

RINGKASAN MATERI
UJIAN NASIONAL MATEMATIKA SMA
PROGRAM IPS



KATA PENGANTAR

Alhamdulillah penulis panjatkan kehadirat Allah SWT., Atas limpahan rahmat, berkah, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan e-book “*Ringkasan Materi Ujian Nasional Matematika SMA Program IPS*” yang telah penulis susun sejak 2 tahun yang lalu.

E-Book ini mulanya hanya digunakan di lingkungan SMA Muhammadiyah Majenang, namun dengan adanya Internet, penulis berkeinginan agar e-book ini juga dapat bermanfaat bagi seluruh Siswa atau Guru Matematika SMA yang ada di Indonesia sebagai acuan untuk menyelesaikan soal-soal UJIAN NASIONAL.

Anda saat ini telah memiliki E-Book ini, saya sangat berharap Anda dapat sukses dalam menempuh UJIAN NASIONAL MATEMATIKA. Namun harapan Anda untuk LULUS tidak akan dapat terwujud hanya dengan memilikinya saja tanpa mempelajarinya dengan tekun dan penuh kesungguhan, jangan mudah menyerah. Jika mengalami masalah cobalah berbagi dengan orang-orang di sekitar Anda, mungkin dengan teman atau guru Anda. Gunakanlah e-book ini sebagai panduan Anda dalam mengerjakan soal-soal yang terdapat pada e-book KUMPULAN SOAL-SOAL UJIAN NASIONAL MATEMATIKA PROGRAM IPS.

E-Book ini bisa berhasil ada di tangan Anda juga berkat dukungan dari semua pihak terutama Istri tercinta Sutirah, Anak-anakku tersayang Rahmat Yulianto, Halizah Faiqotul Karomah, Aisya Fairuz Bahiyyah dan saudara-saudaraku terkasih yang memberi saya motivasi dan kekuatan yang sangat besar untuk dapat menyelesaikannya. Dukungan dari seluruh dewan guru dan karyawan SMA MUHAMMADIYAH MAJENANG juga sangat berarti bagi saya.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penyusunan e-book ini, oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik yang sifatnya membangun demi sempurnanya e-book ini dari semua member www.soalmatematik.com. Penulis juga berharap semoga e-book ini dapat bermanfaat bagi semua pihak. Amiin.

Majenang, Juni 2009
Penulis

Karyanto, S.Pd

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	1
DAFTAR ISI	2
1. Pangkat Rasional, Bentuk Akar dan Logaritma	3
2. Persamaan, Pertidaksamaan Dan Fungsi Kuadrat	4
3. Sistem Persamaan Linear	7
4. Logika Matematika	8
5. Statistika	10
6. Peluang	12
7. Fungsi Komposisi Dan Invers	13
8. Limit Fungsi	13
9. Turunan Fungsi	14
10. Matriks	15
11. Program Linear	16
12. Barisan Dan Deret Aritmetika	17
13. Barisan Dan Deret Geometri	18

1. PANGKAT RASIONAL, BENTUK AKAR DAN LOGARITMA

A. Pangkat Negatif dan Pangkat Nol

Misalkan $a \in \mathbb{R}$ dan $a \neq 0$, maka:

1) a^{-n} adalah kebalikan dari a^n atau sebaliknya, sehingga

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ atau } a^n = \frac{1}{a^{-n}}$$

2) $a^0 = 1$

B. Operasi Aljabar Bentuk Akar

Untuk setiap a, b , dan c bilangan positif, maka berlaku hubungan:

$$1) a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a+b)\sqrt{c}$$

$$4) \sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{(a+b) + 2\sqrt{ab}}$$

$$2) a\sqrt{c} - b\sqrt{c} = (a-b)\sqrt{c}$$

$$5) \sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{(a+b) - 2\sqrt{ab}}$$

$$3) \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

C. Merasionalkan penyebut

Untuk setiap pecahan yang penyebutnya mengandung bilangan irrasional (bilangan yang tidak dapat di akar), dapat dirasionalkan penyebutnya dengan kaidah-kaidah sebagai berikut:

$$1) \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

$$2) \frac{c}{a+\sqrt{b}} = \frac{c}{a+\sqrt{b}} \times \frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} = \frac{c(a-\sqrt{b})}{a^2-b}$$

$$3) \frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$$

D. Sifat-Sifat Pangkat

Jika a dan b bilangan real serta n, p, q bilangan bulat positif, maka berlaku:

$$1) a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$5) (a^p)^q = a^{pq}$$

$$2) a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$6) (a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$3) a^p \times a^q = a^{p+q}$$

$$7) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$4) a^p : a^q = a^{p-q}$$

E. Pengertian dan Sifat-Sifat Logaritma

Misalkan a adalah bilangan positif ($a > 0$) dan g adalah bilangan positif yang tidak sama dengan 1 ($g > 0, g \neq 1$), maka:

$${}^g\log a = x \text{ jika hanya jika } g^x = a$$

sifat-sifat logaritma sebagai berikut:

- | | |
|--|--|
| 1) ${}^g\log (a \times b) = {}^g\log a + {}^g\log b$ | 5) ${}^g\log a = \frac{1}{a \log g}$ |
| 2) ${}^g\log \left(\frac{a}{b}\right) = {}^g\log a - {}^g\log b$ | 6) ${}^g\log a \times {}^a\log b = {}^g\log b$ |
| 3) ${}^g\log a^n = n \times {}^g\log a$ | 7) $g^n \log a^m = \frac{m}{n} {}^g\log a$ |
| 4) ${}^g\log a = \frac{p \log a}{p \log g}$ | 8) $g^{g \log a} = a$ |

2. PERSAMAAN, PERTIDAKSAMAAN DAN FUNGSI KUADRAT**A. Persamaan Kuadrat**

- Bentuk umum persamaan kuadrat : $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$
- Nilai determinan persamaan kuadrat : $D = b^2 - 4ac$
- Akar-akar persamaan kuadrat dapat dicari dengan memfaktorkan ataupun dengan rumus:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

- Pengaruh determinan terhadap sifat akar:
 - Bila $D > 0$, maka persamaan kuadrat memiliki 2 akar real yang berbeda
 - Bila $D = 0$, maka persamaan kuadrat memiliki 2 akar real yang kembar dan rasional
 - Bila $D < 0$, maka akar persamaan kuadrat imajiner (tidak memiliki akar-akar)

- Jumlah akar-akar persamaan kuadrat : $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
- Selisih akar-akar persamaan kuadrat : $x_1 - x_2 = \left| \frac{\sqrt{D}}{a} \right|, x_1 > x_2$
- Hasil kali akar-akar persamaan kuadrat : $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Persamaan kuadrat baru disusun dengan rumus : $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$
- Beberapa rumus yang biasa digunakan saat menentukan persamaan kuadrat baru
 - $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2(x_1 \cdot x_2)$
 - $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3(x_1 \cdot x_2)(x_1 + x_2)$

B. Pertidaksamaan Kuadrat

Bentuk BAKU pertidaksamaan kuadrat adalah

$$ax^2 + bx + c \leq 0, ax^2 + bx + c \geq 0, ax^2 + bx + c < 0, \text{ dan } ax^2 + bx + c > 0$$

Adapun langkah penyelesaian Pertidaksamaan kuadrat adalah sebagai berikut:

1. Ubah bentuk pertidaksamaan ke dalam bentuk baku (jika bentuknya belum baku)
2. Cari nilai pembentuk nolnya yaitu x_1 dan x_2 (cari nilai akar-akar persamaan kuadratnya)
3. Simpulkan daerah himpunan penyelesaiannya:

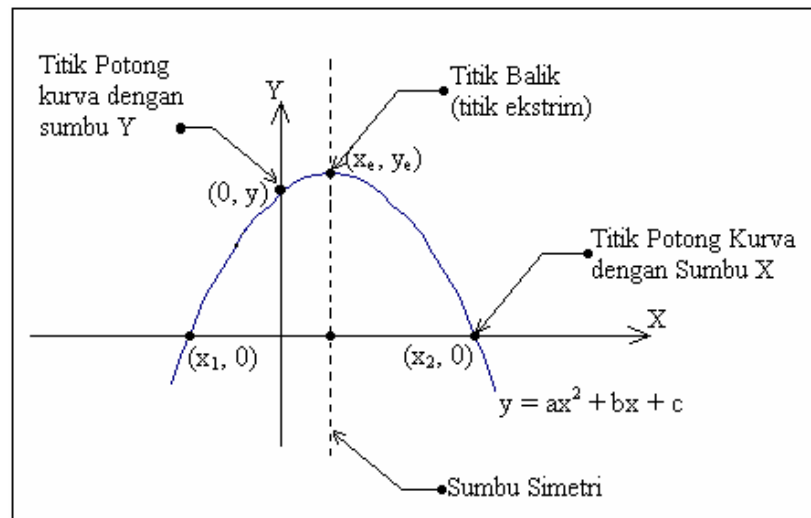
No	Pertidaksamaan	Daerah penyelesaian	Notasi Himpunan Penyelesaian
a	\geq atau $>$		HP ada di tepi , menggunakan kata hubung atau Hp = {x x ≤ x ₁ atau x ≥ x ₁ } atau Hp = {x x < x ₁ atau x > x ₁ }
b	\leq atau $<$		HP ada tengah Hp = {x x ₁ ≤ x ≤ x ₂ } atau Hp = {x x ₁ < x < x ₂ } atau

C. Fungsi kuadrat

1. Bentuk umum fungsi kuadrat : $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$
2. Pengaruh determinan terhadap bentuk grafik fungsi kuadrat adalah:

D	$a > 0$ (fungsi minimum)	$a < 0$ (fungsi maksimum)
$D > 0$		
$D = 0$		
$D < 0$		

3. Bagian-bagian grafik fungsi kuadrat



- a) Persamaan sumbu simetri : $x_e = -\frac{b}{2a}$
 b) Nilai ekstrim fungsi : $y_e = -\frac{D}{4a}$
 c) Koordinat titik balik/ekstrim : $(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a})$

4. Menentukan persamaan grafik fungsi kuadrat

- a) Grafik fungsi kuadrat yang melalui titik balik (x_e, y_e) dan sebuah titik tertentu (x, y) :

$$y = a(x - x_e)^2 + y_e$$

- b) Grafik fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di dua titik $(x_1, 0)$, $(x_2, 0)$, dan melalui sebuah titik tertentu (x, y) :

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

3. SISTEM PERSAMAAN LINEAR

A. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

1) Bentuk umum :
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

2) Dapat diselesaikan dengan metode grafik, substitusi, eliminasi, dan determinan.

3) Metode determinan:

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1;$$

$$D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}; \quad D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix};$$

$$x = \frac{D_x}{D}; \quad y = \frac{D_y}{D}$$

B. Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV)

1) Bentuk umum :
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

2) Dapat diselesaikan dengan metode eliminasi bertingkat dan determinan.

3) Metode determinan:

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = (a_1b_2c_3 + b_1c_2a_3 + c_1a_2b_3) - (a_3b_2c_1 + b_3c_2a_1 + c_3a_2b_1)$$

$$D_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}; \quad D_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}; \quad D_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix};$$

$$x = \frac{D_x}{D}; \quad y = \frac{D_y}{D}; \quad z = \frac{D_z}{D}$$

4. LOGIKA MATEMATIKA

A. Negasi (Ingkaran)

Negasi adalah pengingkaran terhadap nilai kebenaran suatu pernyataan. $\sim p$: tidak p

p	$\sim p$
B	S
S	B

B. Operator Logika

1) Konjungsi adalah penggabungan dua pernyataan atau lebih dengan operator “dan”.

$$p \wedge q : \text{p dan q}$$

2) Disjungsi adalah penggabungan dua pernyataan atau lebih dengan operator “atau”.

$$p \vee q : \text{p atau q}$$

3) Implikasi adalah penggabungan dua pernyataan dengan operator “Jika ..., maka ...”.

$$p \Rightarrow q : \text{Jika p maka q}$$

4) Biimplikasi adalah penggabungan dua pernyataan dengan operator “... jika dan hanya jika ...”

$$p \Leftrightarrow q : \text{p jika dan hanya jika q}$$

C. Nilai Kebenaran Konjungsi, Disjungsi, Implikasi, dan Biimplikasi

premis 1 P	premis 2 q	konjungsi $p \wedge q$	disjungsi $p \vee q$	implikasi $p \Rightarrow q$	biimplikasi $p \Leftrightarrow q$
B	B	B	B	B	B
B	S	S	B	S	S
S	B	S	B	B	S
S	S	S	S	B	B

Kesimpulan: perhatikan nilai kebenaran yang tercetak tebal

- 1) Konjungsi akan bernilai benar (B), jika kedua premis benar,
- 2) Disjungsi akan bernilai salah (S), jika kedua premis salah
- 3) Implikasi akan bernilai salah (S), jika premis sebelah kiri benar (B) dan kanan salah (S)
- 4) Biimplikasi akan bernilai benar (B), jika premis kiri dan kanan kembar

D. Konvers, Invers, dan Kontraposisi

Bila terdapat bentuk implikasi $p \Rightarrow q$, maka diperoleh tiga pengembangannya sebagai berikut:

Implikasi	Invers	Konvers	Kontraposisi
$p \Rightarrow q$	$\sim p \Rightarrow \sim q$	$q \Rightarrow p$	$\sim q \Rightarrow \sim p$

Kesimpulan yang dapat diambil adalah:

- 1) invers adalah negasi dari implikasi
- 2) konvers adalah kebalikan dari implikasi
- 3) kontraposisi adalah implikasi yang dibalik dan dinegasi

E. Pernyataan-Pernyataan yang Equivalen

- 1) implikasi \equiv kontraposisi : $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$
- 2) konvers \equiv invers : $q \Rightarrow p \equiv \sim p \Rightarrow \sim q$
- 3) $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$: ingkaran dari konjungsi
- 4) $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$: ingkaran dari disjungsi
- 5) $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$: ingkaran dari implikasi
- 6) $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$
- 7) $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$: ingkaran dari biimplikasi

F. Kuantor Universal dan Kuantor Eksistensial

- Kuantor Universal adalah suatu pernyataan yang berlaku untuk umum, notasinya “ $\forall x$ ” dibaca “untuk semua nilai x ”
- Kuantor Eksistensial adalah suatu pernyataan yang berlaku secara khusus, notasinya “ $\exists x$ ” dibaca “ada nilai x ” atau “beberapa nilai x ”
- Ingkaran dari pernyataan berkuantor
 - 1) $\sim(\forall x) \equiv \exists(\sim x)$
 - 2) $\sim(\exists x) \equiv \forall(\sim x)$

G. Penarikan Kesimpulan

Jenis penarikan kesimpulan ada 3 yaitu:

1) Modus Ponens
(MP)

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \quad : \text{premis 1} \\ p \quad \quad \quad : \text{premis 2} \\ \hline \therefore q \quad \quad : \text{kesimpulan} \end{array}$$

2) Modus Tollens
(MT)

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \quad : \text{premis 1} \\ \sim q \quad \quad \quad : \text{premis 2} \\ \hline \therefore \sim p \quad \quad : \text{kesimpulan} \end{array}$$

3) Silogisme

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \quad : \text{premis 1} \\ q \Rightarrow r \quad : \text{premis 2} \\ \hline \therefore p \Rightarrow r \quad : \text{kesimpulan} \end{array}$$

5. STATISTIKA

A. Ukuran Pemusatan Data

1). Rata-rata

a. Data tunggal: $\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$

b. Data berkelompok:

Cara konvensional	Cara sandi
$\bar{X} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i}$	$\bar{X} = \bar{X}_s + \left(\frac{\sum f_i \cdot u_i}{\sum f_i} \right) c$

f_i = frekuensi kelas ke-i
 x_i = Nilai tengah data kelas ke-i
 \bar{X}_s = Rataan sementara
 = x_i dari data dengan f_i terbesar

$u_i = \dots, -2, -1, 0, 1, 2 \dots$, disebut kode. 0 merupakan kode untuk \bar{X}_s
 c = panjang kelas interval

2) Median

Median adalah data yang berada tepat ditengah, setelah data tersebut diurutkan.

a. Data tunggal: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$:

median merupakan data ke $\frac{1}{2}(n + 1)$ atau $Me = X_{\frac{1}{2}(n+1)}$

b. Data berkelompok: $Me = Q_2$

3) Modus

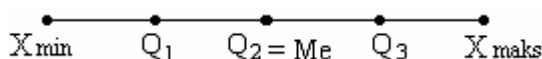
Modus adalah data yang sering muncul atau berfrekuensi terbesar.

▪ Data berkelompok: $Mo = L_{mo} + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) c$

L_{mo} = tepi bawah kelas modus
 d_1 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sebelumnya
 d_2 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sesudahnya

4) Kuartil

Kuartil adalah membagi bentangan data menjadi empat bagian sama panjang setelah data tersebut di urutkan dari yang terkecil (X_{min}) sampai yang terbesar (X_{maks}), seperti pada bagan di bawah ini.



$X_{min}, Q_1, Q_2, Q_3,$ dan X_{maks} disebut dengan statistika 5 serangkai

a. Data tunggal:

- (i) Tentukan median (Q_2) dengan cara membagi bentangan data menjadi dua bagian
- (ii) Q_1 (kuartil bawah) merupakan median data bentangan sebelah kiri
- (iii) Q_3 (kuartil atas) merupakan median data bentangan sebelah kanan

b. Data berkelompok

$$Q_i = L_{Q_i} + \left(\frac{\frac{i}{4}N - \sum f_k}{f_{Q_i}} \right) c$$

i = jenis kuartil (1, 2, atau 3)
 f_k = Frekuensi kumulatif sebelum kelas kuartil
 f_{Q_i} = Frekuensi kelas kuartil
 N = Jumlah seluruh data
 L_{Q_i} = tepi bawah kelas yang memuat kelas kuartil

- 5) Rataan Gabungan (penggabungan rata-rata 2 atau lebih kelompok data)

$$\bar{X}_g = \frac{n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2 + n_3 \cdot x_3 + \dots}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots}$$

dengan n_1, n_2, n_3, \dots : banyaknya data kelompok 1, kelompok 2, kelompok 3 ... dst

x_1, x_2, x_3, \dots : nilai rata-rata data kelompok 1, kelompok 2, kelompok 3 ... dst

B. Ukuran Penyebaran Data

1. Jangkauan atau Rentang (R)

$$R = X_{\text{maks}} - X_{\text{min}}$$

Dengan X_{maks} : statistik maksimum atau data yang terbesar

X_{min} : statistik minimum atau data yang terkecil

2. Hamparan atau Rentang Antar Kuartil atau Jangkauan Antar Kuartil (H)

$$H = Q_3 - Q_1$$

Dengan Q_1 : kuartil pertama atau kuartil bawah

Q_3 : kuartil ketiga atau kuartil atas

3. Simpangan Kuartil atau Rentang Semi Antarkuartil (Qd)

$$Qd = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$$

4. Simpangan Rata-Rata (Sr)

a. Data tunggal :
$$Sr = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n};$$

b. Data terkelompok:
$$Sr = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{N};$$

5. Standar Deviasi atau Deviasi Standar atau Simpangan Baku (S)

- a. Data tunggal

i) Ragam atau Variansi :
$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

ii) Simpangan baku :
$$S = \sqrt{S^2}$$

- a. Data Terkelompok

i) Ragam atau Variansi :
$$S^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}$$

ii) Simpangan baku :
$$S = \sqrt{S^2}$$

6. PELUANG

A. Notasi Faktorial

- 1) $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$
- 2) $n! = n \times (n-1)!$
- 3) $1! = 1$
- 4) $0! = 1$

B. Permutasi

Permutasi adalah pola pengambilan yang memperhatikan urutan ($AB \neq BA$), jenisnya ada 3, yaitu:

- 1) Permutasi dari beberapa unsur yang berbeda; ${}_n P_r = \frac{n!}{(n-k)!}$
- 2) Permutasi dengan beberapa unsur yang sama; ${}_n P_{n_1, n_2, n_3} = \frac{n!}{n_1! n_2! n_3!}, n_1 + n_2 + n_3 + \dots \leq n$
- 3) Permutasi siklis (lingkaran); ${}_n P_{\text{siklis}} = (n-1)!$

C. Kombinasi

Kombinasi adalah pola pengambilan yang tidak memperhatikan urutan ($AB = BA$).

Kombinasi dari beberapa unsur yang berbeda adalah ${}_n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

D. Peluang Suatu Kejadian

- 1) Kisaran nilai peluang : $0 \leq P(A) \leq 1$
- 2) $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$, $n(A)$ banyaknya kejadian A dan $n(S)$ banyaknya ruang sampel
- 3) Peluang komplemen suatu kejadian : $P(A^c) = 1 - P(A)$
- 4) Peluang gabungan dari dua kejadian : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- 5) Peluang dua kejadian saling lepas : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- 6) Peluang dua kejadian saling bebas : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
- 7) Peluang kejadian bersyarat (A dan B tidak saling bebas) : $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

E. Frekuensi Harapan Fh

Frekuensi harapan kejadian A dari n kali percobaan adalah : $Fh(A) = n \times P(A)$

7. FUNGSI KOMPOSISI DAN INVERS

A. Domain Fungsi (D_F)

- 1) $F(x) = \sqrt{f(x)}$, D_F semua bilangan R, dimana $f(x) \geq 0$
- 2) $F(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, D_F semua bilangan R, dimana $g(x) \neq 0$

B. Komposisi Fungsi dan Invers Fungsi

- 1) $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
- 2) $(f \circ g \circ h)(x) = f(g(h(x)))$
- 3) $(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$
- 4) $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$, maka $f(x)^{-1} = \frac{-dx + b}{cx - a}$

8. LIMIT FUNGSI

A. Limit Mendekati Bilangan $a \in \mathbb{R}$

- Teorema L'Hospital digunakan : Jika $\frac{f(a)}{g(a)} = \frac{0}{0}$, maka $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$

B. Limit Mendekati Tak Berhingga

- | | |
|--|--|
| <ol style="list-style-type: none"> 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{cx^n + dx^{n-1} + \dots} = \frac{a}{c}$ 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{cx^m + dx^{m-1} + \dots} = 0$,
untuk $m > n$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{cx^m + dx^{m-1} + \dots} = \infty$,
untuk $m < n$ | <ol style="list-style-type: none"> 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{ax + b} \pm \sqrt{cx + d}) = \infty$, bila $a > c$ 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{ax + b} \pm \sqrt{cx + d}) = 0$, bila $a = c$ 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{ax + b} \pm \sqrt{cx + d}) = -\infty$, bila $a < c$ 7) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{ax^2 + qx + r}) = \frac{b-q}{2\sqrt{a}}$ |
|--|--|

9. TURUNAN FUNGSI

A. Rumus-Rumus Turunan Fungsi Aljabar (Derivatif)

Untuk u dan v adalah fungsi dari x , dan c adalah konstanta, maka:

- 1) $y = u + v, \Rightarrow y' = u' + v'$
- 2) $y = c \cdot u, \Rightarrow y' = c \cdot u'$
- 3) $y = u \cdot v, \Rightarrow y' = v \cdot u' + u \cdot v'$
- 4) $y = \frac{u}{v}, \Rightarrow y' = \frac{(v \cdot u' - u \cdot v')}{v^2}$
- 5) $y = u^n, \Rightarrow y' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$

B. Tafsiran Geometris

Turunan suatu fungsi dapat digunakan dalam penafsiran geometris dari suatu fungsi, diantaranya:

- 1) Gradien garis singgung kurva $f(x)$ di titik $x = a$, yaitu $m = f'(a)$
Rumus persamaan garis singgung kurva yang melalui titik (a, b) dan bergradien m adalah:
 $y - b = m(x - a)$
- 2) Fungsi $f(x)$ naik, jika $f'(x) > 0$, dan turun, jika $f'(x) < 0$
- 3) Fungsi $f(x)$ stasioner jika $f'(x) = 0$
- 4) Nilai stasioner $f(x)$ maksimum jika $f''(x) < 0$, dan minimum jika $f''(x) > 0$

10. MATRIKS

A. Transpose Matriks

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka transpose matriks A adalah $A^T = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$

B. Penjumlahan dan Pengurangan Matriks

Dua matriks dapat dijumlahkan bila kedua matriks tersebut berordo sama. Penjumlahan dilakukan dengan menjumlahkan elemen-elemen yang seletak

C. Perkalian Matriks dengan Bilangan Real

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka $nA = n \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} an & bn \\ cn & dn \end{pmatrix}$

D. Perkalian Matriks dengan Matriks

- Perkalian matriks A dan B dapat dilakukan bila jumlah kolom matriks A sama dengan jumlah baris matriks B ($A_{m \times n} \times B_{p \times q}$, jika $n = p$) dan hasil perkaliannya adalah matriks berordo $m \times q$.
- Hasil perkalian merupakan jumlah perkalian elemen-elemen baris A dengan kolom B.

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, dan $B = \begin{pmatrix} k & l & m \\ n & o & p \end{pmatrix}$, maka

$$A \times B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} k & l & m \\ n & o & p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ak + bn & al + bo & am + bp \\ ck + dn & cl + do & cm + dp \end{pmatrix}$$

E. Matriks Identitas (I)

- $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

- Dalam perkalian dua matriks terdapat matriks identitas (I), sedemikian sehingga $I \times A = A \times I = A$

F. Determinan Matriks berordo 2x2

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka determinan dari matriks A dinyatakan $\text{Det}(A) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

G. Invers Matriks

- Dua matriks A dan B dikatakan saling invers bila $A \times B = B \times A = I$, dengan demikian A adalah invers matriks B atau B adalah invers matriks A.

Bila matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka invers A adalah: $A^{-1} = \frac{1}{\text{Det}(A)} \text{Adj}(A) = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

- Sifat-sifat invers matriks
 - 1) $(A \times B)^{-1} = B^{-1} \times A^{-1}$
 - 2) $(B \times A)^{-1} = A^{-1} \times B^{-1}$

H. Matriks Singular

matriks singular adalah matrik yang tidak mempunyai invers, karena nilai determinannya sama dengan nol

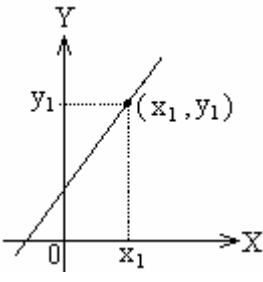
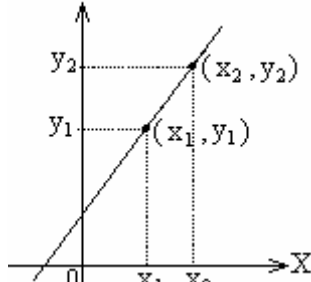
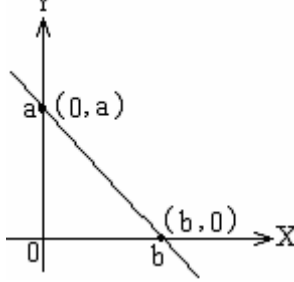
I. Persamaan Matriks

Bentuk-bentuk persamaan matriks sebagai berikut:

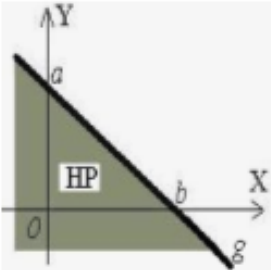
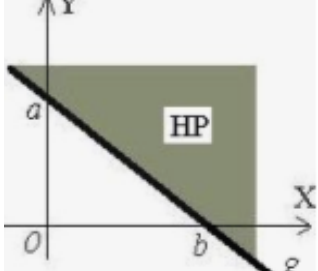
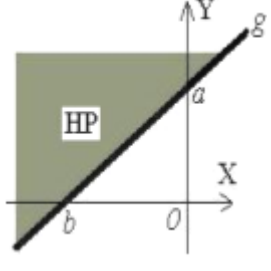
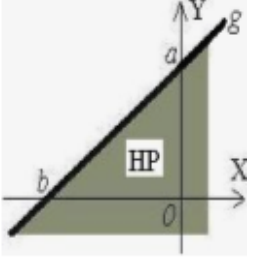
- 1) $A \times X = B \Leftrightarrow X = A^{-1} \times B$
- 2) $X \times A = B \Leftrightarrow X = B \times A^{-1}$

11. PROGRAM LINEAR

A. Persamaan Garis Lurus

 <p>(1)</p> <p>a. Persamaan garis yang bergradien m dan melalui titik (x_1, y_1) adalah: $y - y_1 = m(x - x_1)$</p>	 <p>(2)</p> <p>b. Persamaan garis yang melalui dua titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah : $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$</p>	 <p>(3)</p> <p>c. Persamaan garis yang memotong sumbu X di $(b, 0)$ dan memotong sumbu Y di $(0, a)$ adalah: $ax + by = ab$</p>
--	---	--

B. Pertidaksamaan Linear

 <p>(1)</p>	 <p>(2)</p>	 <p>(3)</p>	 <p>(4)</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Garis condong ke kiri ($m < 0$) 		<ul style="list-style-type: none"> • Garis condong kanan ($m > 0$) 	
<ul style="list-style-type: none"> • Garis g utuh dan HP di bawah garis $ax + by \leq ab$ • Jika garis g putus-putus dan HP di bawah garis, maka $ax + by < ab$ 	<ul style="list-style-type: none"> • Garis utuh dan HP di atas garis $ax + by \geq ab$ • Jika garis g putus-putus dan HP di atas garis, maka $ax + by > ab$ 	<ul style="list-style-type: none"> • Garis utuh dan HP di atas garis $ax + by \leq ab$ • Jika garis g putus-putus dan HP di atas garis, maka $ax + by < ab$ 	<ul style="list-style-type: none"> • Garis utuh dan HP di bawah garis $ax + by \geq ab$ • Jika garis g putus-putus dan HP di bawah garis, maka $ax + by > ab$

C. Fungsi Tujuan (Obyektif / Sasaran), Nilai Maksimum, dan Nilai Minimum

- 1) Fungsi tujuan adalah nilai f untuk x dan y tertentu dari suatu program linear, dan dinyatakan $f(x, y)$
- 2) Nilai fungsi sasaran yang dikehendaki adalah kondisi x dan y yang menyebabkan maksimum atau minimum
- 3) Pada gambar himpunan penyelesaian program linear, titik-titik sudut merupakan titik-titik kritis, dimana nilai minimum atau maksimum berada.

12 . BARISAN DAN DERET ARITMETIKA

A. Barisan aritmetika adalah barisan yang mempunyai beda tetap untuk suku yang berdekatan

- 1) $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ barisan aritmetika
- 2) $U_1 = a$ suku pertama
- 3) $b = U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = U_n - U_{n-1}$ beda
- 4) $U_m - U_k = (m - k)b$
- 5) $U_n = a + (n - 1)b$ suku ke- n

B. Deret aritmetika adalah penjumlahan suku-suku pada barisan aritmetika

- 1) $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ deret aritmetika
- 2) $S_n = \frac{1}{2}n(a + U_n)$ (1) digunakan jika diketahui data a dan U_n
 $= \frac{1}{2}n(2a + (n - 1)b)$ (2) digunakan jika diketahui data a dan b
 $= \frac{b}{2}n^2 + kn, k = \frac{1}{2}(2a - b)$ (3) digunakan jika S_n dalam bentuk fungsi
- 3) $U_n = S_n - S_{n-1}$ hubungan antara suku ke- n dan deret
 $U_1 = a = S_1$

C. Bila banyaknya suku suatu barisan aritmetika adalah $2k - 1$ dan ganjil, maka terdapat suku tengah U_t , sedemikian sehingga:

$$U_t = \frac{1}{2} (a + U_{2k-1}) \text{ dengan } t = k \text{ letak suku tengah}$$

D. Bila dua bilangan x dan y disisipkan k bilangan, sehingga membentuk barisan aritmetika, maka:

$$b_{\text{baru}} = \frac{y - x}{k + 1}$$

13. BARISAN DAN DERET GEOMETRI

A. Barisan geometri adalah barisan yang memiliki perbandingan/rasio tetap

- 1) $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ barisan geometri
- 2) $U_1 = a$ suku pertama
- 3) $r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_n}{U_{n-1}}$ rasio
- 4) $U_n = ar^{n-1}$ suku ke-n

B. Deret geometri adalah penjumlahan suku-suku pada barisan geometri

- 1) $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ deret geometri
- 2) $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$ jumlah n suku pertama deret geometri
- 3) $S_\infty = \frac{a}{1 - r}$ deret geometri tak hingga
- 4) $U_n = S_n - S_{n-1}$ hubungan antara suku ke-n dan deret
- 5) Bila deret geometri memiliki rasio r sedemikian sehingga $-1 < r < 1$, maka deret geometri tersebut memiliki jumlah di suku tak terhingga (deret konvergen)

C. Bila banyaknya suku suatu barisan geometri adalah n dan ganjil, maka terdapat suku tengah U_t , sedemikian sehingga:

$$U_t = \sqrt{a \cdot U_n} \text{ dengan } t = \frac{1}{2}(n + 1)$$

D. Bila dua bilangan x dan y disisipkan k bilangan, sehingga membentuk barisan geometri, maka:

$$r_{\text{baru}} = \sqrt[k+1]{\frac{y}{x}}$$