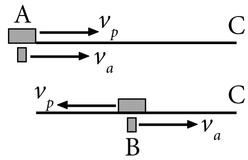
1 Soal Jawab Mekanika

1.1. *(Kecepatan relatif) Sebuah perahu berlayar di sungai. Dalam perjalanannya perahu melewati sebuah botol di titik A. Satu jam kemudian perahu berbalik arah dan berpapasan dengan botol tadi pada jarak 6 km dari titik A. Kecepatan perahu konstan. Hitung kecepatan arus sungai!*



Jawab: Pada diagram di atas anggap perahu berbalik di titik C (abaikan perubahan kecepatan selama berbelok) dan bertemu kembali dengan botol di titik B.

Anggap kecepatan perahu relatif terhadap arus sungai adalah V_p dan kecepatan arus sungai terhadap tanah adalah V_a. Kecepatan perahu relatif terhadap tanah (perjalanan A ke C) adalah $V_p + V_a$. Sedangkan dari C ke B kecepatan perahu relatif terhadap tanah adalah $V_p - V_a$.

Dari gambar terlihat bahwa:

$$AC = AB + BC \text{ (untuk perahu)}$$

$$V_{\mathrm{AC}} \bullet t_{\mathrm{AC}} = \mathrm{AB} + V_{\mathrm{BC}} \bullet t_{\mathrm{BC}}$$

$$V_{\mathrm{AC}} \bullet t_{\mathrm{AC}} = \mathrm{AB} + V_{\mathrm{BC}} \bullet (t_{\mathrm{AB(botol)}} - t_{\mathrm{AC(perahu)}})$$

$$(V_p + V_a) \bullet 1 = 6 + (V_p - V_a)\left({}^{AB}\!/\!_{V_a} - t_{\mathrm{AC}} \right)$$

$$(V_p + V_a) = 6 + (V_p - V_a)\left({}^{6}\!/\!_{V_a} - 1 \right)$$

Selesaikan persamaan di atas kita akan peroleh: $\mathbf{V_a = 3{,}0}$ **km/jam**.

Cara cerdik: waktu yang diperlukan perahu dari A ke C adalah 1 *jam*. Waktu dari C ke B pasti 1 jam pula. Jadi waktu A-C-B adalah 2 *jam*. Waktu ini sama dengan waktu yang diperlukan botol dari A ke B. Jadi kecepatan arus (kecepatan botol) adalah 6 km/2 jam = $\boxed{\textbf{3 km/jam}}$.

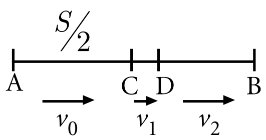
(Diskusikan mengapa waktu yang diperlukan dari C ke B itu 1 jam pula!)

1.2. *Sebuah mobil bergerak dari A ke B melewati titik C dan D (titik C terletak di tengah-tengah A dan B). Dari A ke C mobil bergerak dengan kecepatan v_0. Dari C ke D mobil bergerak dengan kecepatan v_1 dalam waktu setengah waktu C ke B. Sisa perjalanan ditempuh dengan kecepatan v_2. Hitung kecepatan rata-rata mobil ini!*

Jawab: Kecepatan rata-rata didefinisikan sebagai perpindahan dibagi waktu tempuh.

$$\overline{V} = \frac{S_{AB}}{t_{AB}}$$

Anggap $S_{AB} = S$, $t_{AC} = t_1$ dan $t_{CB} = t_2$.



Dari gambar tampak bahwa: $t_1 = \dfrac{S/2}{v_0}$

$$S_{CD} + S_{DB} = v_1 \frac{1}{2} t_2 + v_2 \frac{1}{2} t_2$$

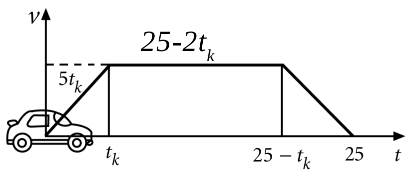
atau

$$t_2 = \frac{S_{CD} + S_{DB}}{\frac{1}{2}(v_1 + v_2)} = \frac{\frac{1}{2} S}{\frac{1}{2}(v_1 + v_2)}$$

Karena $t_{AB} = t_1 + t_2$ maka kecepatan rata-rata mobil ini adalah:

$$\boxed{\overline{V} = \frac{S}{\frac{S}{v_1+v_2} + \frac{S}{2v_0}} = \frac{2v_0\,(v_1 + v_2)}{v_1 + v_2 + 2v_0}}$$

1.3. *Sebuah mobil bergerak lurus dipercepat dari keadaan diam dengan percepatan $a = 5\ m/s^2$. Mobil kemudian bergerak dengan kecepatan konstan. Setelah beberapa saat mobil diperlambat dengan perlambatan $a = 5\ m/s^2$ hingga berhenti. Jika kecepatan rata-rata mobil itu 20 m/s dan waktu total pergerakan adalah 25 detik, hitung berapa lama mobil bergerak dengan kecepatan tetap?*



Jawab: Cara termudah untuk menyelesaikan soal ini adalah dengan metode grafik seperti ditunjukan pada gambar.

Anggap mobil mulai melakukan gerak lurus beraturan (kecepatan konstan) pada waktu t_k.

Luas trapesium (lihat gambar) yang menyatakan perpindahan mobil adalah:

$$S = \frac{(25 + 25 - 2t_k)\,5t_k}{2}$$

Karena kecepatan rata-rata:

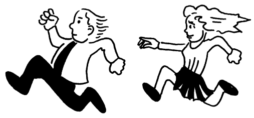
$$\overline{V} = \frac{S}{t_{total}}$$

maka,

$$20 = \frac{125t_k - 5t_k^2}{25}$$

atau

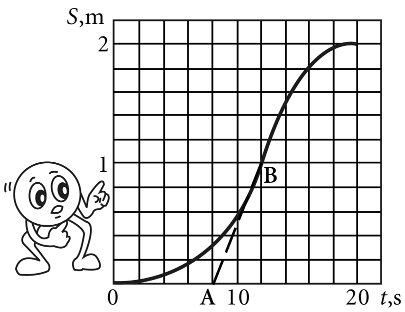
$$t_k^2 - 25t_k + 100 = 0$$
$$(t_k - 20)(t_k - 5) = 0$$



Jadi $t_k = 5$ detik (mengapa $t_k = 20$ detik tidak boleh dipilih?)

Waktu yang dipakai mobil untuk bergerak dengan kecepatan konstan dalah $25 - 2t_k =$ **15 detik**.

1.4. *Seekor semut bergerak lurus dengan lintasan sesuai dengan grafik pada gambar. Dari grafik ini tentukan:*
a) kecepatan rata-rata selama gerakan!
b) kecepatan maksimum!

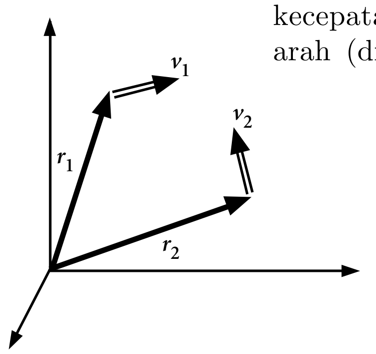


Jawab:

a) Kecepatan rata-rata adalah besarnya perpindahan dibagi waktu total. Dari grafik tampak bahwa semut memerlukan waktu 20 detik untuk menempuh jarak 2 meter. Jadi kecepatan rata-ratanya: $\boxed{2/20 = \mathbf{0{,}1\ m/s}}$.

b) Kecepatan maksimum diperoleh dengan menghitung kemiringan maksimum dari grafik ini. Terlihat bahwa kemiringan (gradien) garis singgung maksimum (garis AB) adalah: $\boxed{1/4 = \mathbf{0{,}25\ m/s}}$.

1.5. *Dua ekor kumbang A dan B bergerak lurus dengan kecepatan tetap* $\boldsymbol{v}_1$ *dan* $\boldsymbol{v}_2$*. Vektor posisi kedua partikel ini adalah* $\boldsymbol{r}_1$ *dan* $\boldsymbol{r}_2$*. Tentukan hubungan ke empat vektor ini agar kedua kumbang bertabrakan?*



Jawab: Kedua kumbang bertabrakan jika **arah** vektor satuan kecepatan relatif dan arah vektor satuan posisi relatif berlawanan arah (diskusikan mengapa?).

Vektor satuan posisi relatif:

$$\frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} = \hat{r}$$

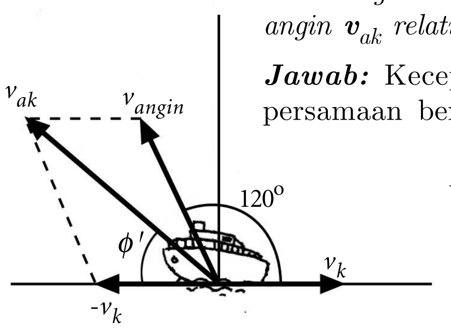
Vektor satuan kecepatan relatif:

$$\frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{|\vec{v}_2 - \vec{v}_1|} = \hat{v}$$

Arah vektor posisi relatif searah dengan vektor kecepatan relatif jika $\hat{r} = -\hat{v}$, jadi:

$$\frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} = -\frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{|\vec{v}_2 - \vec{v}_1|}$$

1.6. *Suatu kapal laut bergerak sepanjang garis khatulistiwa menuju timur dengan kecepatan* $\boldsymbol{v}_k = 30$ *km/jam. Angin berhembus pada sudut* $\phi = 120°$ *dengan kecepatan* $\boldsymbol{v}_a = 15$ *km/jam (lihat gambar). Hitung kecepatan angin* $\boldsymbol{v}_{ak}$ *relatif terhadap kapal dan sudut* ϕ' *antara* $-\boldsymbol{v}_k$ *dan* $\boldsymbol{v}_{aa}$*!*



Jawab: Kecepatan relatif angin terhadap kapal dinyatakan oleh persamaan berikut:

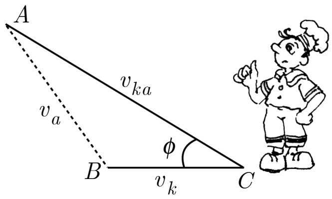
$$\boldsymbol{v}_{ak} = \boldsymbol{v}_a - \boldsymbol{v}_k$$

Vektor $\boldsymbol{v}_{ak}$ digambarkan pada gambar di atas (perhatikan bahwa $\boldsymbol{v}_a - \boldsymbol{v}_k = \boldsymbol{v}_a + (-\boldsymbol{v}_k)$.

Besar kecepatan ini adalah:

$$v_{ak} = \sqrt{(v_a)^2 + v_k^2 + 2\,(v_a)\,v_k \cos 60^\circ}$$

$$= \mathbf{39{,}7\ km/jam}$$



Untuk menghitung sudut ϕ' kita gunakan rumus cosinus:

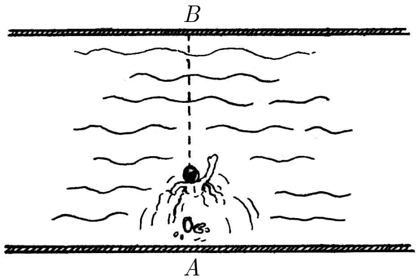
$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC{\cdot}BC \cos \phi'$$

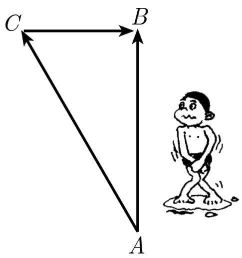
$$v_a^2 = v_{ak}^2 + v_k^2 - 2v_{ak}v_k \cos \phi'$$

Masukan nilai-nilai yang diberikan, kita akan peroleh:

$$\cos \phi' = 0{,}945 \text{ atau } \boxed{\boldsymbol{\phi' = 19^o}}$$

1.7. *Amir dan Lukas hendak menyebrangi sebuah sungai dari titik A ke titik B. Amir berusaha berenang pada garis lurus AB. Lukas berenang selalu tegak lurus arus. Ketika tiba diseberang, Lukas berjalan menuju B. Berapa kecepatan jalan kaki Lukas jika keduanya tiba di B pada waktu yang bersamaan? Kecepatan arus 2 km/jam dan kecepatan Amir dan Lukas terhadap air sama yaitu 2,5 km/jam.*



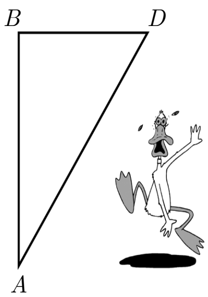


Jawab: Amir harus mengarahkan dirinya pada titik C agar ia dapat berenang sepanjang garis AB.

Karena V_{AC} = 2,5 km/jam dan V_{CB} = 2 km/jam maka V_{AB} = 1,5 km/jam (gunakan rumus Phytagoras).

Waktu dari A ke B adalah:

$$(t_{AB})_{Amir} = \frac{AB}{v_{AB}} = \frac{AB}{1{,}5}$$



Lukas pertama mencapai titik D. Dari D ia berjalan kaki ke B.

Waktu dari A ke D adalah:

$$t_{AD} = \frac{AD}{v_{AD}}$$

$$= \frac{AB}{v_{Lukas}}$$

$$= \frac{BD}{v_{arus}}$$

dari persamaan diatas kita peroleh,

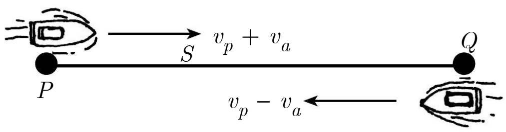
$$BD = \frac{v_{arus} AB}{v_{Lukas}} = \frac{2}{2,5} AB$$

Waktu yang diperlukan Lukas dari A ke B:

$$(t_{AB})_{\text{Lukas}} = t_{AD} + t_{BD}$$
$$= \frac{AB}{v_{Lukas}} + \frac{BD}{v_{jalan}}$$
$$= \frac{AB}{2,5} + \frac{\frac{2}{2,5} AB}{v_{jalan}}$$

Karena $(t_{AB})_{\text{Amir}} = (t_{AB})_{\text{Lukas}}$ maka kita peroleh $\boldsymbol{v_{jalan}} = \boxed{\textbf{3 km/jam}}$.

1.8. *Dua perahu A dan B bergerak ditengah sungai sepanjang 2 garis yang saling tegak lurus. Perahu A searah dengan arah arus sedangkan perahu B tegak lurus arus. Kecepatan perahu terhadap air adalah 1,2 kali kecepatan arus. Setelah menempuh jarak yang sama kedua perahu kembali ke posisi semula. Hitung perbandingan waktu tempuh kedua perahu itu!*

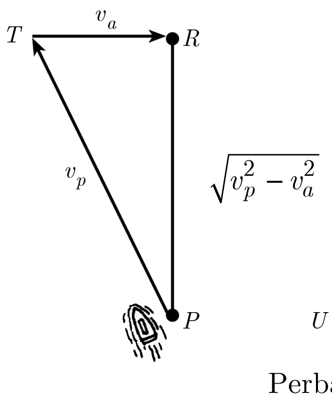


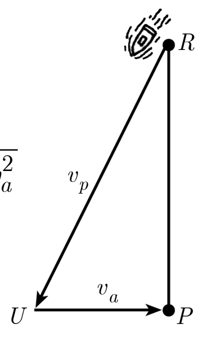
Jawab: Anggap jarak yang ditempuh S. Perahu A bergerak dari P ke Q dengan kecepatan $v_p + v_a$ (kecepatan perahu + kecepatan arus) dan dari Q ke P dengan kecepatan: $v_p - v_a$.

Jadi waktu yang diperlukan oleh perahu A adalah:

$$t_A = \frac{S}{v_p + v_a} + \frac{S}{v_p - v_a}$$

Untuk mencapai titik R, perahu B harus diarahkan ketitik T (lihat gambar). Jadi kecepatan arah PR adalah:





$$v = \sqrt{v_p^2 - v_a^2}$$

Untuk balik dari R ke P perahu harus diarahkan kearah U. Kecepatan arah RP adalah:

$$v = \sqrt{v_p^2 - v_a^2}$$

Jadi waktu yang diperlukan oleh perahu B pada lintasan PRP adalah:

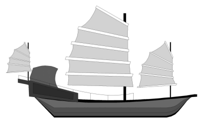
$$t_B = \frac{2S}{\sqrt{v_p^2 - v_a^2}}$$

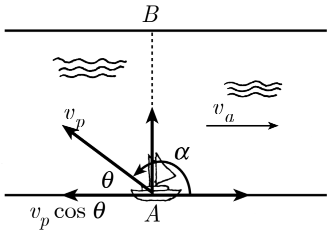
Perbadingan t_A/t_B adalah:

$$\frac{t_A}{t_B} = \frac{2Sv_p}{v_p^2 - v_a^2} : \frac{2S}{\sqrt{v_p^2 - v_a^2}} = \frac{v_p}{\sqrt{v_p^2 - v_a^2}}$$

Dengan memasukkan $v_p = 1{,}2 v_a$ kita peroleh $\boxed{t_A/t_B = \mathbf{1{,}8}}$.

1.9. *Sebuah perahu hendak menyebrangi suatu sungai dengan kecepatan 2 kali kecepatan aliran sungai. Tentukan pada sudut berapa perahu itu harus diarahkan agar pengaruh arus dapat dikurangi sebanyak mungkin!*





Jawab: Anggap kecepatan arus v_a dan kecepatan perahu $v_p = 2v_a$.

Dari gambar terlihat bahwa pengaruh arus akan seminimum mungkin jika perahu dapat bergerak dari A ke B tegak lurus arus.

Agar ini dapat terjadi, maka $v_p \cos \theta$ harus sama dengan v_a.

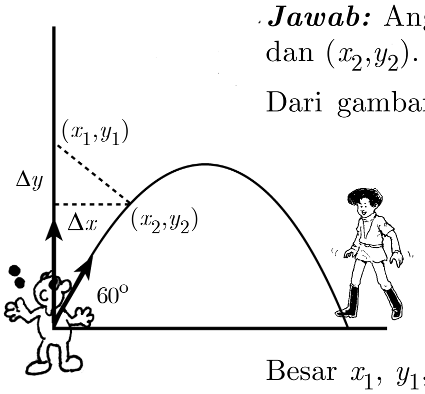
$$v_p \cos \theta = v_a$$

$$\cos \theta = \frac{v_a}{v_p} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 60^o$$

Jadi perahu harus diarahkan pada sudut $\alpha = 180^o - 60^o = \boxed{\mathbf{120^o}}$ terhadap arah arus.

1.10. *Dua batu dilemparkan dari suatu titik. Batu pertama dilemparkan vertikal sedangkan batu kedua dengan sudut elevasi 60^o. Kecepatan mula-mula kedua batu 25 m/s. Hitung jarak kedua batu itu setelah 1,7 detik!*



Jawab: Anggap posisi kedua batu setelah 1,7 detik adalah (x_1,y_1) dan (x_2,y_2).

Dari gambar diperoleh bahwa:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

$$\Delta y = y_2 - y_1$$

Jarak kedua titik dapat dicari dengan rumus Phytagoras:

$$s = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

Besar x_1, y_1, x_2 dan y_2 diperoleh dari rumus berikut:

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = v_0 \cos 60^o t$$

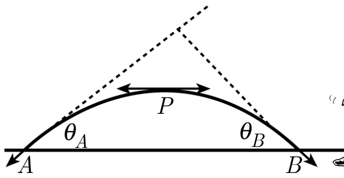
$$y_1 = v_0 t - \tfrac{1}{2} g t^2$$

$$y_2 = v_0 \sin 60^o t - \tfrac{1}{2} g t^2$$

Dengan memasukkan data yang diketahui kita peroleh $\boldsymbol{s} = \boxed{\mathbf{22\ m}}$.

1.11. *Dua peluru bergerak dalam suatu medan gravitasi. Percepatan gravitasi g arah vertikal ke bawah. Kedua peluru ditembakkan dengan arah mendatar saling berlawanan dari satu titik pada ketinggian tertentu. Kecepatan masing-masing peluru v_{0A} = 3 m/s dan v_{0B} = 4 m/s. Hitung jarak kedua peluru ketika kedua vektor kecepatannya saling tegak lurus!*

Jawab: Pada gerak parabola, komponen kecepatan arah mendatar selalu konstan. Yang berubah adalah komponen arah vertikal (akibat gravitasi). Besar sudut antara komponen kecepatan vertikal dan mendatar untuk peluru A dan B adalah:



$$\tan\theta_A = \frac{v_{Ay}}{v_{Ax}} = \frac{gt}{v_{0A}}$$

$$\tan\theta_B = \frac{v_{By}}{v_{Bx}} = \frac{gt}{v_{0B}}$$

Rumus tangen:

$$\tan(\theta_A + \theta_B) = \frac{\tan\theta_A + \tan\theta_B}{1 - \tan\theta_A \tan\theta_B}$$

Kedua vektor kecepatan tegak lurus jika $\theta_\mathrm{A} + \theta_\mathrm{B} = 90^\mathrm{o}$.

Dengan menyelesaikan persamaan tangen diatas, kita peroleh;

$$t = \frac{\sqrt{v_{0A}v_{0B}}}{g}$$

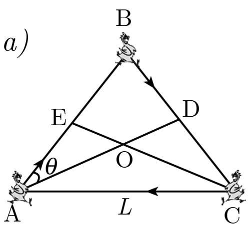
Selanjutnya kita hitung jarak kedua peluru:

$$s = x_A + x_B = v_{0A}t + v_{0B}t$$

Dengan memasukkan nilai-nilai yang diberikan, kita peroleh (ambil $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$) : $\boldsymbol{s} = \boxed{\mathbf{2{,}4\ m.}}$

1.12. *Tiga buah titik terletak pada titik sudut suatu segitiga sama sisi yang panjang sisinya L. Ketiga titik ini bergerak bersamaan dengan kecepatan konstan v. Arah kecepatan titik pertama menuju titik kedua, titik kedua menuju titik ketiga dan titik ketiga menuju titik pertama. Kapan ketiga titik ini bertemu?*

a)

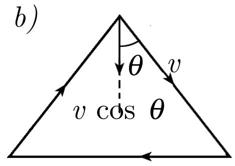


Jawab: Coba Anda pikirkan bahwa ketiga titik ini akan bertemu di titik berat segitiga (titik O). Lintasan titik berbentuk kurva. Untuk menghitung waktu yang ditempuh titik kita cukup menghitung jarak AO lalu membaginya dengan komponen kecepatan arah AO. (Perhatikan bahwa komponen kecepatan arah AO selalu sama di setiap titik lintasan)

Jarak AO:

$$\mathrm{AO} = \frac{2}{3}\mathrm{AD} = \frac{L}{3}\sqrt{3}$$

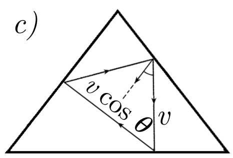
b)



Kecepatan arah AO:

$$v_{AO} = v\cos\theta = \boxed{\tfrac{1}{2}\sqrt{3}\ V}$$

c)



Jadi $t = {}^{AO}\!/_{v_{AO}} = {}^{\mathbf{2L}}\!/_{\mathbf{3v}}$.

1.13. *Sebuah lift yang tingginya 3 meter bergerak ke atas dengan percepatan 2 m/s^2. Setelah bergerak 3 detik. Sebuah baut jatuh dari langit-langit lift. Hitung:*

a) waktu yang diperlukan baut untuk mencapai lantai lift,

b) perpindahan baut selama jatuh,

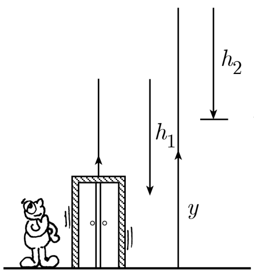
c) jarak yang ditempuh baut.

Ambil g = 10 m/s^2.

Jawab:

a) Ketika lift diam, orang yang berdiri di lantai lift akan melihat baut jatuh bebas dengan percepatan a = 10 m/s^2. Tetapi ketika lift dipercepat ke atas dengan 2 m/s^2, orang akan melihat baut lebih cepat menyentuh lantai lift. Dengan kata lain percepatan baut menjadi: $a' = 10 + 2 = 12$ m/s^2.

Karena tinggi lift h = 3 meter maka dengan menggunakan rumus $h = \frac{1}{2} a' t^2$ kita akan peroleh $t = \boxed{0{,}71 \text{ detik.}}$



b) Perpindahan baut diukur oleh orang yang di luar lift. Menurut orang ini, gerakan baut adalah seperti gerakan benda yang dilemparkan ke atas dengan kecepatan awal sama dengan kecepatan lift setelah 3 detik, $v_0 = at' = 2(3) = 6$ m/s. Perpindahan dapat dicari dengan rumus:

$$y = v_0 t - \tfrac{1}{2} g t^2$$

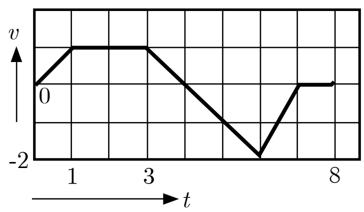
Dengan memasukkan t = 0,707 detik kita peroleh perpindahan baut sebesar: $\boxed{\boldsymbol{y} = \textbf{1,74 m}}$.

c) Untuk menghitung jarak yang ditempuh baut ($h_1 + h_2$) kita perlu menghitung dulu titik tertinggi yang dicapai oleh baut.

$$\begin{aligned} v &= v_0 - gt \\ 0 &= 6 - 10t \\ t &= 0{,}6 \ \textit{detik} \\ h_1 &= v_0 t - \tfrac{1}{2} g t^2 \\ &= 6(0{,}6) - 5(0{,}6^2) \\ &= 1{,}8 \text{ m (tinggi maksimum)} \\ h_2 &= h_1 - y = 0{,}06 \text{ m} \end{aligned}$$

Jadi jarak yang ditempuh baut adalah: 1,8 + 0,06 = $\boxed{\textbf{1,86 m}}$.

1.14. *Suatu titik bergerak sepanjang sumbu x dengan kecepatan seperti yang digambarkan pada gambar di bawah. Gambarkan S(t) dan a(t)! Satuan dalam SI (sistem MKS).*



Jawab: Dari gambar diperoleh data sebagai berikut:

0-1 detik: a = +1 m/s^2 (dipercepat)

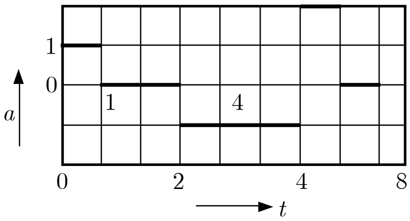
1-3 detik: a = 0

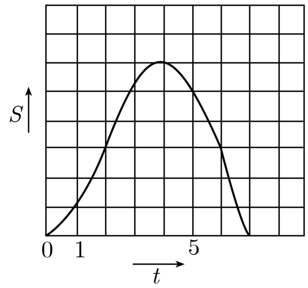
3-4 detik: a = -1 m/s^2 (diperlambat)

4-6 detik: a = -1 m/s^2 (dipercepat)

6-7 detik: a = +2 m/s^2 (diperlambat)

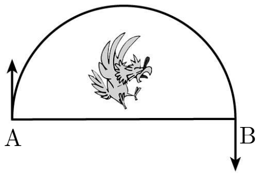
7-8 detik: a = 0





Untuk menggambar $S(t)$ kita harus perhatikan lengkung kurva (tergantung dari tanda percepatannya).

1.15. *Sebuah titik melintasi setengah lingkaran berjari-jari 2 m selama 10 detik dengan laju konstan. Hitung besar kecepatan rata-rata titik ini. Berapa laju titik ini? Berapa besar percepatan rata-rata titik ini?*



Jawab: Mula-mula titik berada di A dan posisi akhirnya di B. Perpindahan titik adalah $2R$ (jarak yang ditempuh titik adalah πR). Jadi kecepatan rata-rata titik adalah:

$$(\bar{v}) = \frac{2R}{t} = \frac{2\cdot 2}{10} = \boxed{0{,}4 \text{ m/s}}$$

Kecepatan rata-rata ini arahnya mendatar. (Mengapa?)

Laju titik ini:

$$v = \frac{\pi R}{t} = \frac{2}{10}\pi = \boxed{0{,}63 \text{ m/s}}$$

Percepatan rata-rata adalah perubahan kecepatan dibagi waktu. Mula-mula kecepatan arah ke atas (titik A) dan setelah itu arah ke bawah (titik B), nilai perubahan kecepatan adalah $2v$. Jadi nilai percepatan rata-ratanya $^{2v}\!/_{t} = \boxed{\mathbf{0{,}126\ m/s^2}.}$

1.16. *Sebuah benda dilontarkan dari permukaan bumi dengan sudut elevasi θ dan dengan kecepatan awal v_0. Abaikan hambatan udara, hitung:*

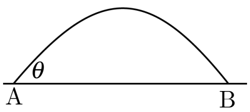
a) waktu agar benda sampai ke permukaan bumi lagi!

b) tinggi maksimum dan jangkauan mendatar! Pada sudut berapa kedua besaran ini sama besar?

c) y(x)!

d) jari-jari kelengkungan kurva di titik awal dan titik puncak!

Jawab:



a) Anggap waktu dari A ke B adalah t_1.

$$y_B = y_A + v_{0y} \sin\theta\, t_1 - \tfrac{1}{2} g t_1^2$$

$$R = v_{0x} \cdot t_1$$

Masukkan nilai $y_A = 0$ dan $y_B = 0$, kita akan peroleh:

$$\boxed{t_1 = \frac{2v_0 \sin\theta}{g}}$$

b) Jangkauan AB dihitung dengan:

$$x_{AB} = v_{0x} \cdot t_1 = \frac{2{v_0}^2 \sin\theta \cos\theta}{g}$$

$$= \boxed{\frac{{v_0}^2 \sin 2\theta}{g}}$$

Waktu untuk mencapai tinggi maksimum adalah:

$$t_2 = {}^1\!/_2\, t_1 = \frac{(v_0 \sin\theta)}{g}$$

Tinggi maksimum:

$$y_{maks} = v_{0y} \cdot t_2 - {}^1\!/_2\, g t_2^2$$

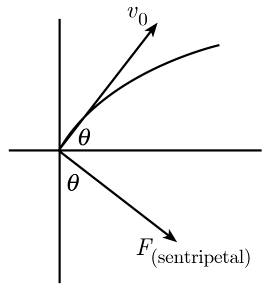
$$= \boxed{\frac{\left({v_0}^2 \sin^2\theta\right)}{2g}}$$

Tinggi maksimum akan sama dengan jangkauan AB pada $\boxed{\tan \boldsymbol{\theta} = 4}$ (gunakan $y_{maks} = x_{AB}$).

c) $x = v_{0x} \cdot t$ atau $t = \dfrac{x}{(v_0 \cos\theta)}$. Substitusi nilai t ini pada rumus

$y = v_{0y} \cdot t - {}^1\!/_2\, g t^2$, untuk memperoleh,

$$y = x \tan \theta - \frac{g x^2}{2{v_0}^2 \cos^2\theta}$$



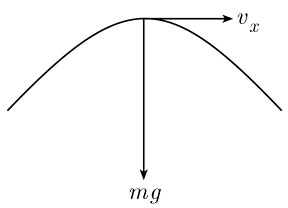
d) Jari-jari kelengkungan di titik awal dapat dihitung dengan rumus $a = v^2/R_1$

$$F_s = mg \cos \theta$$

atau

$$\boxed{R_1 = \frac{{v_0}^2}{g \cos\theta}}$$

Jari-jari kurva di titik tertinggi:



$$mg = \frac{m v_x^2}{R^2}$$

atau

$$\boxed{R_2 = \frac{v_0^2 \cos^2\theta}{g}}$$

1.17. *Viskositas η suatu gas tergantung pada massa, diameter efektif dan kecepatan rata-rata molekul. Gunakan analisa dimensi untuk menentukan rumus η sebagai fungsi variabel-variabel ini!*

Jawab: Anggap bahwa: $\eta = km^{\alpha}d^{\beta}v^{\gamma}$
dimana k, α, β, dan γ merupakan konstanta tanpa dimensi, m massa berdimensi M, d diameter berdimensi L dan v kecepatan rata-rata molekul berdimensi LT^{-1}.
Karena dimensi viskositas adalah $ML^{-1}T^{-1}$ maka:

$$ML^{-1}T^{-1} = M^{\alpha}L^{\beta}(LT^{-1})^{\gamma}$$

Dengan menyamakan pangkat pada tiap dimensi, kita peroleh:

$$\alpha = 1;\ \beta = -2;\ \gamma = 1$$

Sehingga kita akan peroleh:

$$\boxed{\eta = k\left(\frac{mv}{d^2}\right)}$$

1.18. *Gunakan metode dimensi untuk memperoleh rumus gaya angkat pesawat per satuan panjang rentangan sayap pesawat. Pesawat bergerak dengan kecepatan v melalui udara dengan kerapatan ρ. Nyatakan rumusnya dalam l,v dan ρ (l adalah lebar sayap)!*

Jawab: Anggap gaya per satuan panjang rentangan adalah F.

$$F = kl^{\alpha}v^{\beta}\rho^{\gamma}$$

Karena dimensi gaya MLT^{-2}, maka dimensi gaya persatuan panjang adalah: MT^{-2}. Jadi:

$$MT^{-2} = L^{\alpha}(LT^{-1})^{\beta}(ML^{-3})^{\gamma}$$

Dengan menyamakan pangkat pada tiap besaran, kita peroleh:

$$\gamma = 1$$
$$\beta = 2$$
$$\alpha + \beta - 3\gamma = 0 \text{ atau } \alpha = 1$$

Sehingga rumus gaya angkat per satuan panjang adalah:

$$\boxed{F = klv^2\rho}$$

1.19. *Tentukan rumus kecepatan bunyi jika kecepatan ini tergantung pada tekanan P dan massa jenis udara ρ!*

Jawab: Gunakan metode seperti soal 1.18. Silahkan buktikan bahwa :

$$\boxed{v = k\left(\frac{P}{\rho}\right)^{1/2}}$$

1.20. *Perioda suatu bandul tergantung pada panjang tali dan percepatan gravitasi. Tentukan rumus perioda bandul ini!*

Jawab: Silahkan buktikan bahwa :

$$\boxed{T = k\left(\frac{l}{g}\right)^{1/2}}$$

(l = panjang tali; g = percepatan gravitasi)

1.21. *Sebuah mobil dipercepat dari keadaan diam dengan percepatan α. Setelah itu mobil diperlambat dengan perlambatan β hingga berhenti. Total waktu yang dibutuhkan adalah t detik. Berapa jarak yang ditempuh mobil ini?*

Jawab: Anggap waktu selama mobil dipercepat hingga mencapai kecepatan v adalah t_1 dan selama diperlambat t_2.

Pertama buktikan bahwa

$$t_1 = v/\alpha \; ; \; t_2 = v/\beta$$

dan

$$t = t_1 + t_2$$

Misalkan jarak yang ditempuh selama dipercepat s_1 dan selama diperlambat s_2. Silahkan buktikan bahwa,

$$s_1 = v^2/2\alpha \; ; \; s_2 = v^2/2\beta$$

dan

$$s = s_1 + s_2$$

Dari persamaan-persamaan ini kita peroleh:

$$\boxed{s = 1/2\, t^2 \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)}}$$

1.22. *Sebuah batu dijatuhkan dari ketinggian h. Setelah t detik batu kedua dijatuhkan kebawah dengan kecepatan u. Apa kondisi agar kedua batu mencapai tanah bersama-sama?*

Jawab: Batu pertama akan mencapai tanah setelah waktu: $t_1 = \left(\frac{2h}{g}\right)^{1/2}$.

Waktu yang diperlukan agar batu kedua bersamaan jatuh ke tanah :

$$t_2 = t_1 - t$$

Gunakan rumus $h = ut_2 + 1/2\, gt_2^2$ kita akan peroleh:

$$h = \frac{gt^2}{8}\left(\frac{2u - gt}{u - gt}\right)^2$$

Jadi kondisi agar dua batu tiba bersama-sama adalah:

$$\boxed{8h(u - gt)^2 = gt^2(2u - gt)^2}$$

1.23. *Dua benda sedang bergerak dengan kecepatan v_1 dan v_2. Ketika mereka saling berhadapan jarak mereka bertambah dekat 4 meter tiap detik. Ketika mereka bergerak searah jarak mereka bertambah dekat 4 meter tiap 10 detik. Hitung v_1 dan v_2!*

Jawab:

$$v_1 + v_2 = 4$$
$$v_1 - v_2 = 0{,}4$$

Dari sini kita peroleh: $\boxed{\mathbf{v_1 = 2{,}2\ m/s}}$ dan $\boxed{\mathbf{v_2 = 1{,}8\ m/s}}$.

1.24. *Ketika hari hujan, air hujan turun vertikal dengan kecepatan 30 m/s. Kemudian angin bertiup dengan kecepatan 10 m/s dari timur ke barat. Ke arah mana seseorang harus mengarahkan payungnya agar tidak kehujanan?*

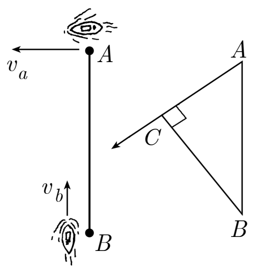
Jawab: **Payung harus diarahkan sesuai dengan arah jatuh air. Silahkan buktikan.**

$$\boxed{\tan \theta = \tfrac{1}{3}}$$

θ = sudut air hujan dengan vertikal.

1.25. *Dua kapal laut terpisah pada jarak 20 km pada garis selatan utara. Kapal yang lebih utara bergerak ke Barat dengan kecepatan 30 km/jam. Kapal lain bergerak ke Utara dengan kecepatan 30 km/jam. Berapa jarak terdekat kedua kapal itu? Berapa lama waktu yang diperlukan untuk mencapai jarak terdekat ini?*

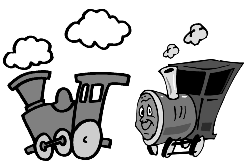
Jawab:



Gambar kiri adalah keadaan sebenarnya. Sedangkan gambar kanan kita anggap B diam dan A bergerak relatif terhadap B. Dapat kita buktikan bahwa $\angle CAB = 45^o$ sehingga jarak terdekat adalah jarak BC yaitu $10\sqrt{2}$ m.

Kecepatan relatif A terhadap B adalah $30\sqrt{2}$ km/jam (silahkan buktikan) sehingga waktu yang diperlukan adalah $t = s/v = 20$ menit (silahkan buktikan!).

1.26. *Sebuah kereta bergerak dengan kecepatan konstan 60 km/jam. Mula-mula ia bergerak ke timur selama 40 menit kemudian pada arah 45^o selama 20 menit dan akhirnya ke barat selama 50 menit. Berapa kecepatan rata-rata kereta ini?*



Kecepatan rata-rata = perpindahan/waktu.

Perpindahan arah x:

$$s_x = 40 + 10\sqrt{2} - 50 \text{ km}$$

Perpindahan arah y:

$$S_y = 10\sqrt{2}\ \text{km}$$

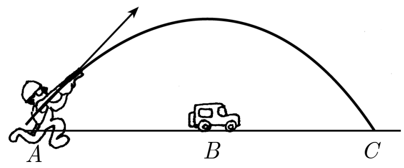
$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$$

$$t = 40 + 20 + 50 = 110\ \text{menit}$$

Dari sini kita peroleh $\boldsymbol{v} \approx \boxed{\textbf{8 km/jam}}$.

1.27. Sebuah senapan diarahkan pada sudut 45° terhadap horizontal ke sebuah mobil yang sedang bergerak dengan kecepatan 72 km/jam menjauhinya. Saat itu mobil berjarak 500 m. Hitung jarak mobil dari senapan ketika peluru mengenai mobil itu! Hitung juga kecepatan peluru! g = 9,8 m/s².

Jawab:



Mula-mula mobil berada di B.

Waktu dari A ke C: $t = \dfrac{\sqrt{2}}{g} v$

Jarak AC $= v^2/g$ (silahkan buktikan!).

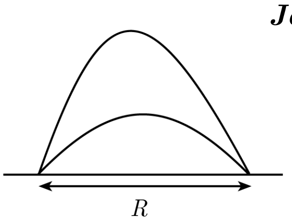
Karena AC = AB + BC, maka:

$$\frac{v^2}{g} = 500 + 20\frac{\sqrt{2}v}{g}$$

Dari sini kita akan peroleh $\boldsymbol{v} = \boxed{\textbf{85,6 m/s}}$ dan $\textbf{AC} = \boxed{\textbf{747 m}}$.

1.28. *Dua peluru dengan jangkauan R membutuhkan waktu t_1 dan t_2 untuk mencapai ketinggian semula. Buktikan bahwa $t_1 t_2 = 2R/g$!*

Jawab:



$$R = v\cos\theta t \text{ atau } \cos\theta = R/vt$$

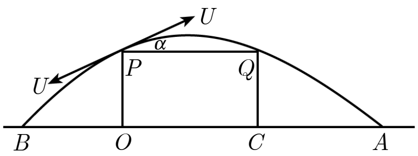
$$t = \frac{(2v\sin\theta)}{g} \text{ atau } \sin\theta = gt/2v$$

Gunakan rumus $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$, kita akan peroleh;

$$g^2t^4 - 4v^2t^2 + 4R^2 = 0$$

selesaikan persamaan ini untuk memperoleh t_1 dan t_2. Setelah itu dapat ditunjukkan dengan mudah bahwa $\boxed{\boldsymbol{t_1 t_2 = 2R/g}}$.

1.29. *Dari suatu titik pada ketinggian h peluru diarahkan dengan kecepatan u dengan sudut elevasi a. Peluru lain B diarahkan dari tempat yang sama dengan kecepatan u tetapi arahnya ke bawah berlawanan dengan A. Buktikan bahwa jarak kedua peluru ketika mengenai tanah adalah:*



$$R = \frac{2u\cos\alpha\sqrt{u^2\sin^2\alpha + 2gh}}{g}$$

Jawab:

Untuk menyelesaikan soal ini anda bisa gunakan berbagai cara. Gunakan kreativitas anda untuk menyelesaikan soal menarik ini.

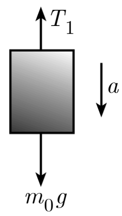
Salah satu cara adalah Anda menghitung dulu jarak PQ kemudian jarak CA dan BO.

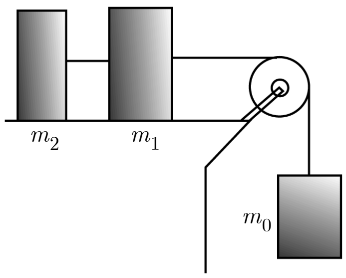
Dari sini kita akan dapatkan hasil yang diminta (silahkan coba, ini tidak sukar kok...!).

1.30. *Hitung percepatan yang timbul pada sistem dalam gambar! Anggap katrol licin. Hitung tegangan tali antara benda 1 dan benda 2! Koefisien gesekan antara permukaan benda adalah μ.*

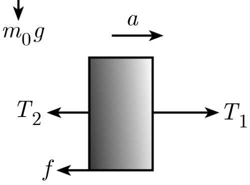
Jawab:

$$m_0 g - T_1 = m_0 a$$

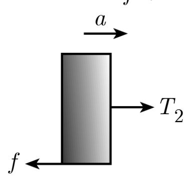




$$T_1 - T_2 - \mu m_1 g = m_1 a$$



$$T_2 - \mu m_2 g = m_2 a$$

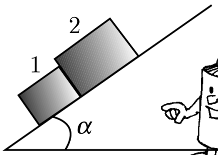


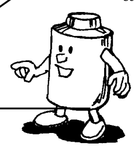
Ketiga persamaan di atas dapat diselesaikan untuk mendapatkan:

$$a = \frac{m_0 g - \mu(m_1 + m_2)g}{m_0 + m_1 + m_2}$$

$$T_2 = \frac{(1+\mu)m_0 m_2 g}{m_0 + m_1 + m_2}$$

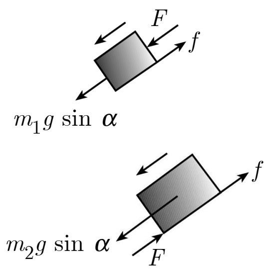
1.31. *Dua balok 1 dan 2 diletakkan pada bidang miring dengan sudut miring α. Massa balok masing-masing m_1 dan m_2. Koefisien gesekan antara bidang miring dan balok masing-masing μ_1 dan μ_2. Hitung gaya kontak dan sudut minimum bidang miring dimana balok mulai bergerak!*





Jawab:

a) Koefisien gesek balok 1 harus lebih besar atau sama dengan balok 2 (mengapa?).

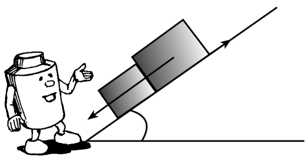


$$m_1g \sin \alpha + F - \mu_1 m_1 g \cos \alpha = m_1 a$$

$$m_2g \sin \alpha - F - \mu_2 m_2 g \cos \alpha = m_2 a$$

Dari kedua persamaan diatas kita peroleh:

$$\boxed{F = \frac{(\mu_1 - \mu_2)\, m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} \cos\alpha}$$



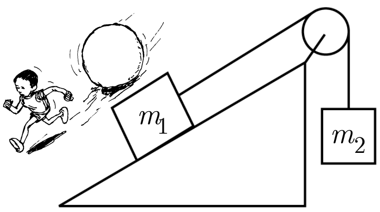
b) Sudut minimum bidang miring adalah sudut terkecil dimana sistem akan bergerak. Dari gambar berikut, kita peroleh:

$$m_1\text{g} \sin \alpha + m_2 g \sin \alpha - \mu_1 m_1 g \cos \alpha - \mu_2 m_2 g \cos \alpha = (m_1+m_2)\bullet a = 0$$

Dari persamaan diatas kita peroleh:

$$\boxed{\tan \alpha = \frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2}}$$

1.32. *Pada sistem di bawah ini tentukan perbandingan m_2/m_1 ketika:*
a) benda m_2 mulai bergerak ke bawah
b) benda m_2 mulai bergerak ke atas
c) benda m_2 diam
Abaikan massa katrol dan tali. Koefisien gesekan antara dua permukaan m dan sudut bidang miring α.



Jawab:

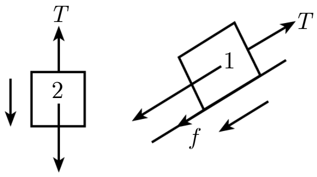
a) Pada saat benda m_2 bergerak ke bawah, maka gesekan pada m_1 kebawah (arah gaya gesek selalu berlawanan arah gerak).

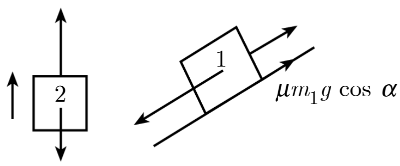
$$T - \mu m_1 g \cos \alpha - m_1 g \sin \alpha > 0$$

$$m_2 g - \text{T} > 0$$

Selesaikan kedua persamaan di atas kita peroleh:

$$\boxed{\frac{m_2}{m_1} > \mu \cos \alpha + \sin \alpha}$$





b) Pada kasus ini gaya gesek pada m_1 mengarah ke atas.

$$-T - \mu m_1 g \cos \alpha + m_1 g \sin \alpha > 0$$

$$T - m_2 g > 0$$

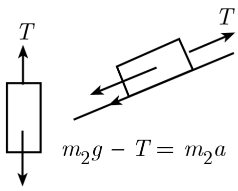
Selesaikan kedua persamaan di atas kita peroleh:

$$\boxed{\frac{m_2}{m_1} < -\mu \cos \alpha + \sin \alpha}$$

c) Untuk kasus ini kita gabungkan kasus 1 dan kasus 2, hasilnya adalah:

$$\boxed{\sin\alpha - \mu\cos\alpha \leq \frac{m_1}{m_2} \leq \sin\alpha + \mu\cos\alpha}$$

1.33. *Pada soal sebelumnya anggap $m_1 = 1{,}5\ m_2$. Hitung percepatan sistem! Koefisien gesekan 0,1 dan $\alpha = 30^o$.*



Jawab: Dengan data-data yang diberikan, kita harus cek dulu apakah benda m_2 bergerak ke bawah atau ke atas.

Silahkan Anda buktikan bahwa m_2 bergerak ke bawah (kasus a pada soal sebelumnya).

$$T - \mu m_1 g \cos \alpha - m_1 g \sin \alpha = m_1 a$$

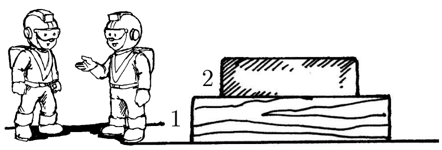
$$m_2 g - T = m_2 a$$

Selesaikan kedua persamaan diatas, kita akan peroleh:

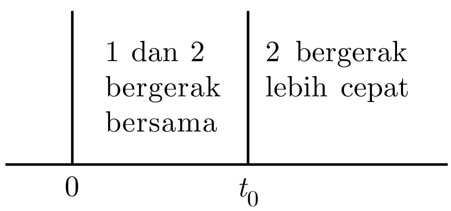
$$\boxed{a = \frac{(m_2 - m_1 \sin\alpha - \mu m_1 \cos\alpha)\, g}{m_1 + m_2}}$$

Dengan memasukkan nilai-nilai yang diberikan, kita peroleh bahwa $\boxed{a \approx 0{,}05g.}$

1.34. *Benda 1 bermassa m_1 diletakkan diatas benda 2 yang bermassa m_2. Benda 2 ditarik oleh gaya $F = bt$ (gaya ini semakin lama semakin besar dengan berjalannya waktu t). Hitung percepatan masing-masing benda sebagai fungsi waktu jika koefisien gesekan antara kedua benda adalah μ! Gambarkan hasil yang diperoleh ini! Lantai licin.*



Jawab: Mula-mula (ketika t kecil), gaya F kecil sehingga kedua benda akan bergerak bersamaan. Ketika $t > t_0$ gaya F sudah sangat besar sehingga percepatan benda 2 akan lebih besar dari benda 1.



- $\boldsymbol{t < t_0}$ $(\boldsymbol{a_1 = a_2 = a})$

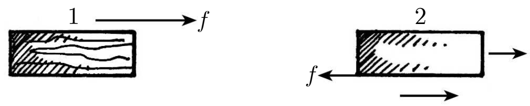
  $F = (m_1 + m_2)a$

  $$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{bt}{m_1 + m_2}$$

- $\boldsymbol{t > t_a}$ $(\boldsymbol{a_1 \neq a_2})$

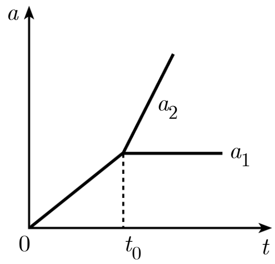
  $$bt - \mu m_2 g = m_2 a_2$$

  $$\mu m_2 g = m_1 a_1$$

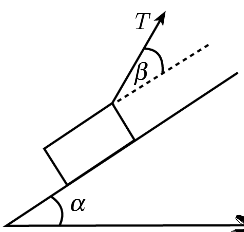


$$a_1 = \frac{\mu m_2 g}{m_1} \qquad a_2 = \frac{bt - \mu m_2 g}{m_2}$$

Grafik percepatan sebagai fungsi waktu:



1.35. *Suatu benda bermassa m terletak di bidang miring dengan sudut miring α. Benda ini ditarik oleh benang dengan tegangan T yang membentuk sudut β dengan permukaan bidang miring. Hitung β agar tegangan T minimum!*



Jawab: Tegangan T minimum ketika benda diam. Persamaan gerak:

Arah tegak lurus bidang miring:

$$N = mg \cos \alpha - T \sin \beta$$

Arah sejajar bidang miring:

$$mg \sin \alpha = T \cos \beta - \mu N$$

atau

$$T = \frac{mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\cos\beta + \mu\sin\beta}$$

Anggap μ = tan θ. Sehingga persamaan di atas boleh ditulis:

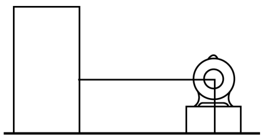
$$T = \frac{mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\cos\theta}{\cos(\beta - \theta)}$$

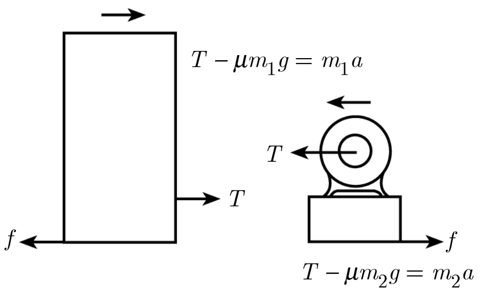
T akan minimum jika cos $(\beta - \theta) = 1$ atau $\beta = \theta$. Sesuai dengan anggapan kita $\mu = \tan\theta = \tan\beta$.

Masukkan nilai tangen ini pada persamaan T, kita akan peroleh;

$$T = \frac{mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\sqrt{1+\mu^2}}$$

1.36. *Suatu balok dan motor listrik terletak pada bidang datar kasar (koefisien gesekan μ). Seutas tali diikat pada balok dan dililitkan pada poros motor listrik. Mula-mula jarak antara balok dan motor listrik adalah L. Ketika motor dihidupkan, balok mulai bergerak dengan percepatan konstan a. Kapan kedua benda akan bertabrakan ($m_{balok} = 2m_{motor}$)?*





Jawab: $a_1 = a$

Percepatan relatif kedua balok adalah:

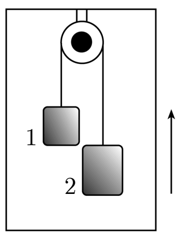
$$a_r = a_1 + a_2$$

Boleh dibayangkan bahwa kedua benda saling mendekat dengan percepatan a_r. Waktu yang diperlukan untuk kedua benda bertemu dihitung dengan rumus: $S = \frac{1}{2} a_r t^2$.

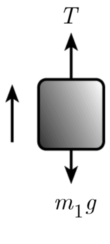
Karena $m_1 = 2m_2$ maka:

$$t = \sqrt{\frac{2S}{a_r}} = \sqrt{\frac{2L}{\mu g + 3a}}$$

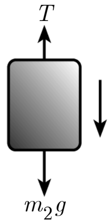
1.37. *Sebuah katrol tergantung pada langit-langit suatu lift. Pada katrol itu terdapat beban m_1 dan m_2. Jika lift bergerak naik dengan percepatan a_o dan abaikan massa katrol dan tali, hitung percepatan m_1 relatif terhadap tanah dan relatif terhadap lantai lift!*



Jawab:



$$T - m_1 g = m_1 a_1$$



$$m_2g - T = m_2a_2$$

Perhatikan bahwa a_1 dan a_2 diukur dalam kerangka inersial (dalam hal ini adalah tanah).

Jika percepatan benda 1 dan 2 relatif terhadap katrol adalah a dan percepatan lift adalah a_0 maka,

$$a_1 = a + a_0$$

$$a_2 = a - a_0$$

Dari kedua persamaan ini kita peroleh:

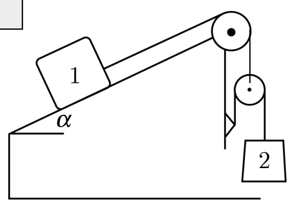
$$a = \frac{(m_2 - m_1)(g + a_0)}{m_1 + m_2}$$

Percepatan m_1 relatif terhadap tanah diperoleh dengan mensubstitusikan a pada persamaan berikut:

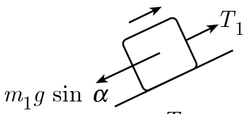
$$a_1 = a + a_0$$

$$\boxed{a_1 = \frac{(m_2 - m_1)\,g + 2m_1a_0}{m_1 + m_2}}$$

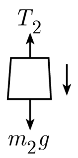
1.38. *Tentukan percepatan benda 2 pada susunan berikut! Anggap massa benda 2 adalah η kali massa benda 1 dan sudut bidang miring sama dengan α. Abaikan massa katrol dan tali, serta gesekan.*



Jawab:



$$T_1 - m_1g\sin\alpha = m_1a_1$$



$$m_2g - T_2 = m_2a_2$$

Karena katrol tidak bermassa maka, $T_1 = 2T_2$.

Ketika benda 1 bergerak L benda 2 telah bergerak $2L$, jadi: $a_2 = 2a_1$.

Dengan menggunakan $m_2/m_1 = \eta$ dan selesaikan persamaan diatas kita akan peroleh:

$$\boxed{a_2 = \frac{2(2\eta - \sin\alpha)\,g}{4\eta + 1}}$$