Sistema Masa-Resorte

1. Un oscilador armónico consiste de una masa de $100g$ atada a un resorte, donde la constante de fuerza es $104 dinas/cm$. La masa es desplazada $3cm$ y regresada al reposo. Calcule
   a. La Frecuencia y el periodo.
   b. La energía total.
   c. La velocidad máxima.

2. Un objeto de masa m cuelga de un resorte y se pone en oscilación. El periodo de la oscilación se mide y registra como T. El objeto de masa m se retira y se sustituye con un objeto de masa $2m$. Cuando este objeto se pone en oscilación, ¿cuál es el periodo del movimiento? a) $2T$, b) $T/2$, c) T, d) $\sqrt{2}T$, e) $T/\sqrt{2}$.

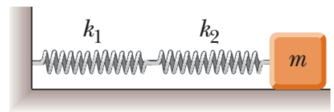
3. Una saltadora de bungee de $65{,}00 kg$ salta de un puente con una cuerda ligera amarrada a ella y al puente. La longitud no estirada de la cuerda es de $11{,}0m$. La saltadora alcanza el fondo de su movimiento $36{,}0m$ abajo del puente antes de rebotar de regreso. Su movimiento se puede separar en una caída libre de $11{,}0m$ y una sección de $25{,}0m$ de oscilación armónica simple.
   a. ¿Durante que intervalo de tiempo está en caída libre?
   b. Use el principio de conservación de la energía para hallar la constante de resorte de la cuerda bungee.
   c. ¿Cuál es la ubicación del punto de equilibrio donde la fuerza del resorte equilibra la fuerza gravitacional ejercida sobre la saltadora? Este punto se considera como el origen de la descripción matemática de la oscilación armónica simple.
   d. ¿Cuál es la frecuencia angular de la oscilación?
   e. ¿Qué intervalo de tiempo se requiere para que la cuerda se estire $25{,}0m$?
   f. ¿Cuál es el intervalo de tiempo total para todo el salto de $36{,}0m$?

4. En un motor, un pistón oscila con movimiento armónico simple de modo que su posición varía de acuerdo con la expresión

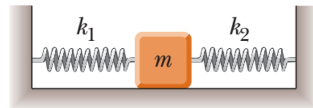
$$x = (5{,}00cm)\cos\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)$$

   donde x está en centímetros y t en segundos. En $t = 0$, encuentre:
   a. La posición de la partícula.
   b. Su velocidad.
   c. Su aceleración.
   d. Encuentre el periodo y amplitud del movimiento.

5. Un bloque de masa m se conecta a dos resortes con constantes de fuerza k_1 y k_2 en dos formas, como se muestra en las figuras. En ambos casos el bloque se mueve sobre una mesa sin fricción después de desplazarse desde el equilibrio y liberarse. Demuestre que en los dos casos el bloque muestra movimiento armónico simple con periodos



a)



b)

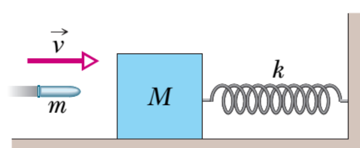
   a. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}$
   b. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k_1+k_2}}$

6. Demuestre que las relaciones generales entre los dos valores iniciales de la posición inicial x_0 y de velocidad inicial v_0 y la amplitud A y el ángulo de fase inicial ϕ son:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}; \phi = \tan^{-1}\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$$

7. ¿Cuándo el desplazamiento de un oscilador armónico simple es la mitad de su amplitud? ¿Qué fracción de la energía total es energía cinética?

8. Un bloque de masa M, en reposo sobre una mesa horizontal sin fricción, está unido a un soporte rígido por medio de un resorte de constante de fuerza k. Una bala de masa m y velocidad v golpea al bloque como se muestra en la figura. La bala se queda incrustada en el bloque. Determine el movimiento armónico simple resultante en términos de m, M v y k



9. Un objeto de masa $2kg$ está sujeto sobre un muelle vertical que está anclado en el suelo. La longitud del muelle sin deformar es de $8cm$ y la posición de equilibrio del objeto sobre el muelle está a $5cm$ desde el nivel del suelo. Cuando el objeto está en su posición de equilibrio, se le da un impulso hacia abajo con un martillo, de tal manera que la velocidad inicial es de $0{,}3m/s$.
   a. ¿A qué máxima altura, respecto al nivel del suelo, se elevará el objeto?

b. ¿Cuánto tiempo tardará el objeto en alcanzar la máxima altura por primera vez?

c. ¿Volverá el muelle a estar sin compresión?

d. ¿Qué velocidad inicial mínima debe darse al objeto para que el muelle no tenga compresión en un instante dado?

10. Cuando un hombre de $75Kg$ se introduce en un auto, el centro del auto baja $0{,}5cm$, ¿Cuál es la constante de los muelles del auto?. Suponiendo que la masa del auto es de 450000gramos. ¿Cuál es su periodo de vibración cuando esta vacío y cuando esta el hombre adentro?

11. Un objeto de $2{,}00kg$ se une a un resorte y se coloca sobre una superficie horizontal uniforme. Se requiere una fuerza horizontal de $20{,}0N$ para mantener al objeto en reposo cuando se jala $0{,}200m$ desde su posición de equilibrio (el origen del eje x). Ahora el objeto se libera desde el reposo con una posición inicial $x_i = 0{,}200m$ y se somete a sucesivas oscilaciones armónicas simples. Encuentre:

a. la constante de fuerza del resorte.

b. la frecuencia de las oscilaciones

c. la rapidez máxima del objeto. ¿Dónde se presenta la rapidez máxima?

d. Encuentre la aceleración máxima del objeto. ¿Dónde se presenta?

e . Encuentre la energía total del sistema oscilante.

f. la rapidez

g. la aceleración del objeto cuando su posición es igual a un tercio del valor máximo.

12. En un laboratorio de física, se conecta un deslizador de riel de aire de $0{,}200kg$ al extremo de un resorte ideal de masa despreciable y se pone a oscilar. El tiempo transcurrido entre la primera vez que el deslizador pasa por la posición de equilibrio y la segunda vez que pasa por este punto es de $2{,}60s$. Determine la constante de fuerza del resorte.

13. Una partícula se mueve hacia atrás y hacia adelante a lo largo del eje x entre los puntos $x = 0,20m$ y $x = -0{,}20m$. El período del movimiento es de $1,2s$, y es armónico simple. En el momento $t = 0$, la partícula es en $x = 0,20m$ y su velocidad es cero.

a. ¿Cuál es la frecuencia del movimiento? La frecuencia angular?

b. ¿Cuál es la amplitud del movimiento?

c. ¿En qué momento la partícula alcanza el punto x=0? ¿En qué momento va a llegar al punto $x = -0{,}10m$?

d. ¿Cuál es la velocidad de la partícula cuando está en x= 0? ¿Cuál es la velocidad de la partícula cuando se alcanza el punto $x = -0{,}10m$?

14. **Tirón**. Una cuerda de guitarra vibra con una frecuencia de $440Hz$. Un punto en su centro se mueve en MAS con amplitud de $3{,}0mm$ y ángulo de fase cero.

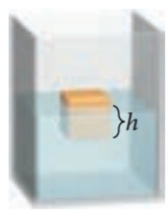
a. Escriba una ecuación para la posición del centro de la cuerda en función del tiempo.

b. ¿Qué magnitud máxima tienen la velocidad y la aceleración del centro de la cuerda?

c. La derivada de la aceleración con respecto al tiempo es una cantidad llamada tirón. Escriba una ecuación para el tirón del centro de la cuerda en función del tiempo, y calcule el valor máximo de la magnitud del tirón.

15. Si el Angulo de fase de un sistema masa resorte en MAS es $\pi/6$ y la posición del bloque esta dada por la ecuación $x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$, cual es la relación de la energía cinética a la energía potencial en el momento $t = 0$?.

16. Un cubo de densidad ρ_c flota en un liquido de densidad ρ_l como se muestra en la figura. En el reposo, una cantidad h de la altura del cubo se sumerge en el líquido. Si se empuja el cubo hacia abajo, se balancea de arriba abajo como un resorte y oscila en torno de la posición de equilibrio. Muestre que la frecuencia de la oscilación está dada por $f = (2\pi)^{-1}\sqrt{g/h}$

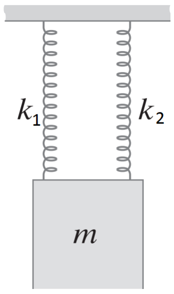


17. La figura muestra una masa, $m_1 = 8{,}00kg$, que se encuentra en reposo en una superficie horizontal sin fricción y conectada a una pared mediante un resorte con $k = 70N/m$. Una segunda masa, $m_2 = 5kg$, se mueve a la derecha a $v_0 = 17{,}0m/s$. Las dos masas colisionan y se quedan pegadas.

a. ¿Cuál es la compresión máxima del resorte?

b. ¿Cuánto tiempo transcurrirá después de la colisión para que el resorte alcance su compresión máxima?

18. Un bloque de masa m está soportado por dos resortes verticales paralelos idénticos con constantes k_1 y k_2. ¿Cuál será la frecuencia de vibración vertical?



19. Una máquina de pinball utiliza como lanzador un resorte que se comprime 6,0cm para lanzar una bola por una rampa a 15°. Suponga que la bola tiene masa $m = 25g$ y radio $r = 1{,}0cm$ y rueda sin deslizarse cuando sale del mecanismo lanzador. Si tiene una rapidez de 3,0m/s, ¿cuál será la constante del resorte que se utiliza como lanzador?

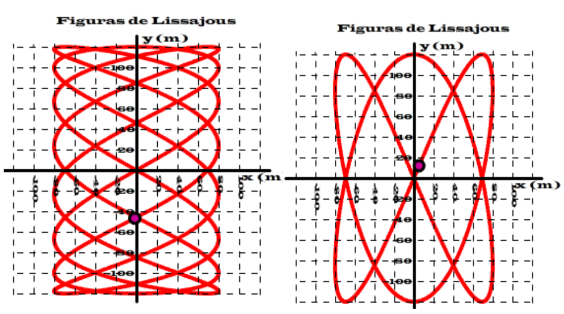
SUPERPOSICIÓN DE M.A.S.

20. Una partícula que se mueve a lo largo del eje X está sometida a tres movimientos armónicos de la misma frecuencia, siendo las amplitudes respectivas de cada uno 0,30, 0,35 y 0,45mm y la diferencia de fase entre el segundo y el primero 25° y entre el tercero y el segundo 35°. Determinar la amplitud de la vibración resultante realizada por la partícula, así como su fase relativa al primero de los movimientos armónicos anteriores.

21. Para $\delta = 0$, $\pi/2$, π y $3\pi/2$ encuentre y represente la ecuación de la trayectoria del movimiento resultante de dos M.A.S. perpendiculares cuyas ecuaciones son:

    $x(t) = A_x \sin(\omega t)$ y $y(t) = A_y \sin(\omega t + \delta)$ con $A_x = 4m$ y $A_y = 3m$. Realizar las respectivas gráficas.

22. encontrar la relación de frecuencias ω_x/ω_y de los siguientes movimientos:



    escribir las ecuaciones de los movimientos involucrados.

23. Encontrar la ecuación del movimiento resultante de la superposición de dos movimientos armónicos simples paralelos cuyas ecuaciones son $x_1 = 6\sin 2t$ y $x_2 = 8\sin(2t + \alpha)$, si $\alpha = 0, \frac{\pi}{2}$ y π. Hacer el gráfico de cada movimiento y del movimiento resultante en cada caso.

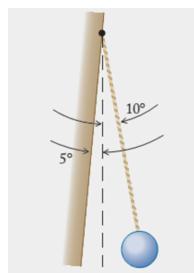
24. Encontrar la ecuación resultante de la superposición de dos movimientos armónicos paralelos cuyas ecuaciones son: $x_1 = 2\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$ y $x_2 = 3\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$. Hacer un gráfico de cada movimiento y del movimiento resultante. Representar sus respectivos vectores rotantes.

25. Encontrar la ecuación de la trayectoria del movimiento de la combinación de dos movimientos armónicos perpendiculares cuyas ecuaciones son y $x = 4\sin\omega t$ e $y = 3\sin(\omega t + \alpha)$, cuando $\alpha = 0, \frac{\pi}{2}$ y π. Hacer un gráfico de la trayectoria de la partícula para cada caso y señalar al sentido en el cual viaja la partícula.

26. Encontrar la ecuación de la trayectoria resultante de una partícula sometida a dos movimientos armónicos simples perpendiculares, si $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2}$ y $\alpha = 0, \frac{\pi}{3}$ y $\frac{\pi}{2}$. En cada caso representar la trayectoria y mostrar el sentido en el cual es recorrida.

Péndulo Simple

27. Un péndulo cuelga de una pared inclinada. Supongamos que este péndulo se libera en un ángulo inicial de 10° y que rebota en la pared elásticamente cuando alcanza un ángulo de 5° . ¿Cuál es el período de este péndulo?



28. Se tira de un péndulo simple de 0,240m de longitud para moverlo 3,5° a un lado y luego se suelta.

29. Un péndulo simple vibra con una amplitud de 10,0°. ¿Qué fracción del tiempo pasa entre 5,0° y −5,0°? Suponga MAS.

    a. ¿Cuánto tarda la lenteja del péndulo en alcanzar su rapidez máxima?

    b. ¿Cuánto tarda si el ángulo es de 1.75° en vez de 3.50°?

30. Una manzana pesa 1,00N. Si la colgamos del extremo de un resorte largo con constante de fuerza de 1,50N/m y masa despreciable, rebota verticalmente en MAS. Si detenemos el rebote y dejamos que la manzana oscile de lado a lado con un ángulo pequeño, la frecuencia de este péndulo simple es la mitad de la

del rebote. (Puesto que el ángulo es pequeño, las oscilaciones de lado a lado no alteran apreciablemente la longitud del resorte.) ¿Qué longitud tiene el resorte no estirado (sin la manzana)?

31. Después de posarse en un planeta desconocido, una exploradora espacial construye un péndulo simple con longitud de 50,0cm y determina que efectúa 100 oscilaciones completas en 136 s. ¿Cuánto vale g en ese planeta?

32. Demuestre que la expresión para el periodo de un péndulo físico se reduce a la del péndulo simple, si el péndulo físico consiste en una partícula de masa m en el extremo de un cordón sin masa de longitud L.

33. ¿Cuál es el periodo de un péndulo simple que tiene una longitud de 1.00 m en cada situación? a) En el laboratorio de física. b) En un ascensor acelerando a 2,10m/s^2 hacia arriba. c) En un ascensor acelerando a 2,10m/s^2 hacia abajo. d) En un elevador que se encuentra en caída libre.

34. En la Tierra cierto péndulo simple tiene un periodo de 1,60s. ¿Qué periodo tendrá en Marte, donde $g = 3,71\dfrac{m}{s^2}$?

35. Un péndulo simple tiene una masa de 0,250kg y una longitud de 1,00m. Se desplaza a través de un ángulo de 15,0° y luego se libera. ¿Cuáles son:

    a. la rapidez máxima
    b. la aceleración angular máxima
    c. la fuerza restauradora máxima?
    d. ¿Qué pasaría si? Resuelva este problema mediante el modelo de movimiento armónico simple para el movimiento del péndulo y luego resuelva el problema con principios más generales (Inercia). Compare las respuestas.

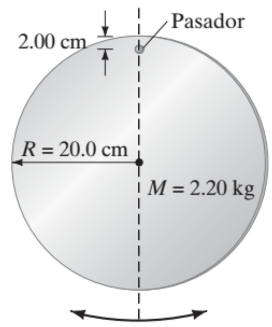
36. La posición angular de un péndulo se representa mediante la ecuación $\theta = (0,0320rad)\cos\omega t$, donde θ está en radianes y $\omega = 4{,}43\frac{rad}{s}$. Determine el periodo y la longitud del péndulo.

37. Suponga que un péndulo simple consiste de una esfera pequeña de 60g atado a una cuerda de masa despreciable. Si el angulo entre la cuerda y la vertical esta dado por $\theta(t) = (0{,}08rad)\cos(4{,}43rad/st + \phi)$. Cual es la longitud del péndulo y su energía cinética máxima?

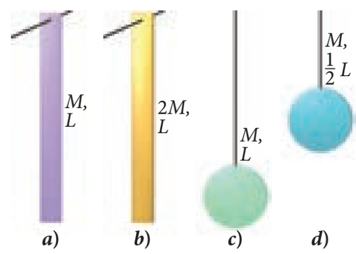
Péndulo Compuesto

38. La pierna humana se puede comparar con un péndulo físico, con un periodo de oscilación ?natural?, para el cual caminar es más fácil. Considere la pierna como dos varillas unidas rígidamente entre sí en la rodilla; el eje para la pierna es la articulación en la cadera. La longitud de cada varilla es aproximadamente la misma: 55cm. La varilla superior tiene una masa de 7,0kg y la varilla inferior tiene una masa de 4,0kg. Calcule el periodo de oscilación natural del sistema.

39. Un disco de madera contrachapada con radio de 20,0cm y masa de 2,20kg tiene un pequeño agujero taladrado a través de él, a 2,00cm de su borde . El disco cuelga de la pared por medio de un pasador metálico que pasa a través del agujero y se usa como un péndulo. ¿Cuál es el periodo de este péndulo para oscilaciones pequeñas?

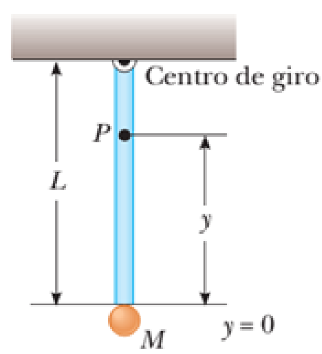


40. En la figura se muestran cuatro péndulos distintos



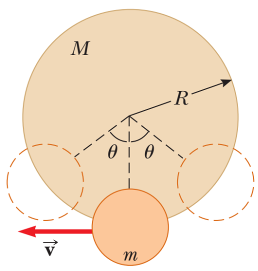
Encuentre el periodo de cada péndulo cuando se le jala 20° a la derecha y luego se libera.

41. Una bola pequeña de masa M está unida al extremo de una barra uniforme de igual masa M y longitud L que está articulada en la parte superior.



Calcule el periodo de oscilación para pequeños desplazamientos desde el equilibrio y determine este periodo para $L = 2{,}00m$.

42. Un disco de radio r y masa m se pega a la cara de un segundo disco más grande de radio R y masa M, como se muestra en la figura. El centro del disco pequeño se ubica en el borde del disco grande. El disco grande se monta en su centro en un eje sin fricción. El ensamble da vueltas a través de un pequeño ángulo θ desde su posición de equilibrio y se libera.



   a. Demuestre que mientras pasa a través de la posición de equilibrio la rapidez del centro del disco pequeño es

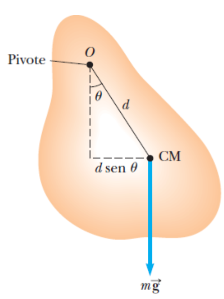
$$v = 2\left[\frac{Rg(1-\cos\theta)}{(\frac{M}{m}) + (\frac{r}{R})^2 + 2}\right]^{1/2}$$

   b. Demuestre que el periodo del movimiento es

$$T = 2\pi\left[\frac{(M+2m)R^2 + m^2}{2mgR}\right]^{1/2}$$

43. Un péndulo físico en forma de objeto plano se mueve en movimiento armónico simple con una frecuencia de $0{,}450Hz$. El péndulo tiene una masa de $2{,}20kg$ y el eje se ubica a $0{,}350m$ del centro de masa. Determine el momento de inercia del péndulo en torno al punto de giro.

44. Considere el péndulo físico de la figura.



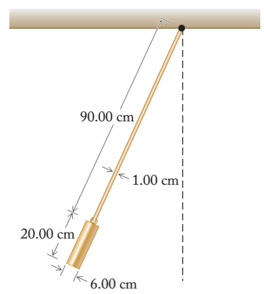
   a. Represente su momento de inercia en torno a un eje que pasa a través de su centro de masa y paralelo al eje que pasa a través de su punto de giro como I_{CM}. Demuestre que su periodo es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_{CM+md^2}}{mgd}}$$

   donde d es la distancia entre el punto de giro y el centro de masa.

   b. Demuestre que el periodo tiene un valor mínimo cuando d satisface $md^2 = I_{CM}$.

45. Un péndulo consiste en una varilla de latón con un cilindro de latón unido al extremo. El diámetro de la varilla es $1,00cm$ y su longitud es $90,00cm$; el diámetro del cilindro es de $6,00cm$ y su longitud es de $20,00cm$. ¿Cuál es el período de este péndulo?.

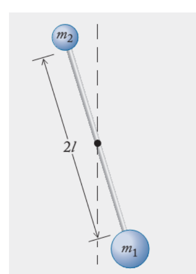


46. Una esfera de $1{,}50kg$ y otra de $2{,}00kg$ se pegan entre sí colocando la más ligera debajo de la más pesada. La esfera superior se conecta a un resorte ideal vertical, cuya constante de fuerza es de $165\frac{N}{m}$, y el sistema vibra verticalmente con una amplitud de $15{,}0cm$. El pegamento que une las esferas es débil y antiguo, y de repente falla cuando las esferas están en la posición más baja de su movimiento.

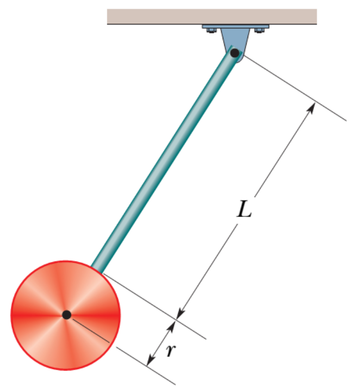
   a. ¿Por qué es más probable que el pegamento falle en el punto más bajo, que en algún otro punto del movimiento?.

   b. Calcule la amplitud y la frecuencia de las vibraciones después de que la esfera inferior se despega.

47. Un péndulo físico consiste en una varilla sin masa de longitud $2L$ gira alrededor de un eje que pasa por su centro. Una masa m_1 está unido en el extremo inferior de la varilla, y una masa m_2 más pequeño en el extremo superior ¿Cuál es el período de este péndulo?



48. Un péndulo consta de un disco uniforme de $10,3cm$ de radio y $488g$ de masa unido a una barra de $52,4cm$ de longitud que tiene una masa de $272g$, según figura.



   a. Calcule la inercia rotatoria del péndulo respecto al pivote.
   b. ¿Cuál es la distancia entre el pivote y el centro de masa del péndulo?
   c. Calcule el período de oscilación para ángulos pequeños.

49. Un cilindro sólido está unido a un resorte horizontal sin masa de modo que puede rodar sin resbalar a lo largo de una superficie horizontal, como se ve en la figura. La constante de fuerza k del resorte es de $2,94\frac{N}{cm}$. Si el sistema parte del reposo desde una posición en que el resorte está estirado $23,9cm$, halle:

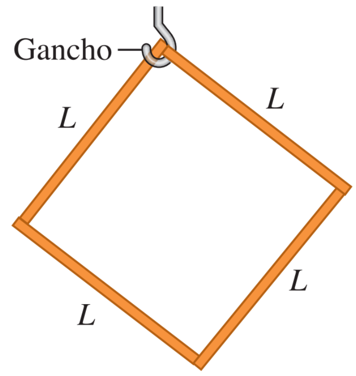
   a. La energía cinética de traslación y,
   b. La energía cinética de rotación del cilindro al pasar por la posición de equilibrio.

50. Una llave inglesa de $1{,}80kg$ tiene su pivote a $0{,}250m$ de su centro de masa y puede oscilar como péndulo físico. El periodo para oscilaciones de ángulo pequeño es de 0,940 s.

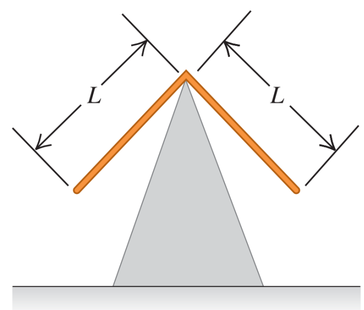
   a. ¿Qué momento de inercia tiene la llave con respecto a un eje que pasa por el pivote?
   b. Si la llave inicialmente se desplaza $0{,}400rad$ de la posición de equilibrio, ¿qué rapidez angular tiene al pasar por dicha posición?

51. Dos péndulos tienen las mismas dimensiones (longitud L) y masa total (m). El péndulo A es una esfera muy pequeña que oscila en el extremo de una varilla uniforme sin masa. En el péndulo B, la mitad de la masa está en la esfera y la otra mitad en la varilla uniforme. Calcule el periodo de cada péndulo para oscilaciones pequeñas. ¿Cuál tarda más tiempo en una oscilación?

52. Un objeto cuadrado de masa m se construye con cuatro varas uniformes idénticas, cada una con longitud L, unidas entre sí. Este objeto se cuelga de su esquina superior en un gancho. Si se gira ligeramente a la izquierda y luego se suelta, ¿con qué frecuencia oscilará de un lado a otro?

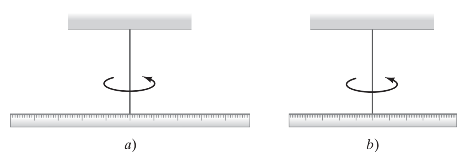


53. Dos varillas delgadas idénticas, cada una con masa m y longitud L, se unen en ángulo recto para formar un objeto en forma de L, el cual se balancea sobre la cúspide de un triángulo agudo. Si el objeto en forma de L se desvía un poco, oscila. Calcule la frecuencia de oscilación.

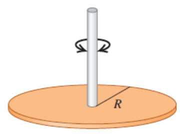


Péndulos de Torsión

54. Una vara de un metro cuelga de su centro de un alambre delgado . Se gira y oscila con un periodo de $5{,}0s$. La vara se recorta a una longitud de $70{,}0cm$. Esta pieza de nuevo se equilibra en su centro y se pone a oscilar. ¿Con qué periodo oscilará ahora?

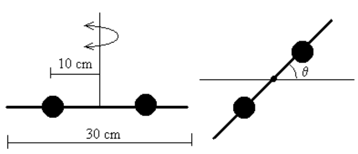


55. Un disco metálico delgado con masa de $2{,}00 \times 10^{-3}kg$ y radio de $2{,}20cm$ se une en su centro a una fibra larga. Si se tuerce y suelta, el disco oscila con un periodo de $1{,}00s$. Calcule la constante de torsión de la fibra.



56. El péndulo de torsión, consiste en un hilo o alambre de sección recta circular suspendido verticalmente, con su extremo superior fijo y de cuyo extremo inferior se cuelga un cuerpo de momento de inercia I conocido o fácil de calcular (disco o cilindro, etc). Cualquier movimiento puede descomponerse como combinación de movimientos lineales y de rotación.
   a. Hallar la ecuación del movimiento.
   b. Encontrar su periodo.
   c. Escribir las ecuaciones del movimiento.

57. Un péndulo de torsión consiste en una varilla de masa $100g$ y $30cm$ de longitud, la varilla pasa por el centro de dos esferas iguales de $150g$ y $5cm$ de radio, situadas simétricamente de modo que el centro de las esferas dista $10cm$ del eje de giro.
   a. Sabiendo que el periodo de la oscilación vale $2{,}4s$, calcular la constante K de torsión del muelle.
   b. Si en el instante inicial $t = 0$ el péndulo se desplaza $\Theta = \frac{\pi}{6}$ de la posición de equilibrio y se suelta (velocidad inicial nula).
   c. Escribir la ecuación del M.A.S.
   d. Calcular la velocidad angular de rotación cuando pasa por la posición de equilibrio.

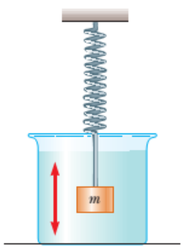


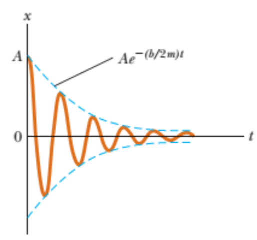
58. Sea un péndulo consistente en una esfera de Al de $0,005m$ de radio suspendida de una cuerda de $1m$ de longitud. Determinar la amplitud y periodo de oscilación de este péndulo. Averiguar cómo afecta la viscosidad del aire a estos dos parámetros. (Considerar que la fuerza debido a la viscosidad η que actúa sobre una esfera de radio ?? y velocidad ?? es igual a $F = -6\pi\eta R\nu$ y para el aire a $20°C\eta = 1,78 \times 10^{-5}\dfrac{Kg}{ms}$). ¿Cúal es el tiempo necesario para que la amplitud se reduzca un $10\,\%$¸ de la inicial?

Oscilaciones Amortiguadas-Forzadas

59. Un objeto de $10{,}6kg$ oscila en el extremo de un resorte vertical que tiene una constante de resorte de $2{,}05 \times 10^4 N/m$. El efecto de la resistencia del aire se representa mediante el coeficiente de amortiguamiento $b = 3{,}00\dfrac{N \cdot s}{m}$.
   a. Calcule la frecuencia de la oscilación amortiguada.
   b. ¿En qué porcentaje disminuye la amplitud de la oscilación en cada ciclo?.
   c. Encuentre el intervalo de tiempo que transcurre mientras la energía del sistema cae a $5{,}00\,\%$¸ de su valor inicial.

60. Considere el oscilador amortiguado que se muestra en la figura:





La masa del objeto es 375 g, la constante de resorte es $100\frac{N}{m}$ y $b = 0{,}100\frac{N \cdot s}{m}$.
   a. ¿Durante qué intervalo de tiempo la amplitud cae a la mitad de su valor inicial?.
   b. ¿Qué pasaría si? ¿Durante qué intervalo de tiempo la energía mecánica cae a la mitad de su valor inicial?.
   c. Demuestre que, en general, la relación fraccionaria a la cual la amplitud disminuye en un oscilador armónico amortiguado es la mitad de la relación fraccionaria a la que disminuye la energía mecánica.

61. Un péndulo de longitud $1,50m$ se establece balanceándose con una amplitud inicial de $10°$. Después de $12min$, la fricción se ha reducido la amplitud a $4°$. ¿Cuál es el valor de Q para este péndulo?

62. Cuando un columpio en movimiento no se "bombea"la amplitud angular de oscilación disminuye debido al aire y otra fricción. Para el movimiento de un columpio de $3m$ de longitud en el cual la amplitud de oscilación decrece de $12°$ a $10°$ después de 5 ciclos completos. ¿Cuál es el Q del sistema? Si el jinete y el asiento son tratados como una masa puntual con $m = 25kg$, cual es la energía mecánica promedio que se disipa?

63. El péndulo de un reloj de pared tiene una longitud de 0,994m y una masa de $1,2kg$.
    a. Si el péndulo se pone en movimiento, la fricción del aire reduce su amplitud de oscilación por un factor de 2 en $13,0min$. ¿Cuál es el valor de Q para este péndulo?
    b. Si queremos mantener este péndulo que oscila con una amplitud constante de 8°, debemos suministrar energía mecánica a él a una velocidad suficiente para compensar la pérdida por fricción. ¿Cuál es la potencia mecánica necesaria?

64. Un péndulo está formado por una varilla de $200g$ de masa y $40cm$ de longitud y dos esferas macizas: la superior de $500g$ y $5cm$ de radio y la inferior de $400g$ y $4cm$ de radio, equidistantes $8cm$ de los extremos de la barra. El péndulo se encuentra suspendido de un eje perpendicular a la varilla que pasa por el centro de la esfera superior.
    a. Hállese el periodo.
    b. Si ahora se separa el péndulo 10° de la posición de equilibrio y se suelta, empezándose en ese momento a contar el tiempo. Escríbase la ecuación del M.A.S.

65. Un objeto de $2kg$ oscila sobre un muelle de constante $k = 400\frac{N}{m}$ con una constante de amortiguamiento $b = 2\frac{Kg}{s}$. Está impulsado por una fuerza sinusoidal de valor máximo $10N$ y frecuencia angular $\omega = 10\frac{Rad}{s}$. Calcular la amplitud de las oscilaciones y la frecuencia y amplitud de resonancia.

66. Un péndulo simple tiene un periodo de $2s$? y un amplitud de 2°, después de 10 oscilaciones completas su amplitud ha sido reducida a $1,5°$ encontrar la constante de amortiguamiento γ.
En el caso del oscilador amortiguado, la cantidad $\tau = 1/2\gamma$ se denomina tiempo de relajación.
    a. Verificar que tiene unidades de tiempo.
    b. ¿En cuánto ha variado la amplitud del oscilador después de un tiempo τ?
    c. Expresar como una función de τ, el tiempo necesario para que la amplitud se reduzca a la mitad de su valor inicial.
    d. ¿Cuáles son los valores de la amplitud después de tiempos iguales a dos, tres veces, etc., el valor obtenido en c)?

67. Un niño se columpia con un período de $3s$. El niño y el columpio poseen una masa de $30kg$. El padre del niño impulsa pacientemente el columpio una vez cada ciclo de modo que mantiene una amplitud angular estacionaria de 30°. Si el valor de Q es igual a 20, calcule la potencia transmitida por el padre.

68. Demostrar la ecuación:
$$P_m = \langle \nu F(t) \rangle_m = \frac{F_0^2}{m} \frac{\gamma\omega^2}{\left(\omega^2 - \omega_0^2\right)^2 + 4\gamma^2\omega^2}$$
(Nota: conocida la tangente de un ángulo es fácil conocer su seno ó coseno)

69. Un objeto de masa $1,5kg$ situado sobre un muelle de constante de fuerza $600\frac{N}{m}$ pierde el 3 %¸ de su energía en cada ciclo. El sistema viene impulsado por una fuerza sinusoidal con un valor máximo de $F_0 = 0,5N$. ¿Cuál es el valor de Q para este sistema y el valor de la frecuencia angular de resonancia y amplitud de resonancia? ¿Cuál es la amplitud de oscilación si la frecuencia impulsora es $19\frac{rad}{s}$?

70. Un oscilador armónico amortiguado, cuya frecuencia angular natural es $\omega_0 = 15\frac{rad}{s}$ y cuyo parámetro de amortiguamiento es $\gamma = 9s^{-1}$, se encuentra inicialmente en reposo en la posición de equilibrio. En el instante $t = 0$ recibe un impulso que lo pone en movimiento con una velocidad inicial $v_0 = 60\frac{cm}{s}$. Para este sistema se pide:
    a. Expresar la elongación del oscilador en función del tiempo.
    b. Calcular el máximo desplazamiento que experimenta el oscilador a partir de su posición de equilibrio.
    c. Calcular el tiempo que deberá transcurrir para que la amplitud de las oscilaciones amortiguadas se reduzca a un 0,1 %¸ del valor máximo anteriormente calculado.

71. Una masa de $m = 0,5Kg$, unida a un muelle de constante elástica $k = 250N/m$, oscila con una amplitud inicial $A_0 = 6cm$. Para este sistema se pide:
    a. Hallar el periodo y la energía del oscilador en el instante inicial.
    b. Determinar el valor del parámetro de amortiguamiento del oscilador sabiendo que la energía se disipa a razón de un 1,0 %¸ en cada ciclo.

72. Un cuerpo de masa $m = 2kg$ descansa sobre un tablero horizontal y está unido al extremo libre de un muelle de constante elástica $k = 200\frac{N}{m}$. En un instante dado, las oscilaciones presentan una amplitud $A_0 = 30cm$; pero debido a un rozamiento de tipo viscoso $(Fr = -b\nu)$, dicha amplitud se reduce a la mitad cuando han transcurrido $t1 = 25s$. Con estos datos, determinar:
    a. Valor del parámetro de amortiguamiento γ, del coeficiente de amortiguamiento b, del tiempo de relajación de la energía τ y del factor de calidad Q.
    b. La frecuencia y el periodo de las oscilaciones amortiguadas y no amortiguadas.
    c. Tiempo que debe transcurrir para que se disipe la mitad de la energía del oscilador. ¿Cuál será entonces la amplitud de las oscilaciones?

73. Un circuito formado por una resistencia R, un condensador C y una autoinducción L, asociadas en serie cumple las siguientes ecuaciones para la carga en el condensador y la corriente en el circuito:

    a. Suponga en primer lugar que la resistencia es nula ($R = 0$). Pruebe que la carga del condensador oscila armónicamente. ¿Cuál es la frecuencia de oscilación? ¿Qué energía se conserva, análogamente a la energía mecánica de un oscilador armónico?

    b. Si la resistencia no es nula, pruebe que el sistema se comporta como un oscilador amortiguado. ¿Cuál es la resistencia máxima para que haya oscilaciones en el sistema?

    c. Suponga que además de los elementos anteriores, el circuito dispone de una fuente de corriente alterna, que lleva mucho tiempo conectada, de manera que las ecuaciones del circuito son:

$$L\frac{dI}{dt} + RI + \frac{Q}{C} = V_0 \cos(\omega t)\,; I = \frac{dQ}{dt}$$

Halle la amplitud de las oscilaciones de la carga del condensador, como función de los parámetros del circuito y de la frecuencia y amplitud del voltaje aplicado.