

STATISTIKA EKONOMI

PROBABILITAS DALAM STATISTIK SEBAGAI METODOLOGI PEMECAHAN MASALAH

Dengan Topik:

- KONSEP STATISTIK, STATISTIKA DAN DATA**
- KONSEP PERMUTASI DAN KOMBINASI**
- KONSEP DAN METODE PROBABILITA**

**OLEH:
TOTOK SUBAGYO, ST, MM**

KONSEP STATISTIK, STATISTIKA DAN DATA

A. PENDAHULUAN

Sebenarnya dalam kehidupan sehari-hari kita telah banyak menggunakan statistik, walaupun dalam bentuk yang sangat sederhana. Contohnya, seorang ibu rumah tangga menghitung pengeluaran untuk kebutuhan sehari, di kantor, pimpinan sebuah perusahaan menghitung bahwa 25 % karyawannya harus dikenakan pemutusan hubungan kerja agar perusahaan dapat tetap berjalan, pemerintah memperkirakan bahwa pertumbuhan perekonomian setelah masa krisis akan mencapai 5 % dengan asumsi tingkat investasi asing naik sekitar 15 %.

Statistik digunakan pemerintah untuk menyusun Anggaran Pendapatan dan Belanja Negara (APBN) yang didasarkan pada hasil perhitungan statistik seperti nilai tukar rupiah, nilai ekspor, harga minyak mentah dunia, tingkat inflasi dan sebagainya. Dalam hal ini perhitungan statistik merupakan suatu prediksi (perkiraan) yang didasarkan pada penilaian indikator ekonomi pada tahun sebelumnya. Berdasarkan fakta ini tanpa disadari sebenarnya statistik telah menjadi bagian dari kehidupan kita dan banyak membantu untuk mengambil suatu keputusan yang relatif baik. Statistik juga telah mengubah cara kerja manusia dari yang bersifat tradisional ke arah yang bersifat rasional ilmiah.

Sebagai suatu ilmu, kedudukan statistik merupakan salah satu cabang dari ilmu matematika terapan, oleh karena itu untuk dapat memahami ilmu statistik diperlukan pemahaman ilmu matematika. Di negara maju seperti Amerika, Jepang dan Eropa, ilmu statistika telah berkembang sejak lama dan mengalami kemajuan yang pesat dan sejalan dengan kemajuan ilmu ekonomi dan teknik. Dapat dikatakan bahwa kemajuan suatu negara sangat ditentukan oleh sejauh mana negara itu dapat menerapkan ilmu ini dalam berbagai bidang seperti pada suatu perusahaan digunakan untuk perencanaan produksi dan strategi pemasarannya. Jepang telah mampu mengembangkan ilmu statistik ini dan berhasil memadukannya dengan ilmu ekonomi, desain produk, psikologi dan sosiologi masyarakat di berbagai negara untuk memprediksi dan menganalisis perilaku konsumen sehingga mampu menguasai perekonomian dunia. Prestasi ini dapat dicapai karena keberhasilan pendidikan di Jepang dalam mata pelajaran statistika yang diberikan secara

luas. Bahkan untuk mendukung pelajaran statistika, seluruh perguruan tinggi di Jepang mewajibkan mahasiswa di berbagai jurusan untuk mempelajari matematika. Berkat keberhasilan pendidikan dan publikasi secara luas dalam pengetahuan statistika, maka statistika telah menjadi bagian dan budaya masyarakat Jepang.

B. KONSEP STATISTIK DAN STATISTIKA

Pada dasarnya statistik dan statistika merupakan dua hal yang berbeda. **Statistik** mempunyai beberapa pengertian, yang paling sederhana berarti data. Contohnya,

1. Harga premium bulan Oktober tahun 2005 adalah Rp.4.500,00 per liter
2. Jumlah korban Tsunami di Aceh diperkirakan sebesar 1.500 orang.
3. Kenaikan penjualan properti setelah krisis moneter 1998 sebesar 25 %.

Dalam pengertian yang lebih luas statistik artinya kumpulan data dalam bentuk angka maupun bukan angka yang disusun dalam bentuk tabel atau diagram yang menggambarkan suatu masalah tertentu. Dalam hal ini suatu data biasanya diikuti dengan keterangan-keterangan yang berkaitan dengan suatu peristiwa atau keadaan tertentu.

Contohnya:

1. Statistik penduduk adalah kumpulan angka-angka yang berkaitan dengan masalah penduduk.
2. Statistik ekonomi adalah kumpulan yang berkaitan dengan masalah ekonomi.
3. Statistik pendidikan adalah kumpulan angka-angka yang berkaitan dengan masalah pendidikan.

Contoh Statistik Demografi dengan menggunakan tabel.

Tabel 1. Jumlah Penduduk Usia Sekolah Desa Astawa Menurut Umur

Umur (tahun)	Jumlah Penduduk (jiwa)	Keterangan
5 - 12	65	Sekolah di SD setempat
12 - 17	80	Sekolah di SMP setempat
>17	15	Sekolah di luar Desa

Sumber: Arsip Desa Astawa

Statistik juga menyatakan ukuran atau karakteristik pada sampel seperti nilai rata-rata, standar deviasi, variansi dan simpangan baku dsb. Contohnya:

1. Umur rata-rata usia masuk perguruan tinggi adalah 18 tahun.
2. Rata-rata penghasilan karyawan pabrik krupuk Cap Singa adalah Rp. 700.000,- dengan simpangan baku Rp. 50.000,00.
3. Rata-rata hasil panen 1 ha sawah sebanyak 5 ton.

Sedangkan **statistika** adalah pengetahuan yang berkaitan dengan metode, teknik, atau cara untuk mengumpulkan data, mengolah data, menyajikan data, menganalisis data dan menarik kesimpulan atau menginterpretasikan data. Dengan demikian pengertian statistika jauh lebih luas daripada statistik.

Pengetahuan dan penerapan statistika banyak dipakai dalam metodologi penelitian karena penelitian merupakan serangkaian kegiatan yang meliputi mengumpulkan data sampai dengan menarik kesimpulan dari sekumpulan data yang kemudian ditulis secara lengkap dan berurutan dalam bentuk laporan penelitian

C. LANGKAH-LANGKAH PEMECAHAN MASALAH SECARA STATISTIK

Penggunaan statistik untuk memecahkan masalah, akan memberikan hasil yang lebih tepat jika dalam pelaksanaannya mengikuti ancangan yang bersifat lebih ilmiah. Agar hasil pengolahan dapat memberikan jawaban yang rasional terhadap suatu permasalahan, maka dalam pelaksanaannya harus dilakukan berdasarkan langkah-langkah yang telah ditentukan. Jika satu langkah diabaikan maka besar kemungkinan hasil akhirnya tidak mampu menjelaskan dengan tepat. Langkah-langkah dasar yang harus dilakukan dalam pemecahan masalah secara statistik adalah sebagai berikut:

1. **Mengidentifikasi masalah atau peluang.** Pertamakali yang harus dilakukan oleh pengguna adalah memahami dan mendefinisikan masalah atau peluang yang dihadapi secara tepat. Selanjutnya harus mengetahui informasi secara kuantitatif mengenai data yang mencakup sifat dan luasnya permasalahan.
2. **Pengumpulan data berdasarkan fakta yang tersedia.** Data yang dikumpulkan harus benar, tepat waktu, lengkap dan relevan terhadap permasalahan yang ditelaah. Sumber data dapat berasal dari data intern yaitu data dari dalam

organisasi/lembaga itu sendiri, sedang data ekstern yaitu data yang diambil dari organisasi/lembaga tersebut. Misalnya dalam suatu perusahaan untuk data mengenai bisnis dan ekonomi, data intern dapat diambil dari unit akuntansi, produksi dan pemasaran dan unit lain yang mendukung. Sedang untuk data ekstern diambil dari luar organisasi tersebut, misalnya dari asosiasi perdagangan, konsumen, pemasok, berita bisnis (Business Week dan lain-lain), publikasi badan-badan pemerintah (hasil Survey Bisnis, Sensus Bisnis, Statistik Indonesia dan lain-lain). Namun untuk hasil yang akurat, biasanya data diambil langsung dari pengumpul data sumber primer, misalnya organisasi yang pertamakali mengumpulkan data dan mempublikasikannya pertama kali. Hal ini disebabkan organisasi lain yang mereproduksi data primer tersebut dapat melakukan kesalahan pada saat reproduksi dan tidak menjelaskan kesalahannya. Juga tidak dapat menjelaskan bagaimana data dikumpulkan dan apa keterbatasan-keterbatasannya?

3. **Pengumpulan data orsinil yang baru.** Dalam banyak hal ada kemungkinan data yang diperlukan tidak semuanya tersedia pada sumber-sumber yang telah didapat sehingga untuk memenuhinya harus mengumpulkan data sendiri. Ada beberapa keuntungan dari pengumpulan data baru ini, yaitu dapat mengetahui permasalahan dengan benar dan dapat berpartisipasi dalam mendefinisikan variabel-variabel, menentukan cara-cara pengukuran variabel, sehingga fakta yang dihasilkan akan memiliki sifat-sifat yang diperlukan untuk memecahkan masalah.

Ada bermacam-macam metode untuk memperoleh data yang diinginkan, diantaranya:

- a. **wawancara secara pribadi**, dilakukan dengan bertanya kepada responden berdasarkan daftar pertanyaan yang telah disiapkan. Ancangan pengumpulan data ini memungkinkan pewawancara memperjelas istilah-istilah yang tidak dimengerti responden, sehingga data yang diperoleh akan lebih akurat dan persentase perolehan data tinggi. Namun kelemahan ancangan ini adalah membutuhkan biaya yang tinggi dan kadangkala

responden tidak berkenan untuk memberikan keterangan, karena tidak senang dengan sikap pewawancara.

- b. **dengan kuisisioner melalui pos.** Aturan umum yang harus dipenuhi cara ini adalah pertanyaan harus dirancang sederhana dan baik sehingga responden dalam memberikan jawaban mudah mengisinya, misalnya hanya dengan memberi tanda atau dengan kata-kata yang sedikit. Penggunaan kuisisioner relatif murah, namun persentase perolehan data yang bisa dimanfaatkan rendah sebab banyak kuisisioner yang tidak dikembalikan dan ada kemungkinan jawaban tidak diisi sendiri oleh responden atau ada kemungkinan juga jawaban yang diberikan tidak sesuai dengan yang ditanyakan

4. **Pengklasifikasian dan mengikhtisarkan data.** Langkah selanjutnya setelah pengumpulan data adalah mengorganisasikan atau mengelompokkan data untuk tujuan penelaahan. Klasifikasi adalah identifikasi data yang mempunyai karakteristik serupa dan mengaturnya dalam suatu kelompok atau kelas. Misalnya data produksi dapat diklasifikasikan berdasarkan jenis produk yang dibuat, lokasi pabrik, atau proses produksi yang digunakan dan sebagainya. Klasifikasi dapat juga dilakukan dengan metode yang lebih singkat yaitu dengan cara memberi kode (*coding*). Nomor kode dapat dibuat untuk menunjukkan obyek, seperti orang, dapat diidentifikasi berdasarkan: nomor kartu tanda penduduk, nomor penggajian dan sebagainya. Untuk obyek tempat dapat diidentifikasi mengenai kode pos, nomor wilayah penjualan dan sebagainya. Untuk obyek benda dapat diidentifikasi mengenai sukuncadang, nomor katalog dan lasin-lain. Setelah diberi kode, data tersebut disusun dalam kelas-kelas yang teratur yang kemudian dibuat ringkasannya sehingga dapat lebih mudah untuk dimengerti dan memudahkan untuk pengolahan selanjutnya. Ringkasan tersebut umumnya dalam bentuk grafik, tabel, nilai deskripsi numerik seperti ukuran nilai tengah, ukuran dispersi dan lainnya.

5. **Penyajian.** Informasi dalam bentuk tabel, grafik dan ukuran kuantitatif sangat diperlukan sebab sangat membantu dalam memahami suatu permasalahan, dapat membantu dalam mengidentifikasi hubungan-hubungan serta dapat membantu para analisis dalam menyajikan dan mengkomunikasikan butir-butir yang penting kepada pihak yang berkepentingan.

6. **Menganalisis data.** Orang yang menganalisis data harus menginterpretasikan langkah-langkah yang telah dilakukannya. Jika menggunakan ukuran deskriptif untuk menarik suatu kesimpulan maka analisis harus menginterpretasikan alat bantu statistik yang digunakan untuk mencari kemungkinan alternatif-alternatif pemecahan masalah yang paling tepat. Namun ketepatan hasil alternatif pemecahan masalah sangat ditentukan oleh keterampilan para pemecah masalah dan kualitas informasi yang dimiliki. Pengambil keputusan harus mempertimbangkan pilihan-pilihan atas dasar sasaran yang telah ditentukan agar menghasilkan satu rencana atau keputusan yang merupakan jawaban terbaik terhadap permasalahan yang dihadapi.

D. SYARAT DATA YANG BAIK

Data dipergunakan untuk dasar pembuatan keputusan. Oleh karena itu agar keputusan dapat sesuai dan tepat sasaran, maka diperlukan data yang baik. Penggunaan data yang salah akan mengakibatkan perencanaan tidak tepat, pelaksanaan kontrol tidak efektif serta evaluasi tidak mengenai sasaran.

Supaya berguna, syarat data yang baik adalah:

1. **Data harus obyektif**, artinya sesuai dengan keadaan yang sebenarnya. Untuk hasil yang akurat, data tidak boleh dimanipulasi. Misalnya hasil produksi yang turun tetapi dilaporkan naik, harga bawang merah Rp 10.000,00 per kg dilaporkan Rp 7.000,00 per kg, walaupun ada tanda bukti kuitansi, namun data ini tetap tidak obyektif

2. **Harus bisa mewakili.** Data yang diambil harus benar-benar mewakili semua kondisi. Misalnya laporan tentang produksi padi dari suatu daerah hanya

didasarkan atas hasil sawah-sawah yang subur saja, ini jelas tidak mewakili. Contoh lainnya, laporan tentang konsumsi susu per periode tertentu yang hanya didasarkan pada golongan orang kaya saja, data ini tidak mewakili kondisi konsumsi susu secara keseluruhan.

3. **Kesalahan baku (*standard error*) harus kecil.** Suatu perkiraan (estimasi) dikatakan baik jika mempunyai tingkat ketelitian yang baik dan apabila kesalahan bakunya kecil.
4. **Harus tepat waktu.** Syarat ini sangat penting untuk data yang akan dipergunakan untuk melakukan pengendalian atau evaluasi. Sebab agar dapat dilakukan penyesuaian atau koreksi secepatnya jika terjadi kesalahan atau penyimpangan dalam implementasi suatu perencanaan.
5. **Harus relevan.** Artinya data yang dikumpulkan harus ada hubungannya dengan masalah akan dipecahkan. Misalnya pemerintah mengetahui adanya kemerosotan dalam produksi padi selama beberapa tahun terakhir. Untuk memecahkan masalah ini, yaitu untuk mencegah agar produksi padi tidak merosot terus, maka perlu diketahui faktor-faktor yang menyebabkan kemerosotan tersebut. Untuk itu diperlukan data yang relevan, misalnya data pemupukan (jumlahnya mungkin kurang, penyalurannya yang kurang lancar, dan sebagainya), kondisi benih (unggul atau tidak), luas areal penanaman (mungkin sudah ada yang alih fungsi menjadi areal pemukiman), curah hujan, hama dan lain-lain.

D. JENIS-JENIS DATA

Jenis data yang digunakan untuk analisis dapat bermacam-macam, namun pada umumnya pembagian data didasarkan pada:

1. Menurut sifatnya, ada dua jenis yaitu

- a. **Data kualitatif**, yaitu data yang tidak dalam bentuk angka, Misalnya, peserta Keluarga Berencana *jumlahnya meningkat*, penjualan ayam *menurun* akibat flu burung, penyaluran beras untuk kaum miskin *sangat lancar* dan sebagainya.

- b. **Data kuantitatif**, yaitu data dalam bentuk angka. Misalnya, peserta Keluarga Berencana *naik 20 %*, jumlah ayam yang dimusnakan akibat flu burung sebanyak *300 ekor*, beras yang disalurkan kepada keluarga miskin sebanyak *50 ton* dan sebagainya.

2. Menurut sumbernya. Jika membahas data berdasarkan sumbernya, kita harus dalam lingkungan suatu organisasi/badan (negara, departemen, perusahaan, dan sebagainya).

Data ini terdiri dari:

- a. **Data internal**, yaitu data yang menggambarkan keadaan di dalam suatu organisasi. Misalnya dalam suatu perusahaan, data internalnya meliputi: data personalia, data keuangan, data peralatan, data produksi, data hasil penjualan dan sebagainya. Sedang bagi suatu negara data internal meliputi: data karakteristik penduduk, data pendapatan nasional, data kekayaan sumber daya alam, dan sebagainya.
- b. **Data eksternal**, yaitu data yang menggambarkan keadaan diluar suatu organisasi atau lembaga.

Misalnya data eksternal suatu perusahaan meliputi data yang menggambarkan tingkat daya beli masyarakat, data perkembangan harga, , data yang menunjukkan permintaan, data konsumsi dan sebagainya.

Sedangkan bagi suatu negara yang dimaksud data eksternal, misalnya: perkembangan harga barang-barang ekspor di pasaran internasional, data perkembangan mata uang asing, data yang menunjukkan krisis energi atau krisis moneter dan sebagainya. Data eksternal bertujuan untuk menunjukkan faktor-faktor yang mempengaruhi hasil (output) suatu organisasi.. Misalnya , naik turunnya daya beli masyarakat luar negeri akan mempengaruhi ekspor tekstil dari Indonesia.

3. Menurut cara memperolehnya, dibagi menjadi:

- a. **Data primer**, yaitu data yang dikumpulkan dan diolah sendiri oleh suatu organisasi atau seseorang langsung dari objeknya. Misalnya, suatu perusahaan sabun mandi yang ingin mengetahui rata-rata pemakaian sabun hasil produksinya di suatu daerah tertentu, langsung melakukan wawancara kepada masyarakat di daerah

tersebut. Pemerintah melalui Badan Pusat Statistik melakukan sensus penduduk pada tahun tertentu untuk memperoleh data penduduk langsung mendatangi rumah tangga-rumah tangga.

- c. **Data sekunder**, yaitu data yang diperoleh dalam bentuk sudah jadi, sudah dikumpulkan dan diolah oleh pihak lain dan biasanya sudah dalam bentuk publikasi. Misalnya suatu departemen memperoleh data dari Badan Pusat Statistik (BPS) mengenai data penduduk dan data harga; dari Bank Indonesia mengenai data perbankan; data keuangan dari Departemen Keuangan dan sebagainya.

Berdasarkan pengertian tersebut, data primer lebih baik daripada data sekunder karena asal usulnya, kelemahan dan kelebihanannya langsung diketahui oleh orang yang berkepentingan, sedangkan data sekunder dikumpulkan dan diolah oleh orang lain sehingga orang luar yang memakai data tersebut tidak mengetahui kelemahan dan kelebihanannya.

4. Menurut waktu pengumpulannya, terdiri dari :

- a. **Data cross section**, data yang dikumpulkan pada suatu waktu tertentu yang bisa menggambarkan keadaan/kegiatan pada waktu tersebut.
- b. **Data berkala**, data yang dikumpulkan dari waktu ke waktu untuk memberikan gambaran tentang perkembangan suatu kegiatan dari waktu ke waktu. Misalnya, perkembangan harga 9 macam bahan pokok selama tahun 2000, perkembangan hasil penjualan selama 8 minggu terakhir.

Latihan

Aldi akan mengadakan penelitian tentang produksi telur ayam negeri untuk tahun 2005 di negara Bercahaya. Data yang dibutuhkan meliputi produksi per bulan, tenaga kerja yang dibutuhkan dan konsumsi makanan ternak.

Pertanyaan:

1. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah OLS, menurut Anda apakah metode ini merupakan konsep statistik atau statistika, jelaskan?
2. Bagaimana langkah-langkah yang harus dilakukan dalam penelitian jika menggunakan metode ini?

3. Jenis data apa yang dapat digunakan dalam penelitian ini?

Jawaban:

1. Penelitian ini menggunakan metode OLS, berarti cara mengolah data penelitian menggunakan OLS dan ini dikategorikan sebagai statistika. Menurut teori, statistika adalah pengetahuan yang berkaitan dengan metode, teknik atau cara untuk mengumpulkan data, mengolah data, menyajikan data, menganalisis data dan menarik kesimpulan atau menginterpretasikan data.
2. Secara garis besar langkah-langkah yang harus dilakukan adalah:
 - a. Mengidentifikasi masalah atau peluang
 - b. Pengumpulan data berdasarkan fakta yang tersedia
 - c. Pengumpulan data yang orsinil
 - d. Pengklasifikasian dan mengikhtisarkan data
 - e. Penyajian
 - f. Menganalisis data
3. Jenis data yang dapat digunakan dalam penelitian ini adalah:
 - a. Menurut sifatnya, menggunakan data kuantitatif sebab data yang dibutuhkan dalam bentuk angka
 - b. Menurut sumbernya, menggunakan data eksternal karena menggambarkan keadaan di luar organisasi dan bertujuan untuk menunjukkan faktor-faktor yang mempengaruhi hasil suatu organisasi.
 - c. Menurut cara memperolehnya, menggunakan data sekunder, karena data seperti ini biasanya sudah dikumpulkan dan diolah oleh suatu departemen yang terkait dan sudah dalam bentuk publikasi.
 - d. Menurut waktu pengumpulannya, menggunakan data berkala karena penelitian ini memerlukan data yang dikumpulkan dari waktu ke waktu yang memberikan gambaran tentang perkembangan suatu kegiatan dari waktu ke waktu.

KONSEP PERMUTASI DAN KOMBINASI

A. PENDAHULUAN

Seringkali muncul persoalan tentang cara menghitung berbagai kemungkinan pada saat memilih sampel dari suatu populasi tertentu. Dalam berapa macam cara suatu pemilihan sampel yang diambil dari suatu populasi tertentu dapat dilakukan? Pada dasarnya persoalan ini sama dengan persoalan dalam mencari jumlah cara menyusun atau mengatur suatu himpunan obyek tertentu.

Sering pula terbetik pemikiran – pemikiran tentang:

- dalam berapa cara 6 orang dapat duduk berjejer dalam suatu deretan sebuah bangku jika yang pria harus duduk paling ujung?
- berapakah caranya buku yang berbeda dapat diatur dalam sebuah rak menurut tahun penerbitannya?
- dalam memilih responden untuk penelitian sebanyak 25 orang dan 10 orang harus terdiri dari wanita yang mandiri dalam mencari penghasilan, berapa caranya?

Untuk menjawab permasalahan ini konsep permutasi dan kombinasi dapat digunakan untuk memecahkannya.

B. PERMUTASI

Permutasi adalah susunan-susunan yang dibentuk dari anggota-anggota suatu himpunan dengan mengambil seluruh atau sebagian anggota himpunan dan memberi arti pada urutan anggota dari masing-masing susunan tersebut

Pada permutasi urutan dari anggota sangat diperhatikan. Contohnya, jika kita mempunyai himpunan $\{a,b,c\}$, letak huruf “a” pada susunan pertama berbeda artinya dengan pada susunan kedua. Susunan huruf “ab” berbeda dengan huruf “ba”, sehingga $ab \neq ba$; $ac \neq ca$; $bc \neq cb$

Simbol yang digunakan pada permutasi adalah huruf “P”

Jumlah permutasi dari suatu himpunan yang terdiri dari n obyek yang berbeda secara keseluruhan menjadi $n!$, dinyatakan sebagai :

$$nPr = n!$$

Contoh: Permutasi dari tiga kelereng A,B,C adalah: ${}_3P_3 = 3! = 3.2.1 = 6$

Bila himpunan terdiri atas n anggota dan diambil sebanyak r , dan $r \leq n$, maka banyaknya susunan yang dapat dibuat adalah :

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Contoh: 1. Bila diketahui $n = 4$ dan $r = 2$ maka

$${}_4P_2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4.3.2.1}{2.1} = 12$$

2. Bila diketahui suatu himpunan $\{a,b,c\}$ sehingga $n = 3$. Jika diambil salah satu maka banyaknya susunan yang diperoleh adalah:

$${}_3P_1 = \frac{3!}{(3-1)!} = \frac{3!}{2!} = \frac{3.2.1}{2.1} = 3$$

3. Diketahui kata “SELAMPIR”

- Berapa banyak gabungan huruf yang dapat dibentuk dari kata “SELAMPIR” bila seluruhnya digunakan ?
- Berapa banyak kata yang dapat dibentuk jika huruf s dan huruf e terdapat secara bersama-sama?
- Berapa banyak kata yang dapat dibentuk jika huruf s dan huruf e tidak terdapat secara bersama-sama?

JAWAB: Kata “SELAMPIR” terdiri dari 8 huruf, sehingga $n = 8$

a). Permutasi seluruh huruf adalah

$${}_8P_8 = 8! = 8.7.6.5.4.3.2.1 = 40.320$$

b). Berarti huruf s dan e dianggap sebagai satu huruf sehingga $n = 7$.

Jadi permutasinya adalah

$${}_7P_7 = 7! = 7.6.5.4.3.2.1 = 5.040$$

c). Jika tidak terdapat bersama-sama, maka permutasinya adalah:

$$n! - 2(7!) = 8! - 2(7!) = 40.320 - 2.5.040 = 30.240$$

Permutasi keliling adalah suatu permutasi yang dibuat dengan menyusun anggota-anggota suatu himpunan secara melingkar. Dalam permutasi ini yang menjadi persoalan adalah letak kedudukan relatif dari obyek tertentu terhadap obyek yang lainnya. Untuk mencari jumlah permutasi dalam susunan keliling kita harus mengkonstantir kedudukan salah satu obyek secara arbitrer dan kemudian menghitung jumlah permutasi obyek yang masih tertinggal seperti bila obyek yang bersangkutan tersusun secara berjajar

Banyaknya permutasi dari n anggota yang disusun secara melingkar adalah :

$$(n - 1)!$$

Contoh: Ada berapa cara duduk dari 8 anggota DPR dalam rapat yang mengelilingi sebuah meja bundar?

$$\text{Jawab: } (n-1)! = (8-1)! = 7! = 5.040 \text{ cara}$$

C. KOMBINASI

Kombinasi adalah susunan-susunan yang dibentuk dari anggota-anggota suatu himpunan dengan mengambil seluruh atau sebagian dari anggota himpunan tanpa memberi arti pada urutan anggota dari masing-masing susunan tersebut.

Pada kombinasi urutan anggota tidak mempunyai arti atau tidak diperhatikan sehingga jika kita mempunyai himpunan $\{a,b,c\}$ maka susunan : $ab = ba$; $ac = ca$ dan $bc = cb$.

Simbol yang digunakan pada kombinasi adalah huruf "C"

Rumusannya :

Jumlah kombinasi pada r dari n obyek yang berbeda dinyatakan sebagai

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad \text{atau} \quad C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Contohnya: 1. ${}_4C_3 = \binom{4}{3} = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{3!!} = 4$

2. Dari 7 anggota panitia kemerdekaan dipilih dua orang untuk menjadi ketua dan wakilnya, tanpa menentukan siapa yang menjadi ketua atau wakilnya, maka pilihan yang diperolehnya adalah :

$${}_7C_2 = \binom{7}{2} = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2!5!} = \frac{5.040}{240} = 21 \text{ pilihan}$$

Contoh soal

Dalam suatu kelompok yang terdiri dari 4 laki-laki dan 3 perempuan dipilih 3 orang pengurus yang terdiri dari 2 laki-laki dan 1 perempuan. Hitung kombinasinya!

Jawab : Dimisalkan, 4 laki-laki = {L1, L2, L3, L4}

3 perempuan = {P1, P2, P3}

$$2 \text{ laki-laki dipilih dari 4 laki-laki} = {}_4C_2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = 6$$

$$1 \text{ perempuan dipilih dari 3 perempuan} = {}_3C_1 = \frac{3!}{1!(3-1)!} = \frac{3!}{1!2!} = 3$$

Banyaknya pilihan untuk membuat pengurus adalah : $6 \times 3 = 18$

Perbedaan perhitungan antara permutasi dan kombinasi

Bila dari himpunan {a,b,c} diambil tiga obyek, maka banyaknya permutasi dan kombinasi yang diperoleh adalah:

$$\text{Permutasi : } {}_4P_3 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = 4.3.2.1 = 24$$

$$\text{Kombinasi : } {}_4C_3 = \binom{4}{3} = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{3!!} = 4$$

Latihan:

1. Berapakah kemungkinan jumlah kombinasi yang dapat dibuat bila ada 4 orang A, B, C, D ingin membuat suatu panitia yang terdiri dari tiga orang saja?

Jawaban:

$n = \text{jumlah semua orang} = 4$

$r = \text{jumlah yang menjadi panitia} = 3$

Oleh karena tidak ada persyaratan khusus untuk menjadi panitia atau semua orang mempunyai peluang yang sama untuk menjadi panitia maka digunakan kombinasi yaitu:

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!} = C_3^4 = \frac{4!}{(4-3)!3!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 3 \times 2 \times 1} = 4$$

Jadi ada 4 kemungkinan panitia yang dapat dibentuk dan terdiri dari orang-orang ABC, ABD, ACD, BCD, karena dalam kombinasi ABC = BCA dan seterusnya.

2. Merupakan contoh penggunaan kombinasi dalam penghitungan probabilitas.
Dalam suatu kotak terdapat 5 bola merah, 3 bola putih dan 2 bola hitam, diambil satu persatu sebanyak 3 kali dan tanpa pengembalian.

Hitunglah:

- Probabilitas dalam 3 kali pengambilan tersebut akan terdapat 1 bola merah, 1 bola putih dan 1 bola hitam.
- Terdapat 3 bola merah
- Terdapat 2 bola putih dan 1 hitam
- Pengambilan: I harus merah
II harus putih
III harus hitam

Jawaban:

- a) Untuk mengetahui probabilitasnya kita lihat dulu:

1. Merah = 5 bola \rightarrow kombinasi merah = C_1^5

2. Putih = 3 bola \rightarrow kombinasi putih = C_1^3

3. Hitam = 2 bola \rightarrow kombinasi hitam = C_1^2

Karena ada 10 bola dan diambil sebanyak 3, maka kombinasi totalnya C_3^{10}

Oleh karena itu probabilitasnya:

$$P = \frac{C_1^5 C_1^3 C_1^2}{C_3^{10}} = \frac{180}{720} = \frac{1}{4}$$

Dan distribusi 3 bola tersebut adalah:

Kombinasi						
Pengambilan	1	2	3	4	5	6
I	merah	merah	hitam	hitam	putih	putih
II	putih	hitam	putih	merah	hitam	merah
III	hitam	putih	merah	putih	merah	hitam

Dengan probabilitas masing-masing kombinasi = $1/6 \times 1/4 = 1/24$

b). Terdapat 3 bola merah, berarti pengambilan kesatu merah, pengambilan kedua merah dan pengambilan ke tiga juga merah sehingga tidak ada kombinasi yang harus dibentuk. Oleh karena itu probabilitasnya adalah:

$$P = \frac{C_3^5}{C_3^{10}} = \frac{10}{120} = \frac{1}{12}$$

c). Terdapat 2 bola putih dan 1 bola hitam

$$P = \frac{C_2^3 C_1^2}{C_3^{10}} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$$

Distribusi kombinasinya adalah:

Kombinasi			
Pengambilan	1	2	3
I	Putih	putih	Hitam
II	Putih	Hitam	Putih
III	hitam	Putih	putih

d) Pengambilan ke satu merah berarti probabilitanya= 5/10

Karena sudah diambil 1 bola maka sisanya tinggal 9 bola, oleh karena itu probabilita pengambilan ke dua putih = 3/9. Sekarang sisa bola yang ada adalah 8, sehingga probabilita pengambilan bola ketiga hitam = 2/8, maka probabilitas total :

$$5/10 \times 3/9 \times 2/8 = 1/24$$

Atau, jika lihat pada tabel distribusi kombinasi a), kondisi ini terdapat pada kombinasi ke satu dengan probabilitas sebesar 1/24

3. Berapa banyak cara yang dapat diperoleh seandainya ada 10 orang yang ingin menonton, namun bangku kosong yang tersedia hanya ada 4 buah?

Jawaban:

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040 \text{ cara}$$

KONSEP DAN METODE PROBABILITA

A. PENDAHULUAN

Pemikiran tentang probabilita berawal dari observasi di gelanggang perjudian. Pada saat itu *Chevalier de Mere* sering bertanya melalui surat kepada *Blaise Pascal* agar diberi penjelasan tentang perbedaan antara pemikiran-pemikiran teoritisnya dengan hasil observasi yang diperolehnya dari pengamatan di gelanggang judi. Permasalahan ini kemudian menarik perhatian para ahli, sehingga membuahkan pemikiran tentang probabilita seperti yang dicetuskan oleh *Huygens* dalam bukunya yang berjudul *De Ratio ciniis in ludo aleae* (1654). Dalam buku tersebut dijelaskan mengenai pemikiran tentang cara pemecahan soal-soal probabilita dalam permainan judi. Teori yang diperkenalkan yaitu mengenai harapan matematis (*mathematical expectation*) yang mendasari probabilita modern.

Menurut Anto Dayan teori probabilita merupakan cabang dari ilmu matematika terapan (*applied mathematics*) yang menelaah faktor untung-untungan (*chance factor*). Faktor untung-untungan ini umumnya dihubungkan dengan pengertian tentang peluang atau kemungkinan (*probability or likelihood*) karena hasilnya kemungkinan terjadi ketidakpastian (*certain*). Oleh karena itu hasil tersebut dinyatakan sebagai peluang atau tingkat kepastian (*degree of certainty*) timbulnya suatu kejadian. Peluang ini tidak dapat diduga dengan pasti, tetapi dapat dianalisis atas dasar logika ilmiah.

Teori probabilita pada dasarnya merupakan cara pengukuran kuantitatif tentang peluang atau tingkat kepastian mengenai terjadinya suatu peristiwa.

Contohnya, ada 10 bola putih dan 10 bola merah yang sama bentuknya (identik) dimasukkan ke dalam sebuah kotak dan kemudian diguncang berkali-kali. Selanjutnya kita disuruh mengambil satu bola secara random (memilih satu bola secara acak dalam kotak tersebut). Hasilnya kita akan memperoleh satu bola berwarna putih atau berwarna merah. Namun kita tidak dapat menebak sebelumnya dengan pasti warna apa yang akan kita ambil, semua itu tergantung dari faktor untung-untungan.

B. PEMAHAMAN KONSEP PROBABILITA

Dalam kehidupan sehari-hari banyak kejadian yang sulit diketahui dengan pasti, apalagi kejadian di masa mendatang, contohnya seperti:

1. Apakah nanti malam akan tampak bintang-bintang dilangit?
2. Apakah KA Argobromo Angrek akan tiba tepat pukul 4.00?
3. Apakah besok akan terjadi demonstrasi massa menentang kenaikan harga BBM?
4. Apakah bayi kembar siam yang berasal dari Desa Glagah akan berhasil dipisahkan?

Begitu juga dalam percobaan statistika, kita tidak dapat mengetahui dengan pasti hasil-hasil yang akan muncul, seperti :

1. pada pelemparan sebuah uang logam, kita tidak tahu dengan pasti hasilnya, apakah yang akan muncul sisi muka atau sisi belakang dari uang logam itu,
2. pada pelemparan sebuah dadu, kita tidak tahu dengan pasti hasilnya, apakah yang akan muncul muka dadu 1,2,3,4,5, atau 6, dan sebagainya.

Walaupun kejadian itu tidak pasti, tetapi kita bisa melihat fakta-fakta yang ada untuk menuju derajat kepastian atau derajat keyakinan bahwa sesuatu akan terjadi. Misalnya, apabila pada siang hari langit terlihat gelap berarti keadaan mendung, hal ini menjadi tanda-tanda bahwa hujan akan turun. Dan sebaliknya jika langit terlihat cerah, maka tidak akan turun hujan. Oleh karena itu apabila kondisi langit mendung dan semakin gelap, maka ada derajat kepastian bahwa hujan akan turun, jika tidak ada rekayasa. Dengan demikian kita dapat menentukan probabilitas terjadinya sesuatu seperti hujan, munculnya mata dadu 3 dan sebagainya.

Jadi derajat/tingkat kepastian atau keyakinan dari munculnya hasil percobaan statistik disebut probabilita atau peluang dan dilambangkan dengan P .

C. PERUMUSAN PROBABILITA

Dasar perumusan tentang probabilita atau penentuan besaran yang dapat mengukur tingkat kepastian timbulnya suatu peristiwa ada tiga cara yaitu:

1. Perumusan Klasik.

Dalam cara ini probabilita diinterpretasikan atas dasar pengertian tentang rangkaian peristiwa yang bersifat saling lepas dan yang memiliki kesempatan yang sama untuk terwujud (*mutually exclusive and equally likely sets of events*) Seperti contoh sebelumnya dalam mengambil satu bola diantara 10 bola merah dan 10 bola putih, maka kemungkinan terpilihnya satu bola merah atau putih sama besarnya. Namun apa patokannya mengenai kesempatan yang sama tersebut? Pada dasarnya ada dua kejadian yang mungkin timbul dan dianggap mempunyai kesempatan yang sama untuk timbul. Jadi walaupun sesudah mempertimbangkan segala bukti yang relevan, timbulnya salah satu kejadian tidak dapat lebih diharapkan dari pada yang lainnya. Contohnya, sebuah dadu yang memiliki sisi enam dilempar. Pertanyaannya, apakah kesempatan timbulnya tiap sisi yaitu $X = 1, 2, 3, \dots, 6$. itu sama? Jika dadu tersebut setimbang (misalnya berbentuk kubus, bahannya serba sama dan sebagainya) maka atas dasar perumusan ini tiap sisi dadu akan memiliki kesempatan yang sama untuk timbul yaitu muka 1, muka 2, muka 3, muka 4, muka 5 dan muka 6. Jika dimisalkan:

$E = (1)$ bila muncul muka 1,

$E = (2)$ bila muncul muka 2,

$E = (3)$ bila muncul muka 3, dan seterusnya

Maka probabilitas kejadian E adalah:

$P(E) = P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = 1/6$ dari hasil keseluruhan.

Contoh lain yang umum yaitu berkaitan dengan mata uang logam yang setimbang yang mempunyai dua sisi, angka dan gambar. Kedua sisi tersebut juga mempunyai kesempatan yang sama untuk timbul yaitu sebesar $1/2$.

Menurut definisi: *pada kondisi-kondisi yang diketahui, jika terdapat sejumlah n kejadian yang mungkin timbul dan jika kejadian tersebut lengkap terbatas jumlahnya (exhaustive), saling lepas dan memiliki kesempatan yang sama untuk timbul, maka jika sejumlah m dari kejadian merupakan peristiwa E , probabilita peristiwa E tersebut dapat dirumuskan sebagai suatu rasio m/n atau secara umum dinyatakan sebagai*

$$p(E) = m/n$$

Contoh lainnya:

1. Hitunglah probabilitas memperoleh kartu hati bila sebuah kartu diambil secara acak dari seperangkat kartu bridge yang lengkap.

Jawaban:

Jumlah seluruh kartu = $n = 52$

Jumlah kartu hati = $m = 13$

Misalkan E = kejadian munculnya kartu hati, maka semua kartu hati mempunyai kemungkinan yang sama untuk muncul yaitu:

$$P(E) = m/n = 13/52$$

2. Hitunglah probabilitas diperolehnya bola merah bila sebuah bola di ambil dari suatu kotak yang berisi 10 bola merah dan 10 bola putih.

Jawaban:

Jumlah bola seluruhnya = 20

Jumlah bola merah = 10

Misalkan E = kejadian diperoleh bola merah,

Maka probabilitas E adalah:

$$P(E) = 10/20 = \frac{1}{2}$$

3. Sebuah kotak berisi 8 bola merah, 7 bola putih dan 5 bola biru. Jika diambil 1 bola secara acak, tentukan probabilita terpilihnya: a) bola merah, b) bola putih, c) bola biru, d) tidak merah, e) tidak merah atau putih.

Jawaban:

Banyaknya bola dalam kotak = $n = 8 + 7 + 5 = 20$

e. $P(\text{bola merah}) = 8/20 = 2/5$

f. $P(\text{bola putih}) = 7/20$

g. $P(\text{bola biru}) = 5/20 = \frac{1}{4}$

h. $P(\text{bukan bola merah}) = 1 - P(\text{bola merah}) = 1 - 2/5 = 3/5$

i. $P(\text{bola merah atau putih}) = 8/20 + 7/20 = 15/20 = \frac{3}{4}$

Keterbatasan dari perumusan ini adalah tiap pelemparan sebutir dadu memang memiliki 6 peluang timbulnya sisi dadu dengan mata X. Hasil ini bersifat saling lepas sebab sisi dadu tersebut tidak dapat muncul secara simultan. Jadi hanya satu sisi dadu yang akan muncul pada saat pelemparan, dan setiap sisi dadu akan mempunyai kesempatan yang sama untuk muncul.

2. Perumusan berdasarkan konsep frekuensi relatif.

Perumusan konsep probabilitas dengan cara klasik mempunyai kelemahan karena menuntut syarat semua hasil mempunyai kesempatan atau kemungkinan yang sama untuk muncul. Sehubungan dengan kondisi ini selanjutnya dikembangkan konsep probabilitas berdasarkan pendekatan empiris. Probabilitas empiris dari suatu kejadian dirumuskan dengan memakai frekuensi relatif dari terjadinya suatu kejadian dengan syarat banyaknya pengamatan atau banyaknya sampel n yaitu sangat besar. Bila n bertambah besar sampai tak terhingga ($n \rightarrow \infty$) maka probabilitas dari kejadian E adalah sama dengan nilai limit dari frekuensi relatif dari kejadian E tersebut. Dengan demikian, *jika kejadian E terjadi sebanyak f kali dari keseluruhan pengamatan sebanyak n , dimana n mendekati tak terhingga ($n \rightarrow \infty$), maka probabilitas kejadian E dirumuskan sebagai:*

$$P(E) = \lim_{n \rightarrow \infty} f/n$$

Perumusan ini lebih bermanfaat, karena dalam kenyataan banyak peristiwa atau kejadian yang sukar sekali ditentukan apakah rangkaian peristiwa yang terjadi mempunyai kesempatan yang sama untuk muncul.

Contohnya, kita melakukan serangkaian percobaan pelemparan dadu yang bersisi enam sebanyak 1.000 kali. Dadu tersebut setimbang dan hasilnya sebagai berikut:

X	1	2	3	4	5	6
f	166	169	165	167	169	164

Nilai $X = 1, 2, 3, \dots, 6$, merupakan sisi dadu yang mungkin timbul sebagai akibat percobaan pelemparan dadu sebanyak satu kali. Nilai m merupakan jumlah munculnya suatu kejadian X tertentu selama percobaan berlangsung, sedang nilai $n = 1000$, maka hasil frekuensi relatif dari percobaan tersebut adalah:

X	1	2	3	4	5	6
f	166/1000	169/1000	165/1000	167/1000	169/1000	164/1000

Ternyata frekuensi relatif tiap X berbeda, jadi ada kemungkinan terjadi perbedaan hasil yang cukup besar. Dalam kenyataan tidak pernah ada yang melakukan suatu percobaan dalam jumlah tak terhingga, oleh karena itu probabilitas munculnya masing-masing sisi dadu yang sebenarnya, tidak dapat diketahui dengan pasti.

$P(E)$ dalam perumusan ini merupakan probabilitas statistik dan disebut pula dengan probabilitas empiris (*empirical probability*). Probabilitas empiris ini dapat berubah jika jumlah n berubah karena suatu sebab. Meskipun demikian, jika jumlah percobaan cukup besar, kita dapat mengharapkan bahwa probabilitas empiris akan mendekati probabilitas atas dasar perumusan klasik.

Contoh lainnya:

1. Dari 100 mahasiswa yang mengikuti ujian statistika, distribusi frekuensi nilainya adalah:

Nilai	45	55	65	75	85	95
Frekuensi	10	15	30	25	15	5

Maka probabilitas kejadian $E =$ mahasiswa memperoleh nilai tersebut adalah:

$$P(X = 45) = 10/100 = 0,1$$

$$P(X = 75) = 25/100 = 0,25$$

$$P(X = 55) = 15/100 = 0,15$$

$$P(X = 85) = 15/100 = 0,15$$

$$P(X = 65) = 30/100 = 0,3$$

$$P(X = 95) = 5/100 = 0,05$$

4. Perumusan berdasarkan subyektivitas.

Dalam suatu rangkaian percobaan, tidak semua kejadian dapat muncul berulang-ulang, kadangkala suatu kejadian hanya muncul sekali saja, contohnya seperti berapakah probabilitanya manajer perusahaan mau berkompromi dengan buruhnya yang menuntut kenaikan upah sebesar 30 persen dari seluruh pendapatan yang diterimanya?

Saat ini probabilita dapat dirumuskan berdasarkan keyakinan pribadi terhadap suatu hipotesis yang tertentu. Misalnya hipotesis mengenai kemungkinan manusia dapat hidup di planet bulan. Probabilita demikian dinamakan probabilita subyektif (*subjective probability*). Misalnya, ada dua kejadian yaitu peristiwa A dan peristiwa B dan dalam kondisi yang sama. Kita sangat yakin bahwa akan terjadi peristiwa A dibanding peristiwa B, maka yang terjadi probabilita A atau $P(A)$ seharusnya menjadi $2/3$ dan $P(B)$ menjadi sebesar $1/3$.

Dalam probabilita subyektif, persepsi tentang suatu peristiwa tertentu dapat saja berbeda, sehingga akan terjadi bahwa pada individu-individu yang rasional dapat memiliki tingkat keyakinan perorangan yang berbeda meskipun mereka dihadapkan pada kenyataan yang sama. Namun jika dalam suatu percobaan jumlah datanya sangat lengkap, maka hasil probabilita dalam perumusan ini tidak akan berbeda jauh antara satu individu dengan individu lainnya. Hal ini disebabkan oleh kenyataan bahwa individu yang rasional akan selalu lebih berpikir jika memperoleh data yang lebih lengkap dan akan mempelajarinya secara mendalam tentang masalah yang dihadapi. Jadi dengan adanya data dan fakta yang lengkap akan membuat keyakinan seseorang yang berbeda tersebut akan mengarah pada kondisi keyakinan yang relatif sama.

Dari ketiga cara perumusan ini dapat dikatakan bahwa probabilita adalah merupakan suatu *rasio* atau *proporsi*. Jika probabilita suatu peristiwa sudah dapat ditentukan, maka dasar cara menghitung probabilita dari berbagai peristiwa mudah dilakukan.

D. SIFAT-SIFAT PROBABILITAS KEJADIAN A

Dengan pengetahuan tentang kejadian A dan peluang kejadiannya, yaitu $P(A) = m/n$, maka dapat diketahui sifat-sifat dari $P(A)$, yaitu:

1. $0 < P(A) < 1$, artinya apabila A merupakan himpunan bagian dari S, yaitu $A \subseteq S$, maka banyaknya anggota A selalu lebih sedikit dari banyaknya anggota S, yaitu $n(A) \leq n(S)$, sehingga:

$$0 < \frac{n(A)}{n(S)} < 1 \text{ atau } 0 < P(A) < 1$$

2. Dalam hal $A = \emptyset$ (himpunan kosong), artinya A tidak terjadi pada S, maka $n(A) = 0$, sehingga $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = 0/n = 0$

$$n(S)$$

3. Jika $A = S$, maksimum banyaknya anggota A sama dengan banyaknya anggota S, maka $n(A) = n(S) = n$, sehingga: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = n/n = 1$

$$n(S)$$

Jika 1,2 dan 3 digabungkan maka diperoleh sifat:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Apabila $P(A) = 0$, dikatakan A kejadian yang mustahil terjadi dan, apabila $P(A) = 1$, dikatakan A kejadian yang pasti terjadi.

E. PROBABILITAS KEJADIAN MAJEMUK $A \cup B$ DAN $A \cap B$

Kita ingat kembali teori himpunan, bahea bila A dan B merupakan dua himpunan dalam himpunan semesta, maka gabungan (union) dari A dan B adalah himpunan baru yang anggotanya terdiri atas anggota A atau anggota B atau anggota keduanya dan ditulis:

$$A \cup B = \{x \in S \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$$

Jika ditunjukkan dengan diagram Venn adalah sebagai berikut:

Sedangkan $A \cap B = \{ x \in S \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}$ ditunjukkan dengan diagram Venn sebagai berikut:

Banyaknya anggota himpunan $A \cup B$ adalah:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Menurut definisi:

Bila A dan B merupakan kejadian sembarang pada ruang sampel S, maka gabungan kejadian A dan B ditulis $A \cup B$ adalah kumpulan semua titik sampel yang ada pada A atau B atau pada kedua-duanya. Kejadian $A \cup B$ disebut kejadian majemuk. Dan kejadian $A \cap B$ yaitu kumpulan titik sampel yang ada pada A dan B juga disebut kejadian majemuk.

Probabilitas kejadian $A \cup B$ dirumuskan sebagai:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Contoh:

1. Satu kartu diambil secara acak dari satu set kartu bridge yang lengkap. Bila kejadian terpilihnya kartu As = A dan B = kejadian terpilihnya kartu wajik, hitunglah $P(A \cup B)$.

Jawab:

$P(A) = 4/52$, $P(B) = 13/52$ dan $P(A \cap B) = 1/52$ (kartu As wajik), maka

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 4/52 + 13/52 - 1/52 = 16/52 = 4/13$$

2. Peluang seorang mahasiswa lulus Matematika adalah $2/3$ dan peluang ia lulus Bahasa Inggris adalah $4/9$. Bila peluang lulus sekurang-kurangnya satu mata kuliah tersebut di atas adalah $4/5$, berapa peluang ia lulus kedua matakuliah tersebut?

Jawab:

Misalkan A = kejadian lulus Matematika

B = kejadian lulus Bahasa Inggris

$$P(A) = 2/3, P(B) = 4/9, P(A \cup B) = 4/5$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 2/3 + 4/9 - 4/5 = 14/45$$

Jika probabilitas kejadian majemuk terdiri atas tiga kejadian A, B, dan C, maka ditulis dengan $A \cup B \cup C$ dan digambar sebagai berikut:

Dan kejadian majemuk $A \cup B \cup C$ dirumuskan sebagai berikut:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

F. DUA KEJADIAN YANG SALING LEPAS

Jika pada suatu ruang sampel S ada dua kejadian yaitu A dan B yang saling lepas atau saling bertentangan atau saling terpisah (*mutually exclusive*), maka $A \cap B = \emptyset$. Dua kejadian yang saling lepas artinya kejadian A dan B tidak mungkin terjadi secara bersamaan. Gambarnya adalah sebagai berikut:

Oleh karena itu $P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$, sehingga probabilitas kejadian $A \cup B$ dirumuskan sebagai:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Contohnya:

1. Jika dua kejadian A dan B saling lepas dengan $P(A) = 0,3$ dan $P(B) = 0,25$, tentukanlah $P(A \cup B)$.

Jawab : karena saling lepas maka berlaku $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
$$= 0,3 + 0,25 = 0,55$$

2. Pada pelemparan dua buah dadu, tentukanlah probabilitas munculnya muka dua dadu dengan jumlah 7 atau 11.

Jawab: misalkan A = kejadian munculnya 7

B = kejadian munculnya 11

Maka: A diperoleh dari: $\{ (6,1), (5,2), (4,3), (2,5) \}$

B diperoleh dari: $\{ (6,5), (5,6) \}$

Disini terlihat $A \cap B = \emptyset$, berarti A dan B saling lepas, berarti:

$P(A) = 4/36$ dan $P(B) = 2/36$, sehingga $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
$$= 4/36 + 2/36 = 6/36 = 1/6$$

G. DUA KEJADIAN SALING KOMPLEMENTER

Bila himpunan $A \subseteq S$ maka komplemen A ditulis sebagai A' yaitu himpunan yang anggotanya ada di ruang sampel S tetapi bukan anggota dari A atau:

$$A' = \{ x \in S \mid x \notin A \}$$

Gambarnya adalah:

Sehingga $A \cap A' = \emptyset$ dan $(A \cup A' = S)$.

Jadi kejadian A' adalah kumpulan titik sampel yang merupakan titik sampel S tetapi bukan merupakan titik sampel A .

Rumusnya adalah :

$$P(A') = 1 - P(A)$$

Contohnya:

Pada pelemparan dua dadu, kejadian A adalah munculnya muka dadu sama, hitunglah probabilitas munculnya muka dua dadu yang tidak sama.

Jawab: Jika dua buah dadu dilempar maka kemungkinan yang akan terjadi

munculnya dua dadu dengan muka yang sama adalah:

$$A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$$

$$\text{Maka } P(A) = 6/36 = 1/6$$

$$\text{Jadi } P(A') = 1 - P(A) = 1 - 1/6 = 5/6$$

H. DUA KEJADIAN SALING BEBAS

Jika dua kejadian A dan B dalam ruang sampel S dikatakan saling bebas adalah jika kejadian A tidak mempengaruhi kejadian B dan sebaliknya kejadian B tidak mempengaruhi kejadian A.

Untuk peristiwa ini berlaku rumus:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Contohnya:

Pada pelemparan dua buah dadu, apakah kejadian munculnya muka $X \leq 3$ dadu I dan kejadian munculnya muka $Y \geq 5$ dadu II saling bebas?

Jawaban:

Misalkan: A = kejadian munculnya muka $X \leq 3$ dadu I

$$= \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)\}$$

$$n = 18$$

$$P(A) = 18/36 = 1/2$$

B = kejadian munculnya muka $Y \geq 5$ dadu II

$$= \{(1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,5), (6,5), (1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6), (6,6)\}$$

$$n = 12$$

$$P(B) = 12/36 = 1/3$$

Maka diperoleh:

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) \cdot P(B) \\ &= 1/2 \cdot 1/3 = 1/6 \end{aligned}$$

I. PROBABILITAS BERSYARAT

Dalam kehidupan sehari-hari, banyak kejadian yang saling terkait satu sama lainnya dan kejadian yang satu menjadi syarat untuk terjadinya kejadian yang lain.

Dalam probabilitas, suatu kejadian A terjadi dengan syarat kejadian B lebih dahulu terjadi atau akan terjadi atau diketahui terjadi, dikatakan sebagai **kejadian A bersyarat B** yang ditulis A/B . Notasi ini **bukan berarti A dibagi B**.

Probabilitas terjadinya kejadian A bila kejadian B telah terjadi disebut probabilitas bersyarat yang ditulis $P(A/B)$ dan dirumuskan sebagai:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, P(B) > 0$$

Untuk dua kejadian yang saling bebas maka berlaku rumus:

$$P(A/B) = P(A) \text{ dan } P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Dan

$$P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B)$$

Contoh:

- Misalkan populasi penduduk di suatu desa dibagi menurut jenis kelamin dan status pekerjaan sebagai berikut:

Jenis kelamin	Bekerja	Menganggur	Jumlah
Laki-laki	460	40	500
Wanita	140	260	400
Jumlah	600	300	900

Diambil seorang dari mereka untuk ditugaskan melakukan promosi barang di suatu kota. Bila ternyata yang terpilih adalah status yang bekerja, berapakah probabilitasnya bahwa dia:

- Laki-laki
- Wanita

Jawab:

Misalkan: A = kejadian terpilihnya sarjana telah bekerja

B = kejadian bahwa dia laki-laki

a). $n(A \cap B) = 460$, maka $P(A \cap B) = 460/900$
 $n(A) = 600$, maka $P(A) = 600/900$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{460}{900}}{\frac{600}{900}} = \frac{460}{600} = \frac{23}{30}$$

b). B = kejadian bahwa dia wanita

dengan cara yang sama seperti itu maka diperoleh:

$$P(B/A) = \frac{140}{600} = \frac{7}{30}$$

Latihan

1. Seorang mahasiswa memiliki probabilitas lulus dalam ekonomi makro = 0,6, lulus dalam ekonomi mikro = 0,4 dan lulus kedua matakuliah tersebut = 0,24. Hitung probabilitas bahwa mahasiswa tersebut akan lulus dalam ekonomi makro atau ekonomi mikro atau keduanya.

Jawaban:

Probabilitas ekonomi makro = $P(A) = 0,6$

Probabilitas ekonomi mikro = $P(B) = 0,4$

Probabilitas ekonomi makro dan ekonomi mikro = 0,24

Probabilitas lulus ekonomi makro atau lulus Probabilitas ekonomi makro atau keduanya adalah:

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= 0,6 + 0,4 - 0,24 \\ &= 0,76 \end{aligned}$$

2. Sebuah kelas mempunyai 120 siswa, 60 diantaranya belajar bahasa Perancis, 50 siswa belajar bahasa Spanyol, serta 20 siswa belajar bahasa Perancis dan Spanyol. Bila dari kelas tersebut dipilih secara random, maka hitunglah probabilitas dari:

- a. Siswa belajar bahasa Perancis atau Spanyol
- b. Siswa sama sekali tidak belajar bahasa Perancis ataupun Spanyol

Jawaban:

- Probabilita belajar bahasa Perancis = $P(P) = 60/120 = 6/12$
- Probabilita belajar bahasa Spanyol = $P(S) = 50/120 = 5/12$
- Probabilita belajar bahasa Perancis dan Spanyol = $P(P \cap S) = 20/120 = 2/12$

a. Probabilita belajar bahasa Perancis atau Spanyol =

$$P(P \cup S) = P(P) + P(S) - P(P \cap S)$$

$$= 6/12 + 5/12 - 2/12$$

$$= 9/12$$

- b. Probabilitas tidak belajar kedua bahasa

$$P(\overline{P \cup S}) = 1 - \frac{9}{12} = \frac{3}{12} = 0,25$$

3. Dua buah dadu dilempar satu kali, maka berapakah probabilitasnya akan keluar:
- a. Jumlah mata dadu 4 atau lebih kecil dari 4
 - b. Jumlah mata dadu 5
 - c. Jumlah mata dadu 7 atau lebih besar dari 7

Jawaban:

- a. Pada dua dadu, jumlah kemungkinan dalam ruang sampel ada 36, maka:

- Jumlah mata dadu 4 = $\{(2,2), (1,3), (3,1)\}$
 Probabilitasnya = $P(A) = 1/36 + 1/36 + 1/36 = 3/36$
- Lebih kecil dari 4 = $\{(2,1), (1,2), (1,1)\}$
 Probabilitasnya = $P(B) = 1/36 + 1/36 + 1/36 = 3/36$

Jadi jumlah mata dadu 4 atau lebih kecil dari 4 :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= 3/36 + 3/36 = 6/36 = 1/6$$

b. Jumlah mata dadu 5 = $\{(4,1), (1,4), (3,2), (2,3)\}$

$$\text{Probabilitasnya} = P(C) = 1/36 + 1/36 + 1/36 + 1/36 = 4/36$$

c. - Jumlah mata dadu 7 = $\{(6,1), (1,6), (5,2), (2,5), (4,3), (3,4)\}$

$$\begin{aligned}\text{Probabilitasnya} = P(D) &= 1/36 + 1/36 + 1/36 + 1/36 + 1/36 + 1/36 \\ &= 6/36\end{aligned}$$

- Jumlah mata dadu > 7 = $\{(6,2), (2,6), (5,3), (3,5), (6,4), (4,6), (5,6), (6,5), (5,5), (4,4), (6,6), (4,6), (4,5), (6,3), (3,6)\}$

$$\text{Probabilitasnya} = P(E) = 1/36 + 1/36 + \dots + 1/36 = 15/36$$

Jadi jumlah mata dadu 7 atau lebih besar dari 7

$$\begin{aligned}P(D \cup E) &= P(D) + P(E) = 6/36 + 15/36 \\ &= 21/36 = 7/12\end{aligned}$$

