

ISBN, 978-602-19877-4-2



PROSIDING

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN STATISTIKA

(SEMASTAT) 2016

Diselenggarakan Oleh :
Jurusan Matematika FMIPA UNP
Bekerjasama dengan FORSTAT
25-26 FEBRUARI 2016



Didukung Oleh:



SAMBUTAN KETUA PANITIA

Assalamualaikum Wr. Wb

Marilah kita bersyukur kehadirat Allah SWT, karena atas rahmat dan karuniaNya, Seminar Nasional Matematika dan Statistika serta Musyawarah Nasional ke-4 Forum Pendidikan Tinggi Statistika Indonesia (FORSTAT) dapat dilaksanakan. Syalawat beriring salam marilah kita hadiahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad, SAW yang telah membawa umat manusia dari zaman kebodohan sampai pada zaman berilmu pengetahuan sebagaimana yang kita nikmati hari ini. Rangkaian kegiatan Semnas dan Munas ini berlangsung selama tiga hari (25 – 27 Februari 2016) yang diselenggarakan oleh Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.

Merupakan kehormatan bagi Jurusan Matematika FMIPA UNP yang telah dipercaya sebagai penyelenggara Munas dan Semnas tahun 2016 ini, kita bermohon kepada Allah SWT, semoga seluruh rangkaian kegiatan yang telah diagendakan dapat berjalan dengan baik dan mencapai tujuan sebagaimana yang diharapkan. Selanjutnya, kami mengucapkan **SELAMAT DATANG DI KOTA PADANG** kepada seluruh peserta Seminar dan Munas ke-4 FORSTAT 2016, semoga kita semua dapat menikmati suasana Kota Padang dengan makanan khasnya.

Seminar Nasional dan Musyawarah Nasional FORSTAT tahun ini bertemakan “**Peran Matematika dan Statistika dalam Meningkatkan Daya Saing Bangsa**”. Kegiatan Musyawarah Nasional ke-4 Forum Pendidikan Tinggi Statistika Indonesia (FORSTAT), diikuti oleh Ketua Departemen/Jurusan/Program Studi Statistika seluruh Indonesia, Pengurus Forum Pendidikan Tinggi Statistika Indonesia Periode 2014-2016, dan Anggota Forum Pendidikan Tinggi Statistika Indonesia Wakil Institusi. Agenda dalam kegiatan Munas adalah (1) Evaluasi Kegiatan FORSTAT Periode 2014 – 2016; (2) Pemilihan Pengurus FORSTAT Periode 2016 – 2018; dan (3) Pembahasan Rencana Kerja FORSTAT Periode 2016 – 2018. Selanjutnya, Seminar Nasional Matematika dan Statistika diikuti oleh 221 orang peserta, yang berasal dari 66 Institusi (Universitas Negeri, Universitas Swasta, UIN/IAIN, STIS, Guru, Mahasiswa Pascasarjana, serta Badan Pusat Statistik Provinsi dan Kabupaten/Kota) di seluruh Indonesia. Kegiatan seminar nasional ini menghadirkan tiga orang *keynote speaker*, yaitu Dr. Suryamin, M. Sc (Kepala Badan Pusat Statistik Indonesia), Prof. Dr. Khairil Anwar Notodiputro, M.S. (Guru Besar Statistika Institut Pertanian Bogor), dan Prof. Dr. Ahmad Fauzan, M. Pd, M. Sc (Guru Besar Pendidikan Matematika Universitas Negeri Padang). Pada kegiatan seminar ini, juga disajikan 172 makalah hasil penelitian pada sesi paralel yang dikelompokkan ke dalam tiga bidang (Statistika, Matematika, dan Pendidikan Matematika). Untuk menikmati keindahan alam dan budaya Sumatera Barat, kepada peserta kami tawarkan paket tour berupa wisata ke Danau Singkarak, Istano Basa Pagaruyuang, Ngarai Sianok, dan Jam Gadang Bukittingi, serta tidak lupa menikmati masakan Padang. Kegiatan Tour ini akan dilaksanakan pada hari Sabtu/27 Februari 2016.

Pada kesempatan ini, kami mengucapkan terima kasih kepada Bapak Gubernur Provinsi Sumatera Barat, Rektor Universitas Negeri Padang, Dekan FMIPA Universitas Negeri Padang, Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang, dan seluruh panitia yang telah bekerja keras untuk mempersiapkan dan menyelenggarakan kegiatan ini. Selanjutnya, ucapan terima kasih kami sampaikan kepada sponsor (Pemerintah Provinsi Sumatera Barat, Bank Nagari, Badan Pusat Statistik Provinsi Sumatera Barat, PT. Semen Padang, PT. SAS Indonesia, dan BNI 46,) serta pihak-pihak lain yang telah mendukung terlaksananya kegiatan ini.

Atas nama panitia, kami mohon maaf kepada seluruh peserta dan hadirin, jika dalam pelayanan kami masih terdapat kekurangan selama penyelenggaraan kegiatan ini. Akhirnya, kami mengucapkan selamat mengikuti kegiatan Seminar dan Munas FORSTAT 2016, semoga kegiatan ini bermanfaat bagi kita semua.

Wabillahi taufiq walhidayah, wassalamualaikum Wr. Wb.

Padang, 26 Februari 2016,
Ketua Panitia,

Drs. Syafriandi, M. Si

SAMBUTAN REKTOR UNIVERSITAS NEGERI PADANG

Assalamualaikum Wr. Wb

Puji dan syukur tak henti-hentinya kita sampaikan kehadiran Allah SWT atas limpahan rahmat dan karuniaNya kepada kita semua, sehingga Seminar Nasional Matematika dan Statistika serta Musyawarah Nasional ke-4 Forum Pendidikan Tinggi Statistika Indonesia (FORSTAT) dapat terselenggara dengan baik. Syalawat beserta salam marilah kita hadiahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad, SAW. yang telah membawa umat manusia dari zaman jahiliyah ke zaman yang berilmu pengetahuan sebagaimana yang kita nikmati hari ini.

Rektor beserta sivitas akademika Universitas Negeri Padang, mengucapkan selamat datang kepada seluruh peserta Seminar dan Munas ke-4 FORSTAT 2016, teristimewa kepada *keynote speaker*, Dr. Suryamin, M. Sc (Kepala Badan Pusat Statistik Indonesia), Prof. Dr. Khairil Anwar Notodiputro, M.S. (Guru Besar Statistika Institut Pertanian Bogor), dan Prof. Dr. Ahmad Fauzan, M. Pd, M. Sc (Guru Besar Pendidikan Matematika Universitas Negeri Padang). Semoga kehadiran kita semua, memberikan dampak positif bagi perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi di Indonesia.

Tema kegiatan ini, yakni **“Peran Matematika dan Statistika dalam Meningkatkan Daya Saing Bangsa”** sejalan dengan Visi Kemristekdikti 2015-2019, yaitu “Terwujudnya pendidikan tinggi yang bermutu serta kemampuan IPTEK dan inovasi untuk mendukung daya saing bangsa”. Dalam hal ini Perguruan tinggi diharapkan menjadi aktor utama dalam meningkatkan daya saing bangsa. Salah satu peran strategis yang bisa dilakukan adalah memperbanyak riset dan publikasi ilmiah.

Kami sangat senang dan bangga, atas kerja keras panitia yang telah dapat menghadirkan *keynote speaker*, dan 167 orang peneliti yang berasal dari 66 institusi dari seluruh Indonesia yang akan menyajikan makalah hasil penelitiannya. Selanjutnya, kami mengucapkan selamat kepada Forum Pendidikan Tinggi Statistika Indonesia (FORSTAT) yang melakukan Musyawarah Nasional ke-4 di Universitas Negeri Padang.

Pada kesempatan ini, kami mengucapkan terima kasih kepada seluruh pihak yang telah berkontribusi dan berpartisipasi dalam mensukseskan kegiatan ini. Teristimewa kepada Pemerintah Provinsi Sumatera Barat, para sponsor (Bank Nagari, Badan Pusat Statistik Provinsi Sumatera Barat, PT. Semen Padang, PT. SAS Indonesia, dan BNI 46,) dan seluruh panitia yang telah bekerja keras menyelenggarakan kegiatan ini.

Atas nama pimpinan universitas dan segenap civitas akademika Universitas Negeri Padang, mohon maaf kepada seluruh peserta dan undangan, jika dalam penyelenggaraan kegiatan ini masih terdapat kekurangan. Akhirnya, kami mengucapkan selamat mengikuti kegiatan Seminar dan Munas FORSTAT 2016, semoga kegiatan ini bermanfaat bagi kita semua.

Wabillahi taufiq walhidayah, wassalamualaikum Wr. Wb.

Padang, 26 Februari 2016
Rektor Universitas Negeri Padang,

Prof. Dr. Phil. Yanuar Kiram.

PROSIDING

**SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN STATISTIKA
(SEMASTAT) 2016**

EDITOR

Dr. Ir. Hari Wijayanto, M.Si

Dr. Anang Kurnia, M.Si

Prof. Dr. Ahmad Fauzan, M.Pd, M.Sc

Prof. Dr. I Made Arnawa, M.Si

Dr. Yerizon, M.Si

STRUKTUR PANITIA
SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN MUSYAWARAH
NASIONAL FORSTAT 2016

Pelindung : Rektor Universitas Negeri Padang
 Penanggung Jawab : Dekan FMIPA Universitas Negeri Padang
 Pengarah : 1. Dr. Anang Kurnia, M. Si. (Ketua FORSTAT)
 2. Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNP
 (M. Subhan, M. Si)

Panitia Pelaksana

Ketua	:	Drs. Syafriandi, M. Si
Sekretaris	:	Yenni Kurniawati, M.Si
Bendahara	:	Dra. Nonong Amalita, M. Si
Kesekretariatan	:	Koordinator : Suherman, M.Si Anggota : 1. Dra.Media Rosha, M.Si 2. Fitri Mudia Sari, M. Si 3. Elvi Silvia, S.Si
Divisi Publikasi	:	Koordinator : Dr. Yerizon, M.Si Anggota : 1. Dr. Armiami, M.Pd 2. Dra. Helma, M.Si 3. Doni Fisko, S.Si 4. Julianto
Divisi Acara	:	Koordinator : Dra. Sri Elniati, M.A Anggota : 1. Heru Maulana, M.Si 2. Meira Parma Dewi, M.Kom
Divisi Dana	:	Koordinator : Drs. H. Yarman, M.Pd Anggota : 1. Dra. Arnellis, M.Si 2. Dr. Ali Asmar, M.Pd
Divisi Transportasi	:	Koordinator : Dr. Irwan, M.Si Anggota : 1. Drs. Hendra Syarifuddin, Ph.D 2. Fridgo Tasman, M.Sc

Divisi Tamu	:	Koordinator : Drs. Mukhni, M.Pd Anggota : 1. Dra. Elita Zusti Djamaan, M.A 2. Dra. Fitriani Dwina, M.Ed
Divisi Tempat dan Perlengkapan	:	Koordinator : Dr. Edwin Musdi Anggota : 1. Riry Sriningsih, M. Sc 2. Defri Ahmad, S.Pd, M.Si 3. Drs. Yusmet Rizal, M.Si 4. Afridon
Divisi Konsumsi	:	Koordinator : Dra. Dewi Murni, M.Si Anggota : 1. Mirna, M.Pd 3. Dra. Minora L. Nasution, M.Pd 2. Dra. Jazwinarti, M.Pd

DAFTAR ISI

	Halaman
1 ANALISIS SPATIAL DAN PREDIKSI MUTU AIR SUNGAI PH DAN SUHU UNTUK BERBAGAI FUNGSI AUTOKOVARIANS (KASUS: SUNGAI CITARIK, JAWA BARAT) Achmad Bachrudin, Sukono, Sudradjat, Norizan Bt Mohamed	1
2 PENERAPAN METODE <i>ADVANCED MEASURED APPROARCH</i> PADA DATA EKSTRIM DALAM MENANGGULANGI MODAL OPERASIONAL PERBANKAN INDONESIA Achmad Zanbar Soleh, Lienda Noviyanti	14
3 EFEK MODERASI PADA PEMODELAN STRUKTURAL (Studi Kasus: Kinerja Dosen dan Karyawan Universitas Nusantara PGRI Kediri) Amin Tohari	23
4 <i>LISA</i> DALAM MENGANALISA PENYEBARAN PEMINAT PRODI MATEMATIKA FMIPA UNM JALUR SNMPTN 2015 Aswi, Sukarna, Muhammad Abdy	33
5 PENGAJARAN MATERI STATISTIKA DESKRIPTIF DENGAN PERANGKAT LUNAK SUMBER TERBUKA <i>RCMDRPLUGIN.SPSS</i> Dedi Rosadi	43
6 PENDUGAAN PARAMETER OVERDISPERSI DALAM PENGEPASAN MODEL PADA DATA DENGAN RESPON BANYAK NOL (<i>SPARSE DATA</i>) Dian Handayani, Anang Kurnia, Kusman Sadik	50
7 MODIFIKASI METODE ARRSSES DAN APLIKASINYA Erna Tri Herdiani, Riska Amalia, M. Saleh AF	60
8 SKEWED LAPLACE DISTRIBUTION FOR EUROPEAN CALL OPTION PRICING Evy Sulistianingsih, Neva Satyahadewi, Muhlasah Novitasari Mara Yundari	66
9 PENERAPAN TEKNIK BOOTSTRAP PADA ANALISIS SEM Ferra Yanuar	73

10	PEMBENTUKAN MODEL PEMOGRAMAN STOKASTIK LINIER PADA MANAJEMEN ASET DAN LIABILITAS PERUSAHAAN ASURANSI Feni Andriani, Karmilasari, Adang Suhendra, Tri Handhika	79
11	PERAMALAN CURAH HUJAN EKSTRIM SECARA SPASIAL (STUDI KASUS: CURAH HUJAN BULANAN DI KABUPATEN INDRAMAYU) Fitri Mudia Sari	85
12	PROYEKSI PENDUDUK PEKANBARU 2015-2035 MENGGUNAKAN MODEL DETERMINISTIK Granita	95
13	KLASIFIKASI RUMAH SAKIT BERDASARKAN PELAYANAN DASAR RAWAT INAP Hanan Hana Nadia, Titin Siswantining, Saskya Mary Soemartojo	104
14	BAYESIAN MODEL AVERAGING UNTUK MENGANALISIS FAKTOR YANG MEMPENGARUHI ANGKA KEMATIAN BAYI: STUDI KASUS DI JAWA TIMUR Heri Kuswanto, Veni Freista, Dwi Atmono Agus Widodo, Mutiah Salamah	112
15	PENERAPAN MULTIPLE CLASSIFICATION ANALYSIS (MCA) DALAM PENENTUAN UPAH MINIMUM PROVINSI (UMP) DI INDONESIA I Made Arcana	122
16	PROFILING PRESCHOOL EDUCATION PARTICIPATION IN INDONESIA: BAYESIAN MULTILEVEL ANALYSIS USING WinBUGS Ika Yuni Wulansari	128
17	BAYESIAN HIERARCHICAL SMALL AREA MODEL FOR UNMATCHED SAMPLING Ika Yuni Wulansari	136
18	PENDEKATAN ANALISIS BILOT DAN SWOT UNTUK MENGANALISIS DAYA SAING EKONOMI INDONESIA MENGHADAPI MASYARAKAT EKONOMI ASEAN Iqbal Hanif	145
19	MODEL LOG-LINEAR PADA FAKTOR YANG MEMPENGARUHI BERHENTI STUDI MAHASISWA Lely Kurnia	155

20	THE IMPACT OF EDUCATION, SCREENING AND TREATMENT PROGRAM ON THE HIV TRANSMISSION DYNAMICS Marsudi	165
21	SISTEM PERINGATAN DINI BENCANA TSUNAMI MENGGUNAKAN LOGIKA FUZZY Meira Parma Dewi	175
22	ANALISIS CLUSTER UNTUK PENGELOMPOKAN KABUPATEN/KOTA DI PROVINSI SUMATERA BARAT BERDASARKAN INDIKATOR KEMISKINAN Mira Meilisa	179
23	PENDEKATAN <i>BI-RESPON MULTIVARIATE ADAPTIVE REGRESI SPLINE (B-MARS)</i> PADA PEMODELAN <i>CAPITAL STRUCTURE</i> DAN <i>MACRO ECONOMY</i> TERHADAP PROFITABILITAS PERUSAHAAN MANUFAKTUR YANG TERDAFTAR DI BEI PERIODE 2013-2014 Muhammad Bisyri Effendi	185
24	IMPLEMENTASI <i>GRAPH PARTITIONING</i> PADA PARALELISASI PERKALIAN MATRIKS-VEKTOR Murni, Tri Handhika, Ilmiyati Sari, Dina Indarti	194
25	REPRESENTASI BILANGAN KOMPLEKS DENGAN MATRIKS PERSEGI Muzamil Huda	200
26	PERBEDAAN CAPAIAN PENDIDIKAN ANAK BERDASARKAN PERUBAHAN PENGELUARAN RUMAH TANGGA DI INDONESIA TAHUN 2011-2013 Novi Hidayat Puspongoro, Dewi Purwanti	214
27	PERANCANGAN ZONA TARIF BRT TRANS MUSI MENGGUNAKAN ALGORITMA <i>GREEDY</i> DAN <i>SPANNING TREE</i> Putra Bahtera Jaya Bangun, Sisca Octarina, Azmi Gita Natasha	223
28	PERBANDINGAN PROPORTIONAL ODD, ADJACENT-CATEGORY DAN CONTINUATION RATIO LOGIT MODEL PADA RESPON ORDINAL Restu Arisanti, Anang Kurnia, Kusman Sadik	232

- 29 **PENGGUNAAN PENDIDIKAN UNTUK MENGURANGI KESENJANGAN UPAH GENDER DI INDONESIA: APLIKASI METODE REGRESI KUANTIL** 239
Ribut Nurul Tri Wahyuni
- 30 **KAJIAN PENDIDIKAN DALAM MENGURANGI KESENJANGAN UPAH GENDER DI INDONESIA** 246
Ribut Nurul Tri Wahyuni
- 31 **DAMPAK PENGALIHAN SUBSIDI BBM KE PEMBANGUNAN INFRASTRUKTUR TERHADAP PEREKONOMIAN INDONESIA : ANALISIS INPUT-OUTPUT** 253
Ribut Nurul Tri Wahyuni
- 32 **PENGARUH *PEER SUPPORT* DAN *LEADER SUPPORT* TERHADAP TINGKAT *AUTONOMY* DARI PEKERJA DKI JAKARTA** 261
Rianti Setiadi, Titin Siswantining, Astari Karamina, Baizura Fahma
- 33 **PENGARUH *PEER SUPPORT* DAN *LEADER SUPPORT* TERHADAP TINGKAT *AUTONOMY* DARI PEKERJA DKI JAKARTA YANG DIBEDAKAN MENURUT *GENDER* DAN SECARA *GENERAL*** 269
Rianti Setiadi, Titin Siswantining, Astari Karamina, Baizura Fahma
- 34 **POLA HUBUNGAN KOMPONEN KECERDASAN MAJEMUK, GAYA BELAJAR DAN GAYA MENGAJAR YANG DISUKAI SISWA SMP KRISTEN KALAM KUDUS SOLO** 277
Rianti Setiadi, Riana Setiadi, dan Rosi Melati
- 35 **KORELASI ANTARA NILAI STATISTIKA MATEMATIKA I DENGAN STATISTIKA MATEMATIKA II MAHASISWA JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA IAIN STS JAMBI** 286
Rini Warti, Ali Murtadlo, Rizalamsah
- 36 **FAKTOR-FAKTOR YANG MEMPENGARUHI IPK LULUSAN JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA IAIN STS JAMBI** 290
Rini Warti, Ali Murtadlo, Wahyudi Amnur
- 37 **PENGARUH PENERAPAN STRATEGI PEMBELAJARAN INQUIRY TERHADAP KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH DITINJAU BERDASARKAN KEMANDIRIAN BELAJAR MAHASISWA JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA UIN SUSKA RIAU** 296
Risnawati, Ramon Muhandaz

38	PERSPEKTIF GRAMSCI DALAM POLEMIK DATA STATISTIK	302
	RR.Immamul Muttakhidah	
39	KAJIAN TENTANG KEMAMPUAN PENALARAN DAN KEPENTINGAN DATA STATISTIK	312
	RR.Immamul Muttakhidah	
40	<i>STATISTIK UJI RASIO LIKELIHOOD UNTUK MENDETEKSI DATA OUTLIER PADA MODEL AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTIC</i>	319
	Sediono	
41	ANALISIS TIME SERIES DENGAN MENGGUNAKAN MODEL FUNGSI TRANSFER UNTUK PENDUGAAN CURAH HUJAN DI KABUPATEN KEPAHANG	327
	Siska Yosmar, Dyah Setyo Rini, Herlin Fransiska, Nur Afandi	
42	PENAKSIRAN MATRIK PERJALANAN KENDARAAN RINGAN BERDASARKAN PENGAMATAN VOLUME LENGAN DENGAN PENDEKATAN INFERENSI BAYES (Studi Kasus : Persimpangan Veteran – Sumbersari Kota Malang)	338
	Sobri Abusini	
43	ANALISIS REGRESI DATA PANEL DALAM PEMODELAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI JAWA BARAT TAHUN 2010-2013 MELALUI FIX EFFECT MODEL	345
	Soemartini	
44	PENDEKATAN TEKNIK BOX JENKINS DALAM MEMODELKAN KURVA PENURUNAN PRODUKSI MINYAK BUMI	355
	Sri Wahyuningsih, Rahmat Gunawan	
45	PEMETAAN WILAYAH DI INDONESIA MENURUT BESARAN MODAL SOSIAL: PENDEKATAN METODE MODEL-BASED CLUSTERING	362
	Tiodora Hadumaon Siagian, Agung Priyo Utomo, Mohammad Dokhi	
46	KAJIAN METODE ESTIMASI PARAMETER <i>CONTINUUM-GENERALIZED METHOD OF MOMENTS</i>	372
	Tri Handhika, Murni	

- 47 **MODEL REGRESI COX WEIBULL UNTUK MENENTUKAN FAKTOR-FAKTOR YANG MEMPENGARUHI LAMA STUDI MAHASISWA** 380
Triyani Hendrawati, Anang Kurnia, Kusman Sadik
- 48 **METODE CART UNTUK IDENTIFIKASI PENGARUH KONDISI SOSIAL EKONOMI LANSIA TERHADAP KEPUTUSAN BEKERJA** 388
Wahyu Wibowo, Dwiatmono Agus Widodo, Pitri Ariska Susilowati
- 49 **ANALISIS BILOT DENGAN DNS BIASA DAN KEKAR UNTUK PEMETAAN HASIL BELAJAR MAHASISWA IPB BOGOR** 396
Warsito
- 50 **PEMBENTUKAN MODEL PDRB KABUPATEN/KOTA DI SUMATERA BARAT MENGGUNAKAN ANALISIS REGRESI DATA PANEL KOEFISIEN TETAP** 407
Yenni kurniawati, Nonong Amalita
- 51 **ANALISIS FLEKSIBILITAS MODEL REGRESI UNTUK MENGATASI OVERDISPERSI PADA DATA CACAH** 417
Lusi Eka Afri
- 52 **PENGEMBANGAN MODUL PEMBELAJARAN MATEMATIKA DENGAN PENDEKATAN INKUIRI UNTUK MEMBANTU SISWA SMA KELAS X DALAM MEMAHAMI MATERI PELUANG** 423
Endang Novita Tjiptiany, Abdur Rahman As'ari, Makbul Muksar
- 53 **VALIDITAS PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS PEMECAHAN MASALAH UNTUK PESERTA DIDIK KELAS VII SMP** 429
Tomi Tridaya Putra, Armiami, Irwan
- 54 **TAHAP *PRELIMINARY RESEARCH* PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS STRATEGI ACE PADA MATERI RELASI FUNGSI DAN PERSAMAAN GARIS LURUS UNTUK KELAS VIII SMP** 437
Fitria Pratama Ningsih, Yerizon, Hendra Syarifuddin
- 55 **PENINGKATAN KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA DENGAN METODE INKUIRI PADA SISWA SMA** 446
Yerizon

- 56 **PENGEMBANGAN MEDIA PEMBELAJARAN INTERAKTIF BERBASIS KONSTRUKTIVISME PADA MATERI BANGUN RUANG SISI DATAR DI KELAS VIII SMP** 455
Ira Asyura, Hendra Syarifuddin, Ridwan
- 57 **PENGARUH STRATEGI *SCAFFOLDING* TERHADAP KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS MATEMATIS DITINJAU DARI KEMAMPUAN SPASIAL** 462
Fiqih Wulandari, Anah Suhaenah Suparno, Acep Kusdiwelirawan
- 58 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERORIENTASI KONSTRUKTIVISME UNTUK MATERI BILANGAN DI KELAS VII SMP** 471
Aidil Safitra, Ahmad Fauzan, Syahrul R
- 59 **PENGEMBANGAN DESAIN PEMBELAJARAN PECAHAN BERBASIS *REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION* (RME) UNTUK SISWA KELAS IV SD** 481
Oci Yulinasari, Ahmad Fauzan, Yuni Ahda
- 60 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS STRATEGI PEMBELAJARAN INKUIRI UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS SISWA KELAS VIII SEKOLAH MENENGAH PERTAMA** 491
Gezi Afrianti, Irwan, Indrati Kusumaningrum
- 61 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS *REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION* YANG VALID UNTUK KELAS IV SD** 498
Alfi Sabri, Edwin Musdi, Yulkifli
- 62 **TAHAP *PRELIMINARY RESEARCH* PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING UNTUK PESERTA DIDIK KELAS VIII SMP** 506
Rena Revita, I Made Arnawa, Darmansyah
- 63 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS PENDEKATAN PEMECAHAN MASALAH UNTUK SISWA KELAS VII SMP** 516
Sri Devi
- 64 **KAJIAN TENTANG PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING UNTUK KELAS VII SMP/MTs** 523
Yuri Safriani, Yerizon, Armiami

- 65 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING UNTUK MENINGKATKAN PEMAHAMAN KONSEP DAN KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIS PESERTA DIDIK KELAS VIII SMP** 532
Aan Putra, Hendra Syarifuddin, Indrati Kusumaningrum
- 66 **TAHAP *PRELIMINARY RESEARCH* PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS PENDEKATAN PEMECAHAN MASALAH UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH PESERTA DIDIK KELAS X SMA** 541
Anton Suhendra, Hendra Syarifuddin, Irwan
- 67 **THE EFFECT OF LEARNING METHOD AND SELFCONCEPT PERSPECTIVE OF STUDENTS' MATHEMATICS ABILITY** 551
Rukmini Handayani
- 68 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS KONSTRUKTIVISME UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA KELAS VIII SMP** 559
M.Rezki Putra
- 69 **TAHAP *PRELIMINARY RESEARCH* PENGEMBANGAN BAHAN AJAR MATEMATIKA BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING PADA MATERI PERSAMAAN GARIS LURUS DAN TEOREMA PYTHAGORAS DI SMP KELAS VIII** 566
Wiga Ariani, Yerizon, Jasrial
- 70 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS *PROBLEM BASED LEARNING* PADA MATERI SISTEM PERSAMAAN LINEAR DAN KUADRAT UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH PESERTA DIDIK KELAS X SMA** 576
Edwin Musdi, Ridwan
- 71 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS PENDEKATAN KONTEKSTUAL UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA KELAS VIII SMP** 586
Melati Ardeliza, Edwin Musdi, Yerizon

- 72 **TAHAP *PRELIMINARY RESEARCH* PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS *DISCOVERY LEARNING* PADA MATERI PYTHAGORAS UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH SISWA KELAS VIII SMP** 593
Sherlyane Hendri
- 73 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS *INQUIRY* UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIKA PESERTA DIDIK KELAS VIII SMP** 603
Mayona Chantika
- 74 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS *GUIDED INQUIRY* UNTUK SISWA KELAS X SMA/MA** 608
Artita Salmi, Yerizon, Hendra Syarifuddin
- 75 **TAHAP *PRELIMINARY RESEARCH* PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING PADA MATERI LINGKARAN DAN GARIS SINGGUNG LINGKARAN UNTUK PESERTA DIDIK KELAS VIII SMP** 618
Wahyu Saswika, Armiami, Darmansyah
- 76 **PENINGKATAN KOMUNIKASI DAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA DENGAN MENGGUNAKAN PENDEKATAN PEMBELAJARAN *OPEN-ENDED* PADA SISWA KELAS XI AKUTANSI SMK NEGERI 1 KERUMUTAN** 625
Muhar Rira
- 77 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS PENDEKATAN KONTEKSTUAL UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS PESERTA DIDIK KELAS VII SMP** 634
Alimatu Saqdhah, Armiami, Yerizon
- 78 **PROFIL BERPIKIR SISWA *CLIMBER* PADA SEKOLAH MENENGAH PERTAMA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH MATEMATIKA** 642
Silvia Fitriani
- 79 **PENGEMBANGAN DESAIN PEMBELAJARAN TOPIK PERBANDINGAN DENGAN PENDEKATAN RME** 651
Elva Yezita, Ahmad Fauzan, Lufri

- 80 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS PENDEKATAN KONTEKSTUAL PADA MATERI BARISAN DAN DERET KELAS XI SMK** 663
Ita Desnatalia, I Made Arnawa, Irwan
- 81 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS MASALAH DI KELAS VIII SMP** 673
Rani Valicia Anggela
- 82 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS *PROBLEM BASED LEARNING* UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH SISWA KELAS X SMK** 679
Helvia Sri Dewi, Edwin Musdi, Indrati Kusumaningrum
- 83 **TAHAP *PRELIMINARY RESEARCH* PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS PENDEKATAN SAINTIFIK UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH SISWA KELAS VIII SEKOLAH MENENGAH PERTAMA** 686
Cherly Mardelfi
- 84 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS PENDEKATAN SAINTIFIK UNTUK SISWA KELAS XI SEKOLAH MENENGAH ATAS** 696
Dina Sardi, Irwan, Yuni Ahda
- 85 **EKSPLORASI PEMBELAJARAN LITERASI STATISTIKA DALAM PARADIGMA KONSTRUKTIVISME** 705
Muhammad Arif Tiro, Muhammad Nusrang
- 86 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING UNTUK MATERI TRIGONOMETRI PADA KELAS X SMA** 716
Reni Oktaviani Hersika, Armiami, Edwin Musdi
- 87 **PEMBELAJARAN LITERASI STATISTIKA MELALUI PENDEKATAN SAINTIFIK DALAM MODEL KOOPERATIF TIPE TPS** 722
Muhammad Nusrang, Suwardi Annas
- 88 **KEVALIDAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS *DISCOVERY LEARNING* PADA KELAS X SMA** 733
Nita Putri Utami, I Made Arnawa, Lufri

- 89 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS PENDEKATAN PEMECAHAN MASALAH UNTUK KELAS VII SMP** 743
Novita Anggraini, Armiami, Irwan
- 90 **ANALISIS PROSES BERPIKIR SISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL PADA MATERI ARITMETIKA SOSIAL BERDASARKAN TEORI POLYA DI KELAS VII SMP NEGERI 20 SINGKAWANG** 750
Rien Anitra
- 91 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS *DISCOVERY LEARNING* PADA IMPLEMENTASI PENDEKATAN *SCIENTIFIC* DI KELAS VII SMP** 761
Mayang Intan Suri
- 92 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS METODE PENEMUAN TERBIMBING PADA TAHAP INVESTIGASI AWAL** 769
Sherly Adrila Fitri, Irwan, Hendra Syarifuddin
- 93 **PENGEMBANGAN MEDIA PEMBELAJARAN MATEMATIKA INTERAKTIF BERBASIS KONSTRUKTIVIS PADA MATERI DIMENSI TIGA UNTUK SISWA KELAS X IPA** 777
Lusi Englita
- 94 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA INTERAKTIF BERBASIS KONTEKSTUAL UNTUK SISWA SMA KELAS X PADA MATERI DIMENSI TIGA** 780
Rezki Donheri
- 95 **PERSEPSI MAHASISWA CALON GURU TERHADAP SUATU ARGUMENTASI MATEMATIS** 787
Sukirwan
- 96 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN KONSTRUKTIVISME MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN LANGSUNG PADA KELAS V DI SEKOLAH DASAR** 801
Ali Asmar

- 97 **APLIKASI PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI SEKOLAH NON FORMAL PKBM KASIH BUNDO SEBAGAI JALUR PENDIDIKAN YANG MEMUTUS “ANAK PUTUS SEKOLAH” DI KOTA BUKITTINGGI** 809
Eka Pasca Surya Bayu
- 98 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS *PROBLEM BASED LEARNING* UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS PESERTA DIDIK KELAS VIII SEKOLAH MENENGAH PERTAMA** 816
Yuriska Mayasari
- 99 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS PENDEKATAN KONTEKSTUAL UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH SISWA KELAS VIII SMP** 822
Lydia Dwiana Putri, Edwin Musdi, Ngusman
- 100 **PENGEMBANGAN CD MULTIMEDIA INTERAKTIF BERBASIS KONSTRUKTIVISME UNTUK MATERI BANGUN DATAR SEGITIGA DAN SEGIEMPAT DI KELAS VII SMP** 832
Hidayatul Fitri, Ahmad Fauzan, Jazwinarti
- 101 **PENGEMBANGAN LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK BERBASIS *PROBLEM BASED LEARNING* UNTUK MATERI MATEMATIKA SEMESTER 1 KELAS VIII SMP TAHAP *PRELIMINARY RESEARCH*** 842
Zulfah, Ahmad Fauzan, Armiati
- 102 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS *PROBLEM BASED LEARNING* (PBL) UNTUK SMP** 852
Erma Dewita, I Made Arnawa, Lufri
- 103 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS *INQUIRY* UNTUK MATERI LINGKARAN DAN GARIS SINGGUNG LINGKARAN KELAS VIII SMP** 864
Susni Irma Yanti
- 104 **PENGARUH MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE *GROUP INVESTIGATION* TERHADAP KEMAMPUAN PENALARAN DAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA KELAS VII SMP NEGERI KOTA JAMBI** 869
Ayu Yarmayani

- 105 **ASOSIASI (KEERATAN HUBUNGAN) KEMAMPUAN REPRESENTASI DAN PEMAHAMAN MATEMATIS SISWA MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN BERBASIS MASALAH DALAM MATERI PECAHAN DI KELAS VII SMP NEGERI 1 SUNGAI KUNYIT** 879
Resy Nirawati
- 106 **PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA MENGGUNAKAN MODEL *DISCOVERY LEARNING* DENGAN PENDEKATAN *SCIENTIFIC* PADA MATERI PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN LINEAR KELAS X SMA** 888
Wisnaneri, Irwan, Yulkifli
- 107 **HUBUNGAN FUNGSI TERINTEGRAL HENSTOCK SERENTAK DARI \mathcal{R}^n KE ℓ^p , ($1 \leq p < \infty$) DENGAN SIFAT *UNIFOMLY GLOBALLY SMALL RIEMANNSUMS*** 893
Aniswita
- 108 **ANALISIS KESULITAN GURU MATEMATIKA SEKOLAH MENENGAH DALAM MEMPERSIAPKAN PEMBELAJARAN YANG BERPUSAT PADA SISWA** 901
Armiami
- 109 **PENGINTEGRASIAN MULTIMEDIA UNTUK MENINGKATKAN KUALITAS PERKULIAHAN PENGANTAR RISET OPERASI DI JURUSAN MATEMATIKA FMIPA UNP PADANG** 910
Hendra Syarifuddin
- 110 **PENGARUH PENERAPAN TEKNIK PROBING PROMPTING TERHADAP PENALARAN MATEMATIS SISWA** 924
Fitrani Dwina, Aiza Priwahyuni Candra
- 111 **MATHEMATICAL REASONING SKILLS ANALYSIS OF CLASS X SMA 5 BUKITTINGGI THROUGH APPLICATION OF PROBLEM BASED LEARNING MODEL** 932
Mukhni, Mirna, Rahmi Hijri
- 112 **PENERAPAN STRATEGI PEMBELAJARAN *THINKING ALOUD PAIR PROBLEM SOLVING* (TAPPS) TERHADAP KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA KELAS VIII SMPN 11 PADANG** 940
Minora Longgom Nasution, Dini Widiyastuti

113	TAHAP <i>PRELIMINARY RESEARCH</i> PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING PADA MATERI LINGKARAN DAN GARIS SINGGUNG LINGKARAN UNTUK PESERTA DIDIK KELAS VIII SMP	945
	Wahyu Saswika, Armiami, Darmansyah	

PEMETAAN WILAYAH DI INDONESIA MENURUT BESARAN MODAL SOSIAL: PENDEKATAN METODE MODEL-BASED CLUSTERING

Tiodora Hadumaon Siagian¹, Agung Priyo Utomo² dan Mohammad Dokhi³

¹Pusat Kajian Statistik Sosial, Sekolah Tinggi Ilmu Statistik
e-mail: theo@stis.ac.id

²Pusat Kajian Statistik Sosial, Sekolah Tinggi Ilmu Statistik
e-mail: agung@stis.ac.id

³Pusat Kajian Statistik Sosial, Sekolah Tinggi Ilmu Statistik
e-mail: dokhi@stis.ac.id

Abstract. *Social capital has an important role on regional development. The experts even consider that social capital is equivalent to other development capitals, such as economic capital and human capital. Social capital is made up of several elements such as family and relatives, associations that are horizontal (group), social networks, political societies, institutions and norms or social values. A region with a large social capital generally have high networking, high cooperation and also good level of trust among its residents. With a large social capital, the competitiveness of the region will be better and increased. Consequently this condition will increase the level of productivity of the region, which in turn increases people's welfare in the region. This study aims to map the region in Indonesia by observing the amount of social capital using Model-Based Clustering approach. The amount of social capital was represented by three groups of indicators: trust and tolerance; membership in associations and local networks; and collective action. Model-Based Clustering method is selected because it is considered to have some advantages compare to classical clustering methods and also because this method uses statistical principles. It is expected that the results of this study will be beneficial for designing, implementing, monitoring, and evaluating effective development programs in order to increase the competitiveness of the region.*

Keywords: *Social capital, Regional competitiveness, Model-Based Clustering, Indonesia*

1. Pendahuluan

Konsep modal sosial belakangan ini mulai banyak mendapat perhatian dari para peneliti dan pembuat kebijakan karena dipandang memiliki peran penting dalam pertumbuhan ekonomi dan pembangunan wilayah. Pada umumnya para ahli memandang modal sosial setara dengan modal pembangunan lainnya, yaitu modal ekonomi dan modal manusia. Bahkan modal sosial tidak jarang dilihat sebagai katalisator atau perekat yang memungkinkan modal-modal pembangunan lainnya bekerja saling memperkuat untuk mendapatkan hasil yang lebih efektif dan efisien. Dengan banyaknya perhatian yang diberikan tersebut, banyak penelitian dilakukan untuk membandingkan besaran modal sosial antar wilayah. Beugelsdijk dan Van Schaik yang membandingkan modal sosial diantara 54 wilayah Eropa Barat menemukan bahwa modal sosial yang besar berhubungan dengan peningkatan pembangunan ekonomi dan pertumbuhan ekonomi wilayah [1]. Penelitian lain yang juga melihat perbedaan besaran modal sosial antar wilayah antara lain dilakukan oleh [2, 3].

Modal sosial merupakan suatu konsep yang kompleks sehingga ahli ekonomi, sosiologi dan politik mendefinisikannya secara berbeda-beda. Namun secara sederhana

modal sosial dapat artikan sebagai sumber daya kelompok dalam bentuk upaya bersama di setiap kelompok masyarakat yang ditunjang oleh norma perubahan, kohesifitas sosial, kepercayaan, resiprositas, partisipasi dan eksternalitas yang digerakkan melalui variasi jaringan [4]. Modal sosial didasarkan pada nilai jaringan sosial dan merupakan sumber daya yang dapat digunakan sebagai investasi untuk mendapatkan sumber daya baru. Sehingga modal sosial diyakini merupakan salah satu komponen utama untuk menggerakkan kebersamaan, ide, kepercayaan dan saling menguntungkan demi kemajuan bersama [4]. Di Indonesia, keberadaan modal sosial sangat kental terasa dan ini tercermin dalam berbagai kegiatan yang bertujuan untuk kepentingan bersama yang dilakukan secara gotong royong.

Daya saing wilayah adalah faktor utama dalam pembangunan wilayah. Konsep daya saing wilayah terkait dengan kemampuan wilayah tersebut mempertahankan atau meningkatkan keunggulan kompetitif yang berkelanjutan [5]. Para ahli ekonomi sudah melihat bahwa modal sosial merupakan unsur penting dalam daya saing suatu wilayah [2]. Daerah yang memiliki modal sosial yang besar umumnya memiliki jaringan yang tinggi, kerjasama yang saling menguntungkan dan juga tingkat kepercayaan yang baik di antara penduduknya. Sehingga dengan modal sosial yang besar, daya saing daerah akan lebih baik dan meningkat. Kondisi ini akan membawa pada peningkatan tingkat produktivitas daerah, yang pada gilirannya meningkatkan kesejahteraan masyarakat di wilayah tersebut.

Pengukuran besaran modal sosial umumnya dilakukan melalui sebuah indeks komposit yang dibentuk berdasarkan beberapa indikator modal sosial [misalnya pada 1,2,3]. Selain dengan indeks komposit, metode pengelompokan juga dapat digunakan untuk mengidentifikasi, mengelompokkan dan mengklasifikasi wilayah berdasarkan kombinasi dari beberapa indikator modal sosial. Metode pengelompokan klasik seperti pengelompokan hirarki *agglomerative* atau *K-means* dapat memberikan hasil yang menyesatkan karena penilaian subyektif berdasarkan kesamaan atau jarak perbedaan dari pengamatan. Selain itu, metode pengelompokan klasik tidak berdasarkan prinsip-prinsip statistik.

Metode *Model Based Clustering* menerapkan pengelompokan melalui pemilihan model-model statistik [6]. Dalam *Model Based Clustering* data diasumsikan berasal dari sebuah *mixture* beberapa subpopulasi yang diwakili oleh sebuah distribusi probabilitas [7]. Asumsi ini mengarah pada sebuah model probabilitas matematika untuk data yaitu *finite mixture model* dan setiap komponen pada *mixture model* mewakili sebuah kelompok (*cluster*) yang berbeda [7]. Dua proses utama dalam *mixture model* yaitu estimasi parameter dan pemilihan model terbaik. Estimasi parameter umumnya dilakukan dengan metode *Maximum Likelihood* (ML) dan pemilihan model terbaik dipilih berdasar ukuran seperti *Bayesian Information Criterion* (BIC), *Integrated Complete Likelihood* (ICL) dan *Minimum Message Length* (MML). Banyak kelompok akan diperoleh ketika model terbaik terpilih.

Berdasarkan diskusi di atas, studi ini bertujuan untuk melakukan analisis pemetaan besaran modal sosial di Indonesia dengan pendekatan metode *Model-Based Clustering*. Besaran modal sosial masyarakat Indonesia diukur menurut tiga kelompok indikator yaitu: i) sikap percaya dan toleransi, ii) keanggotaan dalam perkumpulan dan iii) aksi bersama. Dengan data modal sosial yang bersumber dari hasil Survei Sosial Ekonomi Nasional Modul Sosial Budaya dan Pendidikan tahun 2012, provinsi-provinsi di Indonesia dapat diklasifikasi menurut 3 level modal sosial; tinggi, menengah dan rendah. Hasil analisis menunjukkan bahwa umumnya provinsi-provinsi di Indonesia

masuk dalam level menengah dan hanya sekitar 12 persen yang masuk pada level rendah.

2. Metode

2.1. Konsep Modal Sosial

Konsep modal sosial menurut OECD mengacu pada pada lembaga, hubungan, dan norma-norma yang membentuk kualitas dan kuantitas interaksi sosial suatu masyarakat [3]. Sedangkan menurut Bourdieu “modal sosial adalah jumlah sumber daya, aktual atau maya, yang ada pada seorang individu atau kelompok. Namun konsep mendasar tentang modal sosial adalah sumber daya yang melekat pada hubungan antar individu. Individu yang terlibat dalam hubungan sosial dapat memanfaatkan sumber daya tersebut untuk kepentingan pribadi maupun kelompok.

Berdasarkan bentuk proses interaksi sosial dalam mengakses sumber daya dapat dibedakan tiga tipologi modal sosial [3] yaitu: *bonding*, *bridging* dan *linking*. *Bonding* mengacu pada hubungan yang seseorang miliki dengan orang-orang seperti dirinya. *Bridging* mengacu pada hubungan dengan teman-teman, rekan dan kolega dengan latar belakang yang berbeda, misalnya berbeda status sosial ekonomi, usia, generasi, ras atau etnis. Sedangkan *Linking* mengacu pada hubungan dalam hirarki lapisan sosial yang berbeda, di mana kekuasaan, status sosial dan kekayaan diakses oleh kelompok-kelompok yang berbeda.

Enam unsur pokok dalam modal sosial yaitu [4]:

- a) Partisipasi dalam suatu jaringan; kemampuan sekelompok orang untuk melibatkan diri dalam suatu jaringan sosial melalui berbagai variasi hubungan yang saling berdampingan dan dilakukan atas dasar prinsip sukarela, kesamaan, kebebasan, dan keadaban.
- b) *Reciprocity*; kecenderungan untuk saling tukar kebaikan antar individu dalam kelompok atau antar kelompok.
- c) *Trust*; suatu bentuk keinginan untuk mengambil resiko dalam hubungan sosialnya berdasar keyakinan bahwa yang lain akan melakukan sesuatu yang diharapkan dan akan bertindak dalam suatu pola tindakan yang saling mendukung.
- d) Norma sosial; sekumpulan aturan yang diharapkan dipatuhi dan diikuti oleh masyarakat dalam suatu entitas sosial tertentu.
- e) Nilai-nilai; suatu ide yang telah turun temurun dianggap benar dan penting oleh anggota kelompok masyarakat.
- f) Tindakan proaktif; suatu keinginan yang kuat dari anggota kelompok untuk tidak saja berpartisipasi namun senantiasa mencari jalan bagi keterlibatan anggota kelompok dalam suatu kegiatan masyarakat.

Modal sosial dapat dianalisis dari level mikro sampai level makro [3]. Analisis pada level mikro meliputi individu, rumah tangga, ataupun masyarakat dalam komunitas tertentu. Pada level ini, modal sosial tercermin dari hubungan horisontal. Interaksi yang terjadi dalam jaringan sosial pada komunitas tertentu akan menjamin kepatuhan terhadap norma dan nilai serta resiprositas antar manusia. Pada level meso, modal sosial dipandang memandang modal sosial secara lebih luas yang tidak hanya melibatkan hubungan horisontal namun juga mencakup hubungan vertikal di dalam kelompok maupun antar kelompok. Sedangkan pada level makro, modal sosial merujuk pada hubungan mencakup hubungan sosial yang sangat luas meliputi lingkungan sosial dan politik yang membentuk struktur sosial dan memungkinkan norma untuk berkembang.

Ada 3 jenis kelompok indikator yang disarankan oleh Grootaert & Bastelaar (2002) dalam [3] untuk mengukur modal sosial pada level makro yaitu: indikator terkait sikap

percaya dan kepatuhan terhadap norma yang berlaku, keanggotaan dalam perkumpulan dan jejaring lokal, dan indikator terkait aksi bersama.

- a) Sikap percaya dan kepatuhan pada norma merupakan modal sosial kognitif yang membutuhkan persepsi dan pengalaman responden terkait perilaku yang memerlukan sikap percaya.
- b) Keanggotaan dalam perkumpulan dan jejaring lokal merupakan indikator modal sosial struktural yang meliputi banyaknya perkumpulan dan anggotanya, keragaman internal anggota, dan pengelolaan perkumpulan seperti pengambilan keputusan yang demokratis.
- c) Aksi bersama mencakup berbagai kegiatan yang dilaksanakan oleh sekelompok orang.

2.2. Metode Model-Based Clustering

Pertama kali istilah *Model-Based Clustering* digunakan oleh [7] untuk menggambarkan suatu pengelompokan dimana sebuah kelompok pada populasi diidentifikasi berdasar distribusi probabilitas dan keseluruhan populasi dimodelkan sebagai sebuah *mixture distribution*. Sehingga metode *Model-Based Clustering* dapat dikatakan sebagai metode pengelompokan berdasarkan model probabilitas. Saat ini Metode *Model-Based Clustering* telah banyak diaplikasikan diberbagai bidang misalnya seperti analisis gen [9], analisis politik [10] dan analisis kerentanan sosial terhadap dampak bencana alam [11].

Misalkan $\mathbf{x} = \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n$ adalah sampel acak berdimensi p diasumsikan berasal dari sebuah model *finite mixture* maka fungsi kepadatan probabilitasnya berbentuk:

$$f(\mathbf{x}; \pi_j, \theta_j) = \sum_{j=1}^J \pi_j f_j(\mathbf{x}_i, \theta_j), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Dimana J adalah total jumlah cluster, π_j adalah *mixing proportion* dari cluster ke- j (probabilitas bahwa sebuah pengamatan \mathbf{x}_i berada pada cluster ke- j dengan kepadatan yang bersesuaian $f_j(\mathbf{x}_i, \theta_j)$). Pada model *finite mixture* π_j bernilai positif sehingga $\pi_j \geq 0$ dan $\sum_{j=1}^J \pi_j = 1$. Pada makalah ini diasumsikan komponen dari model *mixture* berdistribusi normal multivariat sehingga persamaan (1) memiliki bentuk:

$$f(\mathbf{x}; \pi_j, \mu_j, \varphi_j) = \sum_{j=1}^J \pi_j f_j(\mathbf{x}_i; \mu_j, \varphi_j)$$

dengan

$$f_j(\mathbf{x}_i; \mu_j, \varphi_j) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\varphi_j|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{x}_j - \mu_j)^T \varphi_j^{-1} (\mathbf{x}_j - \mu_j) \right\}$$

Dimana μ_j adalah vektor rata-rata dan φ_j adalah matriks varians kovarians dan $f_j(\mathbf{x}_i; \theta_j, \varphi_j)$ adalah fungsi kepadatan probabilitas dari komponen ke- j . Proses utama pada *model-based clustering* adalah mengestimasi parameter dari $f_j(\mathbf{x}_i)$ yang umumnya dilakukan dengan metode ML, mengestimasi *mixing proportion* komponen ke- j yaitu (π_j) dan memilih model terbaik yang menggambarkan struktur data yang sekaligus juga memberikan jumlah cluster optimal dari model *mixture*.

Untuk n pengamatan yang saling bebas dari sebuah model *mixture*, fungsi likelihood adalah:

$$L(\pi_j, \mu_j, \varphi_j) = \prod_{i=1}^n \left\{ \sum_{j=1}^J \pi_j f_j(\mathbf{x}_i | \mu_j, \varphi_j) \right\}$$

Estimasi dari maximum likelihood untuk $(\pi_j, \mu_j, \varphi_j)$ yaitu $(\hat{\pi}_j, \hat{\mu}_j, \hat{\varphi}_j)$ dapat diperoleh

melalui: $\frac{\partial \ln L(\pi_j, \mu_j, \varphi_j)}{\partial (\pi_j, \mu_j, \varphi_j)} = \mathbf{0}$ dengan algoritma *Expectation Maximization* (EM).

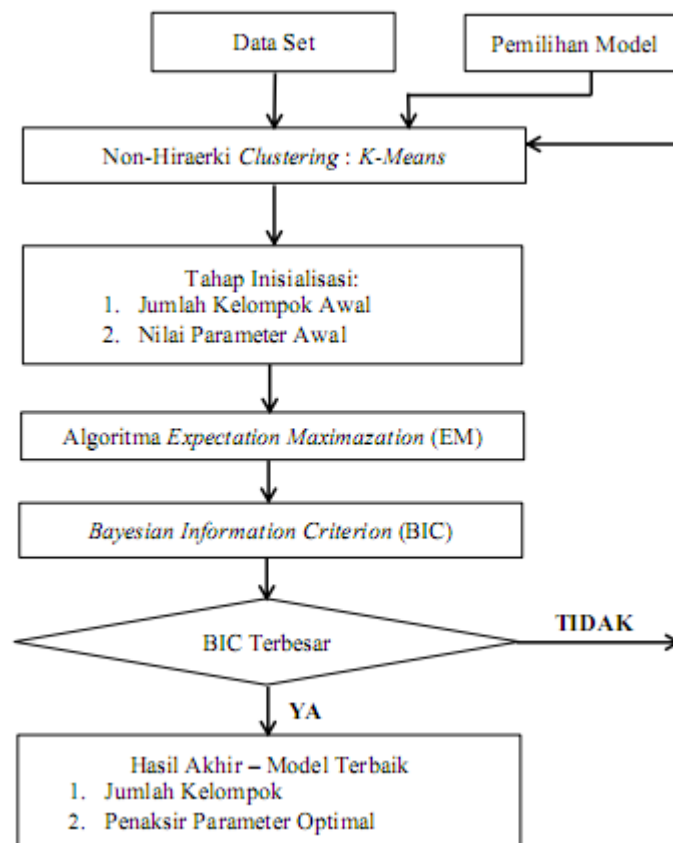
Probabilitas posterior untuk \mathbf{x}_i 's anggota cluster j :

$$\hat{\tau}_j(\mathbf{x}_i) = \frac{\pi_j f_j(\mathbf{x}_i | \mu_j, \varphi_j)}{f(\mathbf{x}_i; \pi_j, \mu_j, \varphi_j)} \quad \text{untuk } i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, J$$

Jumlah cluster dan asumsi distribusi dari komponen pada model *mixture* akan membentuk model-model yang berbeda untuk data yang di-input. Sehingga jumlah cluster dari model *mixture* dapat ditentukan berdasarkan faktor Bayes menggunakan ukuran BIC:

$$BIC_g = 2L_M(x, \theta) - m_g \log(n)$$

dimana L_M adalah nilai log likelihood dari data yang di-input dan model M ; m_g adalah jumlah parameter yang harus diestimasi untuk model M . Model dengan nilai BIC terbesar dipilih sebagai model terbaik [6,7]. Diagram alir tahapan dalam *model-based clustering* disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Tahapan dalam Model-Based Clustering

2.3. Sumber Data

Sumber data yang digunakan dalam studi ini berasal dari publikasi Statistik Modal sosial 2012 yang berasal dari hasil Survei Sosial Ekonomi Nasional dengan Modul Sosial Budaya dan Pendidikan tahun 2012 (SUSENAS MSBP 2012). SUSENAS MSBP 2012 dilaksanakan pada bulan September tahun 2012 yang mencakup sekitar 72.000 rumah tangga yang tersebar di seluruh Indonesia. Dimana responden terkait keterangan modal sosial adalah salah satu anggota rumah tangga yang telah berumur 17 tahun ke atas pada setiap rumah tangga terpilih sampel. Deskripsi singkat tentang sumber data yang digunakan dalam studi dijelaskan sebagai berikut:

- SUSENAS adalah salah satu survei tahunan yang dilakukan BPS yang mengumpulkan data yang berkaitan dengan kondisi sosial ekonomi masyarakat yang meliputi kondisi kesehatan, pendidikan, fertilitas, keluarga berencana, perumahan dan kondisi sosial ekonomi lainnya.

- Variabel yang dicakup dalam SUSENAS dikelompokkan ke dalam 3 modul yaitu modul konsumsi/pengeluaran rumah tangga, modul sosial, budaya dan pendidikan dan modul perumahan dan kesehatan). Setiap modul dilaksanakan setiap 3 tahun sekali.
- Pada tahun 2015 dilaksanakan SUSENAS MSBP 2015 namun sampai sekarang datanya belum dipublikasikan. Sehingga untuk data terkini modal sosial adalah berdasar SUSENAS MSBP 2012.
- Variabel yang digunakan dalam studi ini disajikan pada Tabel 1.

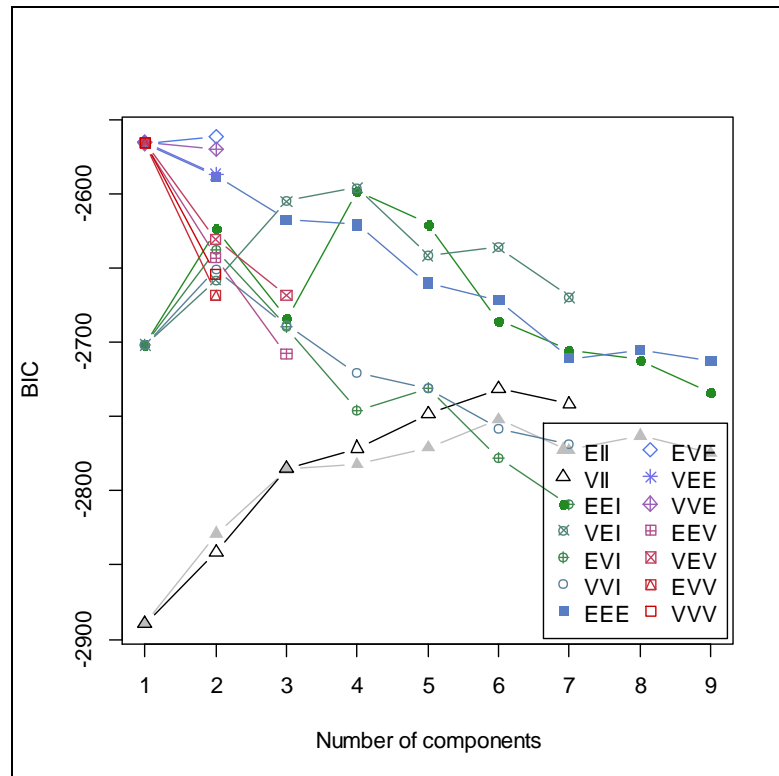
Tabel 1. Rata-rata Cluster, varians dan *mixing proportion* untuk 12 variabel, 2012

Variabel	Deskripsi Variabel
Sikap percaya dan toleransi	
X ₁	Persentase rumah tangga yang percaya terhadap aparaturn desa/kelurahan
X ₂	Persentase rumah tangga yang percaya terhadap tokoh masyarakat
X ₃	Persentase rumah tangga yang percaya terhadap tokoh agama
X ₄	Persentase rumah tangga yang percaya menitipkan rumah pada tetangga
X ₅	Persentase rumah tangga yang percaya menitipkan anak (usia 0-12 tahun) pada tetangga
X ₆	Persentase rumah tangga yang senang terhadap kegiatan suku bangsa lain
X ₇	Persentase rumah tangga yang senang terhadap kegiatan agama lain
Kelompok dan jejaring	
X ₈	Persentase rumah tangga yang ikut serta dalam kelompok/organisasi di lingkungan tempat tinggal
Resiprositas dan aksi bersama	
X ₉	Persentase rumah tangga yang sering berpartisipasi dalam kegiatan sosial keagamaan
X ₁₀	Persentase rumah tangga yang sering berpartisipasi dalam kegiatan sosial kemasyarakatan
X ₁₁	Persentase rumah tangga yang sering berpartisipasi dalam kegiatan bersama membantu warga terkena musibah
X ₁₂	Persentase rumah tangga yang sering berpartisipasi dalam kegiatan bersama untuk kepentingan umum

3. Hasil dan Pembahasan

Dari hasil penerapan *Model-Based Clustering* pada data modal sosial dengan bantuan software Mclust (suatu *package* dalam R untuk *Model-Based Clustering*, klasifikasi dan estimasi kepadatan berdasar *finite normal mixture models*) diperoleh bahwa model terbaik untuk data adalah VEI (berbentuk *diagonal* dan *equal shape*) dengan 3 cluster. Nilai-nilai BIC pada berbagai jumlah komponen dan model dapat dilihat pada Gambar 2. Output utama dari algoritma EM adalah vektor rata-rata, matriks varians kovarians dan *mixing proportion* (lihat Tabel 2). Sedangkan nilai fungsi log likelihood, jumlah sampel, derajat bebas, jumlah parameter yang diestimasi, nilai BIC terbesar adalah sebagai berikut:

log.likelihood	n	Jumlah parameter yang diestimasi	BIC
-1211.54	33	52	-2604.898



Gambar 2. Nilai-nilai BIC menurut jumlah komponen dan model

Tabel 2. Rata-rata Cluster, varians dan *mixing proportion*

Variabel	Rata-rata			Varians		
	Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3	Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3
X ₁	88,05	80,68	89,70	7,76	10,69	7,47
X ₂	92,42	88,04	92,80	1,96	2,70	1,89
X ₃	95,77	91,95	96,41	1,39	1,92	1,34
X ₄	85,52	73,97	85,22	10,13	13,96	9,76
X ₅	67,55	46,37	66,22	22,00	30,32	21,19
X ₆	76,24	82,16	79,33	92,28	127,20	88,91
X ₇	61,90	77,01	74,56	166,40	229,37	160,33
X ₈	36,34	38,69	54,22	99,64	137,34	96,00
X ₉	57,97	58,12	72,00	41,54	57,26	40,02
X ₁₀	35,95	35,76	50,17	55,85	76,98	53,81
X ₁₁	70,92	63,45	77,26	19,25	26,54	18,55
X ₁₂	48,97	50,32	64,13	45,30	62,44	43,65
Mixing proportion (π_k)	0,53	0,12	0,35			

Langkah selanjutnya adalah proses interpretasi atau pemberian label dari cluster-cluster yang terbentuk. Hal ini dilakukan dengan cara membandingkan nilai rata-rata cluster terhadap 95% Interval Konfidensi (IK) rata-rata variabel. Prosesnya dimulai dengan menghitung perkiraan 95% IK untuk setiap variabel penelitian lalu membandingkan rata-rata cluster terbentuk dengan perkiraan 95% IK tersebut. Jika rata-rata cluster berada di bawah *range* 95% IK maka dikategorikan sebagai cluster dengan besaran modal sosial rendah, jika rata-rata cluster berada di dalam *range* 95% IK maka

dikategorikan sebagai cluster dengan besaran modal sosial menengah dan jika rata-rata cluster berada di atas range 95% IK maka dikategorikan sebagai cluster dengan besaran modal sosial tinggi. Hasil interpretasi untuk setiap variabel dan cluster terbentuk disajikan pada Tabel 3 dan Tabel 4. Dari kedua tabel ini diketahui bahwa umumnya provinsi di Indonesia masuk dalam kategori dengan besaran modal sosial menengah (51,52 persen) dan hanya sekitar 12 persen provinsi yang masuk dalam kategori besaran modal sosial rendah.

Tabel 3. Status level modal sosial

Variabel	Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3
X ₁	Menengah	Rendah	Tinggi
X ₂	Menengah	Rendah	Tinggi
X ₃	Menengah	Rendah	Tinggi
X ₄	Tinggi	Rendah	Menengah
X ₅	Tinggi	Rendah	Menengah
X ₆	Rendah	Tinggi	Menengah
X ₇	Rendah	Tinggi	Menengah
X ₈	Rendah	Menengah	Tinggi
X ₉	Rendah	Menengah	Tinggi
X ₁₀	Menengah	Rendah	Tinggi
X ₁₁	Menengah	Rendah	Tinggi
X ₁₂	Rendah	Menengah	Tinggi

Tabel 4. Klasifikasi Cluster menurut Level Modal Sosial

Cluster	Jumlah anggota	Persentase	Level modal sosial
Cluster 1	17	51,52	Menengah
Cluster 2	4	12,12	Rendah
Cluster 3	12	36,36	Tinggi

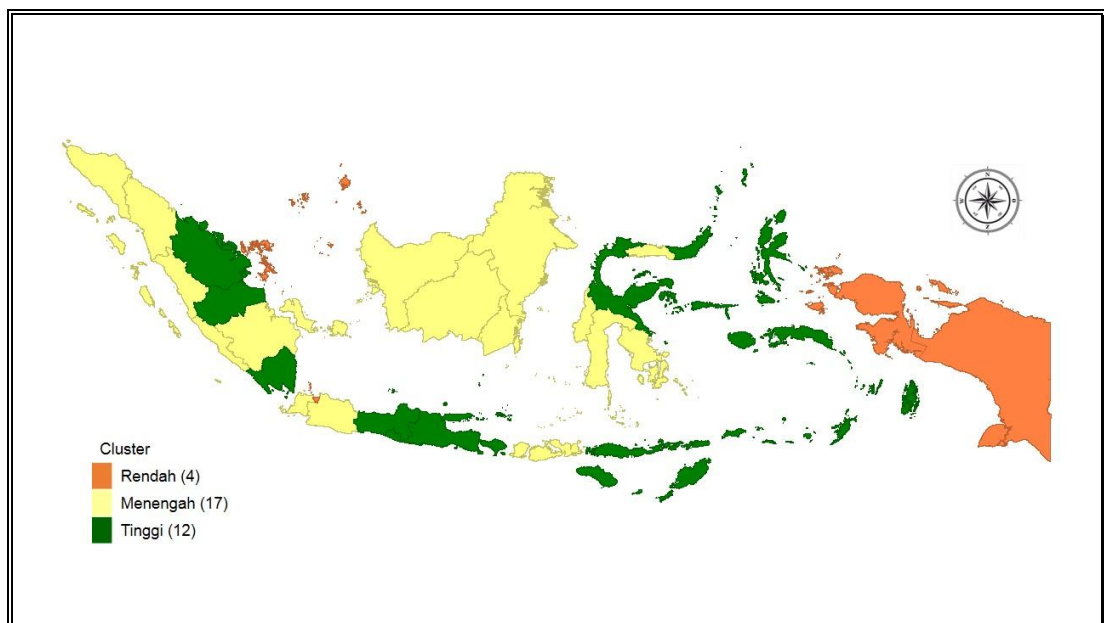
Status level modal sosial per provinsi disajikan pada Tabel 5 dan peta sebaran level modal sosial per provinsi disajikan pada Gambar 3. Dari keduanya dapat diamati bahwa aplikasi *model-based clustering* memberikan hasil yang *reasonable*. Provinsi-provinsi yang berdekatan berada pada cluster yang sama, wilayah kota besar dengan karakteristik masyarakat cenderung individualis seperti DKI Jakarta dan Kepri masuk dalam kategori cluster dengan level modal sosial rendah sedangkan provinsi yang budaya kebersamaannya kuat (seperti Jateng, DIY dan Jatim) masuk pada cluster dengan modal sosial yang tinggi.

Bila hasil studi ini dibandingkan dengan [3] yang menggunakan pendekatan indeks komposit berdasar metode analisis faktor, ada perbedaan hasil yang menarik untuk didiskusikan. Satu contoh yaitu: menurut [3], provinsi Papua masuk dalam kategori dengan besaran modal sosial menengah (kuadran II) dan nilai indeks Papua terpaut jauh dibanding Papua Barat (59,27 berbanding 56,02). Secara geografis Provinsi Papua sangat dekat dengan Papua Barat dan memiliki karakteristik masyarakat yang mirip sehingga diduga besaran modal sosial di Papua dan Papua Barat tidak berbeda jauh. Sedangkan dari pendekatan *model based clustering*, Provinsi Papua berada pada cluster dengan level modal sosial rendah dan Provinsi tetangga terdekatnya Papua Barat juga masuk pada cluster yang sama. Namun disisi lain, analisis faktor pada data modal sosial memberikan nilai Kaiser-Meyer Olkin (KMO) sebesar 0,566. Menurut Kaiser dan Rich pada [12] dinyatakan nilai KMO antara 0,5-0,6 menunjukkan data buruk (*miserable*) untuk dianalisis dengan analisis faktor. Sehingga disimpulkan perlu kajian lebih lanjut

apakah pendekatan indeks komposit dengan analisis faktor seperti yang dilakukan [3] sudah tepat digunakan untuk mengukur besaran modal sosial. Satu alternatif yang ditawarkan adalah menggunakan pendekatan *model-based clustering*.

Tabel 5. Klasifikasi Cluster menurut Status Level Modal Sosial

Provinsi	Status	Provinsi	Status	Provinsi	Status
Lampung	Tinggi	Maluku utara	Tinggi	Kalteng	Menengah
Riau	Tinggi	Aceh	Menengah	Kalsel	Menengah
Jambi	Tinggi	Sumut	Menengah	Kaltim	Menengah
Jateng	Tinggi	Sumbar	Menengah	Sulsel	Menengah
DIY	Tinggi	Sumsel	Menengah	Sultra	Menengah
Jatim	Tinggi	Bengkulu	Menengah	Gorontalo	Menengah
Bali	Tinggi	Kep. Babel	Menengah	Sulbar	Menengah
NTT	Tinggi	Banten	Menengah	Kepri	Rendah
Sulut	Tinggi	Jabar	Menengah	DKI Jakarta	Rendah
Sulteng	Tinggi	NTB	Menengah	Papua Barat	Rendah
Maluku	Tinggi	Kalbar	Menengah	Papua	Rendah



Gambar 3. Sebaran level modal sosial menurut provinsi, 2012

4. Kesimpulan

Umumnya besaran modal sosial diukur dengan pendekatan indeks komposit melalui analisis faktor. Namun hasilnya masih meragukan karena kurang menggambarkan kondisi riil lapangan. Studi ini menunjukkan bahwa statistika dapat berperan dalam menjawab persoalan dalam hal bagaimana meningkatkan daya saing wilayah dengan mempertimbangkan besaran modal sosial. Hasil studi ini menunjukkan bahwa pendekatan *model based clustering* dapat lebih tepat mengukur besaran modal sosial. Dengan perbaikan metode pengukuran besaran modal sosial diharapkan dapat memberi masukan yang lebih tepat bagi pengambil kebijakan di daerah untuk lebih meningkatkan daya saing wilayahnya yang pada akhirnya akan mengantarkan masyarakatnya menjadi lebih sejahtera.

Daftar Pustaka

- [1] Beugelsdijk, S. & Van Schaik, T. (2005). Differences in Social Capital between 54 Western European Regions, *Regional Studies* 2005; **39**; 1053-1064.
- [2] Iyer, S., Kitson, M & Toh, B. (2005). Social Capital, Economic Growth and Regional Development, *Regional Studies* 2005; **39**; 1015-1040.
- [3] BPS (2013). *Statistik Modal Sosial 2012*, BPS, Jakarta-Indonesia, ISBN 978-979-064-650-6.
- [4] Hasbullah, J. (2007). *Social Capital (Menuju Keunggulan Budaya Manusia Indonesia)*, MR-United Press Jakarta, ISBN 979-25-7920-6.
- [5] Porter, M.E. (1990). *The Competitive Advantage of Nations*, New York: Free Press.
- [6] Fraley, C. & Raftery, A.E. (2002). Model-Based Clustering, Discriminant Analysis and Density Estimation, *Journal of the American Statistical Association*; **97(458)**; 611-631.
- [7] Fraley, C. & Raftery, A.E. (1998). How Many Clusters? Which Clustering Method? Answers via Model-Based Cluster Analysis, *The Computer Journal*; **41(8)**; 578-588.
- [8] Banfield, J.D. & Raftery, A.E. (1993). Model-based Gaussian and Non Gaussian Clustering, *Biometrics*; **49**; 803-821.
- [9] Cozinni, A., Asra, A. & Montana, G. (2013). Model-based clustering with gene ranking using penalized mixtures of heavy tailed distributions, *Journal of Bioinformatics and Computational Biology*; **11(3)**; DOI 10.1142/S0219720013410072.
- [10] Ahlquist, J.S. & Breunig, C. (2012). Model-Based Clustering and Typologies in the Social Sciences, *Political Analysis*; **20(1)**; 92-112.
- [11] Siagian, T. H. (2014). *Robust Model-Based Clustering dengan Distribusi t Multivariat dan Minimum Message Length*. Unpublished Disertasi. Surabaya: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh November.
- [12] Sharma, S. (1996). *Applied Multivariate Techniques*, John Wiley & Sons, Inc. Canada.

KAJIAN METODE ESTIMASI PARAMETER *CONTINUUM-GENERALIZED METHOD OF MOMENTS*

Tri Handhika¹ dan Murni²

¹Pusat Studi Komputasi Matematika Universitas Gunadarma
e-mail: trihandika@staff.gunadarma.ac.id

²Pusat Studi Komputasi Matematika Universitas Gunadarma
e-mail: murnipskm@staff.gunadarma.ac.id

Abstract. There are several methods that can be used in estimating parameter of a model. The Continuum-Generalized Method of Moments (C-GMM) is one of parameter estimation method which is able to overcome the shortcomings of another method, especially Generalized method of Moments (GMM) and Maximum Likelihood Estimation (MLE). In this paper the C-GMM method is described follow with its implementation for estimating parameter of one of the interest-rate models, i.e. Cos-Ingersoll-Ross (CIR) model.

Keywords: *estimasi, C-GMM, CIR*

1. Pendahuluan

Ketidakpastian di dunia nyata seringkali menyebabkan suatu masalah dimodelkan sebagai suatu fungsi dari sejumlah parameter yang tidak diketahui nilainya. Parameter-parameter tersebut perlu diestimasi sedemikian sehingga bermanfaat dalam memahami perilaku permasalahan yang sedang dihadapi. Terdapat beberapa metode yang dapat digunakan dalam mengestimasi parameter suatu model, diantaranya metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan metode *Generalized Method of Moments* (GMM). Setiap metode memiliki kelebihan dan kekurangan masing-masing.

Metode MLE memenuhi sifat-sifat estimasi yang diperlukan sebagai hasil estimasi yang baik sesuai dengan teori statistik. Akan tetapi, estimasi tersebut memerlukan informasi terkait *probability density function* (pdf) analitik yang pada kenyataannya tidak selalu diketahui. Hal ini berbeda dengan fungsi karakteristik yang digunakan pada metode GMM yang seringkali diketahui bentuk analitiknya. Perlu diketahui bahwa fungsi karakteristik dalam metode GMM mengandung informasi yang sama dengan fungsi *likelihood* yang dibentuk dari pdf pada metode MLE. Namun demikian, hasil estimasi yang diperoleh tidak seefisien hasil estimasi yang diperoleh dengan menggunakan metode MLE karena bergantung pada sekumpulan kondisi momen tertentu.

Berdasarkan fakta tersebut Marine Carrasco dan Jean-Pierre Florens mengembangkan suatu metode yang mengkombinasikan kedua metode MLE dan GMM kedalam suatu *framework* yang disebut sebagai metode *Continuum-Generalized Method of Moments* (C-GMM) [1]. Metode ini mengandalkan suatu kondisi momen *continuum* dengan memperhitungkan keseluruhan kondisi momen yang mungkin. Dengan demikian, metode C-GMM dapat menutupi kekurangan dari metode GMM dengan menghasilkan estimasi parameter model yang telah terbukti konsisten, asimtotik normal serta efisien secara asimtotik dengan hasil estimasi yang diperoleh melalui metode MLE sehingga metode C-GMM dapat menjadi alternatif yang tepat dalam mengestimasi parameter suatu model. Berdasarkan deskripsi estimasi parameter tersebut, metode C-

GMM merupakan metode yang paling tepat dalam menyelesaikan permasalahan riil yang terjadi di dunia nyata.

Penelitian terkait metode estimasi parameter C-GMM dimulai oleh Marine Carrasco dan Jean-Pierre Florens pada tahun 2000. Mereka berhasil menyempurnakan metode sebelumnya, yaitu GMM yang hanya memperhitungkan beberapa kondisi momen yang sesuai, dengan menyiasatinya melalui perhitungan seluruh kondisi momen yang mungkin. Hasil estimasi parameter dari metode C-GMM ini pun berhasil meningkatkan efisiensi dari metode GMM. Namun, metode ini baru berlaku untuk kasus data independen sehingga kurang aplikatif. Pada tahun 2007, kembali mereka bersama dengan Mikhail Chernov dan Eric Ghysels mencoba menghilangkan asumsi independensi data tersebut sehingga dapat diaplikasikan pada dunia nyata, seperti yang dilakukan oleh Rachidi Kotchoni pada tahun 2012 dalam bidang keuangan [8]. Walaupun demikian, terdapat subjektivitas didalam proses estimasi parameter dengan menggunakan metode C-GMM yang sebelumnya dilakukan terkait dengan penentuan nilai dari suatu parameter baru yang disebut sebagai *regularization parameter* [3]. Untuk meningkatkan objektivitas dari metode C-GMM diperlukan suatu tahapan optimisasi terhadap *regularization parameter* tersebut [2].

Regularization parameter yang optimal diperoleh dengan menentukan *regularization parameter* mana yang meminimumkan *Mean-Squared of Error* (MSE) dari hasil estimasi C-GMM [3]. Oleh sebab itu, pada tahun 2013 Marine Carrasco dan Rachidi Kotchoni melakukan optimisasi terhadap parameter tersebut agar metode estimasi parameter C-GMM dapat menjadi lebih objektif. Pada makalah ini akan dikaji penggunaan metode C-GMM dalam mengestimasi parameter dari salah satu model tingkat bunga, yaitu model Cox-Ingersoll-Ross (CIR).

2. Model Cox-Ingersoll-Ross

Tingkat bunga (*short-rate*) pada waktu t , $r(t)$, yang dimodelkan dengan model CIR dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan diferensial stokastik [5]

$$dr(t) = k(\theta - r(t))dt + \sigma\sqrt{r(t)}d\tilde{W}(t) \quad (1)$$

dengan κ , θ , σ bernilai non-negatif dan $\tilde{W}(t)$ merupakan suatu *Brownian motion* pada *risk-neutral probability measure* \tilde{P} dimana

- κ : Kecepatan pengoreksian,
- θ : *Reversion level* dari *short-rate*,
- $\sigma^2 r(t)$: Variansi *short-rate*

Terlihat bahwa koefisien *drift* bergantung pada nilai $r(t)$, artinya jika $r(t)$ kurang dari θ , maka koefisien *drift* menjadi positif, begitu pun sebaliknya. Oleh sebab itu, *short-rate* bergerak menuju ke suatu *reversion level* (θ) yang bergantung pada kecepatan pengoreksiannya (κ). Adapun koefisien difusi $\sigma\sqrt{r(t)}$ menggambarkan standar deviasi dari perubahan *short-rate* dimana secara implisit model CIR mengasumsikan bahwa *short-rate* merupakan suatu proses acak bernilai non-negatif.

Pada makalah ini, *sampling short-rate* yang sesuai dengan model CIR tidaklah mudah sehingga penulis menyiasatinya dengan membangkitkan sejumlah data *dummy* yang sesuai dengan model CIR. Diketahui bahwa distribusi bersyarat dari $r(t + \Delta)$ terhadap $r(t)$ adalah *non-central* $\chi^2[2cr(t), 2q + 2, 2\lambda_t]$, dengan $c = \frac{2\kappa}{(\sigma^2(1 - e^{-\kappa\Delta}))}$, $q = \frac{2\kappa\theta}{\sigma^2} - 1$, dan $\lambda_t = cr(t)e^{-\kappa\Delta}$ dimana argumen kedua dan ketiga masing-masing secara berurutan menyatakan derajat bebas dan parameter *non-centrality*. Berdasarkan distribusi bersyarat tersebut, dengan memisalkan

$y = cr(t + \Delta)$, $u = q + 1$, dan $v = \sqrt{2\lambda_t}$ dapat dirumuskan strategi simulasi dengan distribusi Poisson-mixing-Gamma [6] untuk membangkitkan data yang sesuai dengan model CIR. Adapun *probability density function* (pdf) dari variabel acak berdistribusi Poisson-mixing-Gamma diberikan pada persamaan (2) berikut ini [11]:

$$f(y) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{y^{j+u-1} e^{-y}}{\Gamma(j+u)} \cdot \frac{\left(\frac{v^2}{2}\right)^j e^{-\frac{v^2}{2}}}{j!}$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty} \text{Gamma}(y|j+u, 1) \cdot \text{Poisson}\left(j \middle| \frac{v^2}{2}\right)$$
(2)

dimana $\Gamma(\cdot)$, $\text{Gamma}(\cdot, \cdot)$ dan $\text{Poisson}(\cdot)$ masing-masing secara berurutan merupakan suatu fungsi Gamma, pdf Gamma, dan pdf Poisson. Selain itu, berikut ini diberikan pula fungsi karakteristik bersyarat model CIR dari $r(t + \Delta)$ [10]:

$$\psi_{r(t)}(\tau, \kappa, \theta, \sigma) = \left(1 - \frac{i\tau}{c}\right)^{-\frac{2\kappa\theta}{\sigma^2}} \exp\left(\frac{i\tau e^{-\kappa\Delta}}{1 - \frac{i\tau}{c}} r(t)\right)$$
(3)

3. Metode Continuum-Generalized Method of Moments

Berikut ini dijelaskan lebih lanjut penggunaan metode C-GMM dalam mengestimasi model *short-rate*, $r(t)$, sedemikian sehingga estimasi parameter model menjadi lebih obyektif. Misalkan *short-rate* dinyatakan kedalam bentuk vektor sehingga secara umum $r(t) \in \mathbb{R}^p$ adalah suatu proses vektor Markov yang distribusinya diindeks oleh suatu parameter ϑ berdimensi hingga, ($\vartheta \in \mathbb{R}^q$), dengan nilai sebenarnya, yaitu ϑ_0 . Adapun pada model CIR, $\vartheta = (\kappa, \theta, \sigma)$. Dengan mengambil nilai $\Delta = 1$ pada persamaan (3), maka fungsi momen dari proses vektor Markov tersebut adalah sebagai berikut:

$$h_t(\tau, \vartheta) = \left(e^{i\tau_2' r(t+1)} - \psi_{r(t)}(\tau_2, \vartheta) \right) e^{i\tau_1' r(t)}$$
(4)

dimana $\psi_{r(t)}(\tau_2, \vartheta)$ adalah fungsi karakteristik bersyarat dari $r(t)$ pada persamaan (3) dan $\tau = (\tau_1, \tau_2) \in \mathbb{R}^{2p}$. Selanjutnya, misalkan π adalah pdf atas \mathbb{R}^{2p} dan $L^2(\pi)$ adalah ruang Hilbert dari fungsi-fungsi bernilai kompleks yang *square integrable* terhadap π , yaitu:

$$L^2(\pi) = \left\{ f: \mathbb{R}^{2p} \rightarrow \mathbb{C} \mid \int f(\tau) \overline{f(\tau)} \pi(\tau) d\tau < \infty \right\}$$

dimana $\overline{f(\tau)}$ menotasikan konjugat kompleks dari $f(\tau)$. Selain itu, perkalian skalar atas $L^2(\pi) \times L^2(\pi)$ didefinisikan sebagai berikut:

$$\langle f, g \rangle = \int f(\tau) \overline{g(\tau)} \pi(\tau) d\tau$$

dimana $\|f\|^2 = \langle f, f \rangle$. Dengan memisalkan $\hat{h}_T(\tau, \vartheta) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T h_t(\tau, \vartheta)$ maka estimasi parameter yang efisien dengan menggunakan metode C-GMM dapat dirumuskan seperti pada persamaan (5) berikut ini [1]:

$$\hat{\vartheta}_T = \arg \min_{\vartheta} \langle K^{-1} \hat{h}_T(\tau, \vartheta), \hat{h}_T(\tau, \vartheta) \rangle,$$
(5)

dimana K adalah suatu operator integral Hilbert-Schmidt yang merupakan operator kovarians asimtotik terkait dengan kondisi-kondisi momen yang memenuhi

$$Kf(\tau_1) = \int_{-\infty}^{\infty} k(\tau, \vartheta) f(\tau_2) \pi(\tau_2) d\tau_2$$

dengan $k(\tau, \vartheta)$ adalah suatu kernel yang diberikan berikut ini:

$$k(\tau, \vartheta) = E(h_t(\tau_1, \vartheta) \overline{h_t(\tau_2, \vartheta)}). \quad (6)$$

Oleh karena *short-rate* merupakan suatu *martingale* maka kernel pada persamaan (6) dapat diestimasi dengan suatu sampel berukuran T melalui

$$\hat{k}_T(\tau, \hat{\vartheta}_T^1) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T h_t(\tau_1, \hat{\vartheta}_T^1) \overline{h_t(\tau_2, \hat{\vartheta}_T^1)}, \quad (7)$$

dimana $\hat{\vartheta}_T^1$ merupakan hasil estimasi tahap pertama (*first step estimator*) yang konsisten. Dengan dilakukannya estimasi terkait kernel pada persamaan (7) maka operator K dapat dinotasikan kembali dengan K_T . Namun demikian, estimasi parameter dengan menggunakan C-GMM pada persamaan (5) memerlukan invers dari operator K yang sulit untuk ditentukan sehingga perlu diestimasi dengan melibatkan suatu *regularization parameter* (α) yang dikenal pula sebagai Tikhonov *regularization* atau *ridge regularization*. Adapun estimasi dari invers estimasi operator K_T^{-1} adalah sebagai berikut:

$$K_{\alpha T}^{-1} = (K_T^2 + \alpha I)^{-1} K_T$$

Regularization parameter ini berguna untuk mencegah terjadinya *over-fitting* pada pemilihan model yang dapat dipandang sebagai bagian terintegrasi dari prosedur *model fitting* dan dikerjakan secara independen pada tiap percobaan untuk mencegah bias dalam pemilihan modelnya [4]. Dengan demikian, estimasi parameter model *short-rate* yang efisien menggunakan metode C-GMM yang dapat digunakan adalah sebagai berikut:

$$\hat{\vartheta}_T(\alpha) = \arg \min_{\vartheta} \langle K_{\alpha T}^{-1} \hat{h}_T(\tau, \vartheta), \hat{h}_T(\tau, \vartheta) \rangle, \quad (8)$$

dimana π adalah pdf dari suatu bivariat normal dengan mean 0 dan variansi I adalah suatu matriks identitas.

Untuk memudahkan perhitungan, estimasi parameter model *short-rate* dengan menggunakan metode C-GMM, seperti diberikan pada persamaan (8), analog dengan menyelesaikan persamaan dalam bentuk vektor dan matriks yang ekuivalen pada persamaan (9) berikut ini:

$$\hat{\vartheta}_T(\alpha) = \min_{\vartheta} \mathbf{w}'(\vartheta) (\alpha I_T + C^2)^{-1} \mathbf{v}(\vartheta), \quad (9)$$

dimana C adalah suatu matriks berukuran $T \times T$ dengan elemen ke- (k, l) adalah $\frac{c_{kl}}{(T-q)}$, $k, l = 1, \dots, T, I_T$ adalah matriks identitas berukuran $T \times T$, $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_T)'$ dan $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_T)'$ dengan

$$\begin{aligned} v_t(\vartheta) &= \int \overline{h_t(\tau, \hat{\vartheta}_T^1)} \hat{h}_T(\tau, \vartheta) \pi(\tau) d\tau \\ w_t(\vartheta) &= \langle h_t(\tau, \hat{\vartheta}_T^1), \hat{h}_T(\tau, \vartheta) \rangle \\ c_{kl} &= \int \overline{h_k(\tau, \hat{\vartheta}_T^1)} h_l(\tau, \hat{\vartheta}_T^1) \pi(\tau) d\tau \end{aligned}$$

Proses komputasi dari metode C-GMM pada persamaan (9) masih dapat disederhanakan kembali dimana semua elemen yang mengandung indeks τ_1 dapat dihitung secara analitik dengan bantuan transformasi Fourier. Misalkan

$y(t) = (r(t), r(t + 1))$ dan $\hat{\pi}$ merupakan transformasi Fourier dari π yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\hat{\pi}(r(t), r(t + 1)) = \int e^{i\tau_1 r(t) + i\tau_2 r(t+1)} \pi(\tau) d\tau$$

dimana

$$\pi(\tau) = \pi(\tau_1, \tau_2) = \pi_{\tau_1}(\tau_1) \pi_{\tau_2}(\tau_2). \quad (10)$$

Dengan demikian, jika π adalah pdf bivariat normal dari variabel acak y dengan *mean* 0 dan variansi Σ , maka $\hat{\pi} = \exp\left(-\left(\frac{y' \Sigma y}{2}\right)\right)$ dimana Σ adalah suatu matriks diagonal.

Persamaan (11) berikut ini adalah salah satu bentuk penyederhanaan formulasi untuk elemen dari v :

$$\begin{aligned} v_t(\vartheta) &= \frac{1}{T} \sum_j \int e^{i\tau_2(r(j+1) - r(t+1))} e^{i\tau_1(r(j) - r(t))} \pi(\tau) d\tau \\ &- \frac{1}{T} \sum_j \int e^{i(\tau_2 r(j+1) + \tau_1(r(j) - r(t)))} \psi_{r(t)}(-\tau_2, \hat{\vartheta}_T^1) \pi(\tau) d\tau \\ &- \frac{1}{T} \sum_j \int e^{i(-\tau_2 r(t+1) + \tau_1(r(j) - r(t)))} \psi_{r(j)}(\tau_2, \vartheta) \pi(\tau) d\tau \\ &+ \frac{1}{T} \sum_j \int \psi_{r(t)}(-\tau_2, \hat{\vartheta}_T^1) \psi_{r(j)}(\tau_2, \vartheta) e^{i\tau_1(r(j) - r(t))} \pi(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (11)$$

Bagian pertama dari persamaan (11) dapat dituliskan kembali dalam bentuk berikut ini: $\frac{1}{T} \sum_j \hat{\pi}(r(j) - r(t), r(j + 1) - r(t + 1))$. Selain itu, dengan menggunakan persamaan (10) misalkan

$$\begin{aligned} Y_{\tau_1} &= \int e^{i\tau_1(r(j) - r(t))} \pi_{\tau_1}(\tau_1) d\tau_1 \\ &= \hat{\pi}(r(j) - r(t), 0) \end{aligned} \quad (12)$$

Dengan demikian, bagian kedua, ketiga, dan keempat dari persamaan (11) dapat dituliskan kembali dengan menggunakan persamaan (12). Adapun bagian kedua dan ketiga hanya berbeda tanda saja sehingga dapat dinyatakan dengan Y_1 , sedangkan bagian terakhir dinyatakan sebagai Y_2 , seperti diberikan berikut ini:

$$Y_1 = Y_{\tau_1} \cdot \int e^{-i\tau_2 n} \psi_m(\tau_2, \vartheta) \pi_{\tau_2}(\tau_2) d\tau_2 \quad (13)$$

$$Y_2 = Y_{\tau_1} \cdot \int \psi_{r(t)}(-\tau_2, \hat{\vartheta}_T^1) \psi_{r(j)}(\tau_2, \vartheta) \pi_{\tau_2}(\tau_2) d\tau_2$$

dimana integral Y_{τ_1} pada persamaan (13) dievaluasi pada $(m, n) = (r(t), r(t + 1))$.

Berdasarkan penjelasan sebelumnya, diketahui bahwa metode C-GMM sangat bergantung pada nilai *regularization parameter* yang pada kenyataannya tidak diketahui nilainya sehingga perlu diestimasi melalui suatu sampel berukuran T . Adapun *regularization parameter* yang optimal diperoleh dengan meminimumkan *trace* matriks *Mean-Squared of Error* (MSE) dari $\hat{\vartheta}_T(\alpha)$, seperti didefinisikan pada persamaan (14) berikut ini [2]:

$$\alpha_T(\vartheta_0) = \arg \min_{\alpha \in [0,1]} \Sigma_T(\alpha, \vartheta_0), \quad (14)$$

dimana $\Sigma_T(\alpha, \vartheta_0) = TE \left(\|\hat{\vartheta}_T(\alpha) - \vartheta_0\|^2 \right)$. Hal ini memunculkan tiga masalah baru, yakni [3]:

Masalah 1. Walaupun $\hat{\vartheta}_T(\alpha)$ konsisten, terdapat kemungkinan bahwa MSE dari $\hat{\vartheta}_T(\alpha)$, yaitu $\Sigma_T(\alpha, \vartheta_0)$ tak berhingga nilainya.

Masalah 2. Nilai parameter yang sebenarnya, yaitu ϑ_0 tidak diketahui nilainya.

Masalah 3. Distribusi dari $\hat{\vartheta}_T(\alpha) - \vartheta_0$ untuk sampel berukuran hingga tidak diketahui walaupun ϑ_0 diketahui nilainya.

Oleh sebab itu, perlu dilakukan suatu cara untuk mengatasi ketiga masalah tersebut. Untuk mengatasi **Masalah 1**, dapat didefinisikan kembali MSE dari $\hat{\vartheta}_T(\alpha)$ sebagai *truncated* MSE berikut ini:

$$\Sigma_T(\alpha, \vartheta_0, v) = TE(\xi_T(\alpha, \vartheta_0) | \xi_T(\alpha, \vartheta_0) < x_v), \quad (15)$$

dimana $\xi_T(\alpha, \vartheta_0) = \|\hat{\vartheta}_T(\alpha) - \vartheta_0\|^2$ dan x_v memenuhi $v = Pr(\xi_T(\alpha, \vartheta_0) > x_v)$. Untuk mengatasi **Masalah 3**, pertama-tama pilih probabilitas *truncated*, v , misalnya 1% sedemikian sehingga diperoleh kuantil x_v berdasarkan pada simulasi yang dilakukan. Untuk memperhitungkan kemungkinan bergantungnya pasangan (v, x_v) dengan *regularization parameter*, α , maka persamaan (15) dapat dituliskan kembali pada persamaan (16) berikut ini:

$$\Sigma_T(\alpha, \vartheta_0, v) = (1 - v)TE(\xi_T(\alpha, \vartheta_0) | \xi_T(\alpha, \vartheta_0) < x_v) + vx_v T \quad (16)$$

Sedangkan, jika MSE dari $\hat{\vartheta}_T(\alpha)$ berhingga nilainya, maka persamaan (15) dapat disederhanakan menjadi persamaan (17) dengan mengambil $v = 0$ berikut ini:

$$\Sigma_T(\alpha, \vartheta_0, 0) = TE(\xi_T(\alpha, \vartheta_0)) \quad (17)$$

Dengan demikian, *regularization parameter* yang optimal dapat dituliskan sebagai berikut [3]:

$$\alpha_T(\vartheta_0) = \arg \min_{\alpha \in [0,1]} \Sigma_T(\alpha, \vartheta_0, v) \quad (18)$$

Adapun untuk mengatasi **Masalah 2** adalah dengan mengganti ϑ_0 dengan *first step estimator* metode C-GMM, yaitu $\hat{\vartheta}_T^1$, yang diperoleh melalui teknik *bootstrapping* dengan cara mengganti operator K pada persamaan (5) dengan operator identitas, seperti diberikan pada persamaan (19)

$$\hat{\vartheta}_T^1 = \arg \min_{\vartheta} \|\hat{h}_T(\tau, \vartheta)\|^2 \quad (19)$$

dimana π adalah pdf dari variabel acak yang memiliki distribusi bivariat normal standar. Selanjutnya, gunakan $\hat{\vartheta}_T^1$ untuk mensimulasikan M sampel independen berukuran T , yaitu $r_T^{(j)}(\hat{\vartheta}_T^1)$ untuk $j = 1, 2, \dots, M$ yang memenuhi sifat $r^{(j)}(t+1) = f(r^{(j)}(t), \hat{\vartheta}_T^1, \varepsilon^{(j)}(t))$ dengan sebarang M nilai awal $r^{(j)}(0)$ dimana $f(\cdot)$ merupakan fungsi yang *three times continuously differentiable* terhadap $\hat{\vartheta}_T^1$. Sedangkan, $\varepsilon^{(j)}(t)$ adalah suatu *white noise* yang independen dan berdistribusi identik serta tidak bergantung pada $\hat{\vartheta}_T^1$.

Berdasarkan sampel-sampel hasil simulasi, kemudian hitung estimasi parameter dengan menggunakan metode C-GMM untuk sebarang nilai *regularization parameter* yang diberikan dimana $\hat{\vartheta}_T^{(j)}(\alpha_i, \hat{\vartheta}_T^1)$ menotasikan estimasi C-GMM dari sampel ke- j untuk sebarang nilai *regularization parameter* ke- i , seperti diberikan pada persamaan (8). Dengan demikian, *regularization parameter* yang optimal pada persamaan (18) dapat diperoleh dengan memilih suatu titik dalam *grid* pada *regularization parameter* sebagai berikut:

$$\hat{\alpha}_{TM}(\hat{\vartheta}_T^1) = \arg \min_{\alpha \in [0,1]} \hat{\Sigma}_{TM}(\alpha, \hat{\vartheta}_T^1, v) \quad (20)$$

dengan $\hat{\Sigma}_{TM}(\alpha, \hat{\vartheta}_T^1, v)$ adalah taksiran dari *truncated* MSE, $\Sigma_T(\alpha, \vartheta_0, v)$, pada masing-masing persamaan (15), (16), dan (17) yang secara berurutan diberikan pada persamaan (21), (22), dan (23) berikut ini:

$$\hat{\Sigma}_{TM}(\alpha, \hat{\vartheta}_T^1, v) = \frac{T}{(1-v)M} \sum_{j=1}^M \xi_{j,T}(\alpha, \hat{\vartheta}_T^1) \mathbf{1}(\xi_{j,T}(\alpha, \hat{\vartheta}_T^1) \leq \hat{x}_v) \quad (21)$$

$$\hat{\Sigma}_{TM}(\alpha, \hat{\vartheta}_T^1, v) = \frac{T}{M} \sum_{j=1}^M \xi_{j,T}(\alpha, \hat{\vartheta}_T^1) \mathbf{1}(\xi_{j,T}(\alpha, \hat{\vartheta}_T^1) \leq \hat{x}_v) + v \hat{x}_v T \quad (22)$$

$$\hat{\Sigma}_{TM}(\alpha, \hat{\vartheta}_T^1, 0) = \frac{T}{M} \sum_{j=1}^M \xi_{j,T}(\alpha, \hat{\vartheta}_T^1) \quad (23)$$

dimana $\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \mathbf{1}(\xi_{j,T}(\alpha, \hat{\vartheta}_T^1) \leq \hat{x}_v) = 1 - v$ dan $\xi_{j,T}(\alpha, \hat{\vartheta}_T^1) = \left\| \hat{\vartheta}_T^{(j)}(\alpha, \hat{\vartheta}_T^1) - \hat{\vartheta}_T^1 \right\|^2$.

Berdasarkan asumsi terkait estimasi *regularization parameter*, penggunaan $\hat{\alpha}_{TM}(\hat{\vartheta}_T^1)$ pada persamaan (20) tidak mempengaruhi konsistensi, asimtotik kenormalan maupun efisiensi dari estimasi parameter model *short-rate*, $\hat{\vartheta}_T(\hat{\alpha}_{TM})$, dengan menggunakan metode C-GMM [3]. Adapun MSE yang digunakan dalam makalah ini diasumsikan berhingga nilainya. Dengan demikian, estimasi parameter model *short-rate* dengan menggunakan metode C-GMM pada persamaan (8) yang ekuivalen dengan persamaan (9) dapat dituliskan kembali secara berurutan ke dalam persamaan (24) dan (25) berikut ini yang bergantung pada estimasi *regularization parameter* yang optimal, $\hat{\alpha}_{TM}(\hat{\vartheta}_T^1)$, pada persamaan (20):

$$\hat{\vartheta}_T(\hat{\alpha}_{TM}) = \arg \min_{\vartheta} \langle K_{\hat{\alpha}_{TM}}^{-1} \hat{h}_T(\tau, \vartheta), \hat{h}_T(\tau, \vartheta) \rangle \quad (24)$$

$$\hat{\vartheta}_T(\hat{\alpha}_{TM}) = \min_{\vartheta} \mathbf{w}'(\vartheta) (\hat{\alpha}_{TM} I_T + C^2)^{-1} \mathbf{v}(\vartheta) \quad (25)$$

Berdasarkan data *dummy* 1000 observasi hasil pembangkitan sebelumnya, sesuai dengan nilai parameter $\kappa = 0.00285, \theta = 8.7403509$ dan $\sigma = 0.0275$ [7], diperoleh hasil estimasi parameter menggunakan metode C-GMM, yaitu $\hat{\kappa} = 0.0025, \hat{\theta} = 8.28$ dan $\hat{\sigma} = 0.0003$. Adapun pada makalah ini, algoritma Nelder-Mead [9] digunakan dalam proses minimisasi dalam metode C-GMM tersebut.

4. Kesimpulan dan Saran

Makalah ini mengkaji penggunaan metode C-GMM dalam mengestimasi parameter dari salah satu model tingkat bunga, yaitu model Cox-Ingersoll-Ross (CIR). Untuk meningkatkan objektifitas dari metode C-GMM tersebut diperlukan optimisasi *regularization parameter* melalui minimisasi terhadap *trace* matriks *Mean-Squared of*

Error dari estimasi parameter model terkait. Hasil komputasi menunjukkan bahwa estimasi parameter menggunakan metode C-GMM memberikan hasil yang tidak jauh berbeda dengan nilai parameter sebenarnya dari data *dummy* yang telah dibangkitkan sebelumnya. Namun, pada makalah ini karakteristik *error* dari hasil estimasi parameter yang diperoleh belum dapat diketahui dengan melakukan beberapa kali simulasi. Hal ini disebabkan oleh latensi dari proses komputasi yang dilakukan pada tahapan optimisasi *regularization parameter* dalam metode C-GMM. Waktu komputasi yang cukup lama tentu saja berpengaruh terhadap akurasi dan efisiensi dari proses komputasi tersebut, terlebih jika dikerjakan secara sekuensial. Padahal, data *short-rate* yang perlu diolah pada tahap implementasi pun cukup masif sehingga penggunaan metode C-GMM menghadapi kendala waktu yang cukup signifikan. Dengan demikian, diperlukan suatu prosedur paralelisasi yang dapat meningkatkan performa dari proses komputasi terhadap formula-formula dalam metode C-GMM yang sebelumnya dieksekusi secara sekuensial untuk diproses secara simultan dengan menggunakan pemrograman paralel agar diperoleh suatu metode estimasi parameter yang tidak hanya representatif tetapi juga akurat.

Daftar Pustaka

- [1] Carrasco, M. dan Florens, J.P. (2000). Generalization of GMM to A Continuum of Moment Conditions, *Econometric Theory*; **6**; 797-834.
- [2] Carrasco, M., Chernov, M., Florens, J.P. dan Ghysels, E. (2007). Efficient Estimation of General Dynamic Models with a Continuum of Moment Conditions, *Journal of Econometrics*; **140**; 529-573.
- [3] Carrasco, M. dan Kotchoni, R. (2013). Efficient Estimation Using the Characteristic Function, *Cirano: Scientific Series*; **22**; 1-45.
- [4] Cawley, G.C. dan Talbot, N.L.C. (2010). On Over-fitting in Model Selection and Subsequent Selection Bias in Performance Evaluation, *Journal of Machine Learning Research*; **11**; 2079-2107.
- [5] Cox, J.C., Ingersoll, J.E. dan Ross, S.A. (1985). A Theory of the Term-Structure of Interest Rates, *Econometrica*; **53**; 385-408.
- [6] Devroye, L. (1986). *Non-Uniform Random Variate Generation*, Springer, New York.
- [7] Gallant, A.R. dan Tauchen, G. (1998). Reprojecting Partially Observed Systems with Application to Interest Rate Diffusions, *Journal of American Statistical Association*; **93**; 10-24.
- [8] Kotchoni, R. (2012). Applications of the Characteristic Function Based Continuum GMM in Finance, *Computational Statistics & Data Analysis*; **56**; 3559-3622.
- [9] Nelder, J.A. dan Mead, R. (1965). A Simplex Method for Function Minimization, *The Computer Journal*; **7**; 308-313.
- [10] Singleton, K. (2001). Estimation of Affine Pricing Models Using the Empirical Characteristic Function, *Journal of Econometrics*; **102**; 111-141.
- [11] Zhou, H. (2001). Finite Sample Properties of EMM, GMM, QMLE and MLE for a Square-Root Interest Rate Diffusion Model, *Journal of Computational Finance*; **5**; 89-122.