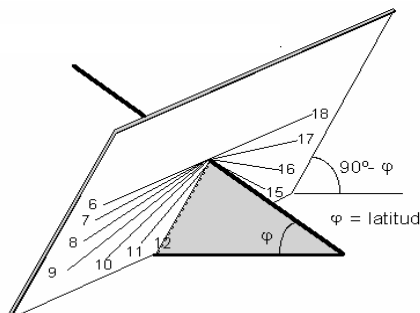


Fig. 11 Reloj ecuatorial para una latitud concreta. Numeración para

hace con madera) no es necesario pegar el triángulo; se dibuja, se mide el cateto, y se ajusta el gnomon. La línea de las 12 estará siempre apoyada en

el suelo, y en dirección Norte respecto a la base del gnomon si estamos en el hemisferio Norte, o en la dirección Sur en caso contrario.

Puede ser ahora el momento de preguntarse si nosotros necesitamos las 24 líneas horarias como en el polo, y qué pasa en otoño e invierno, en que allí no había sol y por tanto funcionaba. Está claro que aparte del polo no necesitamos las 24 líneas porque la duración del día es menor, aunque tampoco molestan y depende de la latitud el número máximo de horas en que el Sol está por encima del horizonte (en latitudes menores de 45° son suficientes desde las 4h. hasta las 20h.)

En otoño e invierno en el polo el sol estaba por debajo del horizonte, es decir, del plano del reloj. Por ello habrá que marcar líneas horarias también en la cara inferior porque en nuestra latitud sí hay sol en invierno. Estas líneas lógicamente se tienen que corresponder con las que tienen encima; en la cara superior en el sentido de avance de las agujas del reloj y en la inferior en sentido contrario si estamos en el hemisferio Norte, o al revés en el hemisferio Sur. En la cara superior serán necesarias más de 12 horas, pero en la inferior no.

Es muy interesante que el alumnado reflexione sobre la circunstancia de que las caras del reloj ecuatorial son paralelas al suelo de cada uno de los polos, y recogen las circunstancias de iluminación solar que allí se producen. Solo una de ellas está iluminada, correspondiente al polo en que sea primavera o verano en ese momento. Incluso colocando pequeños objetos sobre el plano iluminado, sus sombras serán idénticas en longitud a las de estos mismos objetos si estuviesen en el suelo del polo en el mismo instante.

A modo de prueba del funcionamiento es interesante el colocar varios relojes ecuatoriales de los pequeñitos en distintos lugares del globo terráqueo paralelo (en nuestra misma latitud o en otra distinta, pero cambiando la longitud geográfica), y observar con el Sol real la hora actual en cada lugar, comprobando la diferencia horaria, teniendo en cuenta que lo que estamos viendo es la hora solar, a la que se refiere en toda esta actividad, y nunca a la hora oficial.



Fig. 12 Comprobación del funcionamiento de los relojes ecuatoriales en el globo terráqueo

Reloj solar horizontal

Está claro que si se va a trabajar en la escuela con relojes solares, el primer paso debe ser elaborar el reloj ecuatorial por ser el más didáctico y sencillo. El alumnado entenderá fácilmente los fundamentos de su trazado y su posterior utilización.

Sin embargo ese tipo de reloj no es habitual encontrarlo en la calle y tiene una dificultad en su uso: En fechas próximas a los equinoccios es imposible la lectura de la hora ya que la sombra se proyecta en la dirección del plano y no se aprecia dónde está. Además en otoño e invierno se hace incómodo tener que mirar "por debajo" y a alguien que no conozca su utilización pudiera parecerle que no funciona.

Por ello se hace conveniente continuar con la elaboración de relojes solares horizontales y verticales, mucho más habituales tanto en modelos antiguos situados en casas, iglesias o jardines que fueron útiles en su día para conocer la hora, como en diseños más modernos y monumentales cuya función es decorar con elementos culturales, plazas, fuentes o paseos.

En el caso de los relojes de sol horizontales la superficie sobre la que se proyecta la sombra es un plano horizontal y suelen colocarse como elemento decorativo en mesas, plazas o jardines, siendo a veces el propio suelo donde se trazan las líneas horarias.



Fig. 13 Ejemplos de relojes horizontales

Tienen una ventaja, pocas veces mencionada, sobre otros tipos de reloj solar y es que son los únicos relojes de superficie plana que recogen todas las horas de sol de cualquier día del año. Siempre que haga sol indicarán la hora.

Al contrario de lo que ocurría en el ecuatorial el gnomon no es perpendicular al plano donde se proyecta la sombra, por estar el primero inclinado. Además en estos relojes las líneas horarias no son equidistantes y el principal problema es determinar dichas líneas.

Gnomon y líneas horarias

El trazado de las líneas suele hacerse utilizando fórmulas trigonométricas o por un método geométrico directo. Con el alumnado de la Enseñanza Obligatoria se hace imprescindible utilizar el método geométrico. Tal como se indicará más adelante, en el caso de que ya conozcan la trigonometría, podría usarse el otro método, aunque se recomienda utilizar las fórmulas trigonométricas solo para la comprobación de los resultados obtenidos por el método geométrico porque éste es mucho más intuitivo, directo y motivador.

Sobre un plano horizontal que puede ser un rectángulo de madera o cartón pluma se colocaría un gnomon paralelo al eje de la Tierra: inclinado un ángulo igual a la latitud y contenido en un plano vertical en dirección Norte-Sur. Según el hemisferio en que estemos, el gnomon estará dirigido hacia el Sur o hacia el Norte.

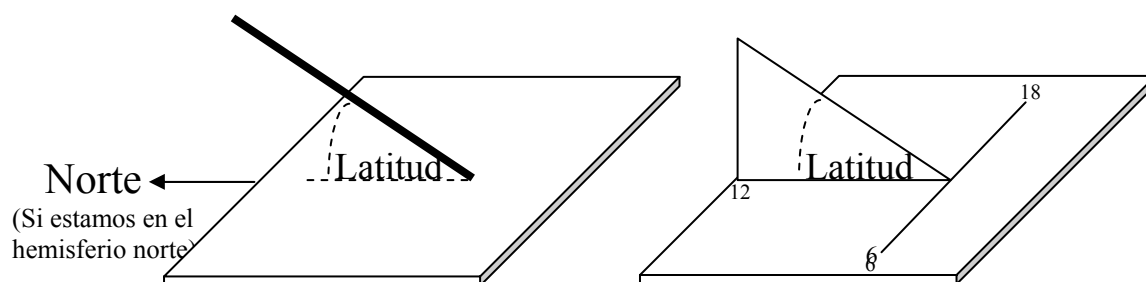


Fig. 14 Dos posibilidades diferentes para el gnomon en el reloj horizontal

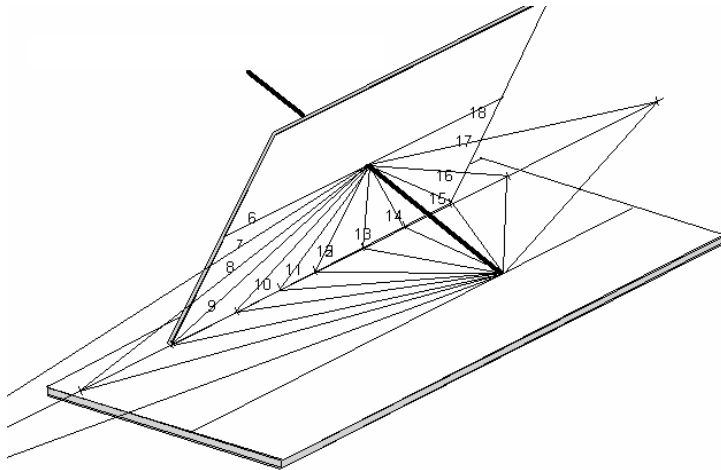
Por razones prácticas de sujeción y colocación es más adecuado (aunque no imprescindible) que el gnomon no sea una varilla en sí como en el dibujo de la izquierda, sino una arista de un triángulo de cartón o madera como en el de la derecha.

En cualquier caso este gnomon se colocará posteriormente al trazado de las líneas y de momento solo se marcará el punto de arranque del mismo y la dirección Norte-Sur que corresponde a las 12 del mediodía solar.

Puede trazarse también la línea de las 6-18 perpendicular a las 12, tal como se ve en la figura 14 que corresponde al hemisferio norte y que en el sur sería al revés.

Para trazar el resto de las líneas horarias se utiliza un reloj ecuatorial elaborado previamente. Este reloj se coloca sobre el plano horizontal de manera que el gnomon sea común (figura 15)

Lógicamente en la arista común deben coincidir las líneas horarias de los dos relojes ya que comparten el mismo gnomon.



Como en el ecuatorial ya están trazadas, se marcan los puntos donde cortan estas líneas del ecuatorial a la arista común a ambos planos.

Se unen luego estos puntos con el punto de arranque del gnomon en el plano horizontal y se obtienen las nuevas líneas horarias.

Fig. 15 Trazado del reloj horizontal a partir del ecuatorial

Método práctico de trazado

Trabajar físicamente con el reloj ecuatorial real en ocasiones puede resultar engorroso o algo inexacto si no se hace con cuidado. Además el trazado de las líneas próximas a las 6 o las 18 exige prolongar las mismas fuera de la superficie.

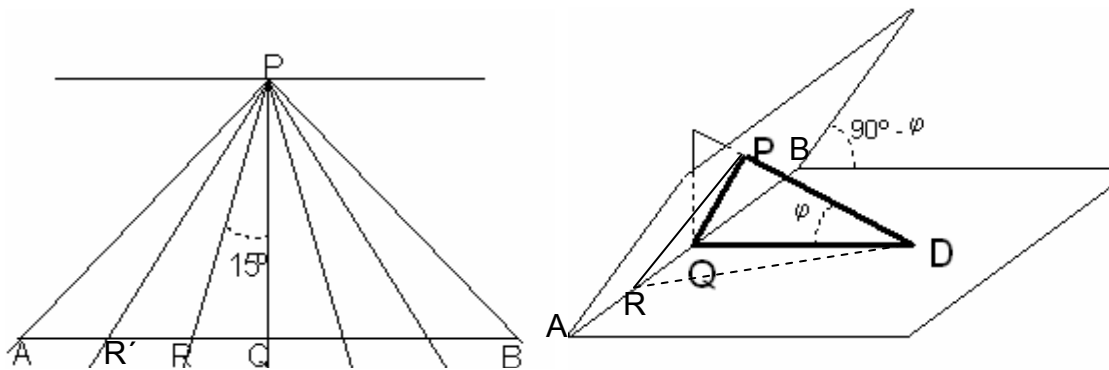


Fig. 16 Obtención de los intervalos de separación de las líneas horarias

Para soslayar esto existe otra solución manipulativa que es sustituir el reloj ecuatorial por un simple papel en el que se han trazado los ángulos horarios de 15° y en vez de colocarlo según el plano ecuatorial puede ponerse horizontal y trabajar más cómodamente.

En un gnomon de cartón en forma de triángulo PQD (figura 16 derecha) acorde a nuestra latitud ϕ se mide la distancia PQ y se traslada al papel (figura 16 izquierda). Pasando por Q se traza la línea AB que será la arista común del ecuatorial del papel y el nuevo reloj horizontal y sobre ella obtendremos los puntos R, R', ... de las líneas horarias y la arista común. Se podría colocar el papel sobre el plano horizontal e ir marcando los puntos R, R', .. o también, medir con una regla las diferentes distancias QR, QR' . que separan cada línea horaria de la línea de las 12 en esa arista común y marcarlas en el horizontal.

De una u otra manera estos puntos se unen con el arranque D del gnomon. Para obtener todas las líneas hay que utilizar una base provisional mucho más larga que la que se utilizará en el reloj final que luego se recortará, como se ve en la figura 17, o bien hacer el trazado en un papel grande y posteriormente se llevarán las líneas a la base final.

La línea de las 6-18 que no se obtiene por el método gráfico, queda perpendicular a la de las 12 como se ha indicado antes y las líneas anteriores a las 6 o posteriores a las 18 son simétricas a sus equidistantes. Midiendo los ángulos correspondientes o las distancias sobre el borde de la base, estas líneas horarias se trazan sin dificultad.

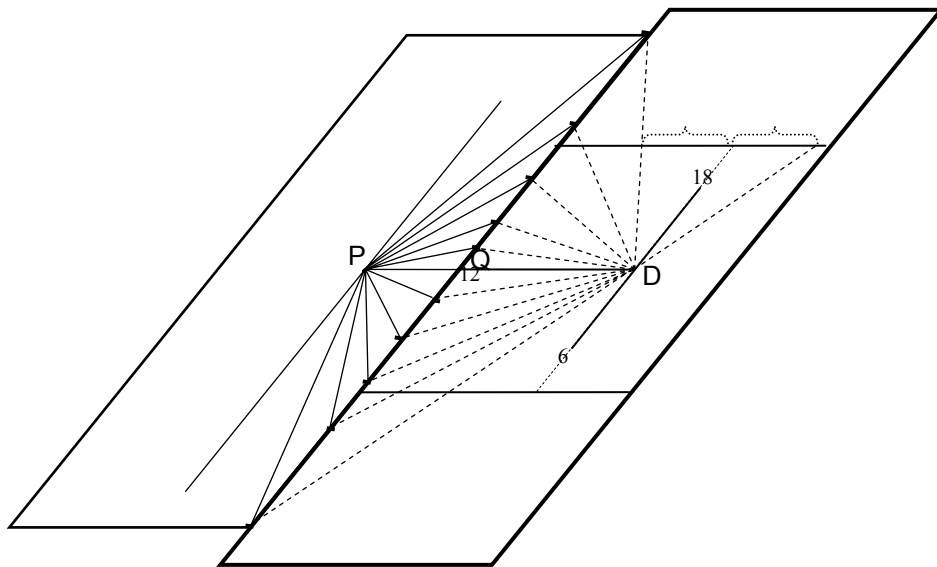


Fig. 17 Método práctico de trabajo

Otra opción: uso de fórmulas trigonométricas

Si se va a trabajar con alumnado que conoce la trigonometría, puede explicarse la deducción de las fórmulas trigonométricas necesarias para obtener los ángulos que forman las líneas horarias.

La simple utilización de las fórmulas sin analizar cómo se obtienen no parece muy conveniente desde el punto de vista didáctico aunque sea el camino más rápido. Si desde el punto de vista matemático se considera adecuado, simplemente podrían usarse para comprobar que lo realizado por el método geométrico es correcto y coincide con los valores que se obtienen de las fórmulas.

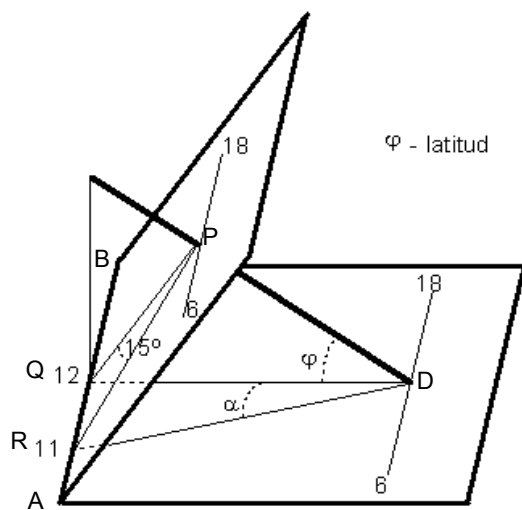


Fig 18 Método trigonométrico

La línea del mediodía (12 hora solar) estará dibujada en dirección Norte (si estamos en el hemisferio Norte) a partir del arranque del gnomon, y a partir de ella se dibujan las demás:

A partir del reloj ecuatorial que tiene ángulos iguales de 15°:

En PQR $Tg 15^\circ = QR/QP$

En PQD $Sen(\phi) = QP/QD$

Por ello:

$QR = QP \cdot Tg 15^\circ = QD \cdot Sen(\phi) \cdot Tan 15^\circ$

$Tg \alpha = QR/QD = Sen(\phi) \cdot Tan 15^\circ$, y

$$\alpha = Arc\ tg (\sin (\phi) \cdot Tan 15^\circ)$$

Con lo que se obtiene el ángulo α entre la línea de las 12 y las de las 11,

y por simetría entre las 12 y las 13.

Para las siguientes líneas en vez de 15° se sustituye 30°, 45°, 60° Y se calculan los ángulos que la línea central de las 12 forma con las 10, las 9, las 8 ... y lógicamente estos mismos ángulos sirven para las horas de la tarde que se trazan de manera simétrica.

El valor de estos ángulos depende de la latitud ϕ por lo que en cada lugar serán diferentes. Por ello al cambiar de latitud no solamente cambia la inclinación del gnomon, sino también la situación de las líneas horarias.

Reloj solar vertical y sus tipos

Los relojes verticales son los más habituales que podemos encontrar en paredes de iglesias, casas antiguas o incluso en elementos exentos como bloques de piedra, cruces, etc. Es la forma más lógica de ubicar un reloj solar y además de colocarlo lejos del alcance de posibles actos vandálicos.

La orientación ideal de la pared o el plano vertical sobre el que se trazará el reloj es el sur (en el hemisferio sur la dirección norte). Por una parte recogerá mayor número de horas de sol y además su trazado es mucho más sencillo. Este reloj suele recibir el nombre de reloj vertical orientado.

Como normalmente el edificio no suele tener una pared orientada exactamente al sur, se suele elegir aquella que más se aproxime a esa orientación, y el reloj recibe el nombre de vertical declinante. En ocasiones, y muy frecuentemente en bloques prismáticos acompañando a relojes de otra orientación, se trazan en planos orientados exactamente al este o al oeste, y reciben el nombre de relojes laterales.

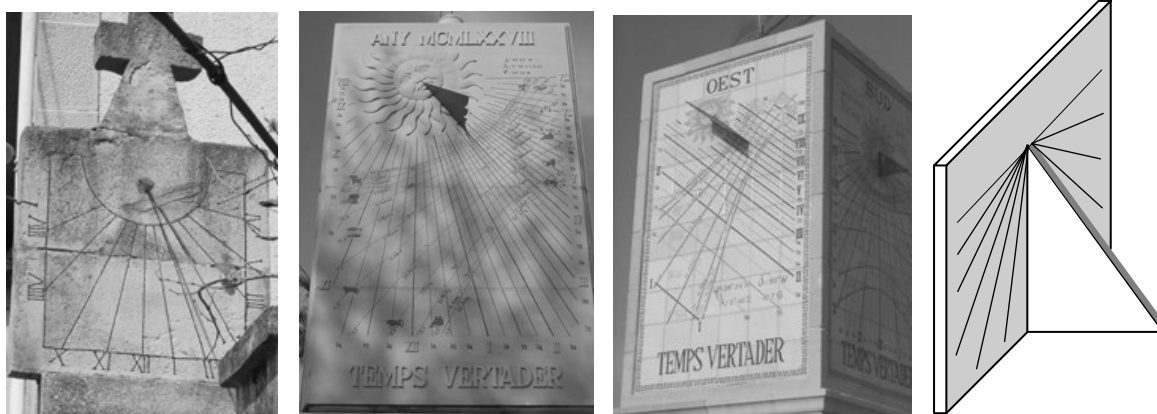


Fig 19 Reloj orientado, declinante, lateral y propuesta para el aula con madera o cartón

Según la orientación funcionarán más o menos horas y en una parte u otra del día. Por ejemplo el lateral Este solo funcionará por la mañana, o un reloj que decline un poco al Oeste recogerá más horas de la tarde que de la mañana. Hay que resaltar que ningún reloj vertical recogerá todas las horas de sol del año, y en el caso más favorable, el reloj vertical orientado, en primavera y verano no funcionará las primeras y últimas horas del día en que la posición del sol tiene componente Norte (en el hemisferio Norte)

La propuesta a realizar en la escuela es trabajar en el aula con materiales como cartón o madera para colocar luego en la orientación que nos interese, según el nivel más sencillo o más elaborado, sin descartar un gran proyecto de hacer un reloj para la fachada del centro escolar.

Reloj vertical orientado

Si la pared sobre la que vamos a trazar el reloj está orientada exactamente al sur (en el hemisferio Sur orientada al Norte) las líneas horarias serán simétricas, las de la mañana con las de la tarde respecto a la línea de las 12 que bajará vertical desde el arranque del gnomon.

Dicho gnomon, al igual que en todos los otros modelos será paralelo al eje de la Tierra, es decir que surgirá de la pared en un plano perpendicular a la misma (en dirección Norte-Sur) y estará inclinado formando un ángulo con la horizontal igual a la latitud del lugar.

El trazado de las líneas horarias se hace de manera análoga al reloj horizontal, utilizando un reloj ecuatorial (en el que dichas líneas están separadas entre sí por 15°) que tenga el mismo gnomon que el vertical (fig. 20). En la arista común a ambos relojes se anotan las posiciones de los extremos de las líneas horarias del ecuatorial, y esos puntos se unen con el arranque del gnomon en el vertical.

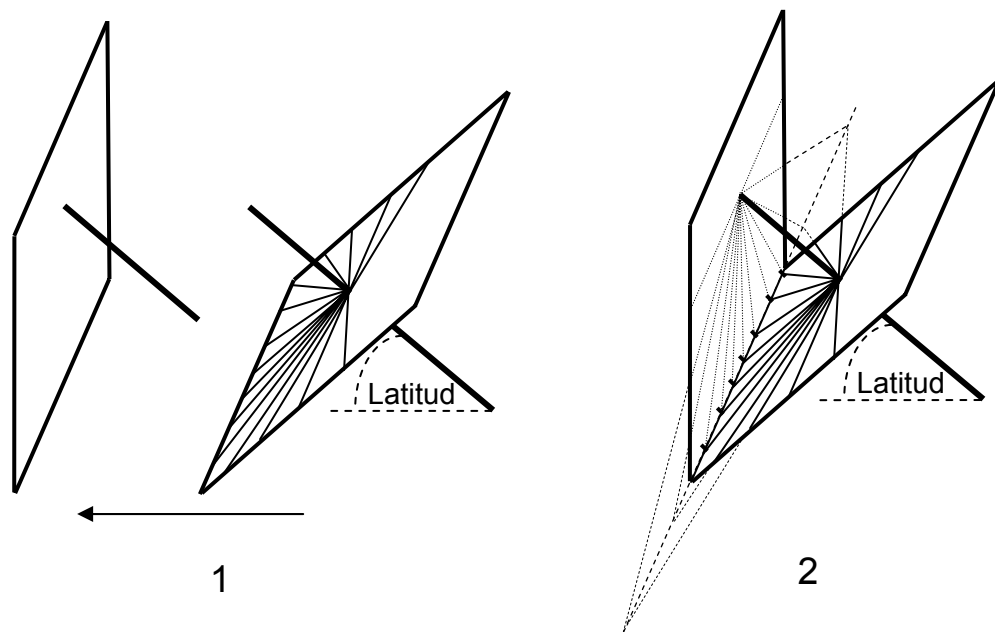


Fig 20 Obtención del reloj vertical orientado a partir del ecuatorial

En la práctica resulta incómodo este proceso y puede realizarse de manera análoga a como se indicó en el caso del reloj horizontal, desplegando la figura en sendos papeles que se colocarán contiguos y que representarán uno al reloj ecuatorial (con líneas cada 15°) y otro al vertical donde se obtendrán las líneas horarias que necesitamos y que luego se trasladarán a la pared o plano vertical calcando las líneas o midiendo los ángulos entre ellas y trazándolos en la pared.

Si queremos usar fórmulas trigonométricas para comprobar el trazado, quedarían:

La línea del mediodía (12 hora solar) se trazará siempre vertical desde el arranque del gnomon, y a partir de ella se dibujan las demás:

A partir del reloj ecuatorial que tiene ángulos iguales de 15°:

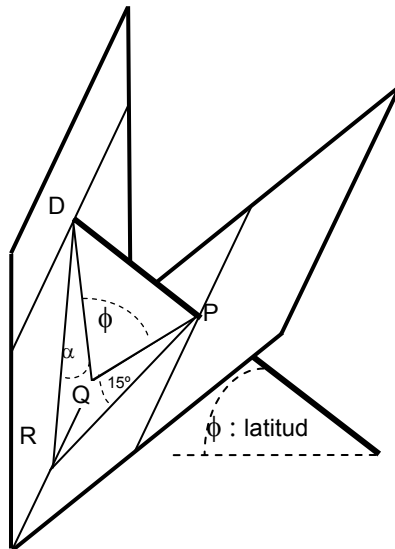


Fig. 21 Método trigonométrico para el reloj vertical orientado

En el triángulo PQR $Tg 15^\circ = QR/QP$

En PQD $Cos(\phi) = QP/QD$

Por ello:

$QR = QP \cdot Tg 15^\circ = QD \cdot Cos(\phi) \cdot Tan 15^\circ$

En QRD: $Tg \alpha = QR/QD = Cos(\phi) \cdot Tan 15^\circ$ y por tanto:

$$\alpha = \text{Arc tg} (Cos(\phi) \cdot \tan 15^\circ)$$

Así se obtiene el ángulo α entre la línea de las 12 y las de las 11. Para las siguientes líneas en vez de 15° se utilizarán 30°, 45°, 60°, etc.

Reloj vertical declinante

Cuando se va a colocar un reloj solar en una pared, ésta casi nunca estará orientada exactamente al sur, dando lugar a un reloj denominado vertical declinante. Aunque en cualquier orientación puede hacerse, esto limita el número de horas de funcionamiento y complica el trazado de las líneas horarias y la colocación del gnomon.

Lo primero que hay que hacer es calcular la orientación exacta de la pared, que podría hacerse con una brújula, GPS, ... etc., aunque el método tradicional es utilizar el propio Sol.

Para ello se coloca una hoja de papel sobre un plano (un rectángulo de madera p. ej.) bien nivelado en el suelo junto a la pared y siguiendo la línea de ésta. Delante se coloca una plomada sujeta en un soporte, que dé sombra sobre el papel. En el instante del mediodía solar verdadero se marca en el

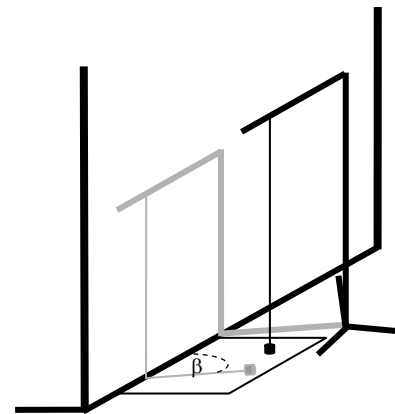


Fig. 22 Orientación de la pared

papel esa sombra que indica la dirección Norte-Sur y solo falta medir con un transportador el ángulo β que determina esa línea con la pared. Su complementario $\delta=90^\circ-\beta$ es la declinación de la pared.

Es muy importante tener en cuenta que el mediodía, momento en que el Sol se sitúa exactamente en el Sur, depende de la longitud geográfica del lugar (por cada grado oeste 4 minutos más tarde) y de la ecuación del tiempo en la fecha de la medición como se explica al final de este trabajo. Si no se conocen estos valores hay que utilizar uno de los otros métodos indicados. El gnomon no estará contenido en un plano perpendicular a la pared, sino formando un ángulo horizontal β respecto a la misma.

Las líneas horarias pueden trazarse a partir de un reloj horizontal con el mismo gnomon de forma similar a como se utiliza el reloj ecuatorial para obtener las líneas en el vertical orientado, como se ilustra en la figura 23. Las líneas no serán simétricas respecto a la del mediodía. Si declina hacia el Oeste como el del siguiente gráfico (supuesto en el hemisferio norte), aparecerán más líneas de la tarde que de la mañana y estarán más juntas entre sí.

Las siguientes imágenes ilustran el método gráfico (figura 23 izda) y trigonométrico (figura 23 dcha.). Si estamos en el hemisferio sur, tanto los puntos cardinales como la posición de las 6 y 18 horas serían los opuestos.

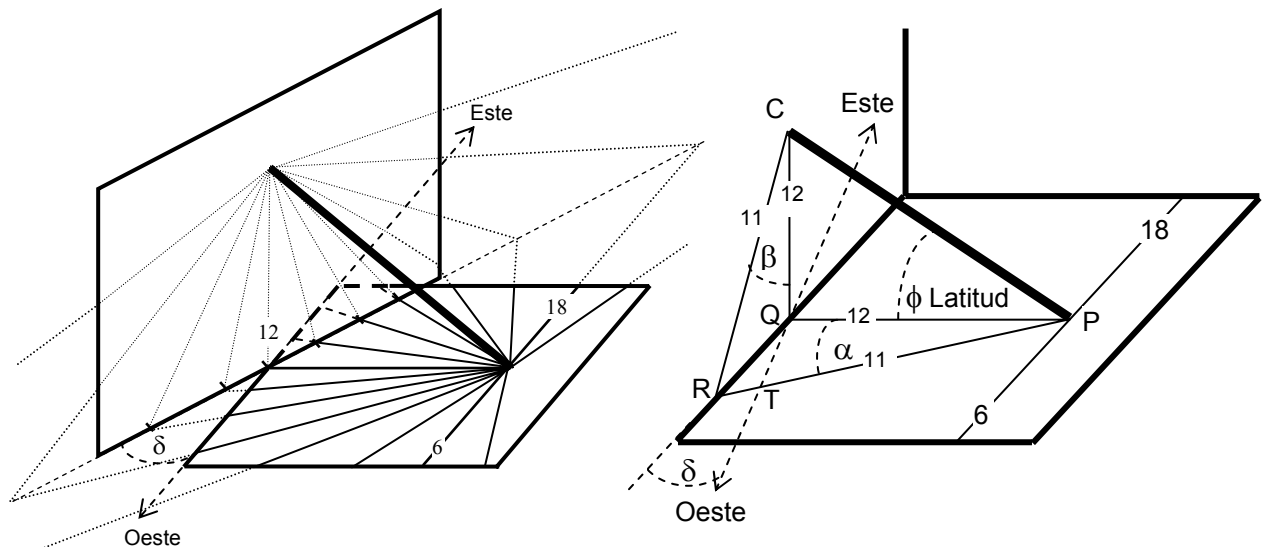


Fig. 23 Trazado de un reloj vertical declinante por el método gráfico y el trigonométrico

Si se utilizan fórmulas trigonométricas se parte de la línea del mediodía que en todos los relojes es vertical, y a partir de ella se trazan las demás según los ángulos β .

Se parte de un reloj horizontal obtenido antes y mediante razonamientos trigonométricos similares pero algo más complejos se obtiene:

$$\beta = \text{Arctg} \frac{\text{Sen} \alpha}{\text{Cos}(\delta + \alpha) \cdot \text{Tg} \phi}$$

Que se da únicamente por si se quiere comprobar el resultado gráfico obtenido.

En el proceso se tienen en cuenta los triángulos rectángulos PQS, PQT, y QRS además de QRT que no es rectángulo y en el que se aplica el teorema de los senos. El nivel requerido para entenderlo es superior a la secundaria obligatoria y por ello no se desarrolla aquí. A algún-a alumno-a interesado-a de bachillerato podría proponérsele su deducción.

Relojes laterales y reloj orientado al Norte

Si la pared está orientada al Este o al Oeste el reloj declinante sería especial por varios motivos:

El gnomon queda en un plano paralelo a la pared y fuera de ella, por lo que hay que sujetarlo a la misma con algún soporte.

Las líneas horarias lógicamente no pueden confluir con el gnomon, son paralelas entre sí, con la inclinación de la latitud como el gnomon, y lo que hay que determinar es su separación o distancia desde la altura del gnomon donde estaría la línea de las 6 de la mañana si el reloj está orientado al Este o las 18 si está al Oeste.

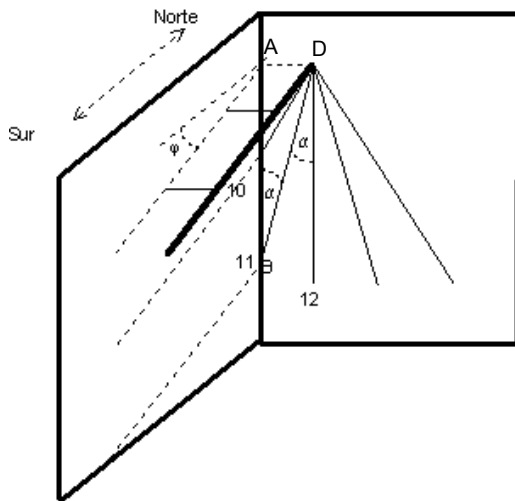


Fig. 24 Reloj lateral

En este caso para el trazado gráfico se parte de un teórico un reloj vertical orientado al Sur que estuviese junto al lateral obtenido previamente.

Por el método trigonométrico se puede calcular la distancia (AB) de cada línea horaria a la línea de las 6 o 18 h.

En este caso la deducción es muy sencilla y utilizando el triángulo ABD se obtiene:

$$AB = AD / \text{Tg}(\alpha)$$

Un caso muy especial es el de un reloj orientado exactamente al norte (y situado en el hemisferio norte). Solo funcionaría a primeras y últimas horas del día en primavera y verano. Las líneas de las 6 y 18 estarían horizontales, las de las 7 y 17 se trazan exactamente igual que en el vertical orientado al sur, y las 5 y 19 se dirigen hacia arriba de manera simétrica a las anteriores, con el mismo ángulo. El gnomon también estaría hacia arriba un ángulo igual a la latitud.

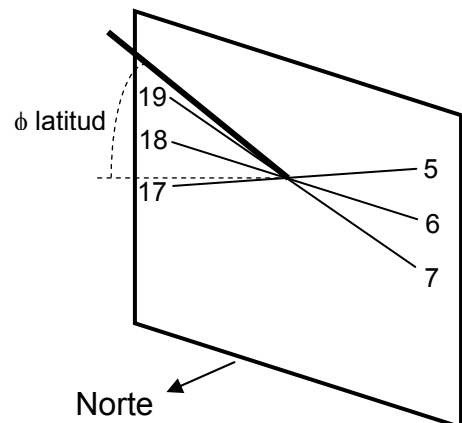


Fig. 25 Reloj orientado al Norte

Reloj solar cilíndrico

En esencia un reloj solar cilíndrico consta de un cilindro o parte de él, en cuyo eje está colocado la varilla o gnomon de manera que la sombra se proyecte en la cara interna de dicho cilindro.

Aunque tradicionalmente es mucho menos utilizado, posiblemente porque los materiales necesarios no son tan fáciles de encontrar, no hay duda de que este reloj tiene mayores valores didácticos que cualquier otro. Es el más lógico, el más fácil de entender su funcionamiento, el más sencillo de trazar las líneas y el que mejor refleja el movimiento aparente del sol. Una vez construido, el alumnado a partir de él visualiza directamente cómo debe ser el recorrido diario del sol, e incluso en días que no haga sol tiene unas utilidades didácticas muy importantes

También en este caso, al igual que con el reloj ecuatorial plano, para un desarrollo didáctico en el aula se sugiere empezar analizando la situación en el polo en primavera o verano y pensar cómo debería ser un reloj cilíndrico colocado allí. Las 24 horas hay sol y éste se mueve paralelo al horizonte. Por ello el gnomon de nuestro reloj será vertical y su sombra se mueve uniformemente 15° cada hora ($360^\circ/24=15^\circ$) por la pared del cilindro. Ahí se marcarán las 24 líneas horarias verticales y equidistantes.

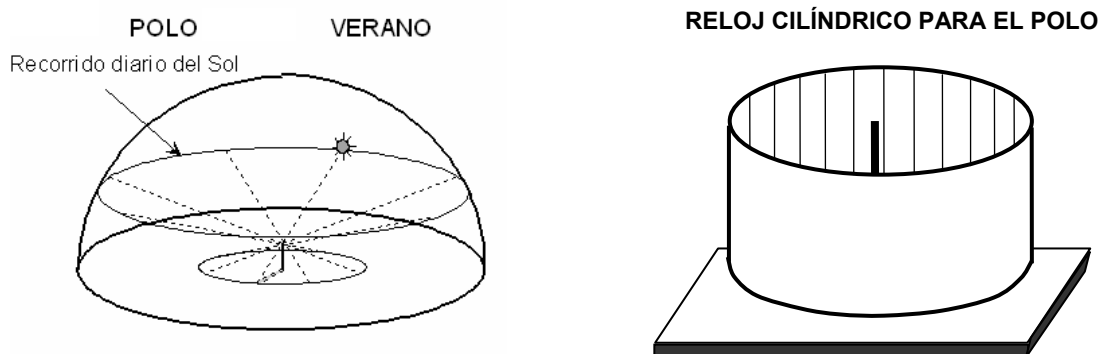


Fig. 26 Situación en el polo

Es conveniente que el alumnado (guiado convenientemente según el nivel) haga estos razonamientos, y sea él quien concluya cómo hay que hacer y colocar el reloj.

Como material puede utilizarse cualquier cilindro, siendo muy adecuados los tubos de cartón que se utilizan en embalajes, a partir de 10 o 15 cm. de diámetro p. ej. que se cortan fácilmente con un cúter o una pequeña sierra, pudiendo utilizarse también trozos de tubería, botes, etc. Debido a que tomar las medidas angulares y trazar las líneas en la cara interna de un cilindro no es fácil, se aconseja hacerlo en un papel que se pegará luego en el interior del cilindro. Primero se calcula la longitud de la circunferencia de la cara interna, se divide entre 24 y el resultado será la separación entre

dos líneas horarias consecutivas que al colocarlo en su lugar corresponderá a 15°.

Reloj para el ecuador y para otras latitudes

Antes de plantearnos el hacer un reloj cilíndrico para nuestra latitud conviene hacer otro caso particular que por su sencillez nos ayudará a comprender las diferentes situaciones: un reloj para el ecuador.

Allí la latitud es 0° y el gnomon, como en todos los tipos de reloj solar, será horizontal. De esta manera habrá que colocar también el cilindro.

Su parte útil, donde dará la sombra, será el semicilindro colocado debajo del plano horizontal que contiene el gnomon. Conviene que el alumnado razone sobre esta circunstancia: Lógicamente siempre que sea de día el Sol está por encima del gnomon y su sombra por debajo. El resto del cilindro, la mitad superior, no es necesario y habrá que cortarlo y quitarlo.

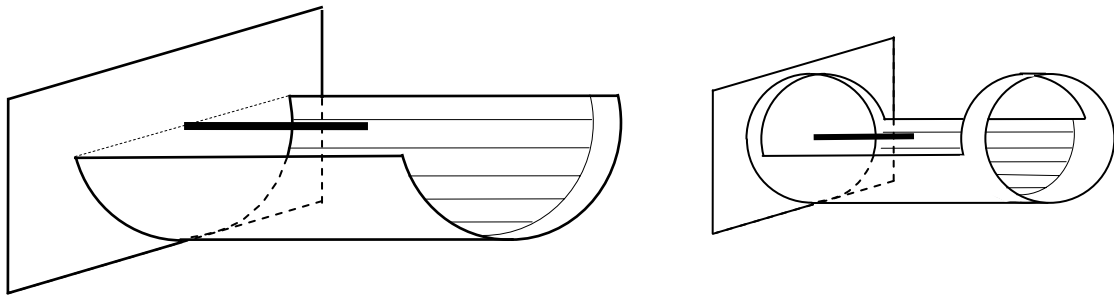


Fig. 27 Reloj cilíndrico para el ecuador

De todas formas los tubos de cartón y otros materiales suelen deformarse (se abren y aumenta su diámetro) al cortarlos de esta manera por lo que conviene dejar en ambos extremos un trozo de cilindro completo como en la figura 27 derecha.

Este reloj en el ecuador funcionará todos los días las 12 horas en que es de día. En el ecuador los días y las noches son siempre iguales, y este reloj ayuda a visualizar y entender mejor esta situación.

Para otra latitud cualquiera, esencialmente el reloj debe ser igual, trasladado paralelamente hasta ese lugar. Tanto el cilindro como el gnomon están siempre paralelos al eje de la Tierra y por tanto forma un ángulo igual a la latitud respecto a la horizontal. Únicamente hay que coger el reloj del ecuador e inclinarle ese ángulo.

Se puede colocar en la base una cuña adecuada a la latitud para apoyarlo sin problemas como en la figura 28 de la izquierda, o cortar adecuadamente el cilindro por su parte inferior para apoyarlo en una base horizontal como aparece en la derecha.

La primera solución parece más adecuada por su sencillez, pero la segunda es más elegante y aunque el proceso de realizar el corte puede parecer complicado, no representará una dificultad adicional en el caso en que

queramos seguir la sugerencia que se propone luego y que nos aportará varias utilidades didácticas muy interesantes.

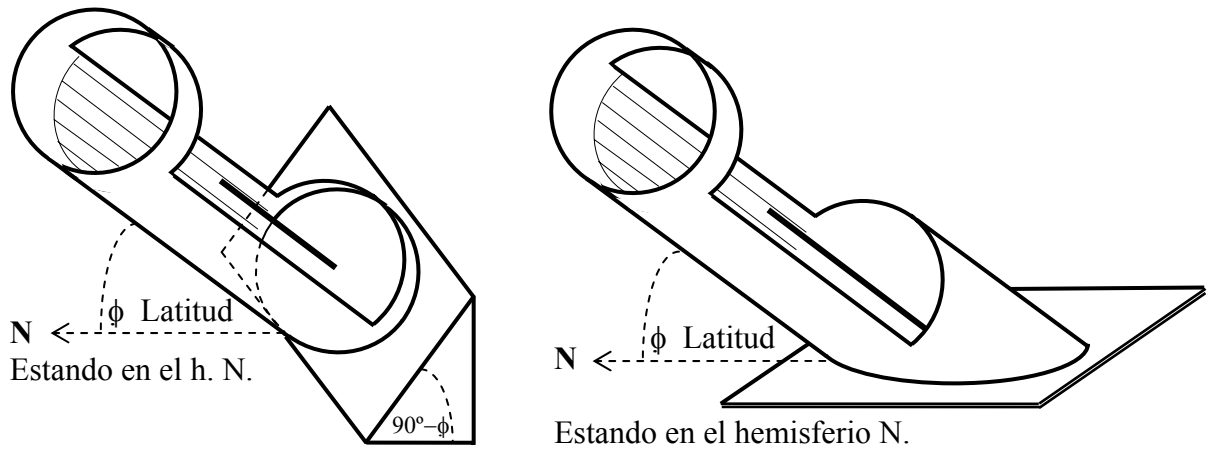


Fig. 28 Reloj para la latitud ϕ apoyado sobre una cuña o un corte horizontal del cilindro

Los modelos que aparecen en la figura 28 recogen solo 12 horas; pero en cualquier lugar diferente del ecuador, en primavera y verano el día dura más de esas 12 horas, por lo que se puede hacer una mejora.

Un reloj que recoge todas las horas

¿Por qué no adecuar aquí también la superficie del cilindro a todas las horas en que, a lo largo del año está el Sol por encima del horizonte, tal como ocurría en los dos modelos descritos anteriormente para el polo y el ecuador?

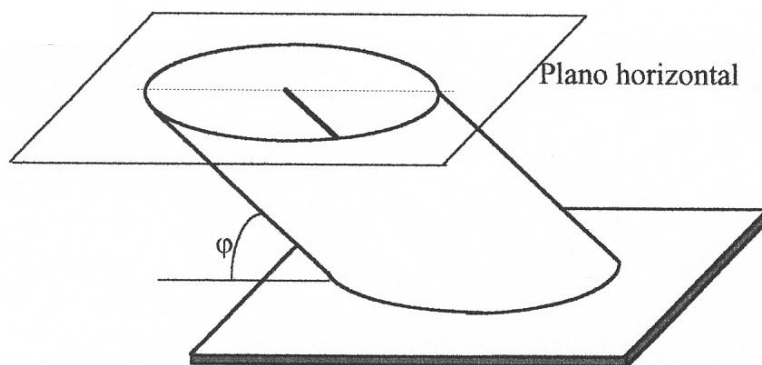


Fig. 29 Corte del cilindro para que recoja todas las horas de sol

Efectivamente; el modelo a colocar en el polo funcionará siempre que haya sol: las 24 horas en primavera y verano. El modelo del ecuador todos los días del año recoge 12 horas. Al modificar la latitud, es decir la inclinación del cilindro, si queremos que siga siendo tan eficaz tendremos que cortar la arista superior según **un plano horizontal que pase por el extremo del gnomon** (figura 29).

Siempre que sea de día el Sol está por encima del horizonte y por ello la sombra del extremo del gnomon caerá por debajo del mencionado plano. Por otra parte si no hiciésemos este corte y simplemente inclinásemos el modelo del polo, en otoño e invierno la propia sombra de la pared del cilindro cubriría totalmente el gnomon e impediría el funcionamiento. Y si inclinamos el modelo del ecuador como en los gráficos de la figura 28, se perderían las horas adicionales de sol de primavera y verano al principio y final del día.

Para hacer este corte plano que nos dé la arista superior o la inferior se pueden utilizar varios métodos de lo más diversos, siendo el más exacto el cálculo mediante fórmulas trigonométricas de la arista desplegada; pero sin entrar a fondo en este asunto, y teniendo en cuenta que estamos usando procedimientos sencillos, lo más adecuado y fácil de entender sería una vez inclinado el cilindro según la latitud y fijado por ejemplo con una cuña, colocar una superficie horizontal a su alrededor, por ejemplo varios libros, y sobre su superficie deslizar horizontalmente un lapicero que vaya marcando en el cilindro la línea por donde deberemos cortar luego.

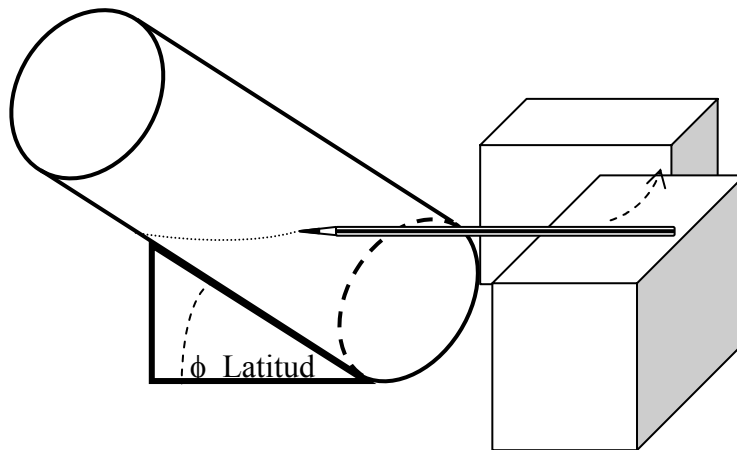


Fig. 30 Una manera de marcar la arista horizontal

La línea sobre la que se debe apoyar en el suelo el cilindro es paralela a ésta, y una vez dibujada cualquiera de ellas lo más adecuado es dibujar una plantilla de papel que nos servirá para el otro corte o incluso para elaborar otros relojes con cilindros del mismo diámetro.

Si previamente a cortar el cilindro de esta forma se han marcado las líneas horarias sobre un papel colocado en el interior, desplegando este papel se obtiene una superficie análoga a la de la figura 32 (sin las líneas horizontales que se trazan luego). Para una latitud de unos 40° la parte superior recoge 9 horas aproximadamente, que será el recorrido de la sombra del extremo del gnomon en el solsticio de invierno y la inferior de unas 15 horas corresponde al solsticio de verano.

Calendario y otras utilidades

En la mayoría de los relojes de sol el trazado de las líneas de calendario, que son recorridas por el extremo de la sombra del gnomon en fechas determinadas, es excesivamente complicado para alumnado de secundaria obligatoria. Sin embargo en el reloj cilíndrico es relativamente sencillo y además aporta varias utilidades didácticas que una vez elaborado el reloj lo convierten en un instrumento que permite obtener una serie de datos muy interesantes.

En un reloj de sol la longitud del gnomon no suele ser importante porque la línea en la que se sitúa la sombra de todo él no depende de su longitud. Sin embargo para determinar la fecha es fundamental porque la posición de su extremo será el indicador de la misma. En primavera y verano el sol está más alto (tiene declinación positiva) y por ello el extremo de la sombra estará más bajo. Lo contrario ocurrirá en otoño e invierno.

Si, como se ha indicado, hemos cortado la arista del cilindro al la altura del extremo del gnomon para poder aprovechar todas las horas de sol, podremos obtener la función del calendario también todo el año.

Para empezar se traza la línea correspondiente a los equinoccios, perpendicular a las líneas horarias, y a la altura del extremo del gnomon (si el cilindro estuviera vertical). A partir de ella para trazar la línea de calendario de una fecha concreta se parte de la declinación solar δ en ese día. Siendo R el radio del cilindro, la distancia x entre esta línea y la línea central de los equinoccios es $x = R \cdot \text{Tg}(\delta)$, aunque también se puede calcular sin trigonometría dibujando el triángulo de la figura 31 y midiendo con una regla. Si la declinación es negativa la línea está más arriba que la del equinoccio y si es positiva más abajo. De esta manera se van obteniendo una serie de líneas perpendiculares a las líneas horarias que nos proporcionarán aproximadamente la fecha.

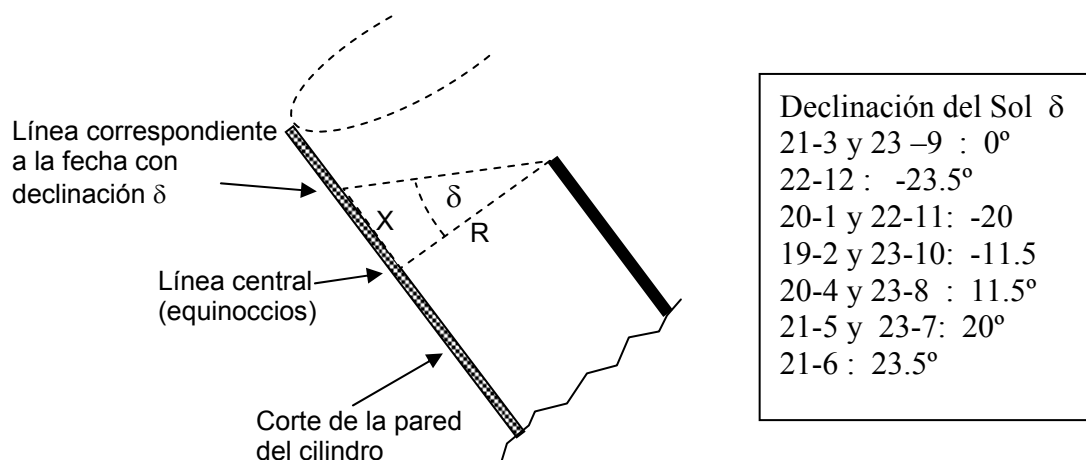


Fig. 31 Trazado de las líneas de calendario

Para el trazado de las líneas de calendario hay dos opciones en cuanto a la elección de las fechas que se marcarán como referencia. La solución clásica es marcar las líneas correspondientes a los cambios de los signos zodiacales (aprox. el 21 de cada mes). Aunque es evidente que para nuestro alumnado es mucho más lógico y fácil de leer si se marcan los inicios de cada mes, debido al doble sentido ascendente y descendente de los intervalos (en los meses de otoño la sombras cada vez está más alta y coincidirá con la posición de invierno en que va bajando), estos se van solapando y aparecen demasiadas líneas. En el caso de las líneas zodiacales coinciden las ascendentes con las descendentes tal como se aprecia en el gráfico y queda más claro.

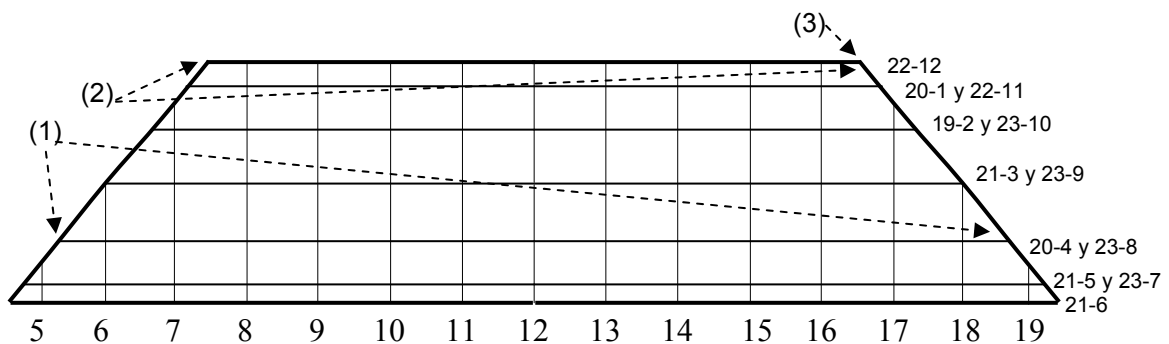


Fig. 32 Superficie útil desplegada, con horas y líneas de calendario

Después de cortar el cilindro de la manera indicada y una vez trazado el calendario las líneas de los solsticios (líneas superior e inferior) y la arista del corte del cilindro nos delimitarán la superficie útil sobre la que se proyectará el extremo de la sombra en cualquier momento del año que sea de día, y con ello conseguimos varias utilidades con solo observar nuestro reloj y sin necesidad de que haga sol:

- Duración del día según la fecha, que nos la dará la longitud de cada línea de calendario, y se determina fácilmente por su intersección con las líneas horarias.
- Horas de salida y puesta de sol en cualquier fecha. Irán determinadas por la línea horaria en que se encuentren situados los puntos de corte de la correspondiente línea de calendario con la arista superior del cilindro.
- Lugares de salida y puesta de sol según la fecha. Se visualizarán alineando los mencionados puntos de corte de la correspondiente línea de calendario con la arista superior del cilindro, con el extremo del gnomon, y prolongando hasta el horizonte teórico, como se aprecia en la figura 33.

Por ejemplo vemos que el 20 de abril el día en nuestra latitud dura poco más de 13 horas (1) o el 22 de diciembre solo 9 horas (2), y el sol se pondrá a las 16:30 (hora solar) (3), todo lo cual está indicado en el gráfico de la superficie desplegada. En el propio reloj tomando la visual del extremo del gnomon y el corte de la arista con esa fecha se ve el punto del horizonte por el que se pondrá (4).

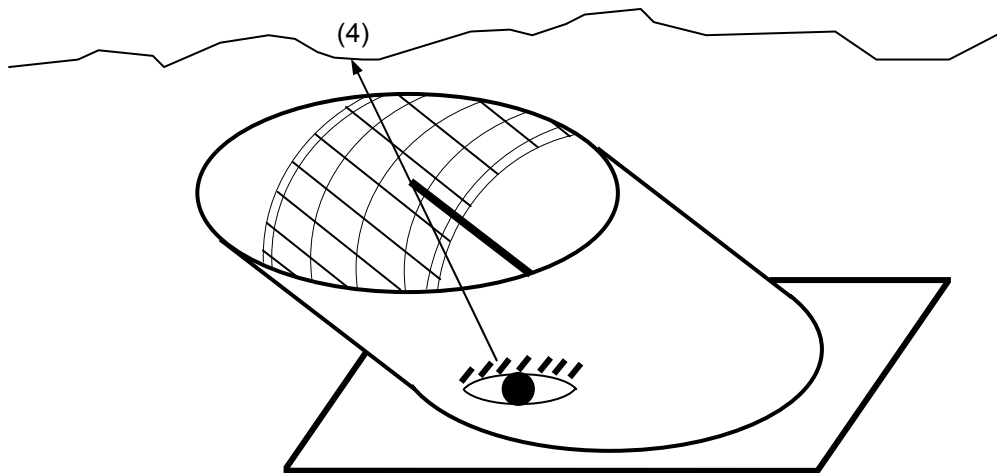


Fig. 33 Visualización del lugar de puesta de sol

Aunque nunca lo utilizaremos como reloj, conviene construir además diferentes modelos para el polo, los círculos polares, los trópicos o el ecuador; porque con ellos estas utilidades didácticas mencionadas cobran un valor añadido al permitir visualizar lo que ocurre en esos lejanos lugares y comparar las distintas situaciones.

En definitiva, todas las circunstancias relativas al movimiento aparente del Sol en cualquier fecha y desde cualquier latitud quedan reflejadas de una manera directa y visual en este tipo de reloj que va mucho más allá de su función habitual, y una vez construido proporciona un potente recurso didáctico.

Un reloj solar para el patio del centro educativo: el reloj analemático.

Puede ser muy motivador para el alumnado colaborar en la elaboración de un reloj solar permanente situado en el exterior del edificio del centro educativo.

De todos los posibles modelos, el denominado analemático, que puede hacerse en el suelo del patio, es el más adecuado por diversas razones. Por un lado la facilidad de su construcción que solamente requiere el pintado en el suelo de unas determinadas líneas, no siendo necesario ningún trabajo de albañilería ni la complicada y precisa colocación de un gnomon que además corra el riesgo de ser movido, doblado o arrancado (lo que por desgracia ocurre frecuentemente en otros modelos), y además el trazado se hace en una superficie horizontal que siempre es más fácil que en una pared. Por si esto fuera poco, no requiere de ningún presupuesto económico que vaya más allá de un bote de pintura y una brocha.

Por otra parte una vez construido da mucho más juego que otros relojes porque su uso no se limitará a la simple observación de la hora, sino que requiere una cierta intervención por parte de la persona que lo quiera utilizar.

Ese valor que le da la interactividad, y que la propia sombra de la persona sea la que indique la hora, será muy motivador para que nuestro alumnado no pase de él como si fuera un simple elemento decorativo, se interese en su funcionamiento y lo use.

Este reloj consta de una elipse dibujada en el suelo sobre la que se colocan los dígitos con las horas, y una zona central en que una persona debe colocarse en un punto concreto según la fecha, y su propia sombra determina la hora al proyectarse sobre la elipse.

A pesar de sus virtudes, hay que reconocer que en principio este reloj no tiene unos valores didácticos como recurso educativo para explicar de manera sencilla los movimientos y trayectorias del sol sobre nuestro horizonte, al menos tan evidentes como pueden tenerlo otros tipos de relojes solares, por el hecho de que aparentemente incumple la ley de oro de los relojes solares: Como el movimiento diario aparente del Sol se debe



Fig. 34 Utilización del reloj analemático

fundamentalmente a la rotación de la Tierra sobre su eje "El gnomon debe estar paralelo al eje de la Tierra; es decir orientado Norte-Sur, y con una inclinación igual a la latitud". Sin embargo en este caso no ocurre así.

Cuando pretendemos introducir el tema de los relojes solares siempre empezamos explicando que un gnomon vertical no sirve para obtener la hora, y justamente aquí es vertical; ¡y encima no está fijo! Es cierto que hay algunas excepciones a la citada norma, como el denominado "gnomon ortogonal" o los relojes basados en la diferente altura del Sol; pero siempre se ve muy fácil que en realidad se trata de un recurso para simplificar la construcción pero que realmente no infringe la norma, o que se usan principios diferentes. En este caso no es fácil ver la justificación.

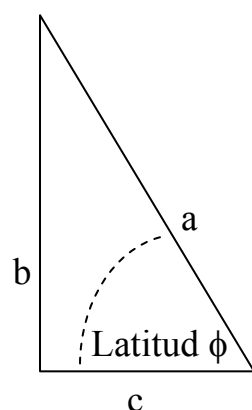
En realidad todo su trazado y funcionamiento se basa en el de un reloj ecuatorial cuyo gnomon se situaría en el plano vertical que pasa por el semieje menor de la elipse pero a nivel de secundaria obligatoria no es sencillo explicarlo, y las ventajas didácticas de este reloj quedan limitadas a la motivación por construirlo y usarlo.

Por las mismas razones el método de trazado es un tanto artificial. A pesar de todo este tipo de reloj funciona perfectamente, y el hecho de que el gnomon sea vertical se compensa con que se coloque en diferente lugar según la fecha.

Trazado del reloj

De manera esquemática, y sin utilizar necesariamente fórmulas trigonométricas, se puede apreciar el método de construcción en los siguientes gráficos:

Cálculo de la distancia c



Trazado de la elipse

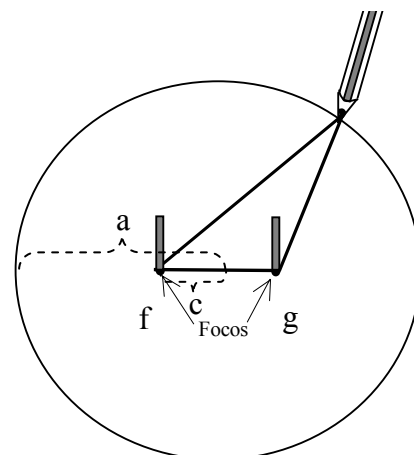


Fig. 35 Detalles del comienzo del trazado

Se empieza dibujando una elipse en el suelo cuyo semieje mayor a tenga unos 2 metros, esté orientado en sentido Este-Oeste y la distancia c del

centro al foco, y por lo tanto la longitud del semieje menor **b** depende de la latitud geográfica del lugar φ y se pueden obtener gráficamente, trazando el triángulo rectángulo de lados **a**, **b** y **c** de la figura 35 izquierda del que se conocen la hipotenusa **a** y el ángulo φ y midiendo los catetos, o bien por trigonometría porque $c = a \cdot \cos \varphi$

Si se quiere trazar la elipse por el método del jardinero, se colocan los focos **f** y **g** sobre el eje mayor a una distancia **c** del centro y se utiliza una cuerda de longitud $2a$ de manera que sus extremos estén fijos en los dos focos y el elemento que dibuje la elipse (una tiza) mantenga tensa la cuerda mientras se va deslizando sobre el suelo.

Más cómodamente se puede hacer utilizando una cuerda anudada de longitud $2a + 2c$ que rodee dos listones que se mantienen sujetos en los focos, como en la figura 35 derecha. En realidad el valor del semieje menor **b** no es necesario calcularlo, y únicamente puede servir para comprobar que el trazado de la elipse es correcto.

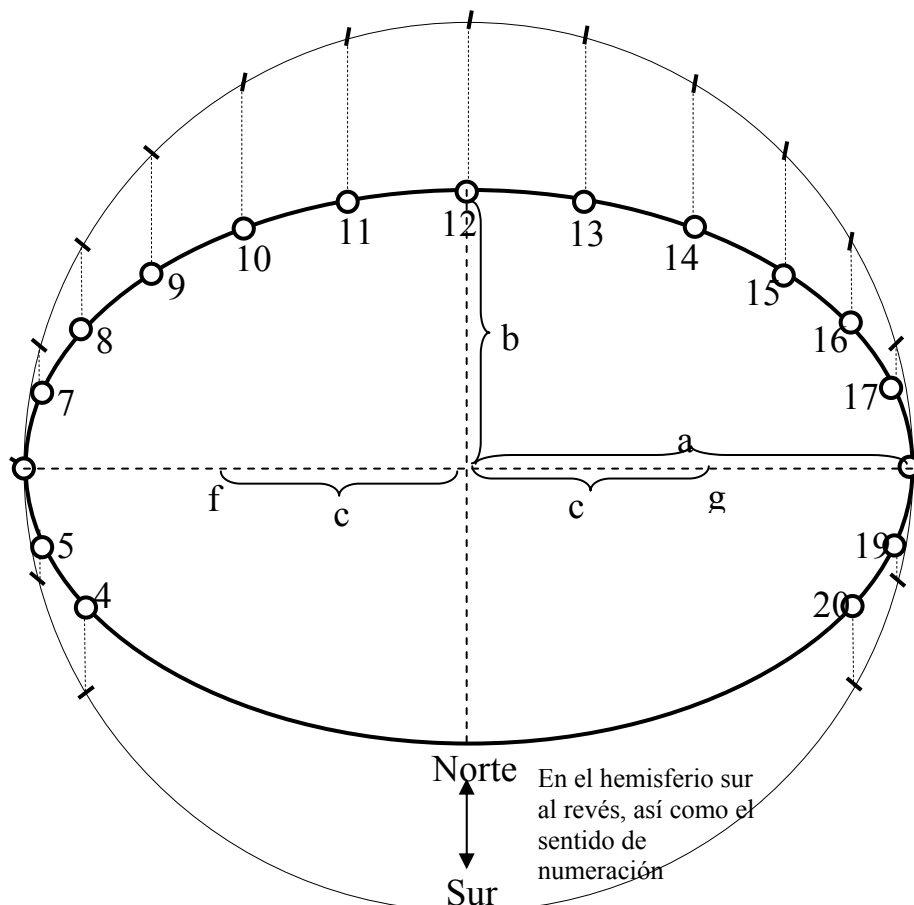


Fig 36 Esquema para el trazado de los puntos horarios

Para colocar los puntos que determinan las horas se dibuja una circunferencia auxiliar concéntrica con la elipse y cuyo radio sea igual al semieje mayor a como en la figura 36. Esta circunferencia se divide en 24 partes iguales, coincidiendo dos de ellas en los vértices de la elipse, y que indicarán las 6 y las 18 horas, y para el resto de las horas se trazan paralelas al semieje menor por cada uno de esos 24 puntos (aunque lógicamente no marcaremos las correspondientes a las horas nocturnas)

Situación del gnomon

Una vez marcadas las horas solo falta calcular los puntos en que debe colocarse el gnomon (la persona) según la fecha. Esto puede hacerse tomando con vértice en uno de los focos f de la elipse los ángulos de declinación solar δ en cada fecha, si es positiva hacia el Norte, y si es negativa hacia el Sur, tal como aparece en la figura 37.

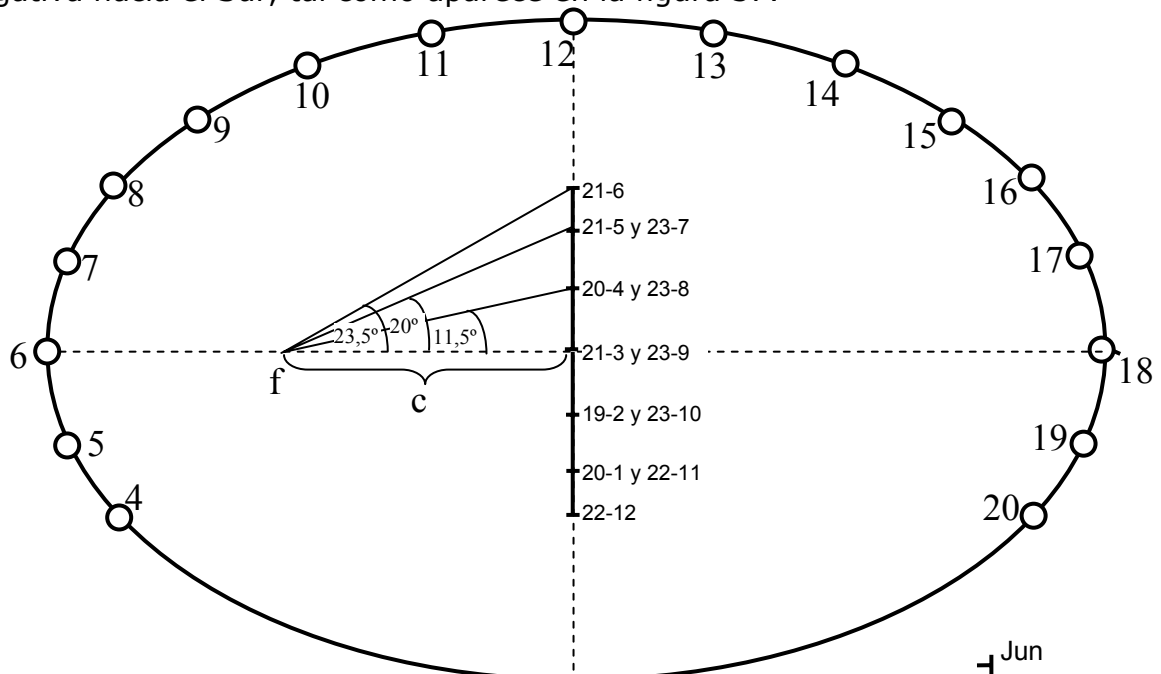


Fig. 37 Colocación de la base del gnomon en cada fecha

Suelen colocarse las fechas de cambio de signo zodiacal porque coinciden las ascendentes con las descendentes, aparecen menos marcas y es más fácil de realizar. Por ejemplo coincide el 20-4 con el 23-8. Los ángulos y las marcas para las fechas de otoño e invierno (en el hemisfero norte) son simétricos de los que aparecen indicados en el gráfico de la figura 37 para primavera y verano. Habitualmente suelen ponerse los meses naturales, por ser más lógico para el usuario. El trazado se hará de la misma manera, con los ángulos de declinación solar el primer día de cada mes, y el resultado hay que indicarlo a ambos lados del semieje menor porque se solapan como se ve en la figura 38.



Fig 38 Meses naturales

Cómo interpretar la hora que marca un reloj solar.

Esta situación ocurre muy frecuentemente: Alguien encuentra un reloj de sol, automáticamente consulta su reloj de pulsera, y piensa que algo va mal. Enseguida se acuerda de eso que ha oído muchas veces, que la diferencia entre la hora solar y oficial es de una hora en invierno y dos en verano y se le ocurre que esa puede ser la causa, pero finalmente tiene que ser benevolente con el reloj de sol y deduce que esos elementos tan sencillos lógicamente no pueden ser muy precisos y hay que concederles unos cuantos minutos de margen.

La realidad no es esa. En un porcentaje muy elevado los relojes antiguos han sufrido desperfectos, sobre todo en la orientación del gnomon, o quien lo colocó no tenía las ideas muy claras. Pero lo cierto es que un reloj solar bien construido y orientado es totalmente preciso, y si tiene el tamaño suficiente y están indicados incluso los minutos, puede marcarlos con total exactitud. Ahora bien; normalmente indicará hora solar, que no es la misma que la hora oficial, y su diferencia no es la que habitualmente se dice, por la sencilla razón de que es distinta en cada lugar y cada fecha. La hora solar es diferente en cada lugar y la hora oficial no, luego la diferencia entre ambas cambia según dónde estemos.

Si vamos a trabajar el tema con nuestro alumnado, hay que explicarle claramente la situación, aunque según el nivel no haya que entrar en muchos detalles, ya que en caso contrario su frustración al usar su instrumento recién elaborado y ver que aparentemente no marca la hora que debe marcar le llevará a perder toda motivación.

Hora solar y hora oficial

Tradicionalmente los relojes de sol indican la denominada hora solar verdadera local, y así se ha utilizado en lo que se ha desarrollado anteriormente en todos los modelos de relojes descritos. Según esta hora, cuando un reloj solar indica las 12, es mediodía; el Sol se encuentra justo en la mitad de su recorrido diario, en lo más alto del mismo, y en el meridiano local, en la dirección Norte-Sur. Para latitudes intermedias del hemisferio Norte, el sol estará en el Sur.

Esta hora hasta finales del siglo XIX era la que regía en cada localidad, y su diferencia con la hora oficial actual es distinta según la longitud geográfica del lugar (entre Baleares o Cataluña y Galicia hay una diferencia de hasta 50 minutos), o según la fecha (de hasta media hora por la denominada ecuación del tiempo que se explica más adelante), además de tener en cuenta las variaciones en los horarios oficiales respecto al sol en horario de invierno o de verano. Relojes solares colocados en diferentes localidades marcarán horas distintas, habiendo una diferencia de 4 minutos por cada grado de longitud.

Puede conseguirse que un reloj de sol indique exactamente la hora oficial (técnicamente llamada hora civil) y los tres factores pueden corregirse desviando la posición de las líneas horarias originales, sustituyendo las líneas rectas por otras sinusoidales que siguen "la ecuación del tiempo", y modificando la numeración; pero habitualmente no suelen hacerse estas correcciones; se suele mantener el criterio tradicional con lo que puede ser muy diferente la indicación de un reloj solar y la de nuestro reloj de pulsera. (En Pontevedra en las fechas más extremas, a mediados de febrero una hora y 50 minutos o a finales de julio 2 horas 42 minutos, mientras en Menorca a primeros de noviembre de octubre es de solo 30 minutos).

Por lo tanto, si observamos la hora que nos marca un reloj solar, y queremos saber cual es la hora oficial, debemos hacer tres correcciones:

- a) Sumarle una hora si estamos con el horario de invierno o dos con el de verano
- b) Sumarle 4 minutos por cada grado de longitud Oeste según la localidad en que nos encontremos (o restarlo si estamos al Este del meridiano de Greenwich),
- c) Sumarle o restarle unos minutos según en la fecha que nos encontremos, debido a la ecuación del tiempo, cuya gráfica y explicación aparece en la figura 39.

De manera recíproca si queremos elaborar un reloj solar que indique la hora oficial, habrá que:

1- Poner dos indicaciones horarias a cada línea, con una y dos unidades más que el horario solar, con distinto color e indicación de la que debe usarse en horario de verano o invierno.

2-Desplazar hacia la izquierda cada línea horaria el intervalo correspondiente a 4 minutos por cada grado de longitud geográfica oeste, y lo contrario para este. En los relojes ecuatoriales se hace directamente pero en los demás hay que partir del ecuatorial corregido y volver a hacer el trazado.

3-Trazar el calendario para que sirva de referencia para mover en cada fecha las líneas horarias a izquierda o derecha según la indicación de la ecuación del tiempo. Esto se complica mucho excepto en el ecuatorial cilíndrico.

Ecuación del tiempo y su utilización

Esta ecuación del tiempo, que hace que la diferencia entre la hora solar verdadera y la oficial sea distinta en cada fecha, está motivada por dos razones. Una de ellas es que aunque la rotación de la Tierra es constante, no lo es la traslación alrededor del Sol (por la segunda ley de Kepler va más deprisa cuando está más cerca del Sol), y al estar condicionada la duración del día por estos dos movimientos, hace que unos días sean más largos que otros (entendiendo como duración del día el periodo de tiempo desde que el Sol pasa por el meridiano local en dirección Sur, hasta que lo vuelve a hacer) No todos los días duran 24 horas. La diferencia es de solo unos

segundos, pero se van acumulando día tras día y llegan hasta los 16 minutos.

La otra causa es que el Sol a lo largo del año, visto desde la Tierra no sigue el Ecuador celeste sino la línea de la Eclíptica y al proyectar las diferentes posiciones la situación no es uniforme. Un recorrido de un ángulo concreto en la eclíptica es diferente según la época del año al proyectarlo en el ecuador.

En la mayoría de los relojes de sol estas correcciones no suelen hacerse y únicamente puede calcularse la diferencia entre lo que marca el reloj y la hora oficial, pero en el caso del reloj ecuatorial cilíndrico resultan más sencillas que en otros con lo que puede visualizarse directamente la hora oficial.

Sin entrar en detalles, en la figura 40 se reproduce la superficie de un reloj ecuatorial cilíndrico que marca directamente la hora oficial.

Para obtenerlo hay que empezar trazando el calendario como se describió, luego en cada fecha se desvían las líneas horarias, previamente modificadas a partir de la longitud geográfica, según los minutos de adelanto o retraso de la ecuación del tiempo que se pueden tomar del gráfico de la figura 39.

De esta manera quedan unas líneas en forma de ocho denominadas analemas (el gráfico anterior doblado por el sentido primero descendente y luego ascendente del calendario, solapándose las fechas) y finalmente desplazando todo a izquierda o derecha según la longitud geográfica del lugar como se indica en el apartado anterior.

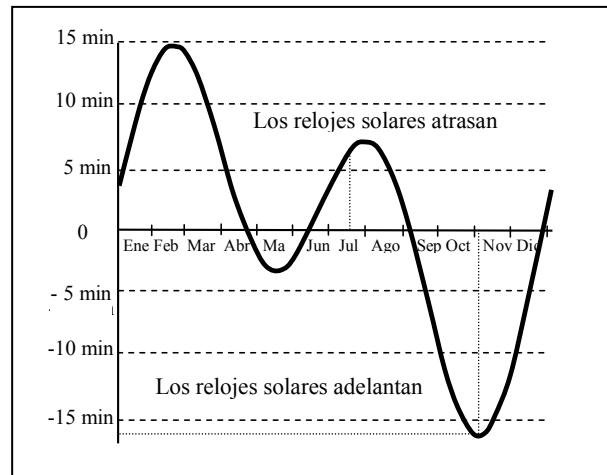


Fig 39 Gráfica de la ecuación del tiempo

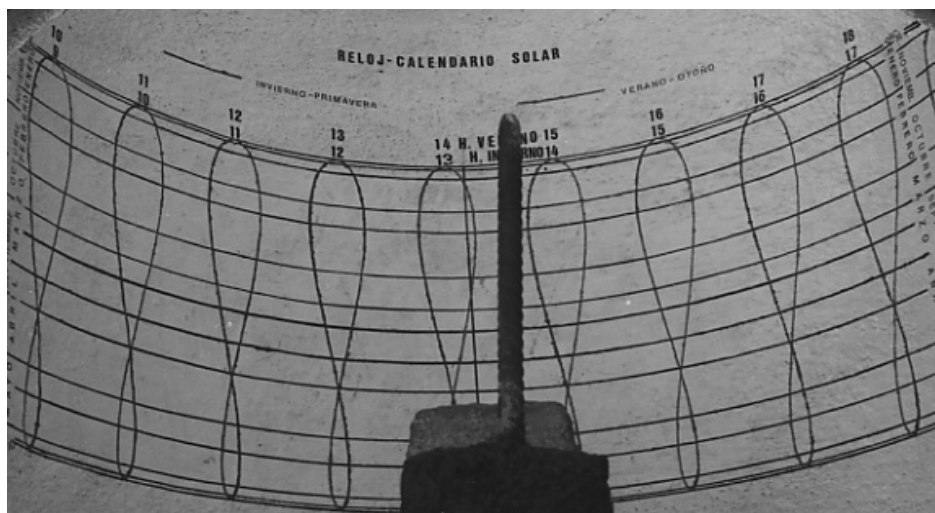


Fig. 40 Superficie de un reloj ecuatorial cilíndrico que indica directamente la hora oficial

Bibliografía

- Soler, R., Diseño y construcción de relojes de sol. *Colegio de Ingenieros de Caminos*. Madrid 1997.
- Pavanello G.C. y Trincherro A., Relojes de sol. *Editorial De Vecchi*. Barcelona 1998.



ApEA, la Asociación para la Enseñanza de la Astronomía, nació en 1995 para acoger a todas las personas que se dedican a la enseñanza de la Astronomía en centros educativos, planetarios, museos de la ciencia, agrupaciones de aficionados y clubes de estudiantes.

ApEA engloba a todos los interesados en la enseñanza de todos los niveles educativos reglados -desde la enseñanza primaria hasta la universitaria- así como los no reglados. También organiza reuniones de formación para sus socios y publica materiales de interés didáctico, como la presente colección.

Más información en www.apea.es

