

SIMULASI IPhO 2015 MEKANIKA I

Hari, tanggal : Kamis, 4 Juni 2015

Waktu : 5 jam (pukul 08.00 – 13.00 WIB)

Latar belakang:

- Soal nomor 1 adalah tentang gravitasi, dimana gravitasi adalah topik mekanika yang paling sering muncul dalam IPhO.
- Soal nomor 2 adalah tentang pendaratan pesawat di planet Mars dan gerak roket.
- Soal nomor 3 adalah soal campuran mekanika

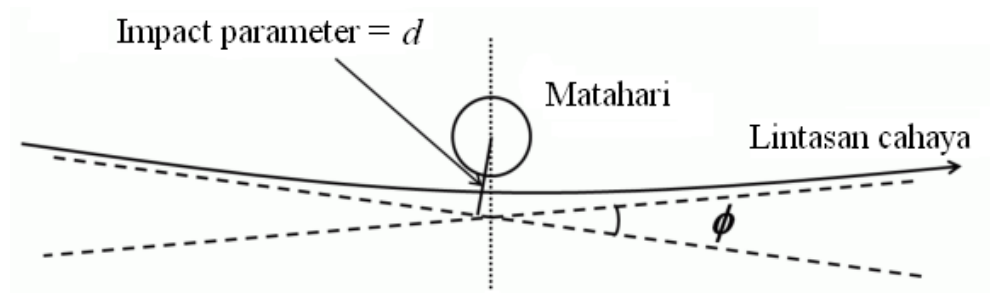
1. Pembelokan cahaya bintang oleh medan gravitasi matahari

Ditinjau gerakan suatu partikel bermassa m yang berada di bawah pengaruh medan gravitasi Newtonian yang ditimbulkan oleh benda bermassa M . Partikel tersebut bergerak dalam bidang dua dimensi dengan koordinat kutub (r, θ) dimana hubungan antara koordinat kutub tersebut dengan koordinat Cartesian (x, y) dirumuskan sebagai $x = r \cos \theta$ dan $y = r \sin \theta$.

- a. Tuliskan perumusan energi total E dan momentum sudut L untuk partikel tersebut dinyatakan dalam koordinat kutub.
- b. Tuliskan bentuk dr/dt dan $d\theta/dt$ dinyatakan dengan E dan L di atas.
- c. Dengan menggunakan substitusi $u = 1/r$, tuliskan bentuk $du/d\theta$ secara eksplisit dinyatakan dalam besaran-besaran E, L, m, k dan u .
- d. Jika digunakan fungsi coba yang berbentuk $u = A + B \cos \theta$ dengan A dan B suatu tetapan positif, tentukan nilai A dan B .
- e. Akan ditinjau pembelokan cahaya bintang oleh medan gravitasi matahari yang dapat diamati ketika terjadi gerhana matahari total (*total solar eclipse*). Cahaya bintang dari tempat yang sangat jauh ketika melewati di dekat permukaan matahari (yang massanya besar) akan dibelokkan dengan sudut pembelokan sebesar ϕ yang tak berdimensi. Asumsikan bahwa sudut ϕ sangat kecil dan dinyatakan dalam besaran tetapan gravitasi universal G , massa matahari M_s , jari-jari matahari R_s dan laju cahaya c . Gunakan analisis dimensi untuk menentukan masing-masing pangkat α, β dan γ , jika sudut ϕ dapat dinyatakan dalam bentuk $\phi = KGM_s^\alpha R_s^\beta c^\gamma$ dengan K suatu tetapan

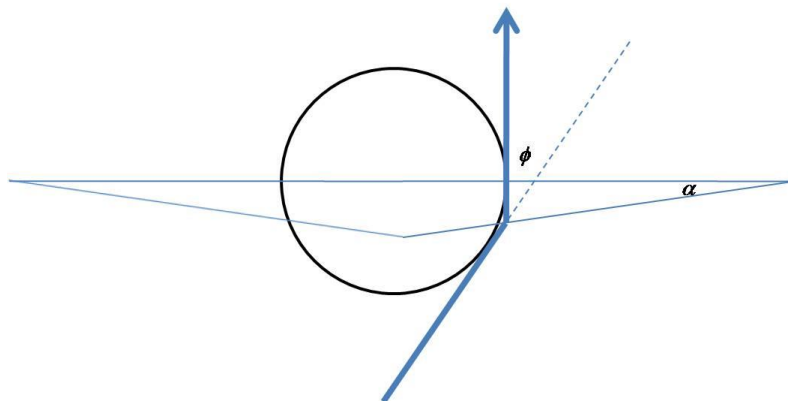
tak berdimensi. Selanjutnya konfirmasi kebenaran jawaban anda dengan memasukkan orde besaran di atas secara numerik dalam satuan SI, yaitu $G \sim 10^{-11}$, $M_S \sim 10^{30}$, $R_S \sim 10^8$ dan $c \sim 10^8$.

- f. Selanjutnya akan ditentukan besarnya sudut pembelokan cahaya bintang secara klasik. Lihat Gambar 1. Cahaya bintang dapat dianggap memiliki “massa” sebesar m yang bergerak dengan laju c . Tentukan nilai K dari soal (e) pada besar sudut pembelokan cahaya bintang. Sebagai perbandingan, teori relativitas umum meramalkan nilai K yang sama dengan dua kali hasil yang diperoleh disini.



Gambar 1

- g. Fenomena ini dapat memiliki analogi dalam bentuk lensa gravitasi (*gravitational lense*) yang memiliki indeks bias n . Sinar datang dari bintang dibiaskan ketika memasuki sisi depan lensa gravitasi, kemudian keluar dari lensa tersebut melalui sisi kedua secara tegak lurus, sehingga sudut pembelokan cahaya bintang sama dengan sudut datang dikurangi sudut bias. Lihat Gambar 2. Dua permukaan lensa gravitasi tersebut membentuk sudut α . Tentukan hubungan antara α , ϕ dan indeks bias n .



2. Pendaratan di planet dan gerak roket

Bagian 1. Pendaratan pesawat di planet. Ide topik ini berasal dari Prof. Paul Withers (Boston University) yang menulis paper di *American Journal of Physics* yang berjudul “*Landing spacecraft on Mars and other planets: An opportunity to apply introductory physics*”

Sebuah pesawat ruang angkasa bermassa m (yang diasumsikan berbentuk silinder) yang memiliki luas penampang A bergerak dari angkasa luar dengan kecepatan v memasuki atmosfer planet Mars yang memiliki rapat massa ρ .

- a. Untuk selang waktu Δt , tentukan massa udara atmosfer yang ditembus oleh pesawat tersebut.
- b. Asumsikan bahwa udara yang ditembus ini dipercepat agar memiliki kecepatan yang sama seperti dengan kecepatan pesawat. Kemudian, menurut hukum konsevasi momentum, momentum yang hilang dari pesawat diubah seluruhnya menjadi momentum yang diterima oleh atmosfer. Dengan mengabaikan efek gravitasi pada pesawat (saat memasuki atmosfer), tuliskan persamaan gerak yang bekerja pada pesawat. Persamaan ini disebut sebagai *drag equation*.
- c. Tuliskan persamaan yang menghubungkan $p(z) =$ tekanan atmosfer pada ketinggian vertikal z dari permukaan planet, $p(z + dz) =$ tekanan atmosfer pada ketinggian $z + dz$, rapat massa atmosfer dan percepatan gravitasi planet g . Jika diasumsikan atmosfer berupa gas ideal isothermal, tunjukkan bahwa

$$\rho = \rho_s \exp(-z / H)$$

dimana ρ_s adalah rapat massa atmosfer di permukaan planet, dan H adalah skala ketinggian atmosfer.

- d. Pesawat tersebut bergerak turun ke permukaan planet dengan membentuk sudut ϕ terhadap vertikal. Tuliskan persamaan untuk dv/dt dan dz/dt . Selanjutnya, jika kecepatan pesawat saat memasuki puncak atmosfer $= v_0$, dan rapat massa puncak atmosfer dapat diabaikan, tentukan kecepatan pesawat pada ketinggian z .

- e. Untuk pendaratan pesawat yang bernama Curiosity di planet Mars, ambillah nilai luas tampang lintang pesawat $A = 16 \text{ m}^2$, massa pesawat $m = 2400 \text{ kg}$, tekanan atmosfer di permukaan planet Mars $p_s = 10^3 \text{ Pa}$, percepatan gravitasi di permukaan planet Mars $g = 3,7 \text{ m/s}^2$. Jika sudut pesawat dengan garis vertikal sejak memasuki atmosfer Mars adalah $\phi = 60^\circ$, dan kecepatan pesawat saat memasuki atmosfer adalah $v_0 = 6 \text{ km/s}$, tentukan kecepatan pesawat saat mendarat di permukaan Mars. Apakah besar kecepatan tersebut dapat menunjukkan pendaratan yang aman atau tidak?
- f. Untuk dapat meminimalkan kecepatan pesawat saat mendarat:
1. Tampang lintang pesawat A diperbesar atau diperkecil?
 2. Massa pesawat m diperbesar atau diperkecil?
 3. Sudut pesawat ϕ saat bergerak turun terhadap vertikal diperbesar atau diperkecil?
- g. Uraian di atas, barulah meninjau pendaratan pesawat tanpa menggunakan parasut, serta mengabaikan gravitasi. Selanjutnya akan dikaji pendaratan menggunakan parasut dengan luas penampang $A_p > A$ dan memasukkan faktor gravitasi planet ke dalam persamaan gerak. Tuliskan persamaan gerak untuk dv/dt .
- h. Tentukan besar kecepatan terminal Curiosity, jika luas penampang parasut adalah $A_p = 200 \text{ m}^2$ dan skala tinggi atmosfer Mars adalah $H = 11 \text{ km}$. Anggap massa parasut dapat diabaikan dibandingkan dengan massa pesawat. Apakah besar kecepatan terminal tersebut masih aman ataukah tidak?
- i. Untuk membuat kecepatan pendaratan sama dengan nol, digunakan *retrorocket (retrograde rocket)* yaitu mesin roket yang menghasilkan dorongan (*thrust*) yang berlawanan dengan arah gerak roket sehingga roket akan diperlambat. Impuls yang dihasilkan oleh retrorocket adalah $m_f I_{sp}$, dimana m_f adalah massa bahan bakar yang akan dikonsumsi pada retrorocket tersebut dan I_{sp} adalah *specific impulse* retrorocket tersebut. Untuk bahan bakar hydrazine (N_2H_4), besarnya I_{sp} adalah sekitar 2000 m/s . Ketika pesawat yang menggunakan parasut dan suatu saat turun dengan kecepatan terminal, kemudian mesin retrorocket dinyalakan. Tentukan besar fraksi

massa bahan bakar hydrazine dibandingkan dengan massa pesawat, agar akhirnya kecepatan pesawat saat mendarat sama dengan nol.

Bagian 2. Fisika Roket. Ditinjau sebuah roket yang memiliki massa awal m_0 . Roket tersebut bergerak dengan memancarkan bahan bakar gas, dimana kecepatan buang gas adalah v_e relatif terhadap roket. Hambatan udara dapat diabaikan.

- j. Anggap gravitasi sementara diabaikan dahulu. Jika massa akhir roket adalah m_f , tentukan kecepatan akhir roket. Persamaan roket ini dikenal sebagai persamaan roket Tsiolkovsky.
- k. Selanjutnya dengan memperhitungkan gravitasi (percepatan gravitasi g dianggap konstan) serta gerakan roket adalah ke arah vertikal (melawan gravitasi), tentukan kecepatan akhir saat massa akhir roket adalah m_f .
- l. Untuk pertanyaan (k) di atas, didefinisikan $\mu = m_0 / m_f$, $v_e = gI_{sp}$ dimana I_{sp} adalah specific impulse, serta

$$\text{thrust to weight ratio} = \psi = \frac{F_{thrust}}{m_0 g} .$$

dimana $F_{thrust} = v_e \dot{m} = v_e (dm / dt)$. Tentukan waktu yang dibutuhkan roket hingga bahan bakar habis dinyatakan dalam μ , I_{sp} dan ψ .

- m. Tentukan tinggi roket saat bahan bakar habis, serta tinggi maksimum roket.

3. **Soal Campuran.** Berikut ini terdapat soal-soal campuran yang tidak ada hubungan antar soal satu sama lain.

- A. Dua buah planet dengan massa yang berbeda saling bergerak satu sama lain dalam orbit lingkaran karena pengaruh gaya gravitasi dengan periode orbit T . Tiba-tiba gerakan keduanya berhenti, kemudian dilepas sehingga kedua planet tersebut akan bertabrakan dalam waktu nT sejak mulai dilepas. Tentukan nilai n .

- B. Perahu dan batu di sebuah danau

Ditinjau sebuah perahu yang terapung di atas sebuah danau. Di dalam perahu tersebut terdapat sebuah batu.

Anggap bahwa danau berbentuk balok dengan luas A_L dan ketika tidak ada perahu dan batu, kedalaman air danau adalah h_0 . Lihat Gambar 1. Ketika batu dengan berat W_r berada di dalam sebuah perahu berbentuk balok dengan luas alas $A_C < A_L$ yang beratnya W_C yang terapung di danau seperti pada Gambar 2, kedalaman air menjadi h_1 , perahu terendam pada kedalaman d_1 , dan bagian bawah perahu berada pada ketinggian $H_1 = h_1 - d_1$ di atas dasar danau.

Jika batu tersebut dilempar keluar dari perahu ke dalam danau, tentukan apakah permukaan air di danau naik atau turun relatif terhadap pengamat di tepi danau? Juga, apakah perahu tersebut naik atau turun relatif terhadap pengamat tersebut?

Tinjaulah batu tersebut untuk dua jenis rapat massa batu ρ_R dibandingkan dengan rapat massa air ρ_W : (i) $\rho_R > \rho_W$; (ii) $\rho_R < \rho_W$. Lihat Gambar 3 dan 4.

