Edisi Pertama

Ma'ruf, S.Pd., M.Pd.

Statistika Dasar

Untuk Penelitian Pendidikan Fisika

Teori dan Praktik

Lembaga Perpustakaan dan Penerbitan
Universitas Muhammadiyah Makassar
2018

MA RUF, S.PD., M.PD.

STATISTIKA DASAR

Untuk Penelitian Pendidikan Fisika

TEORI DAN PRAKTIK

Lembaga Perpustakaan dan Penerbitan
Universitas Muhammadiyah Makassar
2018

STATISTIKA DASAR
Untuk Penelitian Pendidikan Fisika
Copyright@penulis 2018

Penulis
Ma'ruf, S.Pd., M.Pd.

Tata Letak
Mutmainnah

viii+119 halaman
14,5 x 20,5 cm
Cetakan I : Agustus 2018

ISBN : 978-602-8187-86-2

Penerbit
LPP Unismuh Makassar
Jl. Sultan Alauddin Km 7 No. 259 Makassar
Telp. 0411-866972/Fax. 0411-865588

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
Dilarang mengutip dana tau memperbanyak tanpa izin tertulis dari Penerbit sebagian atau seluruhnya dalam bentuk apapun, baik cetak, footprint, microfilem dan sebagainya.

PRAKATA

Statistika dasar merupakan jenjang awal untuk mempelajari mata kuliah lainnya yang masih ada hubungannya dengan statistika, seperti metodologi penelitian ataupun seminar atau skripsi.

Statistika dasar dapat dipandang sebagai mata kuliah yang berdiri sendiri atau dapat juga dipandang sebagai dasar mata kuliah baru yang akan dapat dimanfaatkan oleh para mahasiswa dalam bidang penelitian khususnya bagi para mahasiswa yang memilih jalur skripsi.

Sesuai dengan namanya "statistika dasar", dalam uraian-uraiannya yang berkenaan dengan rumus-rumus yang digunakan hanya digunakan begitu saja tanpa dilengkapi dengan penurunan-penurunannya.

Materi dalam buku ini disajikan dalam enam materi pokok, dengan tigabelas sub materi, dengan penjabaran sebagai berikut:

1. Konsep-konsep Dasar Statistika dan Peranannya Dalam Fisika
2. Penyajian Data Bagian
3. Variasi Data Bagian
4. Populasi dan Sampel
5. Probabilitas
6. Analisis Regresi

Untuk mempelajari buku ini, disarankan agar mempelajari semua materi inti secara berurutan dari materi pertama sampai dengan terakhir. Belajar dengan menggunakan buku ini dituntut kemandirian dan kejujuran terhadap diri sendiri. Jadi jangan tergesa-gesa dalam menyelesaikan materi tersebut.

Apabila belum menguasai materi tersebut, ulangilah kembali bagian-bagian yang belum dikuasai dengan yang diharapkan.

Selain membaca buku ini, diharapkan juga membaca buku-buku yang memuat materi tersebut, karena dengan membaca buku-buku tersebut akan membantu dalam mengatasi kesulitan yang ditemukan dalam isi materinya.

Disamping itu pula, carilah referensi pendukung dalam berbagai website di situs-situs internet sehingga memperkaya wawasannya tentang statistika secara khusus.

Akhir kata, aturlah waktu Belajarnya, sehingga materi dalam buku ini dapat dipelajari dan kuasai dengan hasil yang sangat memuaskan.

Selamat belajar dan semoga sukses!!!

Makassar, 01 Januari 2018
Penulis

Ma'ruf, S.Pd., M.Pd.

DAFTAR ISI

BAB 1
KONSEP-KONSEP DASAR STATISTIKA DAN PERANANNYA DALAM FISIKA

Oleh Ma'ruf, S.Pd.,M.Pd.

A. Arti Statistik

Penggunaan istilah "Statistika" berasal dari istilah dalam bahasa Latin Modern *"Statisticum Collegium"* (Dewan Negara) dan bahasa Italia *"Statista"* (negarawan atau politikus).

Gottfried Achenwall (1749) menggunakan statistik dalam bahasa Jerman untuk pertama kalinya sebagai nama bagi kegiatan analisis data kenegaraan, dengan mengartikannya sebagai "Ilmu tentang negara (*state*)".

Pada awal abad ke19 telah terjadi pergeseran arti menjadi "ilmu mengenai pengumpulan dan klasifikasi data". *Sir John Sinclair* memperkenalkan nama (*statistics*) dan pengertian ini ke dalam bahasa Inggris.

Jadi statistika secara prinsip mula-mula hanya mengurus data yang dipakai lembaga-lembaga administratif dan pemerintahan. Pengumpulan data terus berlanjut, khususnya melalui sensus yang dilakukan secara teratur untuk memberi informasi kependudukan yang berubah setiap saat.

Pada abad ke-19 awal abad ke-20 statistika mulai banyak menggunakan bidang-bidang dalam matematika, terutama probabilitas. Cabang statistika yang pada saat ini sangat luas digunakan untuk mendukung metode ilmiah, statistika inferensi dikembangkan pada paruh kedua abad ke-19 dan awal abad ke-20 oleh *Ronald Fisher* (peletak dasar statistika inferensi), *Karl Pearson* (metode regresi linier), dan *William Sealey Gosset* (meneliti problem sampel berukuran kecil). Penggunaan statistika pada masa sekarang dapat dikatakan telah menyentuh semua bidang ilmu pengetahuan, mulai dari astronomi hingga linguistika. Bidang-bidang ekonomi, biologi dan cabang-cabang terapannya, serta psikologi banyak dipengaruhi oleh statistika dalam metodologinya. Akibatnya lahirlah ilmu-ilmu gabungan seperti ekonometrika, biometrika, dan psikometrika.

Meskipun ada kubu yang menganggap statistika sebagai cabang dari matematika, tetapi orang lebih banyak menganggap statistika sebagai bidang yang banyak terkait dengan matematika melihat dari sejarah dan aplikasinya. Di Indonesia, kajian statistika sebagian besar masuk dalam fakultas matematika dan ilmu pengetahuan alam, baik di dalam departemen tersendiri maupun tergabung dengan matematika.

Untuk memahami prinsip dasar statistika ada baiknya kita mengikuti definisi tentang statistika diantaranya:

1. Menurut *webster's new collegiate dictionary* statistika didefinisikan sebagai cabang matematika yang berkaitan dengan pengumpulan, analisis, interpretasi, dan penyajian dari sejumlah data numerik.
2. *Kendal* dan *Stuart* (1977) mengatakan statistika adalah cabang dari metode ilmiah yang berhubungan dengan pengumpulan data yang dikumpulkan dengan mencacah atau mengukur sifat-sifat dari populasi.
3. *Asher* (1958) mengomentari percobaan dan aplikasi statistika, mengatakan bahwa statistika berhubungan dengan metode untuk menarik kesimpulan dari hasil percobaan atau proses.

4. *Freund* dan *Walpole* (1987) melihat statistika sebagai mengarahkan “*sains* pengambilan keputusan di dalam ketidak pastian”.
5. *Mood*, *Graybill* dan *Boes* (1974) mendefinisikan statistika sebagai teknologi dari metode ilmiah dan menambahkan bahwa statistika berhubungan dengan rancangan percobaan dan penyelidikan, penarikan kesimpulan statistik.
6. *Mendenhall bk* mendifinisikan statistika sebagai suatu bidang sains yang berkaitan dengan ekstraksi informasi dari data numerik dan menggunakannya untuk membuat keputusan tentang populasi dari mana data tersebut diperoleh.

Jadi secara umum dapat dikatakan bahwa statistika adalah suatu teori informasi, dengan penarikan kesimpulan sebagai tujuannya.

Tujuan statistika adalah untuk membuat kesimpulan tentang suatu yang lebih luas (populasi) berdasarkan keterangan yang ada pada sebagian contoh (sampel) yang diambil dari populasi tersebut. Teori statistika adalah suatu teori informasi yang berhubungan dengan pengangkaan informasi, menentukan percobaan atau prosedur untuk pengumpulan data, dengan biaya minimal, dari sejumlah informasi tertentu, dan menggunakan informasi ini untuk membuat kesimpulan. Pembuatan kesimpulan terhadap populasi yang tidak diketahui adalah prosedur yang terdiri atas dua langkah. Pertama, kita menentukan prosedur-prosedur penarikan kesimpulan yang cocok dari situasi yang dihadapi, dan kedua kita mencari ukuran kecocokan dari kesimpulan yang dihasilkan.

Jadi data atau informasi merupakan bagian yang sangat penting dalam menggunakan statistik sebagai alat pengambil keputusan. Demikian juga sebaliknya statistika adalah salah satu alat yang dapat digunakan untuk memanfaatkan data atau informasi sebagai bahan pengambil keputusan. Selain karena menggunakan informasi/data sebagai landasan pengambil keputusan, pengambilan keputusan dengan statistika juga memiliki keunggulan lain yaitu statistika juga memberikan ukuran kecocokan atau ukuran kesalahan dari kesimpulan yang dibuat (*mendenhal bk*)

Dalam arti sempit statistik (*statistik deskriptif*) berarti data ringkasan berbentuk angka dan fakta atau data kuantitatif yang disajikan dalam bentuk-bentuk tabel, diagram, histogram, poligon, ogive, ukuran pemusatan, ukuran penyebaran, simpangan baku, korelasi dan regresi linier, misalnya adalah data atau keterangan berbentuk angka ringkasan mengenai penduduk (jumlah, rata-rata umur, persentase,dan sebagainya)

Dalam arti luas statistik (*statistik induktif*) yang berarti suatu ilmu yang mempelajari cara pengumpulan, pengolahan, penyajian, dan menganalisa data serta cara pengambilan kesimpulan secara umum berdasarkan hasil penelitian. Statistik dalam arti luas ini meliputi penyajian data, yang berarti meliputi statistik dalam arti sempit di atas.

Definisi ini lebih ditekankan kepada urutan kegiatan dalam memperoleh data sampai data itu berguna untuk dasar pembuatan keputusan

B. Peranan Statistik

1. Bagi calon peneliti dan para peneliti. Dalam kehidupan sehari-hari kita tidak dapat lepas dari data, baik data itu bersifat kuantitatif maupun kualitatif. Kedua sifat data tersebut dapat dianalisis dengan baik. Mungkin para peneliti nantinya akan membedakan data-data tersebut berdasarkan kelompoknya atau ingin menggabungkan data yang satu dengan yang lainnya atau ingin

meramalkan pengaruh data yang satu dengan yang lainnya. Dalam menghadapi data mentah, kita ditantang untuk mengumpulkannya melalui teknik pengumpulan data baik melalui pengamatan (*observasi*), wawancara, angket maupun dokumentasi secara objektif. Setelah data itu terkumpul, maka dilanjutkan dengan mengolah data tersebut dalam bentuk penyajian data. Bentuk mana yang akan dipilih tergantung kebutuhan masing-masing. Dalam hal ini statistik deskriptif sangat diperlukan karena peneliti akan dapat mendeskripsikan data yang dikumpulkan.

2. Bagi pembaca, dalam membaca laporan-laporan penelitian, laporan-laporan perusahaan, laju inflasi dan seterusnya, si pembaca dituntut mengerti atau memahami arti dari laporan tersebut.
3. Bagi pembimbing penelitian, peneliti maupun pembimbing yang bijaksana mempunyai pandangan yang luas dalam mencari kebenaran. Dalam ilmu statistik banyak terdapat metode-metode yang dapat digunakan untuk mencari kebenaran data penggunaanya disesuaikan dengan masalah yang terjadi. Sebagai peneliti dan pembimbing yang kritis kita harus mampu menempatkan metode penelitian itu pada fungsinya masing-masing. Jika mungkin metode tersebut dapat saling mengisi. Metode mana yang diambil dalam penelitian, jawabannya tergantung dari masalah apa yang akan diteliti.
4. Bagi penguji skripsi, tesis atau disertasi, pembacanya menggunakan metode statistik sudah selayaknya memahami statistik sehingga dapat meningkatkan kualitas lulusannya dan wibawa penguji sendiri.
5. Bagi pimpinan/manajer dan administrator, staistik sebagai alat untuk pengumpulan data baik secara sensus maupun

sampling, pengolahan atau analisis data, penyajian data dalam bentuk laporan manajemen, pengambilan keputusan atau perencanaan, dan evaluasi atau pengawasan antara data yang dilaporkan dengan penyimpangan dilapangan, melakukan pemecahan masalah manajerial, dll

6. Bagi ilmu pengetahuan atau fisika, statistika sebagai disiplin ilmu berguna untuk kemajuan ilmu dan teknologi. Karena itu, kita dituntut untuk memahami statistik lebih mendalam. Statistik dalam ilmu pengetahuan dapat sebagai alat:
   a. Deskripsi yaitu menggambarkan atau menerangkan data seperti eksperimen dan pengukuran dalam percobaan-percobaan fisika.
   b. Komparasi yaitu membandingkan data pada dua kelompok atau lebih.
   c. Korelasi yaitu mencari besarnya hubungan data dalam suatu penelitian
   d. Regresi yaitu meramalkan pengaruh data yang satu terhadap data lainnya. Atau untuk estimasi terhadap kecenderungan-kecenderungan peristiwa yang akan terjadidi masa depan.
   e. Komunikasi yaitu merupakan alat penghubung antar pihak berupa laporan data statistik atau analisis statistik.

C. Landasan Kerja Statistik

1. Variasi, statistik bekerja dengan keadaan yang berubah-ubah (variasi), misalnya nilai ujian, dll
2. Reduksi, statistik bekerja secara reduksi artinya tidak seluruh informasi harus diolah. Tidak seluruh orang harus

diteliti (populasi), melainkan cukup dengan sampel-sampel yang mewakili saja.

3. Generalisasi, statistik induktif bekerja untuk menarik kesimpulan umum (*generalisasi*) yang berlaku untuk anggota-anggota populasinya berdasarkan sampel-sampel yang ada.
4. Spesialisasi, statistik selalu berkenaan dengan angka-angka saja (*kuantitatif*). Statistik mempunyai angka-angka yang lebih nyata, pasti dan diukur dengan angka-angka.

D. Kebutuhan Terhadap Statistik

Fakta bahwa kita membutuhkan statistik adalah pada saat kita melakukan perencanaan yang berkaitan dengan masa depan, maka ada kemungkinan hal-hal yang sudah ditentukan dalam perencanaan itu untuk melaksanakannya.

E. Macam-macam Data

Data dapat diartikan sebagai keterangan yang diperlukan untuk memecahkan suatu masalah. Berikut adalah macam-macam data ditinjau dari beberapa segi.

1. Menurut Sifatnya

Data dibagi menjadi dua bagian, yaitu:

a) Data *kualitatif*, adalah data yang berbentuk kategori atau atribut. Contoh Suhu bumi hari ini mengalami kenaikan.

b) Data *kuantitatif*, adalah data yang berbentuk bilangan. Contoh kecepatan mobil itu adalah 250 km/jam, frekuensi radio lokal itu adalah 150 MHz. Dalam hal ini, data kuantitatif dibagi menjadi dua bagian, yaitu:

i) Data *Diskrit*, adalah data yang diperoleh dengan cara menghitung atau membilang, contoh banyaknya mahasiswa pendidikan fisika yang melakukan praktikum adalah 40 orang

ii) Data *Kontinu*, adalah data yang diperoleh dengan cara mengukur, contoh kecepatan rata-rata yang dihasilkan dari percobaan ini adalah 100 m/s^2

2. Menurut Cara Memperolehnya

a) Data *Primer*, adalah data yang dikumpulkan dan diolah sendiri oleh suatu organisasi serta diperoleh langsung dari obyeknya. Contoh SeorangPeneliti Fisika ingin mengetahui tingkat pencemaran air di sungai, maka mereka bekerja langsung ke sungai yang dituju dan mengambil datanya.

b) Data *Sekunder*, adalah data yang diperoleh dalam bentuk sudah jadi, sudah dikumpulkan dan diolah oleh pihak lain, biasanya data itu dicatat dalam bentuk publikasi-publikasi. Contoh Seorang Mahasiswa memerlukan data prakiraan cuaca tahun lalu untuk daerah Makassar dan sekitarnya, maka mahasiswa tersebut dapat memperolehnya di BMG Kota Makassar.

Tugas !

1. Jelaskan pengertian statistik!
2. Mengapa kita perlu statistik!
3. Jelaskan beberapa istilah yang berhubungan dengan statistik!
4. Bagaimana perbedaan antara statistik deskriptif dan induktif!
5. Apa peranan statistik bagi seorang mahasiswa!
6. Berikan contoh landasan kerja statistik yang berbentuk variasi dan reduksi yang berkenaan dengan ilmu fisika!
7. Berikan contoh data kualitatif dalam ilmu fisika!
8. Berikan contoh data kuantitatif dalam ilmu fisika!
9. Apa perbedaan data primer dan sekunder!
10. Berikan contoh data diskrit dan kontinu!

BAB 2
PENYAJIAN DATA BAGIAN PERTAMA

Oleh Ma'ruf, S.Pd.,M.Pd.

Tabel merupakan kumpulan angka–angka yang disusun menurut kategori-kategori sehingga memudahkan untuk pembuatan analisis data. Ada berbagai bentuk tabel yang dikenal, yaitu tabel satu arah, tabel dua arah, tabel tiga arah atau lebih, dan tabel distribusi frekuensi.

A. Tabel Satu Arah

Tabel satu arah adalah tabel yang memuat keterangan mengenai satu hal atau satu karakteristik saja, misalnya:

- Data mahasiswa menurut: a) suku asal, b) sekolah, c) umur dan lain sebagainya
- Data eksperimen laboratorium menurut: a) alat dan bahan, b) teori/materi, c) ruangan dan lain sebagainya.

Contoh tabel:

Suku Asal Mahasiswa			
Makassar	**Bugis**	**Mandar**	**Kajang**
15	35	25	10

B. Tabel Dua Arah

Tabel dua arah adalah tabel yang menunjukkan hubungan dua hal atau dua karakteristik, misalnya:

- Data pegawai menurut : a) pendidikan dan masa kerja, b) masa kerja dan golongan dan sebagainya.

- Data kendaraan menurut: a) merk dan jenis, b) jenis dan harga dan sebagainya.

  Contoh tabel:

Pendidikan	**Lulus**	**Tidak Lulus**
SD	40	5
SLTP	50	20
SMU	25	25

C. Tabel Tiga Arah

Tabel tiga arah adalah tabel yang menunjukkan tiga hal atau tiga karakteristik, misalnya:

- Data pegawai menurut masa kerja, pendidikan dan golongan; masa kerja, umur dan jabatan, dan sebagainya.
- Data peralatan menurut umur, merk dan jenis; jenis, merk dan unit kerja, dan sebagainya.

  Contoh tabel:

Pendidikan	Jenis Kelamin	Status	
		Lulus	Tidak lulus
SD	Laki-laki	15	6
	Perempuan	24	5
SLTP	Laki-laki	34	10
	Perempuan	21	2
SMU	Laki-laki	23	7
	Perempuan	31	2

D. Tabel Distribusi Frekuensi

Ada tiga istilah dalam tabel distribusi frekuensi, yaitu:

- *Array* adalah penyusunan sekumpulan data menurut urutan nilainya, mulai dari data yang terkecil sampai nilai data yang terbesar.

- Data tidak terkelompok adalah data yang nilai-nilainya belum disusun dalam tabel distribusi frekuensi.
- Data terkelompok adalah data yang nilai-nilainya sudah disusun dalam tabel distribusi frekuensi.

Untuk memberikan pengertian tentang tabel distribusi frekuensi, sebenarnya setiap orang dapat mendifinisikannya berdasarkan bentuk umumnya. Oleh karena itu, berikut akan diberikan bentuk umum dari tabel distribusi frekuensi, seperti dalam tabel berikut:

Bentuk Umum Tabel Distribusi Frekuensi

NILAI DATA	**FREKUENSI**
a – b	f_1
c – d	f_2
e – f	f_3
g – h	f_4
i – j	f_5
Jumlah	$\sum_{i=1}^{5} f_i$

Dari bentuk umum di atas, maka tabel distribusi frekuensi dapat didefinisikan sebagai sebuah tabel yang berisi nilai-nilai data, dengan nilai-nilai tersebut dikelompokkan ke dalam interval-interval dan setiap interval nilai masing-masing mempunyai frekuensi.

Dalam tabel distribusi frekuensi, ada beberapa istilah yang digunakan di dalamnya antara lain:

- Kelas Interval, adalah kelompok nilai data yang berupa interval. Contoh:

  a – b merupakan kelas interval pertama,

  c – d merupakan kelas interval kedua,

  e – f merupakan kelas interval ketiga,

g – h merupakan kelas inteval keempat
i – j merupakan kelas interval kelima

- Ujung bawah, adalah bilangan yang terdapat di sebelah kiri interval nilai data untuk setiap kelas interval.
  Contoh: a, c, e, g, i
- Ujung atas, adalah bilangan yang terdapat di sebelah kanan interval nilai data untuk setiap kelas interval.
  Contoh: b, d, f, h, j
- Batas bawah, adalah bilangan yang diperoleh dengan cara ujung bawah dikurangi ketelitian data yang digunakan. Dalam hal ini, ketelitian data yang digunakan tergantung pada pencatatan datanya. Jika dicatat dalam bilangan bulat, maka ketelitian datanya 0,5. jika dicatat dalam bilangan satu desimal, maka ketelitian datanya 0.05. jika dicatat dalam dua desimal, maka ketelitian datanya 0.005. dan seterusnya.
- Batas atas, adalah bilangan yang diperoleh dengan cara ujung atas ditambah dengan ketelitian datanya.
- Tanda Kelas, adalah bilangan yang diperoleh dengan cara ujung bawah ditambah dengan ujung atas, kemudian hasilnya dibagi dua untuk setiap kelas interval.

$$TandaKelas = \frac{1}{2}\left(UjungBawah + UjungAtas\right)$$

- Panjang Kelas, adalah bilangan yang diperoleh dari jarak/selisih antara ujung bawah dengan ujung atas, dengan ujung bawahnya termasuk dihitung.

Untuk menyusun sekumpulan data ke dalam tabel distribusi frekuensi dengan panjang kelas yang sama untuk setiap kelas interval diperlukan langkah-langkah sebagai berikut:

- Tentukan nilai rentang, yaitu nilai data terbesar – nilai data terkecil

- Tentukan banyaknya kelas yang digunakan, biasanya menggunakan aturan STURGES dengan rumus sebagai berikut:

$$k = 1 + (3,3)(\log n)$$

dengan k = banyaknya kelas interval

n = banyaknya data yang digunakan

- Tentukan panjang kelas, dengan cara nilai rentang dibagi dengan banyaknya kelas,sehingga dapat ditulis:

$$P = \frac{\text{Re}\,n\,\tan g}{k}$$

dengan p = panjang kelas

k = banyaknya kelas

- Tentukan nilai ujung bawah kelas intrerval pertama, dengan cara mengambil nilai data terkecil atau mengambil nilai data yang lebih kecil dari nilai data yang terkecil. Kemungkinan kedua cara ini bisa dilakukan dengan catatan nilai data yang terbesar harus tercakup dalam interval nilai data pada kelas interval terakhir.
- Masukkan semua data ke dalam kelas interval, sebaiknya dibuatkan kolom tersendiri yang berisi garis miring (tally) sesuai dengan kelas intervalnya,

Contoh soal:

Berikut adalah data hasil ujian Mata Kuliah statistika dasar Jurusan Pendidikan Fisika FKIP Unismuh.

67	74	69	84	74	93	69	75	73	72
87	89	70	88	85	92	76	91	77	63
67	78	74	67	93	81	77	71	68	87
97	76	75	70	88	92	72	73	90	70

Susunlah data diatas ke dalam tabel distribusi frekuensi dengan panjang kelas yang sama.

Penyelesaian:

1. Rentang = 97 – 63 = 34
2. Banyak kelas = k = 1 + (3,3)(log 40)

   k = 1 + (3,3)(1,6021)

   k = 6,28693

   Jadi, banyaknya kelas yang digunakan bisa 6 buah atau 7 buah. Misalkan yang diambil adalah 7 buah.
3. Panjang kelas = $\frac{34}{7} = 4{,}86$

   Karena datanya dicatat dalam bilangan bulat, maka panjang kelasnya diambil 5
4. Ujung bawah kelas interval pertamanya diambil 63. masukkan keseluruhan data ke dalam kelas interval.
5. Hasil akhir dari tabel tersebut adalah sebagai berikut:

Kelas Interval	Banyaknya Mahasiswa
63 – 67	4
68 – 72	9
73 – 77	11
78 – 82	2
83 – 87	4
88 – 92	7
93 - 97	3
Jumlah	40

E. Tabel Distribusi Frekuensi Relatif

Apabila kita sudah memperoleh tabel distribusi frekuensi, maka dalam hal ini frekuensinya adalah mutlak atau absolut. Kemudian apabila frekuensi yang absolut ini diubah ke dalam frkeuensi relatif, maka diperoleh Label distribusi frekuensi relatif. Frekuensi relatif ini diartikan sebagai frekuensi dalam bentuk persentase.

Bentuk umum dari tabel distribusi frekuensi relatif adalah sebagai berikut:

Nilai Data	Frekuensi Relatif (%)
a – b c – d e – f g – h i – j	F_1' F_2' F_3' F_4' F_5'
Jumlah	100

$$f_1' = \frac{f_1}{\sum_{i=1}^{5} f_i} x100\%$$

$$f_2' = \frac{f_2}{\sum_{i=1}^{5} f_i} x100\%$$

$$f_3' = \frac{f_3}{\sum_{i=1}^{5} f_i} x100\%$$

$$f_4' = \frac{f_4}{\sum_{i=1}^{5} f_i} x100\%$$

$$f_5' = \frac{f_5}{\sum_{i=1}^{5} f_i} x100\%$$

Jumlah semua frekuensi relatif ada kemungkinan tidak akan sama dengan 100% akan tetapi mungkin kurang dari 100% atau mungkin juga lebih dari 100%. Jika ini terjadi, maka dibawah tabel harus dibuat catatan yang berisi pernyataan sebagai berikut:

"JUMLAH FREKUENSI RELATIF TIDAK SAMA DENGAN 100%, KARENA ADANYA PEMBULATAN BILANGAN".

F. Tabel Distribusi Frekuensi Kumulatif

Tabel distribusi frekuensi kumulatif didefinisikan sebagai tabel yang diperoleh dari tabel distribusi frekuensi, dengan frekuensinya dijumlahkan selangkah demi selangkah (artinya kelas interval demi kelas interval). Dalam kolom nilai data, bilangan yang digunakan berupa ujung bawah untuk masing-masing kelas interval. Tabel distribusi frekuensi kumulatif ada dua macam yaitu:

- Tabel distribusi frekuensi kumulatif "kurang dari"
- Tabel distribusi frekuensi kumulatif "lebih dari"

Secara umum, kedua bentuk tabel distribusi frekuensi kumulatif tersebut masing-masing dapat dilihat dalam tabel berikut:

Bentuk umum
tabel distribusi frekuensi kumulatif "kurang dari"

Nilai data	F kum
kurang dari a	0
kurang dari c	f_1
kurang dari e	$f_1 + f_2$
kurang dari g	$f_1 + f_2 + f_3$
kurang dari i	$f_1 + f_2 + f_3 + f_4$
kurang dari k	$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5$

Bentuk umum
Tabel distribusi frekuensi kumulatif " atau lebih"

Nilai data	F kum
a atau lebih	$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5$
c atau lebih	$f_2 + f_3 + f_4 + f_5$
e atau lebih	$f_3 + f_4 + f_5$
g atau lebih	$f_4 + f_5$
i atau lebih	f_5
k atau lebih	0

G. Tabel Distribusi Frekuensi Relatif Kumulatif

Apabila dari tabel distribusi frekuensi kumulatif frekuensinya diubah ke dalam bentuk persentase, maka akan diperoleh tabel distribusi frekuensi relatif kumulatif.

Tabel distribusi frekuensi relatif kumulatif adalah tabel yang diperoleh dari tabel distribusi frekuensi relatif, dengan frekuensinya dijumlahkan selangkah demi selangkah. Tabel distribusi frekuensi relatif kumulatif ada dua macam yaitu:

- Tabel distribusi frekuensi relatif kumulatif "kurang dari"
- Tabel distribusi frekuensi relatif kumulatif " atau lebih"

Secara umum bentuk dari tabel distribusi frekuensi relatif kumulatif "kurang dari" adalah sebagai berikut:

Nilai data	F kum
kurang dari a	0
kurang dari c	$f_1^{'}$
kurang dari e	$f_1^{'} + f_2^{'}$
kurang dari g	$f_1^{'} + f_2^{'} + f_3^{'}$
kurang dari i	$f_1^{'} + f_2^{'} + f_3^{'} + f_4^{'}$
kurang dari k	100

Bentuk umum dari tabel distribusi frekuensi relatif kumulatif "atau lebih" adalah sebagai berikut:

Nilai data	F kum
a atau lebih	100
c atau lebih	$f_2' + f_3' + f_4' + f_5'$
e atau lebih	$f_3' + f_4' + f_5'$
g atau lebih	$f_4' + f_5'$
i atau lebih	f_5'
k atau lebih	0

Contoh soal:

Hasil ujian semester mata kuliah statistika dari mahasiswa Program S-1 Program Studi Pendidikan Fisika Universitas Muhammadiyah Makassar yang sudah disusun dalam bentuk tabel distribusi frekuensi seperti pada tabel berikut:

Nilai Hasil	Banyak Mahasiswa
61 – 65	4
66 – 70	9
71 – 75	11
76 – 80	2
81 – 85	4
86 – 90	7
91 – 95	3
Jumlah	40

1. Buat tabel distribusi frekuensi relatifnya.
2. Buat tabel distribusi frekuensi kumulatif "kurang dari"
3. Buat tabel distribusi frekuensi kumulatif "atau lebih"
4. Buat tabel distribusi frekuensi relatif kumulatif "kurang dari"
5. Buat tabel distribusi frekuensi relatif kumulatif "atau lebih"

Jawab:

1. Tabel distribusi frekuensi relatif

- kelas interval pertama (61 – 65), $f_1^{'} = \frac{4}{40} x100\% = 10,0\%$
- kelas interval kedua (66 – 70), $f_2^{'} = \frac{9}{40} x100\% = 22,5\%$
- kelas interval ketiga (71 – 75), $f_3^{'} = \frac{11}{40} x100\% = 27,5\%$
- kelas interval keempat (76 -80), $f_4^{'} = \frac{2}{40} x100\% = 5,0\%$
- kelas interval kelima (81 – 85), $f_5^{'} = \frac{4}{40} x100\% = 10,0\%$
- kelas interval keenam (86 – 90), $f_6^{'} = \frac{7}{40} x100\% = 17,5\%$
- kelas interval ketujuh (91 – 95), $f_7^{'} = \frac{3}{40} x100\% = 7,5\%$

Hasil akhirnya adalah sebagai berikut:

Nilai Hasil	Banyak Mahasiswa
61 – 65	10,0
66 – 70	22,5
71 – 75	27,5
76 – 80	5,0
81 – 85	10,0
86 – 90	17,5
91 – 95	7,5
Jumlah	100,0

2. Tabel distribusi frekuensi kumulatif “kurang dari”

Nilai data	F kum	F kum
kurang dari 61	0	0
kurang dari 66	f_1	4

kurang dari 71	f_1+f_2	4+9
kurang dari 76	$f_1+f_2+f_3$	4+9+11
kurang dari 81	$f_1+f_2+f_3+f_4$	4+9+11+2
kurang dari 86	$f_1+f_2+f_3+f_4+f_5$	4+9+11+2+4
kurang dari 91	$f_1+f_2+f_3+f_4+f_5+f_6$	4+9+11+2+4+7
kurang dari 96	$f_1+f_2+f_3+f_4+f_5+f_6+f_7$	4+9+11+2+4+7+3

Hasil akhirnya adalah sebagai berikut:

Nilai data	F kum
kurang dari 61	0
kurang dari 66	4
kurang dari 71	13
kurang dari 76	24
kurang dari 81	26
kurang dari 86	30
kurang dari 91	37
kurang dari 96	40

3. Tabel distribusi frekuensi kumulatif "atau lebih"

Nilai data	F kum	F kum
61 atau lebih	$f_1+f_2+f_3+f_4+f_5+f_6+f_7$	4+9+11+2+4+7+3
66 atau lebih	$f_2+f_3+f_4+f_5+f_6+f_7$	9+11+2+4+7+3
71 atau lebih	$f_3+f_4+f_5+f_6+f_7$	11+2+4+7+3
76 atau lebih	$f_4+f_5+f_6+f_7$	2+4+7+3
81 atau lebih	$f_5+f_6+f_7$	4+7+3
86 atau lebih	f_6+f_7	7+3
91 atau lebih	f_7	3
96 atau lebih	0	0

Hasil akhirnya adalah sebagai berikut:

Nilai data	F kum
61 atau lebih	40
66 atau lebih	36
71 atau lebih	27
76 atau lebih	16
81 atau lebih	14
86 atau lebih	10
91 atau lebih	3
96 atau lebih	0

4. Tabel distribusi frekuensi relatif kumulatif “kurang dari”

Nilai data	F Rkum	F Rkum
kurang dari 61	0	0
kurang dari 66	f_1'	10,0
kurang dari 71	$f_1'+f_2'$	10,0+22,5
kurang dari 76	$f_1'+f_2'+f_3'$	10,0+22,5+27,5
kurang dari 81	$f_1'+f_2'+f_3'+f_4'$	10,0+22,5+27,5+5,0
kurang dari 86	$f_1'+f_2'+f_3'+f_4'+f_5'$	10,0+22,5+27,5+5,0+10,0
kurang dari 91	$f_1'+f_2'+f_3'+f_4'+f_5'+f_6'$	10,0+22,5+27,5+5,0+10,0+17,5
kurang dari 96	100	100

Hasil akhirnya adalah sebagai berikut:

Nilai data	F Rkum
kurang dari 61	0
kurang dari 66	10,0
kurang dari 71	32,5
kurang dari 76	60,0
kurang dari 81	65,0
kurang dari 86	75,0
kurang dari 91	92,5
kurang dari 96	100

5. Tabel distribusi frekuensi relatif kumulatif "atau lebih"

Nilai data	F Rkum	F Rkum
61 atau lebih	100	100
66 atau lebih	$f_2'+f_3'+f_4'+f_5'+f_6'+f_7'$	22,5+27,5+5,0+10,0+17,5+7,5
71 atau lebih	$f_3'+f_4'+f_5'+f_6'+f_7'$	27,5+5,0+10,0+17,5+7,5
76 atau lebih	$f_4'+f_5'+f_6'+f_7'$	5,0+10,0+17,5+7,5
81 atau lebih	$f_5'+f_6'+f_7'$	10,0+17,5+7,5
86 atau lebih	$f_6'+f_7'$	17,5+7,5
91 atau lebih	f_7'	7,5
96 atau lebih	0	0

Hasil akhirnya adalah sebagai berikut:

Nilai data	F Rkum
61 atau lebih	100
66 atau lebih	90,0
71 atau lebih	67,5
76 atau lebih	40,0
81 atau lebih	35,0
86 atau lebih	25,0
91 atau lebih	7,5
96 atau lebih	0

Tugas!

1. Buatlah tabel yang menggambarkan jumlah mahasiswa program studi pendidikan fisika di Unismuh berdasarkan umur, jenis kelamin, alamat dan asal sekolah (data bebas)
2. Perhatikan data berikut:

45	46	49	50	45	42	45	49
48	49	46	50	53	51	49	49
50	42	52	50	48	50	51	55
54	56	54	52	47	56	55	53
54	56	55	60	59	58	55	57
59	59	46	49	60	59	56	54
59	60	50	51				

   Susunlah dalam bentuk tabel distribusi frekuensi

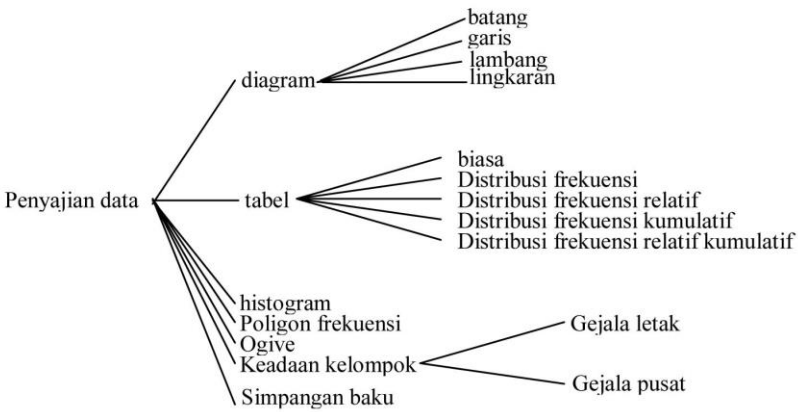
3. Dari data soal no.2 buatlah:
   a. tabel distribusi frekuensi relatif
   b. tabel distribusi frekuensi kumulatif (kurang dari)
   c. tabel distribusi frekuensi relatif kumulatif (atau lebih)

BAB 3
PENYAJIAN DATA BAGIAN KEDUA

Oleh Ma'ruf, S.Pd.,M.Pd.

Data statistik tidak hanya cukup dikumpulkan dan diolah, tetapi juga perlu disajikan dalam bentuk yang mudah dibaca dan dimengerti oleh pengambil keputusan. Penyajian ini bisa dalam bentuk tabel dan grafik dengan keuntungan bahwa data tersebut akan lebih cepat dimengerti daripada disajikan dalam bentuk kata-kata.

Bentuk penyajian data

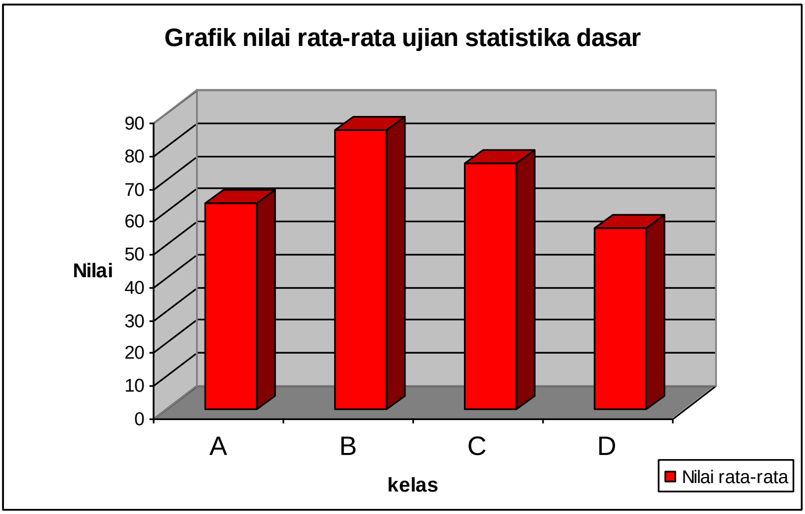


Penyajian data dalam gambar akan lebih menjelaskan laporan secara visual. Beberapa macam diagram antara lain adalah diagram batangan/balok (*bar chart/histogram*), diagram garis (*line chart*), diagram lingkaran (*pie chart)*, diagram lambang (*pictogram*).

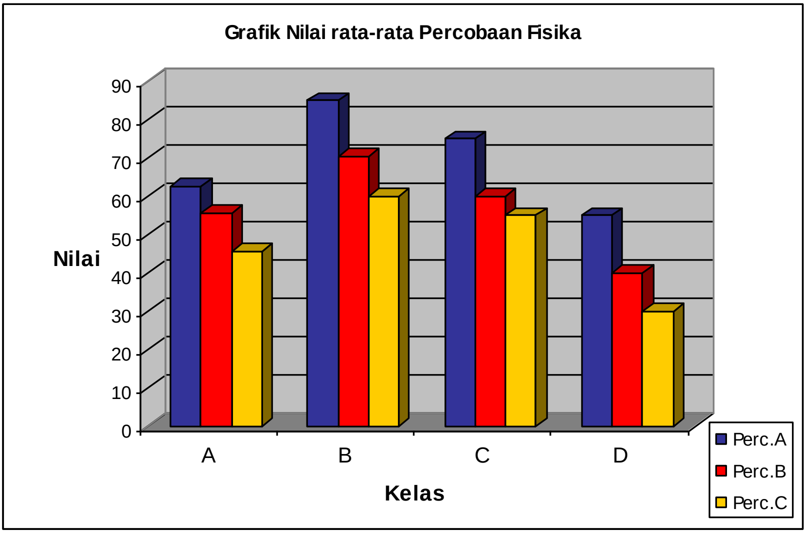
A. Diagram Batang

Diagram ini sangat cocok untuk menyajikan data yang berbentuk kategori atau atribut, dan data tahunan yang tahunnya tidak terlalu banyak. Untuk menggambarkan diagram batang diperlukan sumbu tegak maupun sumbu datar yang berpotongan tegak lurus.sumbu tegak maupun sumbu datar dibagi menjadi beberapa skala bagian yang sama. Pada bagian bawah dituliskan atribut atau waktu dan pada sumbu tegak dituliskan kuantum atau nilai data.

Contoh diagram batang tunggal untuk nilai rata-rata ujian statistika dasar



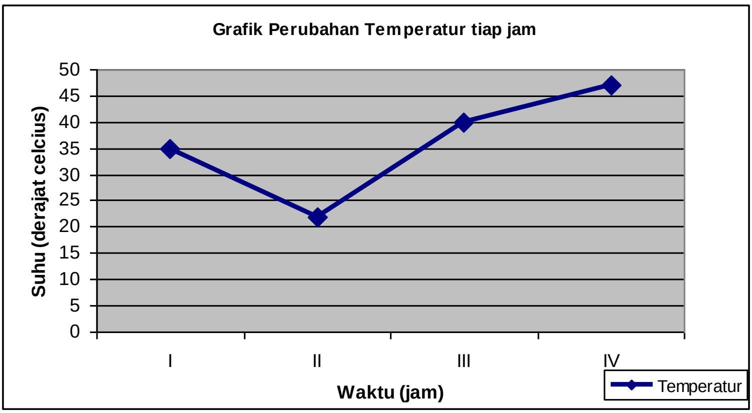
Contoh diagram batang majemuk untuk nilai rata-rata percobaan fisika dalam laboratorium:



B. Diagram Garis

Diagram garis sangat cocok untuk menyajikan data yang berbentuk kesinambungan. Untuk menggambar diagram garis diperlukan sumbu tegak dan sumbu datar yang berpotongan tegak lurus.

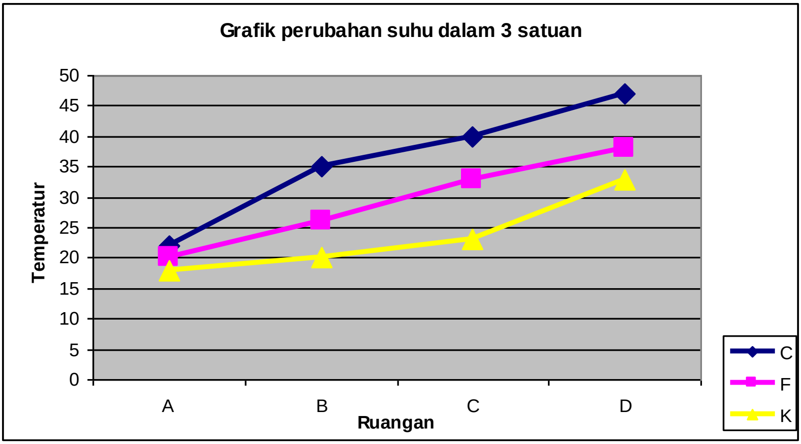
Contoh diagram garis perubahan suhu dalam tiap jam:



C. Diagram Garis Berganda

Grafik garis berganda adalah grafik yang terdiri dari beberapa garis untuk menggambarkan perkembangan beberapa hal/kejadian sekaligus.

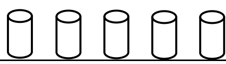
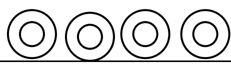
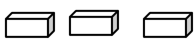
Contoh diagram garis berganda untuk perubahan suhu dalam tiga satuan:

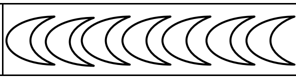


D. Diagram Lambang

Diagram lambang adalah diagram yang disajikan dalam bentuk gambar. Di dalam bidang koordinat XY dinyatakan gambar-gambar dengan ciri khusus untuk suatu karakteristik. Tiap gambar mewakili suatu jumlah tertentu.

Contoh diagram lambang untuk alat-alat praktikum fisika:

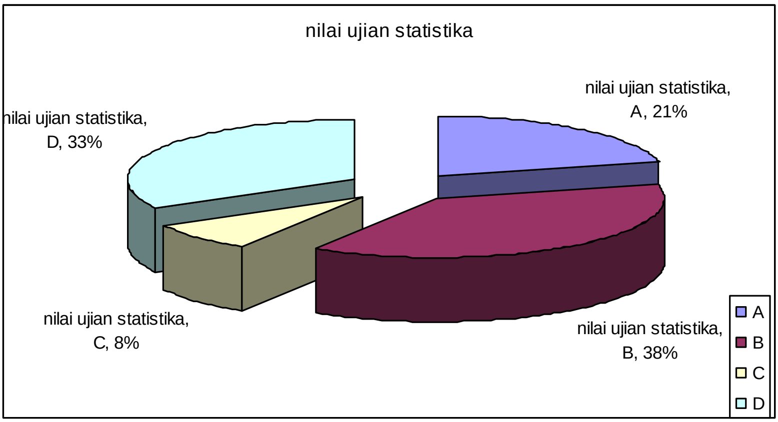
Jenis Alat	Lambang	Jumlah
Termometer		50
Stopwatch		45
Galvanometer		33

Mikrometer		70

E. Diagram Lingkaran

Diagram lingkaran sangat cocok untuk menyajikan data yang berbentuk kategori atau atribut dalam persentase. Untuk membuat grafik lingkaran terlebih dahulu kita harus mencari proporsi perbandingan dari jumlah data pada setiap kategori dengan jumlah data keseluruhan, kemudian perbandingan yang telah didapat digunakan untuk mencari luas sektor lingkaran untuk kategori tersebut. Bila diagram lingkaran ini digambarkan perspektifnya menjadi gambar tiga dimensi, maka diagramnya disebut diagram pastel.

Contoh diagram lingkaran untuk nilai ujian statistika dalam empat kelas:



Tugas!

1. Pada tahun 2010 terdapat 90.523 calon mahasiswa baru yang mendaftar di Universitas Muhammadiyah Makassar. Dari total pendaftar ada 61.893 calon mahasiswa baru untuk FKIP, 13.141 calon mahasiswa baru untuk Fakultas Ekonomi, 7.382 calon mahasiswa baru untuk Fakultas Sospol, sisanya calon mahasiswa baru untuk kedokteran.
   a. carilah persentase untuk setiap jenis fakultas sesuai jumlah calon mahasiswanya.
   b. sajikan data hasil perhitungan dalam bentuk diagram batang dan lingkaran.
2. berikut adalah jumlah kasus kriminal yang terjadi di Makassar selama bulan september sampai dengan november 2009:

Kasus kriminal	**september**	**oktober**	**november**
Narkotika	30	40	50
Perampokan	15	20	35
Pembunuhan	20	15	25

   Berdasarkan data diatas buatlah:
   a. diagram garis berganda berdasarkan bulan
   b. diagram balok untuk kategori kasus kriminal narkotika
   c. diagram balok berganda berdasarkan bulan
   d. diagram lingkaran untuk kasus kriminal kategori pembunuhan
3. jenis grafik apa saja yang akan Anda rencanakan untuk dibuat dalam suatu penelitian (studi) dari setiap kasus berikut dan jelaskan alasannya:
   a. jenis mobil apa saja yang dikendarai mahasiswa semester 4-8? Berapa umur kendaraan mereka?
   b. Berapa jam perminggu yang digunakan untuk belajar bagi mahasiswa? Bagaimana perubahan jumlah jam belajar selama satu semester?

BAB 4
VARIASI DATA BAGIAN PERTAMA

Oleh Ma'ruf, S.Pd.,M.Pd.

A. Rata-rata (*Average*)

Rata-rata (*average*) adalah nilai yang mewakili himpunan atau sekolompok data (*a set of date*). Nilai rata-rata umumnya cenderung terletak ditengah suatu kelompok data yang disusun menurut besar kecilnya nilai.beberapa jenis rata-rata yang sering digunakan ialah rata-rata hitung, rata-rata ukur, dan rata-rata harmonik.

Dalam kehidupan sehari-hari yang lebih banyak dikenal adalah rata-rata yang sebenarnya adalah rata-rata hitung. Misalnya rata-rata gaji/upah karyawan, rata-rata produksi beras pertahun, rata-rata penjualan beras perminggu, dan lain sebagainya.

Rata-rata (*mean*) sering digunakan sebagai dasar perbandingan antara dua kelompok nilai atau lebih. Misalnya ada dua pembaca, yaitu Risa dan Melvin yang menempuh ujian lima macam mata kuliah, yaitu statistik, Matematika, Fisika, Bahasa Inggris, Kalkulus. Untuk menentukan mana yang lebih pandai antara Risa dan Melvin dapat digunakan nilai rata-rata.

Misalkan hasil ujian Risa dan Melvin seperti pada tabel berikut:

Mata Kuliah	**Hasil ujian Risa**	**Hasil ujian Melvin**
	(X)	**(Y)**
Statistik	87	77
Matematika	79	65
Fisika	68	56

Bahasa Inggris	88	67
Kalkulus	78	65
Jumlah	400	330
Rata-rata	400/5=80	330/5=66

Dari nilai rata-rata tersebut dapat disimpulkan bahwa Risa lebih pandai dari Melvin.

B. Rata-rata Hitung (Data Tidak Terkelompok)

Rata-rata hitung yang merupakan terjemahan dari istilah *Arithmetic mean*, biasa juga disebut dengan mean saja. Mean dari suatu populasi biasa disimbolkan dengan μ, sedangkan mean dari sampel disimbolkan dengan $\overline{x}$. Mean tersebut pada prinsipnya dapat ditentukan dengan cara menjumlahkan nilai seluruh data dibagi dengan jumlah data setelah terlebih dahulu data diurutkan dari terkecil hingga besar.

- Rata-rata populasi

$$\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$= \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + X_3 + \ldots\ldots X_i + \ldots\ldots + X_n)$$

- Rata-rata sampel

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$= \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + X_3 + \ldots\ldots X_i + \ldots\ldots + X_n$$

Contoh soal:

Nilai statistik kelas A (10 Mahasiswa)

75 67 100 45 20 89 56 97 10 65

Berapa rata-ratanya?

Jawab:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$= \frac{75 + 67 + 100 + 45 + 20 + 89 + 56 + 97 + 10 + 65}{10} = \frac{624}{10} = 62{,}4$$

C. Rata-rata Hitung (Data Berkelompok)

Yang dimaksud dengan data yang dikelompokkan, ialah data telah mengalami penyederhanaan, yaitu dalam bentuk distribusi frekuensi. Data demikian itu kehilangan sifat mandirinya, dan yang nampak adalah sifat kelompoknya.

Apabila data sudah disajikan dalam bentuk tabel frekuensi, dimana X_1 terjadi f_1 kali, X_2 terjadi f_2 kali dan seterusnya, maka rumus rata-rata dari data yang sudah dibuat tabel frekuensinya adalah sebagai berikut:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i X_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

Dimana:

$\overline{X}$ = mean

f_i = frekuensi

X_i = nilai data

Contoh soal:

1. Berdasarkan tabel dibawah ini, hitunglah nilai rata-ratanya:

X	8	6	4	5	7	9
F	2	3	4	3	2	1

Jawab:

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i . X_i}{f_i} = \frac{88}{15} = 5{,}87$$

2. Berat badan 45 mahasiswa program studi pendidikan fisika disajikan dalam tabel berikut:

Nilai	m	f	m.f
60- 62	61	4	244
63 -65	64	10	640
66 – 68	67	17	1139
69 – 71	70	9	630
72 - 74	73	5	365
total		45	3018

Hitunglah rata-rata berat mahasiswa tersebut!

Jawab :

a. Dengan menggunakan metode class mark/titik tengah kelas atau median:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i . f_i}{\sum f_i} = \frac{3018}{45} = 67{,}07$$

b. dengan menggunakan metode short cut:

$$\overline{U} = \frac{\sum_{i=1}^{n} U_i . f_i}{\sum f_i}$$

$$\overline{X} = X_0 + C.\overline{U}$$

Nilai	m	f	Skala U	U.f
60- 62	61	4	-2	-8
63 -65	64	10	-1	-10
66 – 68	67	17	0	0
69 – 71	70	9	1	9
72 – 74	73	5	2	10
Total		45		1

$$\overline{U} = \frac{\sum_{i=1}^{n} U_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{1}{45}; X_0 = 67$$

Besarnya interval kelas (C) adalah 3, sehingga mean berat badan mahasiswa adalah:

$$\overline{X} = X_0 + C.\overline{U}$$

$$= 67 + 3.\frac{1}{45} = 67{,}07$$

D. Rata-rata Ukur

Dalam masalah penelitian seringkali diperlukan data untuk mengetahui rata-rata persentase tingkat perubahan sepanjang waktu (*average percentage rates of change over time*), misalnya rata-rata persentase tingkat perubahan suatu eksperimen dalam bidang ilmu fisika. Nilai ini dapat diperoleh dengan menggunakan rumus rata-rata ukur. Rumus rata-rata ukur sebagai berikut:

$$U = \sqrt[n]{x_1.x_2.x_3.....x_n}$$

Jadi rata-*rata* ukur suatu kelompok nilai $x_1, x_2, x_3 \ldots. x_n$ merupakan akar pangkat n dari hasil kali masing-masing nilai kelompok tersebut. Untuk mencari rata-rata ukur, juga dapat digunakan rumus berikut:

$$\log U = \frac{\sum \log X_i}{n} \quad \text{atau} \quad U = anti\log\left(\frac{\sum \log X_i}{n}\right)$$

Jika datanya dalam bentuk distribusi frekuensi, maka rumusnya menjadi:

$$\log U = \frac{\sum (f_i \log X_i)}{\sum f_i}$$

Contoh soal:

1. Cari rata-rata ukur dari data berikut:
   $X_1 = 3$; $X_2 = 9$; $X_3 = 27$
   Jawab :
   $$U = \sqrt[3]{3 * 9 * 27} = \sqrt[3]{729} = 9$$
   Atau dapat dihitung dengan:
   $$\log U = \frac{1}{3}(\log 3 + \log 9 + \log 27)$$
   $$= \frac{1}{3}(0{,}4771 + 0{,}9542 + 1{,}4313) = \frac{1}{3}(2{,}8626)$$
   = antilog 0,9542 = 8,99 ≈ 9
2. diketahui data berikut ini:

Nilai data	f_i	X_i
3 – 5	2	4
6 – 8	2	7
9 – 11	3	10
12 - 14	3	13
total	10	

Berapa rata-rata ukurnya?

Jawab:

Nilai data	**f_i**	**X_i**	**Log X_i**	**F_i log X_i**
3 – 5	2	4	0,602	1,2041
6 – 8	2	7	0,845	1,6902
9 – 11	3	10	1	3,000
12 - 14	3	13	1,114	3,3418
total	10			9,2361

$$\log U = \frac{\sum \left(f_i \log X_i \right)}{\sum f_i} = \frac{9{,}2361}{10} = 0{,}9236$$

U = antilog 0,9236 = 8,39

E. Rata-rata Harmonis

Jika diketahui data-data X_1, X_2, X_3, … X_n maka nilai rata-rata harmonis yang diberi simbol H dapat ditentukan dengan cara berikut:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \ldots. + \frac{1}{x_n}}$$

Atau dapat ditulis secara singkat:

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}}$$

Contoh soal:

Jarak antara bandung Jakarta 180 km. Si A berangkat dengan menggunakan kendaraan mobil dari bandung menuju Jakarta dengan kecepatan rata-rata 80 km/jam. Pulangnya dengan menempuh jalan yang sama dengan kecepatan 90 km/jam.hitunglah nilai kecepatan rata-rata harmonisnya (kecepatan rata-rata pulang pergi).

Jawab:

Diketahui n = 2 yaitu pergi dan pulang, maka:

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}}$$

$$H = \frac{2}{\frac{1}{80} + \frac{1}{90}} = \frac{2*80*90}{170} = 84{,}71 km/\ jam$$

Tugas!

1. Nilai statistik kelas B adalah:

   67 75 50 84 0 75 45 34 100 40

   a. hitung rata-rata nilai tersebut

   b. ambil sampel sebanyak n = 5, hitung rata-rata perkiraan nilai statistik tersebut

2. Didapat data dari suatu penelitian yaitu:

70	30	40	18	60	20	75	25	48	60
70	52	55	30	80	40	33	30	85	47
61	50	55	35	60	40	45	30	10	30
48	50	47	20	60	59	30	25	70	75

   Dari data diatas buat tabel distribusinya kemudian cari nilai rata-rata dengan menggunakan shorcut metode atau skala U

3. Diketahui data sebagai berikut:

Nilai data	**f_i**	**x_i**
3 – 5	2	4
6 – 8	2	7
9 – 11	3	10
12 – 14	3	13
total	10	

   Berapa rata-rata ukurnya?

4. Perhatikan data berikut:

   560, 8, 33, 136, 17, 67, 275.

   Hitunglah nilai rata-rata harmonisnya!

BAB 5
VARIASI DATA BAGIAN KEDUA

Oleh Ma'ruf, S.Pd.,M.Pd.

A. Rata-rata Simpangan

Rata-rata simpangan merupakan ukuran variasi yang lebih baik dari pada range. Apabila rata-rata simpangan ini disertakan pada ukuran nilai pusat dalam hal ini mean, maka hal tersebut akan dapat menggambarkan suatu kumpulan data yang tepat, baik bagi nilai pusatnya maupun bagi variasi keseluruhan nilai yang ada dalam kumpulan data tersebut.

Para statistik mencari ukuran lain yang didasarkan pada seluruh nilai data dan dihitung terhadap nilai rata-ratanya. Ukuran ini didasarkan pada anggapan bahwa ukuran penyimpangan akan kecil apabila nilai data terkonsentrasi di sekitar nilai pusatnya, dan sebaliknya penyimpangan akan besar apabila nilai data tersebar jauh dari rata-ratanya. Rata-rata simpangan dibedakan atas dua kelompok:

a. data yang tidak dikelompokkan

Jika kita mempunyai data $x_1, x_2, x_3, \ldots. x_n$ dan nilai rata-ratanya $\bar{x}$ maka kita dapat menentukan jarak atau rentang atau selisih tiap-tiap nilai data dengan nilai rata-ratanya sehinggah kita peroleh urutan data baru sebagai berikut:

$$\left(x_1 - \bar{x}\right), \left(x_2 - \bar{x}\right), \ldots\ldots \left(x_n - \bar{x}\right),$$

Tentu urutan nilai data baru itu ada yang positif dan negatif. Tetapi jika kita bicara soal jarak atau soal rentang atau pun soal selisih, kita tidak membedakan antara nilai yang bertanda positif dan negatif. Oleh karena itu, ukuran nilai data diambil harga mutlaknya menjadi:

$$\left|x_1 - \bar{x}\right|, \left|x_2 - \bar{x}, \ldots\ldots \left|x_n - \bar{x}\right|\right|$$

Jika urutan $\left|x_1 - \bar{x}\right|$ kita jumlah kemudian dibagi dengan banyaknya data (n), maka akan kita peroleh nilai rata-rata simpangannya (RS), ditulis dengan rumus:

$$RS = \frac{\sum \left|x_i - \bar{x}\right|}{n}$$

Atau,

$$RS = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|x_i - \bar{x}\right|$$

Di mana:

RS = rata-rata simpangan

n = jumlah keseluruhan data

i = nomor data

x_i = nilai data nomor i

$\bar{x}$ = mean keseluruhan nilai data

Contoh soal:

Hitunglah rata-rata simpangan dari data berikut:

4 3 3 4 5 4 6 4 3

Jawab:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{3+4+3+3+4+5+4+6+4+3}{10} = \frac{39}{10} = 3{,}9$$

Nilai rata-rata dari data tersebut adalah 3,9

Rata-rata simpangannya:

$$RS = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|x_i - \bar{x}\right|$$

$$RS = \frac{1}{10}\left\{\left|3-3{,}9\right| + \left|4-3{,}9\right| + \left|3-3{,}9\right| + \left|.....\right| + \left|3-3{,}9\right|\right\}$$

$$RS = \frac{1}{10}\left(0{,}9+0{,}1+0{,}9+0{,}9+0{,}1+1{,}1+0{,}1+2{,}1+0{,}1+0{,}9\right)$$

$$RS = \frac{1}{10} * 7{,}2 = 0{,}72$$

Jadi rata-rata simpangannya adalah 0,72

b. Data yang dikelompokkan

Untuk data yang telah dikelompokkan ke dalam distribusi frekuensi maka dalam menghitung simpangan rata-ratanya pertama kali kita menganggap bahwa semua nilai data masing-masing kelas tersebar secara merata, sehingga nilai tengah kelas dianggap cukup mewakili semua data yang ada dalam kelas tersebut. Sebagai akibat dari anggapan tersebut, maka jika m_i adalah nilai tengah kelas ke-i besarnya simpangan dari seluruh data dalam kelas-i adalah:

$$RS = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_i\left|m_i - \overline{X}\right|$$

Keterangan:

RS = simpangan rata-rata

n = banyaknya nilai data

k = banyaknya kelas

f_i = frekuensi pada kelas ke-i

m_i = nilai tengah kelas ke-i

$\overline{X}$ = nilai rata-rata

Contoh soal:

Berat badan (kg)	**Pembaca (f)**
60 – 69	9
70 – 79	32
80 – 89	43
90 - 99	21
	105

Carilah nilai simpangan rata-rata dari tabel tersebut!
Jawab:

Berat badan (kg)	**Pembaca (f)**	**m**	**m.f**	**│m-X│**	**│m-X│.f**
60 – 69	9	64,5	580,5	17,24	155,14
70 – 79	32	74,5	2384,0	7,24	231,62
80 – 89	43	84,5	3633,5	2,76	118,76
90 - 99	21	94,5	1984,5	12,76	268,0
	105		8582,5		773,52

Nilai rata-ratanya adalah:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1} m_i . f_i}{\sum_{i=1} f_i} = \frac{8582,5}{105} = 81,74$$

Sehingga, simpangan rata-ratanya:

$$RS = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_i \left| m_i - \overline{X} \right|$$

$$RS = \frac{1}{105} * 773,52 = 7,37$$

Jadi, simpangan rata-ratanya adalah 7,37

B. Simpangan Baku

Rata-rata simpangan mempunyai kelemahan terhadap nilai maksimum dan minimum, yakni nilai rata-rata simpangan tidak dapat membedakan antara rentang yang besar dengan rentang yang lebih sempit.

Untuk mengatasi kelemahan rata-rata simpangan itu, dipelajari nilai "simpangan baku".ukuran penyimpangan inilah yang umum banyak dipakai.

Kuadrat dari simpangan baku disebut varian. S merupakan simbol dari simpangan baku suatu sampel sedangkan σ merupakan simbol simpangan baku suatu populasi.

Jika kita mempunyai sampel berukuran n dengan data x_1, x_2, x_3, … x_n dan nilai rata-rata $\bar{x}$ dan setiap selisih antara $\bar{x}$ dan x_i dikuadratkan sehingga tidak ada lagi masalah negatif atau positif maka:

$$s^2 = \frac{\left(x_1 - \bar{x}\right)^2 + \left(x_2 - \bar{x}\right)^2 + ... + \left(x_n - \bar{x}\right)^2}{n-1}$$

$$s^2 = \frac{\sum\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}$$

Karena setiap selisih dikuadratkan maka hasilnya harus ditarik kembali akarnya untuk memperoleh nilai simpangan baku:

$$s = \sqrt{\frac{\sum\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}}$$

Daftar yang diperlukan untuk menghitung:

x_i	$\left(x_i - \bar{x}\right)$	$\left(x_i - \bar{x}\right)^2$

Jika rumus itu dikembangkan lagi akan kita peroleh bentuk yang lebih sederhana:

$$s = \sqrt{\frac{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}{n(n-1)}}$$

Daftar yang dibutuhkan untuk menghitungnya:

x_i	x_i^2

Rumus berikutnya adalah:

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}}$$

Daftar yang dibutuhkan untuk menghitungnya:

x_i	f_i	$\left(x_i - \bar{x}\right)$	$\left(x_i - \bar{x}\right)^2$	$f_i\left(x_i - \bar{x}\right)^2$

Atau,

$$s = \sqrt{\frac{n\sum f_i x_i^2 - \left(\sum f_i x_i\right)^2}{n(n-1)}}$$

Daftar yang diperlukan untuk perhitungan:

x_i	f_i	x_i^2	f_ix_i	$f_ix_i^2$

Atau,

$$s = p\sqrt{\frac{\sum f_i d^2}{n} - \left[\frac{\sum f_i d}{n}\right]^2}$$

Daftar yang diperlukan untuk perhitungan:

No.	Kelas interval	f_i	d	f_i*d	$f_i d^2$

Contoh soal:

Ditentukan data tersebar berikut: 25, 30, 29, 25, 25, 30, 29, 35, 26, 30, 27, 30, 28, 30, 29, 27, 29, 30, 28, 35. hitunglah simpangan bakunya!

Jawab:

x_i	f_i	$f_i x_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i (x_i - \bar{x})^2$
25	3	75	-3,85	14,8225	44,4675
26	1	26	-2,85	8,1225	8,1225
27	2	54	-1,85	3,4225	6,8450
28	2	56	-0,85	0,7225	1,4450
29	4	116	0,15	0,0225	0,0900
30	6	180	1,15	1,3225	7,9350
35	2	70	6,15	37,8225	75,6450
20	277				144,5500

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{577}{20} = 28{,}85$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{144{,}5500}{19}} = 2{,}76$$

Tugas!

1. Hitunglah rata-rata simpangan dari 25, 25, 17, 34, 21, 42
2. Hitunglah rata-rata simpangan dari data berikut:

Nilai statistik	**f**
60 – 62	4
63 – 65	10
66 – 68	17
69 – 71	9
72 – 74	5
total	45

3. Carilah rata-rata simpangan dari data yang belum dikelompokkan ke dalam tabel berikut:

   34 35 45 50 56 56 57 58 58 59
   60 60 60 63 64 66 66 66 66 267
   68 68 69 72 72 72 73 73 74
   74
   75 75 75 76 76 76 76 78 78
   79
   79 80 80 82 82 82 84 86 86
   95

4. Dari data yang disajikan dalam tabel distribusi frekuensi berikut ini, carilah simpangan bakunya dengan menggunakan lebih dari satu rumus:

Nilai	**f**
60 – 69	9
70 – 79	32
80 – 89	43
90 - 99	21
Total	105

BAB 6
POPULASI DAN SAMPEL

Oleh Ma'ruf, S.Pd.,M.Pd.

A. Populasi

Variabel atau peubah adalah sesuatu yang nilainya dapat berubah atau berbeda. Nilai karakteristik suatu elemen merupakan nilai variabel. Sedangkan mengenai kumpulan mana yang membentuk populasi dalam suatu pembicaraan, ini tergantung pada minat dan kepentingan masing-masing peneliti. Peneliti yang satu mungkin ingin membuat pengamatan tentang pembaca-pembaca disemua perguruan tinggi di Makassar. Peneliti yang lain mungkin ingin melakukan pengamatan tentang pembaca-pembaca disuatu perguruan tinggi tertentu saja.

Kedua peneliti itu sama-sama menganggap bahwa bagi mereka populasi adalah kumpulan pembaca yang akan menjadi objek penyelidikan mereka. Dalam konteks tertentu, dapat digunakan istilah populasi untuk kumpulan pengukuran atau *collection of measurements* yang dilakukan terhadap sekumpulan orang, tempat, atau benda. Sebagai contoh, yang diselidiki adalah usia semua pembaca di suatu perguruan tinggi, dengan demikian dapat dipandang sebagai populasi adalah kumpulan usia tadi.

Jadi dapat didefinisikan lebih khusus lagi, bahwa populasi sebagai kumpulan orang, tempat atau benda yang paling besar (termasuk pengukuran-pengukuran) yang diminati. Populasi bisa terhingga dan bisa pula tak terhingga.

Contoh:

a. Populasi terhingga, yakni segenap pembaca yang saat ini terdaftar di suatu perguruan tinggi, segenap penghuni di suatu daerah tertentu dalam kurun waktu yang tertentu, atau semua barang dengan jenis tertentu yang dihasilkan suatu pabrik.
b. Populasi tak terhingga, yakni segenap pembaca yang pernah terdaftar (dahulu, sekarang, atau dimasa mendatang) di suatu perguruan tinggi. Semua orang yang pernah, sedang serta akan menghuni suatu daerah tertentu, atau semua barang dengan jenis tertentu yang pernah, dan akan diproduksi oleh suatu pabrik.

B. Sampel

Sampel adalah sebagian dari populasi. Istilah lain dari sampel adalah contoh. Andaikan bahwa suatu populasi tertentu terdiri atas semua pembaca yang ada disuatu perguruan tinggi. Bagian dari semua pembaca yang terdaftar di jurusan pendidikan fisika akan membentuk suatu kumpulan yang disebut sampel.

Sampel-sampel lain dapat dikenali dalam populasi yang sama, sebagai contoh, para pembaca yang mengikuti kuliah statistika dasar bisa dipandang sebagai sampel. Demikian pula para pembaca yang telah menikah, atau para pembaca yang memiliki tanda izin parkir dikampus bagi kendaraan mereka.

Sampel acak. Inferensi statistik antara lain mencakup tahapan penarikan kesimpulan mengenai suatu populasi atas dasar informasi yang terkandung dalam sebuah sampel. Apabila populasi yang dihadapi cukup besar atau bahkan tak terhingga, tentu tidak praktis atau tidak mungkin jika harus diteliti setiap anggota populasi termaksud untuk mengumpulkan informasi yang akan mendasari penarikan kesimpulan tentang populasi itu secara keseluruhan. Bila digunakan inferensi statistik untuk menarik kesimpulan tentang populasi berdasarkan informasi yang berasal dari sampel-sampel, sampel yang dipilih secara asal-asalan tentu saja tidak cukup. Keabsahan/kevalidan (*validity*) hasil-hasil yang diperoleh melalui metode inferensi statistik bergantung pada asumsi bahwa sampel bertipe khusus, yang disebut sampel acak (*random sampel*) telah digunakan dalam proses itu. Guna mendapatkan sampel acak berukuran cara demikian sehingga probabilitas atau peluangnya untuk terpilih telah diketahui atau ditentukan sejak awal.

Pengumpulan data dengan metodel sampel dimaksudkan untuk menghemat biaya,tenaga dan waktu, karena dengan metode ini pengamatan hanya dilakukan terhadap sebagian dari populasi yang ada.

Ada beberapa jenis sampel yang biasa digunakan dalam praktek, yaitu:

a. **Sampel random**

   Sampel random adalah sampel yang dipilih secara acak dari ppulasinya. Contoh penggunaan sampel random misalnya pada pengawasan kualitas hasil produksi dengan cara mengambil secara random produk yang dihasilkan untuk diteliti.

b. **Sampel sistematis**

   Sampel sistematis adalah sampel yang diambil secara sistematis dari populasinya. Misalnya dalam hal penelitian tinggi badan rata-rata pembaca Unismuh, maka pemilihan sampelnya dapat dilakukan terhadap pembaca yang nomor registernya genap.

c. **Sampel daerah (area)**

   Sebagai dasar pemilihan sampel ini adalah lokasi geografis.

d. **Sampel berstrata**

Berstrata adalah sampel yang dipilih dari bermacam-macam jenis/strata. Misalnya pada pemilihan kualitas kerja para pekerja yang berpendidikan berbeda tetapi pada pekerjaan yang sama.

Untuk cara pengambilan sampelnya pada dasarnya dilakukan dengan dua cara:

a. **Cara acak**

yaitu suatu cara pemilihan sejumlah elemen dari populasi untuk menjadi anggota sehingga setiap elemen mendapat kesempatan yang sama untuk dipilih menjadi anggota sampel. Cara ini sangat objektif karena semua mempunyai kemungkinan untuk dipilih. Sampling dengan cara ini disebut *probability sampling*, artinya setiap elemen mempunyai kemungkinan (*probabilitas*) yang sama untuk dipilih.

b. **Cara bukan acak**

yaitu suatu cara pemilihan elemen dari populasi untuk menjadi anggota sampel kalau setiap elemen tidak mendapat kesempatan yang sama untuk dipilih. Cara bukan acak lebih bersifat subjektif dan samplingnya disebut *nonprobability sampling*, artinya setiap elemen tidak mempunyai probabilitas yang sama untuk dipilih.

Tugas!

1. Seorang mahasiswa mengumpulkan data tentang hasil belajar siswa SMA di Makassar. Pertanyaan berikut ditanyakan pada 16 siswa di SMA Muhammadiyah di Makassar pada bulan Maret 2010.
   a. Apakah Anda adalah kelas X, XI, atau XII?
   b. Pada ujian semester ini, berapa nilai rata-rata ujian untuk setiap mata pelajaran yang diikuti?
   c. Mata pelajaran apa yang selalu rendah nilai ujiannya?
   d. Apa penyebab nilainya rendah?

   Setelah mendapat jawabannya, maka Anda diminta untuk menjawab pertanyaan berikut:
   a. Sebutkan populasi yang diselidiki/diteliti!
   b. Apa kesimpulan dari hasil pertanyaan tersebut!
2. Dari kelompok-kelompok yang akan diteliti di bawah ini mana yang disebut populasi dan mana yang disebut sampel.
   a. Penelitian tentang “IQ” pembaca UNISMUH dilakukan dengan cara meneliti “IQ” pembaca-pembaca majalah Kampus Unismuh.
   b. Ekspor indonesia tahun 2009 meningkat: hal ini dibuktikan dengan meningkatnya angka ekspor karet dan kelapa sawit yang dianggap merupakan komponen ekspor yang penting dari ekspor Indonesia.

BAB 7
PROBABILITAS BAGIAN PERTAMA

Oleh Ma'ruf, S.Pd.,M.Pd.

A. Pengertian Probabilitas

Kita sebagai manusia sering tidak bisa mengetahui dengan pasti tentang terjadinya suatu kejadian/peristiwa, apalagi kalau kejadian itu mengenai sesuatu di masa yang akan datang. Dalam kehidupan sehari-hari sering kita berkata misalnya kita ingin mengambil 10 siswa dari 100 siswa (terdiri dari 50 laki-laki dan 50 perempuan). Jika pengambilan sampel didasarkan pada cara acak (random), maka ke 10 siwa yang terambil mempunyai banyak kemungkinan pasangan. Bila terjadi dari 10 siswa tersebut laki-laki semua atau perempuan semua. Bisa juga terjadi 10 siswa itu terdiri dari beberapa laki-laki dan beberapa perempuan.

Jadi, kemungkinan terjadinya sesuatu kejadian itu mempunyai tingkatan (*level*/*degree*).

Konsep probabilitas mempunyai peranan yang sangat penting dalam kehidupan sehari-hari, mulai dari bidang ilmiah, bidang pemerintahan, bidang usaha/industri, sampai pada masalah-masalah kecil seperti masuk kantor atau tidak karena awan tebal kemungkinan akan hujan deras dan banjir.

Kata probabilitas itu sendiri sering disebut seperti peluang dan kemungkinan. Secara umum probabilitas merupakan peluang bahwa sesuatu akan terjadi. Definisi lengkap dari probabilitas adalah suatu nilai yang digunakan untuk mengukur tingkat terjadinya suatu kejadian yang acak.

Dalam mempelajari probabilitas, ada 3 kata kunci yang harus diketahui yaitu eksperimen, hasil (*outcome*), dan kejadian atau peristiwa (*even*). Sebagai contoh, sebuah eksperimen dilakukan dengan menanyakan kepada 100 orang pembaca, apakah mereka akan mengambil mata kuliah statistik atau kalkulus.

Dari eksperimen ini akan terdapat beberapa kemungkinan hasil. Misalnya kemungkinan hasil pertama adalah sebanyak 58 orang akan mengambil mata kuliah statistik dan sisanya tidak mengambil mata kuliah apapun. Kemungkinan hasil lain adalah bahwa 75 orang mengambil mata kuliah kalkulus dan sisanya mengambil mata kuliah statistik.

Contoh lain dari eksperimen adalah pelemparan sebuah dadu. Hasil (*outcome*) dari pelemparan sebuah dadu tersebut adalah kemungkinan akan keluar biji satu atau biji dua atau biji tiga atau biji empat atau biji lima atau biji enam. Kumpulan dari beberapa hasil tersebut dikenal sebagai kejadian (*even*).

Probabilitas biasanya dinyatakan dengan bilangan desimal (seperti 0,50; 0,20; atau 0,89) atau bilangan pecahan seperti 5/100, 20/100, 75/100. nilai dari probabilitas berkisar antara 0 dan 1. semakin dekat nilai probabilitas, ke nilai 0, semakin kecil kemungkinan suatu kejadian akan terjadi. Sebaliknya semakin dekat nilai probabilitas ke nilai 1 semakin besar peluang suatu kejadian akan terjadi.

B. Pendekatan Perhitungan Probabilitas

Ada dua pendekatan dalam menghitung probabilitas yaitu pendekatan bersifat objektif dan subjektif. Probabilitas objektif dibagi menjadi dua bagian, yaitu pendekatan klasik dan pendekatan frekuensi relatif.

a. Pendekatan klasik

Perhitungan probabilitas secara klasik didasarkan pada asumsi bahwa seluruh hasil dari suatu eksperimen mempunyai kemungkinan (peluang) yang sama.

Perhatikan suatu kejadian A yang dapat terjadi sebanyak x cara dari seluruh n cara. Maka probabilitas peristiwa A dapat terjadi (disebut sukses) adalah:

$$p = \Pr(A) = \frac{x}{n}$$

Sebaliknya probabilitas peristiwa A tidak terjadi (disebut gagal) adalah:

$$p = \Pr(\overline{A}) = 1 - \frac{x}{n}$$

Contoh soal:

Jika E adalah peristiwa munculnya mata dadu ganjil dari pelemparan sebuah dadu, tentukanlah P(E)

Jawab:

E (x) = munculnya mata dadu ganjil

E (x) = 1, 3, 5

Karena n = 1,2,3,4,5,6

Jadi

P(E) = E (x)/n = 3/6 = 1/2

b. Pendekatan frekuensi relatif

Probabilitas suatu kejadian merupakan limit dari frekuensi relatif kejadian tersebut yang secara teoritis berlaku untuk nilai n yang besar sekali (tidak terhingga), misalnya merupakan suatu eksperimen/penelitian dengan sampel yang besar.

Di dalam prakteknya, frekuensi relatif itu sendiri digunakan untuk memperkirakan nilai probabilitas. Hal ini dapat ditulis dengan rumus sebagai berikut:

$$\Pr obabilitas = \frac{jumlah\_frekuensi\_terjadinya\_kejadian\_tersebut}{jumlah\_observasi}$$

Contoh soal:

Pada suatu penelitian terhadap 65 karyawan yang bekerja di perusahaan swasta, salah satu karakteristik yang ditanyakan ialah besarnya gaji/upah bulanan, yang digambarkan sebagai berikut:

X	55	65	75	85	95	105	115
f	8	10	16	14	10	5	2

Kalau dijalan kita bertemu dengan salah seorang karyawan tersebut, berapakah besarnya probabilitas bahwa upahnya Rp.65 ribu dan Rp. 105 ribu.

Jawab:

$$P(X = 65) = \frac{f_2}{n} = \frac{10}{65} = 0{,}15$$

$$P(X = 105) = \frac{f_6}{n} = \frac{5}{65} = 0{,}076$$

c. Probabilitas subjektif

Probabilitas subjektif didasarkan atas penilaian seseorang dalam menyatakan tingkat kepercayaan. Jika tidak ada pengalaman/pengamatan masa lalu sebagai dasar untuk menghitung probabilitas, maka pernyataan probabilitas tersebut bersifat subjektif. Hal ini biasa terjadi dalam bentuk opini atau pendapat.

C. Hukum Probabilitas

Ada dua macam aturan yang berlaku umum dalam pembahasan probabilitas, yaitu penjumlahan dan perkalian.

a. Aturan Penjumlahan

Hukum penambahan digunakan apabila kita hendak menentukan probabilitas satu peristiwa atau peristiwa lain (atau keduanya), yang terjadi pada satu observasi. Untuk menerapkan aturan penjumlahan ini, harus dilihat dulu jenis kejadiannya apakah bersifat saling meniadakan (*mutually exclusive*) atau tidak saling meniadakan (*non exclusive*).

1. Peristiwa *Mutually Exclusive*

   Dua atau lebih peristiwa (atau hasil) dikatakan "*mutually exclusive*" atau "*disjoint*" apabila kedua atau lebih peristiwa itu tidak dapat terjadi bersama-sama. Artinya peristiwa yang satu sekaligus menghilangkan kemungkinan terjadinya peristiwa yang lain. Jika A telah terjadi, maka kejadian B tidak akan terjadi. Misalnya peristiwa (hasil) munculnya biji 1 dan munculnya biji 3 dalam satu kali lemparan sebuah dadu. Apabila biji 1 muncul, maka berarti biji 3 tidak muncul. Karena itu kedua peristiwa tersebut *mutually exclusive*.

   Aturan penambahan mengenai probabilitas akan terjadi jika dua kejadian akan mungkin muncul dalam satu pengambilan. Hal ini dapat dinyatakan sebagai probabilitas "peristiwa A" atau "peristiwa B" → Pr (A dan B). dalam bahasa teori set ke dua peristiwa tersebut "*Union*" yang dapat ditulis Pr ($A \cup B$).

   Jika dua kejadian A dan B saling meniadakan (saling lepas), aturan penjumlahan menyatakan bahwa probabilitas terjadinya A dan B sama dengan penjumlahan dari masing-masing nilai probabilitasnya dan dinyatakan dengan rumus sebagai berikut:

P (A atau B) = Pr ($A \cup B$) = P (A) + P (B)

Untuk tiga kejadian saling meniadakan yang dinyatakan dengan A, B, dan C dapat ditulis:

P (A atau B atau C) = Pr ($A \cup B \cup C$) = P (A) + P (B) + P (C)

Contoh soal:

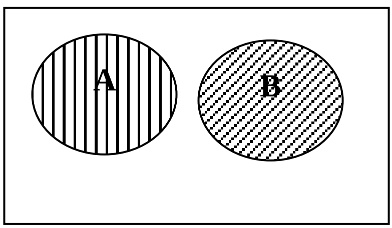
Apabila kita menarik satu dari setumpuk kartu 'bridge', peristiwa (hasil) kartu A dan hasil kartu K adalah mutually exclusive. Maka probabilitas memperoleh salah satu kartu A dan kartu K dalam satu kali tarikan adalah…..!

Jawab:

Pr (A atau K) = Pr (A) + Pr (K)

$$= \frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{8}{52} = 0{,}15$$

Diagram venn dapat membantu memperjelas persoalan yang mendasari hukum penambahan mutually exclusive.



Gambar diagram Venn Mutually Exclusive

2. Peristiwa *non exclusive*

   Adakalanya hasil dari suatu eksperimen tidak bersifat saling meniadakan artinya peristiwa tersebut dapat terjadi secara bersama-sama (*non exclusive*) atau peristiwa "*joint*" → Pr ($A \cap B$). dalam teori set peristiwa joint itu disebut "interseksi dari A dan B".

   Jadi hukum penambahan untuk peristiwa A dan B yang non exclusive adalah:

   Pr (A atau B) = Pr (A) + Pr (B) – Pr (A dan B)

   Atau

   $\Pr(A \cup B) = \Pr(A) + \Pr(B) - \Pr(A \cap B)$

   Pr (A atau B) dapat dinyatakan dalam bentuk kalimat "peluang bahwa A mungkin terjadi dan B mungkin terjadi". Kalimat ini juga mencakup "kemungkinan bahwa A dan B terjadi" dalam hal kejadian yang tidak saling meniadakan.

   Contoh soal:

   Probabilitas bahwa ruangan perkuliahan statistika dasar akan berlokasi di gedung A adalah 0,7, Probabilitas akan berlokasi di B adalah 0,4 dan probabilitas akan berlokasi di gedung A atau B atau dikedua tempat tersebut adalah 0,8. berapa probabilitas bahwa ruangan pekuliahan statistika dasar akan berlokasi di kedua gedung itu?

   Jawab :

   $$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

   $$= 0{,}7 + 0{,}4 - 0{,}8 = 0{,}3$$

b. Aturan perkalian

Dalam konsep probabilitas, aturan perkalian diterapkan secara berbeda menurut jenis kejadiannya. Ada dua jenis kejadian dalam hal ini, yaitu kejadian tak bebas (bersyarat) dan kejadian bebas (tak bersyarat).

1. Peristiwa tak bebas (*bersyarat*)

   Probabilitas terjadinya kejadian A dengan syarat bahwa B sudah terjadi disebut probabilitas bersyarat atau sebaliknya peristiwa B dengan syarat peristiwa A telah terjadi, atau biasa ditulis:

   Pr (A | B) atau Pr (B | A).

   Bila kita akan menentukan "probabilitas B dengan syarat A", maka rumus yang digunakan adalah sebagai berikut:

   $$\Pr\langle BIA\rangle = \frac{\Pr(A \cap B)}{\Pr(A)}$$

   Atau sebaliknya, jika probabilitas A dengan syarat B".

   $$\Pr\langle AIB\rangle = \frac{\Pr(A \cap B)}{\Pr(B)}$$

   Contoh soal:

   Sebuah mesin bola karet berisi 50 bola hijau, 150 bola putih, 100 bola merah, dan 100 bola kuning. Bila kita masukkan uang loga 100 rupiah, mesin tersebut akan mengeluarkan sebuah bola karet. 3 orang anak bermain-main dengan mesin tersebut.

   a. Berapa probabilitas anak yang kedua akan memperoleh bola merah juga, bila anak pertama memasukkan uang logam 100 rupiah dan mendapatkan bola merah?
   b. Misalnya anak yang kedua mendapat bola merah. Anak yang ketiga tidak menghendaki mendapatkan bola merah. Berapa probabilitasnya

anak yang ketiga akan mendapatkan bola bukan berwarna merah?

Jawab:

a. Bola merahnya tinggal 99 buah (100-1) dan jumlah seluruh tinggal 399 (400-1). Jadi probabilitas bahwa anak yang kedua memperoleh bola merah juga adalah:

$$P\,(M_2 \mid M_1) = \frac{99}{399} = 0{,}248$$

b. Jumlah bola bukan berwarna merah 300 buah (50 hijau + 150 + 100 kuning) dan jumlah seluruh bolanya tinggal 398 (400-2). Jadi probabilitas anak ketiga akan mendapatkan bola bukan warna merah adalah:

$$Pr\,(M' \mid M_1 \text{ dan } M_2) = \frac{300}{398} = 0{,}754$$

2.Peristiwa bebas (*tak bersyarat*)

Dua kejadian atau lebih dikatakan kejadian bebas apabila terjadinya kejadian tersebut tidak saling mempengaruhi. Dua kejadian A dan B dikatakan bebas, jika kejadian A tidak mempengaruhi B atau sebaliknya.

Kenyataannya kejadian bebas jarang terjadi karena pada dasarnya antara kejadian yang satu dengan yang lainnya saling mempengaruhi baik secara langsung maupun tidak langsung. Misalnya, kejadian demonstrasi mahasiswa dengan harga bahan pokok, banyaknya hujan di Makassar dengan naiknya produksi padi di Sidrap.

Hukum perkalian untuk peristiwa-peristiwa bebas adalah:

$$\Pr(A \text{ dan } B) = \Pr(A \cap B)$$
$$= \Pr(A) * \Pr(B)$$

Contoh soal:

Terdapat satu set komponen terdiri atas 10 "IC" (integrated Circuit), yang diketahui 8 diantaranya berjenis "X" dan 2 lainnya berjenis "Y". apabila 2 dari 10 "IC" tersebut diambil 2 "IC" secara berurutan dan acak, tanpa pengembalian (artinya IC yang sudah diambil tidak dikembalikan ke dalam bidang sampel lagi) maka berapa probabilitas bahwa kedua barang yang diambil berjenis sama yaitu : jenis X_1 dan X_2 ?

Jawab:

$$\Pr(X_1 \text{ dan } X_2) = \Pr(X_1) * \Pr(X_2)$$
$$= \frac{8}{10} * \frac{7}{9} = \frac{56}{90} = \frac{28}{45}$$

Tugas!

1. Sebuah kotak berisi 4 bola merah, 6 bola putih, 7 bola hijau, 3 bola biru. Semua bola sama bentuk, besar dan bobotnya. Apabila sebuah bola diambil secara random, berapa probabilitasnya bahwa:
   a. bola itu merah   b. bola itu hijau
2. Sebuah dadu ditos. Hitunglah besarnya probabilitas munculnya 2 dan 4!
3. Probabilitas bahwa suatu stasiun TV akan menerima 1, 2, 3, …, 9, atau paling sedikit 9 pengaduan/keluahan sesudah menyiarkan suatu program yang kontroversial, berturu-turut adalah 0,01; 0,03; 0,07; 0,15; 0,19; 0,18; 0,14; 0,12; 0,09; dan 0,02. hitunglah probabilitasnya bahwa sesudah menyiarkan program tersebut, stasiun TV akan menerima:
   a. kurang dari 4 pengaduan
   b. paling sedikit 6 pengaduan
   c. 5 sampai dengan 8 pengaduan
4. Dari 900 mahasiswa pria dan wanita yang diwawancarai apakah mereka sudah bekerja atau belum bekerja diperoleh data berikut:

Mahasiswa	Sudah bekerja	Belum bekerja	Jumlah
Pria	460	40	500
Wanita	140	260	400

   a. berapa probabilitasnya bahwa dari mahasiswa pria akan didapatkan mahasiswa yang belum bekerja?
   b. berapa probabilitasnya bahwa dari mahasiswa wanita akan didapatkan mahasiswa yang sudah bekerja?
   c. berapa probabilitasnya bahwa dari mahasiswa yang belum bekerjan didapatkan pria?

5. Sebuah kota kecil memiliki satu unit pemadam kebakaran dan satu ambulance yang tersedia dalam keadaan darurat. Probabilitas bahwa unit pemadam kebakaran akan siap bila diperlukan adalah 0,98 dan probabilitas bahwa ambulace siap dipanggil 0,92. Dalam peristiwa terbakarnya suatu gedung di kota itu, berapa probabilitas keduanya akan siap beroperasi?

BAB 8
PROBABILITAS BAGIAN KEDUA

Oleh Ma'ruf, S.Pd.,M.Pd.

A. Marjinal

Kita sering menjumpai suatu kejadian yang terjadi bersamaan dengan kejadian lainnya, dimana kejadian lainnya tersebut mempengaruhi terjadinya kejadian yang pertama.

Untuk mempermudah perhitungan biasanya probabilitas marjinal menggunakan tabel yang disebut tabel contingency. Tabel probabilitas marjinal adalah suatu tabel yang kolomnya menunjukkan semua kemungkinan peristiwa (hasil) dari variabel ke satu, sedangkan barisnya menunjukkan semua kemungkinan peristiwa dari variabel kedua. Nilai-nilai (elemen) yang terdapat pada tabel tersebut adalah probabilitas masing-masing peristiwa marjinal.

Contoh:

Tabel a berikut ini adalah tabel contingency yang menggambarkan 200 orang yang memasuki toko buku menurut jenis kelamin dan umur. Sedang tabel b adalah tabel probabilitas contingency-nya. Frekuensi yang ditulis pada masing-masing sel tabel contingency diubah menjadi nilai probabilitas dengan cara membaginya dengan "banyak total observasi" yang dalam hal ini adalah 200.

Tabel a. tabel contingency konsumen toko buku

Umur	Jenis kelamin		total
	Pria	Wanita	
Di bawah 30	60	50	110
30 atau lebih	80	10	90
total	140	60	200

Tabel b. tabel probabilitas contingency konsumen toko buku

Umur	Jenis kelamin		total
	Pria	Wanita	
Di bawah 30	0,30	0,25	0,55
30 atau lebih	0,40	0,05	0,45
total	0,70	0,30	1,00

Nilai probabilitas 0,30 pada baris 1,dan kolom 1 pada tabel b menyatakan bahwa:

Apabila dipilih secara acak dari 200 orang konsumen maka probabilitas bahwa konsumen adalah pria dan di bawah 30 tahun adalah 0,30. probabilitas contingency 0,70 kolom 1 menyatakan bahwa probabilitas seorang konsumen adalah laki-laki = 0,70.

Seandainya kita menghendaki nilai probabilitas bahwa seorang konsumen di pilih secara acak adalah konsumen yang berumur ‘di bawah 30 “ (K) dengan syarat konsumen itu adalah pria (W). nilai probabilitasnya bisa dihitung dengan menggunakan rumus:

$$P(R) = \sum P(S_i)P(RIS_i)$$

$$= \frac{0{,}30}{0{,}70} = 0{,}43$$

B. Permutasi

Apabila ada kemungkinan sebanyak "n" peristiwa. Dan apabila dari kemungkinan "n" peristiwa itu diamati sebanyak "r" peristiwa saja, maka akan terdapat berbagai kemungkinan peristiwa di dalam "r" itu.

Permutasi adalah banyaknya kemungkinan susunan "peristiwa" di dalam "r" yang diambil dari "n" peristiwa. Tetapi perlu diperhatikan di dalam permutasi suatu pengaturan atau urutan beberapa elemen atau objek itu sangat penting (AB ≠ BA).

Banyaknya permutasi dari m elemen adalah jumlah maksimum cara-cara yang berbeda dalam mengatur atau membuat urutan dari m elemen tersebut.

Permutasi objek "n" yang diambil sebanyak "r", yang dapat dinayatakan sebagai ${}_nP_r$, P(n,r) atau P n,r adalah:

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Khusus permutasi "n" objek yang diambil sebanyak "n" adalah:

${}_nP_r$ = n(n-1)(n-2) … 1 = n!

Banyaknya permutasi dari satu set huruf (a, b, c) yang diambil dua huruf diantaranya adalah:

$${}_3P_2 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3*2*1}{1} = 3*2 = 6$$

Yaitu susunan hurufnya adalah: ab, ba, ac, ca, bc, cb.

Perlu dicatat bahwa dalam permutasi urutan huruf (peristiwa) merupakan hal yang diperhitungkan.

C. Kombinasi

Kombinasi memiliki kemiripan dengan permutasi, tetapi pada kombinasi "urutan susunan" tidak diperlukan, walaupun urutannya berbeda kalau elemen-elemennya sama, namun mempunyai kombinasi yang sama, sehingga bisa memperkecil jumlah. Jadi, ABC sama dengan ACB, BCA. Jadi kombinasi adalah susunan dari beberapa elemen dimana urutan tidak diperhatikan. Kmbinasi "n" objek yang diambil sebanyak "r' setiap kali sering ditulis sebagai ${}_{n}C_{r}$, C (n,r), Cnr atau:

$${}_{m}C_{x} = \frac{m!}{x!(m-x)!}$$

Kombinasi m objek diambil x setiap kali

Contoh:

Banyaknya kombinasi dari huruf a, b, c yang diambil dua huruf setiap kali adalah:

$${}_{3}C_{2} = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{3!}{2!1!} = \frac{3*2}{2*1} = 3$$

Yaitu ab, ac, dan bc.

Tugas!

1. Suatu daftar memuat 10 rencana praktikum fisika yang dikemukakan oleh penanggung jawab laboratorium kepada Ketua Prodi Fisika Universitas Muhammadiyah Makassar. Dimana setiap 5 rencana praktikum akan diberikan rank atau penilaian. Ada berapa cara ranking dari 10 rencana praktikum kalau dilaksanakan tiap 5 kali rencana praktikum.
2. Dari 5 orang matematisi dan 7 orang ahli fisika akan dibentuk sebuah panitia yang terdiri dari 2 orang matematisi dan 3 orang ahli fisika. Dalam berapa cara hal ini bisa dilakukan apabila:
    a. setiap orang matematisi dan setiap orang ahli fisika dapat masuk
    b. seorang ahli fisika tertentu harus menjadi anggota panitia
    c. dua orang matematisi tertentu tidak dapat menjadi anggota panitia
3. Suatu turnamen pertandingan catur diikuti oleh 20 orang peserta. Setiap peserta harus bertanding dengan peserta lainnya. Seorang yang memenangkan pertandingan paling banyak itulah yang dianggap sebagai juara. Berapa banyak pasangan yang mungkin dijadwalkan!

BAB 9
PROBABILITAS BAGIAN KETIGA

Oleh Ma'ruf, S.Pd.,M.Pd.

A. Distribusi Binomial

Sebuah eksperimen sering dilakukan berulang-ulang, yang setiap kali ulangan mempunyai dua kemungkinan hasil, yang dua hasil tersebut dapat disebut sukses dan gagal. Misalnya dalam pelambungan sebuah mata uang sebanyak 5 kali,maka setiap kali pelambungan hanya akan terjadi dua kemungkinan, yaitu muncul Angka (A) atau Gambar (G). jika munculnya A disebut sukses, maka munculnya G disebut gagal. Pada kasus ini setiap satu pelambungan dinamakan satu percobaan (trial). Peluang munculnya A pada percobaan yang pertama akan sama dengan peluang munculnya A pada percobaan kedua, ketiga dan seterusnya.

Percobaan pertama, kedua, ketiga, dan seterusnya saling bebas. Eksperimen semacam ini disebut eksperimen binomial atau eksperimen Bernoulli.

Distribusi peluang yang dihasilkan dari percobaan semacam ini disebut distribusi binomial.

Jadi, eksperimen binomial mempunyai sifat-sifat berikut:

1. Eksperimen terdiri dari n percobaan.
2. Setiap percobaan menghasilkan kejadian yang dapat diklasifikasikan menjadi sukses atau gagal.
3. Peluang sukses, disajikan dengan θ, tetap sama dari satu percobaan ke percobaan yang lainnya.

4. Masing-masing percobaan (yang berurutan tadi) saling bebas.

Suatu variabel random deskrit X dikatakan mempunyai distribusi binomial dengan parameter n dan Θ jika fungsi peluangnya berbentuk:

$$b(x;n,\theta) = \binom{n}{x}\theta^{x}(1-\theta)^{n-x}$$, untuk x = 0,1,2,….., n

Dengan x = banyaknya sukses

n = banyaknya ulangan bebas, dan

Θ= peluang memperoleh sukses pada percobaan (ulangan) tunggal.

Perhatikanlah bahwa $\binom{n}{x} = \dfrac{n!}{x!(n-x)!}$ dengan n! = 1,2,3, ….n.

Untuk beberapa nilai n dan Θ tertentu, nilai b(x;n, Θ) dapat dilihat pada tabel 1 (pada lampiran). Perhatikan bahwa dipenuhinya fungsi peluang bagi b(x;n, Θ) karena alasan berikut:

a. b(x;n, Θ) $\geq$ 0, sebab ketiga faktor yaitu $\binom{n}{x}$, Θ^{x}, dan $(1 - \Theta)^{n-x}$ adalah nonnegatif, dan

b. $$\sum_{x=0}^{n}\binom{n}{x}\theta^{x}(1-\theta)^{n-x} = \{1+(1-\theta)\}^{n} = 1^{n} = 1$$

Contoh 1:

Dalam pelambungan sebuah mata uang tiga kali, didefinisikan X = banyaknya angka yang muncul. Berapa peluangnya muncul 2 buah angka?

Jawab:

Θ = peluang muncul angka pada satu pelambungan = $\frac{1}{2}$

n = 3 (banyaknya pelambungan, banyaknya ulangan)
x = 2 (banyaknya angka yang diharapkan muncul)

$$P(X = 2) = b\left(2;3,\frac{1}{2}\right) = \binom{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)^{3-2} = (3)\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8}$$

Jadi, peluang munculnya 2 buah angka adalah $\frac{3}{8}$,

Contoh 2:

Sebuah dadu dilambungkan sebanyak 5 kali. Berapa peluangnya bahwa dalam 5 kali pelambungan tersebut muncul mata dadu 2 sebanyak 3 buah?

Jawab:

ϴ = peluang muncul mata dadu 2 pada satu pelambungan = $\frac{1}{6}$,

n = 5 (banyaknya pelambungan, banyaknya ulangan)
x = 3 (banyaknya muncul mata dadu 2 yang diharapkan)

P (X=3) = b (3;5, $\frac{1}{6}$)

$$= \binom{5}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(1-\frac{1}{6}\right)^{5-3} = (10)\left(\frac{1}{216}\right)\left(\frac{25}{36}\right) = \frac{250}{7776} = 0{,}032$$

Jadi, peluang munculnya mata dadu 2 sebanyak 3 buah adalah 0,032

B. Distribusi Multinomial

Eksperimen binomial akan menjadi eksperimen multinomial jika setiap percobaan menghasilkan lebih dari dua kemungkinan hasil. Dalam pelambungan sebuah dadu, misalnya akan terjadi 6 kemungkinan, yaitu muncul mata 1,2,3,4,5, dan 6.

Jika pada satu percobaan tunggal dapat menghasilkan k kejadian E_1, E_2, E_3, ….E_k dengan peluang berturut-turut p_1, p_2, p_3,…..,p_k, maka peluang untuk mendapatkan x_1 kejadian E_1, x_2 kejadian E_2, x_3 kejadian E_3, …. x_k kejadian E_k, ditentukan oleh:

$$f\left(x_1, x_2, ..., x_k; p_1, p_2, ..., p_k, n\right) = \frac{n!}{x_1! x_2! .... x_k!} p_1^{x1} p_2^{x2} .... p_k^{xk}$$

Dengan $x_1 + x_2 + ...+ x_k = n$ dan $p_1 + p_2 + ...p_k = 1$

Perhatikan bahwa ada operator faktorial pada definisi tersebut, yang dirumuskan oleh:

n! = (n)(n-1)(n-2)……(3)(2)(1).

Untuk n = 0 dan n = 1, didefinisikan 0! =1 dan 1! = 1

Contoh:

Dalam sebuah kotak terdapat 3 bola merah, 4 bola biru, dan 5 bola putih. Sebuah bola diambil dari kotak tersebut, dilihat warnanya, kemudian dikembalikan lagi ke dalam kotak. Diambil sebuah bola lagi, dilihat warnanya, kemudian dikembalikan lagi kedalam kotak. Hal demikian dilakukan sampai 6 kali. Dalam 6 kali pengambilan tersebut, berapa peluangnya terdapat 1 bola merah, 2 bola biru, dan 3 bola putih?

Jawab:

$x_1 = 1$; $x_2 = 2$; $x_3 = 3$; $n = 6$; $p_1 = \frac{3}{12}$, $p_2 = \frac{4}{12}$, $p_3 = \frac{5}{12}$

P (1 bola merah, 2 bola biru, dan 3 bola putih)

$$= \frac{6!}{1!2!3!}\left(\frac{3}{12}\right)^1\left(\frac{4}{12}\right)^2\left(\frac{5}{12}\right)^3 = 0{,}121$$

Jadi, peluangnya terdapat 1 bola merah, 2 bola biru, dan 3 bola putih adalah 0,121.

Tugas!

1. lima buah mata uang logam dilambungkan bersama-sama sekali. Berapa peluangnya mendapatkan:
    a. 2 buah angka
    b. 4 buah angka
    c. Paling sedikit 3 buah angka
    d. Paling banyak 4 buah angka
2. diasumsikan bahwa peluang lahir laki-laki dan lahir perempuan adalah sama. Sebuah keluarga mempunyai 6 anak. Berapa peluangnya dalam keluarga tersebut terdapat:
    a. 4 anak laki-laki
    b. 4 anak perempuan
    c. Paling banyak 3 anak perempuan
    d. Tidak mempunyai anak laki-laki
3. sebuah tes benar-salah terdiri dari 10 butir tes. Seseorang menjawab soal tersebut dengan hanya menebak saja. Berapa peluangnya dia menjawab benar 6 butir tes?
4. Pada distribusi binomial, diketahui $n = 6$ dan $\Theta = 1/2$. carilah : $P(0)$, $P(1)$, $P(2)$, $P(3)$, $P(4)$, $P(5)$, dan $P(6)$

BAB 10
PROBABILITAS BAGIAN KEEMPAT

Oleh Ma'ruf, S.Pd.,M.Pd.

A. Distribusi Poisson

Jika pada distribusi binomial b(x;n, Θ), parameter n cukup besar maka akan diperoleh distribusi poisson dengan parameter $\lambda = n\theta$. Distribusi ini disebut distribusi poisson untuk memberi penghargaan kepada penemunya, yaitu matematikawan Perancis yang bernama Simoen Denis Poisson, yang telah mengembangkannya pada awal tahun 1800-an.

Suatu variabel random deskrit X dikatakan mempunyai distribusi poisson dengan parameter λ, jika fungsi peluangnya berbentuk sebagai berikut:

$p(x;\lambda) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$; untuk x = 0,1,2,3, …

Dengan e merupakan bilangan konstan yang disebut bilangan pokok logaritma asli, e ≈ 2,718

Contoh soal 1:

Jika peluang seseorang terkena penyakit demam adalah 0,005, berapa peluang bahwa terdapat 18 orang yang terkena penyakit demam dari 3000 orang?

Jawab:

Jika x = banyaknya orang yang terkena penyakit demam, maka x berdistribusi poisson dengan parameter λ = nθ = (3000)(0,005) = 15.oleh karena itu, peluang yang ditanyakan ialah:

P (x = 18) = P (18;15)

$$= \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = \frac{15^{18} e^{-15}}{18!} = 0{,}0706$$

Jadi, dari 3000 orang, peluang 18 orang diantaranya terkena penyakit demam adalah 0,0706.

Jika variabel random x mempunyai distribusi Poisson dengan parameter λ, maka:

- $\mu = \lambda$
- $\sigma^2 = \lambda$

Kadang-kadang kita tertarik pada kejadian khusus yang terjadi pada satuan waktu atau ruang tertentu. Hal yang demikian ini juga dapat diselesaikan dengan menggunakan distribusi poisson.

Formula Poisson dapat digunakan jika:

1. Rerata banyaknya kejadian (dalam hal ini adalah λ) adalah konstan pada satuan waktu atau ruang yang dibicarakan, dan
2. Kejadian pada sebarang interval waktu atau ruang adalah independen terhadap kejadian pada interval waktu atau ruang yang lain.

Contoh soal 2:

Rata-rata 3 buah mobil melewati jalan tertentu dalam 1 menit. Berapa peluangnya bahwa dalam 1 menit di jalan tersebut lewat 5 buah mobil?

Jawab:

$\lambda = 3$ (rerata mobil yang lewat per menit)

x = 5 (banyaknya mobil permenit yang diharapkan)

P (x = 5) = P (5;3)

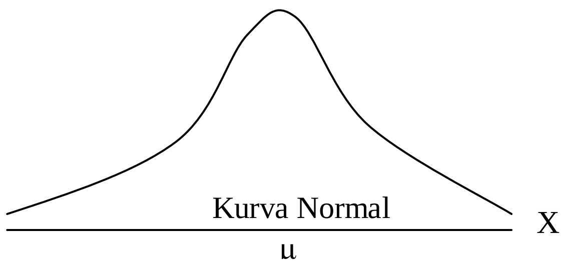
$$= \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = \frac{3^5 * e^{-3}}{5!} = 0{,}1008$$

Jadi, peluangnya dalam satu menit lewat 5 buah mobil adalah 0,1008.

B. Distribusi Normal

Fungsi distribusi variabel random kontinu yang sangat penting adalah fungsi yang berdistribusi normal. Grafiknya disebut kurva normal, yang berbentuk seperti lonceng. Kurva tersebut sangat baik dipakai untuk menggambarkan sekelompok data yang muncul dalam kehidupan sehari-hari, misalnya menggambarkan sebaran prestasi belajar kelompok siswa. Jika terdapat 200 siswa misalnya, maka sebagian besar nilai mereka berada di sekitar rata-rata. diantara mereka sangat sedikit yang mendapat nilai sangat bagus dan sangat sedikit pula yang mendapat nilai sangat jelek.

Pada tahun 1733, DeMoivre dapat menemukan persamaan matematik untuk kurva normal. Distribusi normal sering disebut distribusi Gauss untuk memberi penghormatan kepada Gauss (1777 – 1855) yang juga telah dapat menemukan persamaan matematik kurva normal ketika dia mempelajari sebaran galat (error) dalam pengukuran berulang-ulang terhadap objek yang sama.



Suatu variabel random kontinu X disebut mempunyai distribusi normal atau distribusi gauss dengan parameter α dan β^2, jika fungsi densitasnya berbentuk sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{1}{\beta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)^2} \text{, untuk } -\infty < x < \infty$$

Dengan α dan β bernilai real.

Distribusi tersebut disajikan dengan N(α, β^2) atau X ~ N(α, β^2). Apabila α = 0 dan β = 1, maka diperoleh distribusi normal baku (standar) N(0,1) yang sering disebut distribusi Z. jadi, distribusi Z mempunyai persamaan:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}$$

Perlu diketahui bahwa ada dua besaran yaitu e dan π pada persamaan kurva normal yang nilai pendekatannya adalah e = 2,7183 dan π = 3,1416.

Ada beberapa teorema dalam distribusi normal antara lain:

1. Luas daerah di bawah kurva normal (baik normal biasa maupun normal baku) dan di atas sumbu X adalah 1 satuan. Persamaannya dapat dinyatakan dengan bentuk integral tak wajar sebagai berikut:

   $$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \text{ dan } \int_{-\infty}^{\infty} f(z)dz = 1$$

2. Jika variabel random kontinu X mempunyai distribusi normal N(α, β^2), maka μ = α dan $\sigma^2 = \beta^2$ .berdasarkan hal tersebut distribusi N(α, β^2) sering disajikan dengan distribusi N(μ, σ^2). Dengan demikian distribusi normal biasa mempunyai rerata α dan variansi β^2, sedangkan distribusi normal baku mempunyai rerata 0 dan variansi 1.

3. Kurva normal N(μ, σ^2) mempunyai sifat-sifat:
   - Asimtotik terhadap sumbu mendatar (sumbu X),
   - Simetrik terhadap garis x = μ
   - Mempunyai titik maksimum yang berkoordinat (μ, $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$),
   - Mempunyai dua titik belok yang berjarak σ dari sumbu simetri.
4. Jika variabel random kontinu X berdistribusi N(μ, σ^2), maka variabel random $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ berdistribusi normal baku. Berdasarkan hal tersebut, untuk mengubah dari distribusi normal biasa, yaitu N(α, β^2), ke distribusi normal baku, yaitu N(0,1), dapat ditempuh dengan menggunakan rumus transformasi $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$,

Pada distribusi normal biasa, peluang bahwa X terletak antara a dan b, yang ditulis P(a < X < b) dapat dihitung dengan menggunakan integrasi berikut:

$$P(a\langle X \langle b) = \int_a^b f(x)dx.$$

Integral pada ruas kanan persamaan diatas pada dasarnya merupakan luas daerah di bawah kurva normal biasa, diatas sumbu X, dan dibatasi oleh garis x = a dan x = b. namun untuk mencari nilai integralnya bukanlah pekerjaan mudah.

Untuk itu, para ahli statistik telah menyediakan tabel yang menyatakan luas di bawah kurva normal baku, diatas sumbu z, dan dibatasi oleh z = 0 dan z = z. dengan mentransformasikan terlebih dulu variabel X ke variabel z dengan formula $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$, maka nilai peluang bahwa X terletak antara a dan b dapat dicari.

$$\text{Jadi, } P(a < X < b) = \int_{a}^{b} f(x)dx = \int_{z1}^{z2} f(z)dz$$

Contoh soal:

Rerata tinggi badan 2000 Mahasiswa di FKIP Unismuh adalah 160 cm dengan standar deviasi 4 cm. Dengan menganggap bahwa data tersebut adalah data populasi yang berdistribusi normal, carilah berapa banyak siswa:

a. Yang tinggi badannya lebih dari 166 cm?
b. Yang tinggi badannya antara 150 cm dan 165 cm?

Jawab:

Diadakan transformasi dengan menggunakan rumus $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$,

a. $x_1 = 166$, dan $z_1 = \frac{166 - 160}{4} = 1{,}5000$

   luas = 0,5000 – 0,4332 = 0,0668
   berarti P (X> 166) = (z > 1,5000) = 0,0668
   Jadi, banyaknya mahasiswa yang tingginya lebih dari 166 cm adalah (0,0668)(2000)= 134 orang.

b. $x_1 = 150$ dan $z_1 = \frac{150 - 160}{4} = -2{,}5000$

   $x_2 = 165$ dan $z_2 = \frac{165 - 160}{4} = 1{,}2500$

   luas = 0,4938 + 0,3944 = 0,8882
   berarti, P (150 < X < 165) = P (-2,50 < z < 1,25) = 0,8882. jadi banyaknya mahasiswa yang tingginya antara 150 cm dan 165 cm adalah (0,8882)(2000) = 1776 orang.

C. Distribusi Peluang pada Pengukuran

Proses generalisasi yang berkaitan dengan statistika inferensial memuat ketidakpastian, karena proses penarikan kesimpulan hanya berdasarkan informasi parsial yang diperoleh dari sampel. Untuk menangani ketidakpastian ini, teori peluang sangat berguna. Salah satu diantaranya adalah untuk membuat model matematika yang secara teoritis dapat menjelaskan karakteristik populasi yang berkaitan dengan eksperimen statistik. Model teoritis tersebut disebut distribusi peluang (probability distribution).

Eksperimen statistik digunakan untuk menjelaskan proses yang menghasilkan satu atau lebih hasil (titik sampel). Kadang-kadang kita tidak tertarik untuk melihat secara rinci setiap titik sampel, melainkan tertarik kepada deskripsi numerik dari hasil yang mungkin.

Misalnya dalam pelambungan tiga mata uang (logam) sekaligus, kita mendapatkan ruang sampel S sebagai berikut:
S = (AAA, AAG, AGA, AGG, GAA, GAG, GGA, GGG)

Jika seseorang tertarik kepada banyaknya angka (A) yang muncul, maka bilangan yang berkaitan dengan setiap titik sampel adalah 0 (apabila muncul GGG), 1 (apabila muncul AGG, GAG, atau GGA), 2 (apabila muncul AAG, AGA, atau GAA), dan 3 (apabila muncul AAA). Bilangan 0,1,2, dan 3 adalah kuantitas random yang ditentukan oleh hasil dari eksperimen tersebut. Ini berarti bahwa setiap titik sampel mempunyai kawan salah satu dari 0,1,2 atau 3. kenyataan ini memberikan gambaran kepada kita mengenai adanya konsep fungsi yang mengawankan setiap titik sampel dalam ruang sampel S dengan suatu bilangan real. Fungsi tersebut disebut variabel random (variabel acak).

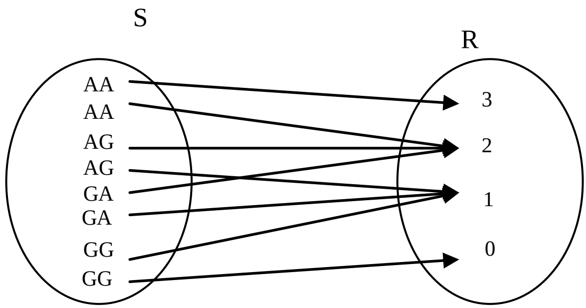


Diagram panah suatu variabel random

Suatu fungsi yang membawa setiap titik sampel dalam ruang sampel S ke suatu bilangan real disebut variabel random. Berdasarkan hal tersebut, dapat disimpulkan bahwa variabel random adalah fungsi bernilai real. Variabel random disajikan dengan huruf besar, misalnya X, Y, dan Z; sedangkan nilai-nilai suatu variabel random disajikan dengan huruf kecil, misalnya x, y, dan z. jika variabel random yang disajikan adalah X, maka nilai-nilai dari X adalah 0,1,2, dan 3. tulisan X = 2, misalnya berarti nilai variabel random X adalah 2.

Banyaknya nilai suatu variabel random dapat berhingga dan dapat tak berhingga. Misalnya X didefinisikan banyaknya A yang muncul pada pelampungan sebuah mata uang.jika pelampungan dilakukan satu kali, maka nilai-nilai X adalah 0 dan 1.jika pelampungan dilakukan dua kali, maka nilai-nilai X adalah 0,1 dan 2. jika pelampungan dilakukan tiga kali, maka nilai-nilai X adalah 0,1,2, dan 3. bagaimana halnya jika pelampungan dilakukan tak berhingga kali? Jika pelampungan dilakukan sampai tak berhingga kali, maka nilai-nilai X adalah 0,1,2,3,4 …. Variabel random X yang terakhir mempunyai cacah nilai yang tak berhingga.

Secara teoritis, nilai-nilai variabel random dapat deskrit dan dapat pula kontinu.

Contoh soal:

Pada pelampungan tiga buah mata uang sekaligus, didefinisikan variabel random X yang ditentukan oleh X = cacah A yang muncul.

Carilah:

a. P (X = 0)
b. P (X =1)
c. P (X =2)
d. P (X =3)

Jawab:

a. X = 0 bersesuaian dengan kejadian A = (GGG), sehingga: P (X=0) = $\frac{1}{8}$
b. X = 1 bersesuaian dengan kejadian B = (AGG, GAG, GGA) sehingga:P (X=1) = $\frac{3}{8}$
c. X = 2 bersesuaian dengan kejadian C = (AAG, AGA, GAA), sehingga: P (X=2) = $\frac{3}{8}$
d. X = 3 bersesuaian dengan kejadian D = (GGG), sehingga: P (X=3) = $\frac{1}{8}$

Tugas!

1. Peluang bahwa seseorang tidak tahan dengan enjeksi serum tertentu adalah 0,001. dari 2000 orang. Berapa peluangnya terdapat yang tidak tahan injeksi sebanyak:
   a. 3 orang
   b. Lebih dari 2 orang
2. sebuah tes pilihan ganda dengan 4 alternatif jawaban terdiri dari 10 butir tes. Seseorang dinyatakan lulus apabila dapat menjawab paling sedikit 6 butir soal dengan benar. Berapa peluang seseorang yang hanya menebak saja dapat lulus tes tersebut!
3. Rerata skor tes ujian calon mahasiswa baru adalah 357 dengan deviasi baku/staandar deviasi 35. sesuai dengan formasi yang ada, dari keseluruhan peserta tes hanya akan diambil 10% saja. Berapa skor terendah yang diterima jika distribusinya dianggap normal?
4. Carilah luas di bawah kurva normal yang dibatasi oleh:
   a. z = -1,20 dan z = 2,40
   b. z = 1,23 dan z = 1,87
   c. z = -2,35 dan z = -0,50
5. Pada pelampungan dua buah mata uang sekaligus, didefinisikan variabel random X yang ditentukan oleh X = cacah A yang muncul.
   Carilah:
   a. P (X = 0)
   b. P (X =1)
   c. P (X =2)

BAB 11
ANALISIS REGRESI BAGIAN PERTAMA

Oleh Ma'ruf, S.Pd.,M.Pd.

A. Analisis Regresi

Analisis regresi berguna untuk mendapatkan hubungan fungsional antara dua variabel atau lebih atau mendapatkan pengaruh antara variabel prediktor terhadap variabel kriteriumnya atau meramalkan pengaruh variabel prediktor terhadap variabel kriteriumnya.

Misalnya kita ingin mengetahui hubungan fungsional (pengaruh atau meramalkan pengaruh) antara banyaknya mahasiswa pendidikan fisika (variabel X) dengan hasil ujian statistika (variabel Y).

Persamaan analisis regresinya adalah:

$$\hat{Y} = a + bX$$

Dimana:

$\hat{Y}$ = variabel kriterium

X = variabe prediktor

a = bilangan konstan

b = koefisien arah regresi linier

Bentuk persamaan regresi tersebut sering dibaca sebagai regresi X atas Y, artinya regresi X sebagai variabel prediktornya dengan Y sebagai variabel kriteriumnya. Sebaliknya adapula persamaan regresi yang dibaca sebagai regresi Y atas X.

Koefisien arah regresi linier dinyatakan dengan huruf b yang juga menyatakan perubahan rata-rata variabel Y untuk setiap variabel X sebesar satu bagian, maksudnya ialah bila harga b positif maka variabel Y akan mengalami kenaikan/pertambahan dan sebaliknya.

Langkah-langkah menghitung persamaan regresi:

1. Hitung b dan a dengan rumus:

$$b = \frac{n\sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n\sum X_i^2 - \left(\sum X_i\right)^2}$$

$$a = \frac{\sum Y - b\sum X}{n}$$

Atau

$$a = \overline{Y} - b\overline{X}$$

2. Masukkan nilai a dan b ke dalam persamaan regresi:

Y = a + bX

Contoh soal:

Perhatikan tabel berikut:

X	19	27	39	47	52	66	78	85
Y	15	20	28	36	42	45	51	55

X = minat membaca

Y = hasil belajar

Carilah persamaan garis regresi Y = a + bX. Berapa ramalan Y, kalau X = 100

Jawab:

	X	Y	X^2	Y^2	XY
	19	15	361	225	285
	27	20	729	400	540
	39	28	1521	784	1092
	47	36	2209	1296	1692

	52	42	2704	1764	2184
	66	45	4356	2025	2970
	78	51	6084	2601	3978
	85	55	7225	3025	4675
Total	413	292	25189	12120	17416

$$\overline{Y} = \frac{292}{8} = 36{,}50$$

$$\overline{X} = \frac{413}{8} = 51{,}62$$

$$b = \frac{n\sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n\sum X_i^2 - \left(\sum X_i\right)^2}$$

$$= \frac{8(17416) - (413)(292)}{8(25189) - (413)^2} = 0{,}61$$

$$a = \overline{Y} - b\overline{X} = 36{,}50 - 0{,}61(51{,}62) = 5{,}01$$

Maka ramalan hasil belajarnya adalah:

Y = 5,01 + 0,61 (100) = 66,01

B. Regresi Linier Berganda

Bila regresi tunggal untuk meramalkan pengaruh satu variabel prediktor terhadap satu variabel kriterium, maka dalam regresi ganda untuk meramalkan pengaruh dua variabel prediktor atau lebih terhadap satu variabel kriterium atau untuk membuktikan ada atau tidaknya hubungan fungsional antara dua buah variabel bebas (X) atau lebih dengan sebuah variabel terikat (Y). regresi ganda berguna untuk mendapatkan pengaruh dua variabel kriteriumnya atau untuk mencari hubungan fungsional dua variabel prediktor atau lebih dengan variabel kriteriumnya, atau untuk meramalkan dua variabel prediktor atau lebih terhadap variabel kriteriumnya.

Semua asumsi dan makna persamaan regresi berlaku dalam regresi tunggal berlaku pula dalam regresi ganda. Perbedaannya terletak pada rumus-rumus saja.

Bentuk persamaan garis regresi berganda adalah sebagai berikut:

1. Untuk dua prediktor: $Y = b_1 + b_2X_1 + b_3X_2$
2. Untuk dua prediktor: $Y = b_1 + b_2X_1 + b_3X_2 + b_4X_3$
3. Untuk dua prediktor: $Y = b_1 + b_2X_1 + b_3X_2 + \ldots\ldots + b_nX_n$

Langkah-langkah dalam analisis regresi ganda:

1. Buat tabel penolong untuk regresi ganda:

Y	**X_1**	**X_2**	**YX_1**	**YX_2**	**X_1X_2**	**X_1^2**	**X_2^2**	**Y^2**
Y	**X_1**	**X_2**	**YX_1**	**YX_2**	**X_1X_2**	**X_1^2**	**X_2^2**	**Y^2**

2. Masukkan nilai-nilai ke dalam persamaan:

$$Y = b_1 n + b_2 \sum X_1 + b_3 \sum X_2$$

$$YX_1 = b_1 \sum X_1 + b_2 \sum X_1^2 + b_3 \sum X_1 X_2$$

$$YX_2 = b_1 \sum X_2 + b_2 \sum X_1 X_2 + b_3 \sum X_2^2$$

Persamaan tersebut dapat dinyatakan dalam persamaan matriks berikut:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} n & \sum X_1 & \sum X_2 \\ \sum X_1 & \sum X_1^2 & \sum X_1 X_2 \\ \sum X_2 & \sum X_2 X_1 & \sum X_2^2 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}}_{B} = \underbrace{\begin{bmatrix} \sum Y \\ \sum X_1 Y \\ \sum X_2 Y \end{bmatrix}}_{H}$$

Dengan : A : matriks (diketahui)
H : vektor kolom (diketahui)
B : vektro kolom (tidak diketahui)

Atau bila disederhanakan kembali menjadi

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix}$$

Dari matriks diatas kita dapat mencari determinan A = det (A) ada tiga persamaan dengan tiga variabel yang tidak diketahui nilainya yaitu b_1, b_2, b_3 dan dapat dicari dengan rumus:

$$b_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}; b_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}; b_3 = \frac{\det(A_3)}{\det(A)}$$

Dimana:

$$A_1 = \begin{bmatrix} h_1 & a_{12} & a_{13} \\ h_2 & a_{22} & a_{23} \\ h_3 & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} a_{11} & h_1 & a_{13} \\ a_{21} & h_2 & a_{23} \\ a_{31} & h_3 & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & h_1 \\ a_{21} & a_{22} & h_2 \\ a_{31} & a_{32} & h_3 \end{bmatrix}$$

3. Tuliskan persamaan garis regresi gandanya, dengan memasukkan nilai-nilai b_1,b_2,b_3 ke dalam bentuk umum persamaan garis regresinya.

Contoh soal:

Dalam suatu percobaan yang dilakukan terhadap 10 benda yang dipilih secara acak, diperoleh data hasil pengukuran (Y), variabel X_1, dan variabel X_2 sebagai berikut:

Y	23	7	15	17	23	22	10	14	20	19
X_1	10	2	4	6	8	7	4	6	7	6
X_2	7	3	2	4	6	5	3	3	4	3

Dengan menggunakan $Y = b_1+b_2X_1+b_3X_2$, berapakah nilai ramalan Y, kalau X_1=11 dan X_2 = 8

Jawab:

	Y	**X_1**	**X_2**	**X_1Y**	**X_2Y**	**X_1X_2**	**Y^2**	**X_1^2**	**X_2^2**
	23	10	7	230	161	70	529	100	49
	7	2	3	14	21	6	49	4	9
	15	4	2	60	30	8	225	16	4
	17	6	4	102	68	24	289	36	16
	23	8	6	184	138	48	529	64	36
	22	7	5	154	110	35	484	49	25
	10	4	3	40	30	12	100	16	9
	14	6	3	84	42	18	196	36	9
	20	7	4	140	80	28	400	49	16
	19	6	3	114	57	18	361	36	9
total	170	60	40	1122	737	267	3162	406	182

Det (A) = 2830

Det (A_1) = 11090

Det (A_2) = 7050

Det (A_3) = -1320

$$b_1 = \frac{11090}{2830} = 3{,}92$$

$$b_2 = \frac{7050}{2830} = 2{,}49$$

$$b_3 = \frac{-1320}{2830} = -0{,}47$$

Maka,

Y = 3,92 + 2,49 X_1 – 0,47 X_2, nilai ramalan X_1 = 11 dan X_2 = 8

Y = 3,92 + 2,49 (11) – 0,47 (8) = 27,55

C. Uji Linearitas Regresi

1. Normalitas

   Untuk setiap X, nilai-nilai Y yang bersesuaian harus berdistribusi normal. Dipenuhi tidaknya persyaratan tersebut dapat diketahui dengan melakukan analisis residu. Caranya adalah dengan membuat distribusi frekuensi data bergolong dari residu-residu yang ada. Jika poligon frekuensi dari distribusi frekuensi tersebut mendekati normal, maka persyaratan pertama ini dipenuhi. Jika ukuran sampel cukup besar, kita juga dapat menguji persyaratan pertama ini dengan uji kecocokan *(godness-of-fittest)*.

   Berdasarkan hal ini, persyaratan pertama ini disebut persyaratan normalitas residu. Beberapa paket statistik menyediakan prosedur untuk melihat normalitas ini.

2. Linearitas

   Pada analisis regresi mengharuskan adanya hubungan fungsional antara X dan Y, pada populasi, yang linier. Dipenuhi atau tidaknya persyaratan linearitas dapat dilihat dengan melukiskan diagram pencarnya pada bidang bilangan. Kalau titik pada diagram pencar itu terkumpul di sepanjang garis lurus, maka dapat disimpulkan bahwa hubungan fungsional antara X dan Y adalah linier.

Cara lain untuk melihat linearitas tersebut adalah dengan menggambarkan diagram pencar antara residu dengan $\hat{Y}$. Jika diagram percar tersebut tidak berpola, maka disimpulkan bahwa hubungan fungsionalnya linier. Linearitas dapat pula diuji dengan secara formal dengan cara berikut. Untuk dapat menguji linearitas, diperlukan adanya beberapa pengulangan pengamatan pada variabel bebas (X), yang dimaksud dengan adanya pengulangan adalag nilai-nilai X yang sama. Misalnya data yang memuat 4 nilai X masing-masing 45, 50, 60, dan 65. dimana n = $n_1+n_2+\ldots+n_k$.

Didefinisikan Y_{ij} sebagai nilai Y yang ke-j yang bersesuaian dengan X_i, T_i sebagai jumlah Y yang bersesuaian dengan X_i, dan $\overline{Y_i}$ sebagai rerata Y yang bersesuaian denga X_i. jadi,

$$\overline{Y_i} = \frac{T_i}{n_i}$$

Jumlah kuadrat galat (JKG) dipandang sebagai jumlah kuadrat galat murni (JKGM) dan jumlah kuadrat kekurangcocokan atau jumlah kuadrat tuna cocok (JKGTC). JKGM merupakan variasi acak atau galat percobaan murni, sedangkan JKGTC merupakan variasi yang menyimpang dari modelnya. JKGM dan JKGTC ini dihitung dari formula berikut:

$$JKGM = \sum_{i,j}(Y_{ij} - \overline{Y}_i)^2 = \sum_{i,j} Y_{ij}^2 - \sum_i \frac{T_i^2}{n_i}$$ dengan dkGM = n – k;

JKGTC = JKG – JKGM dengan dkGTC = (n-2)-(n-k) = k-2

Rerata kuadratnya adalah sebagai berikut:

$$RKGM = \frac{JKGM}{n-k} \text{ dan } RKGTC = \frac{JKGTC}{k-2}$$

Dengan demikian rangkuman analisis variansi untuk uji linearitas adalah sebagai berikut:

Sumber	**JK**	**Dk**	**RK**	**F_{obs}**	**F_{α}**	**p**
Regresi	JKR	1	RKR	-	-	-
Tuna Cocok	JKTC	K-2	RKTC	$F = \frac{RKTC}{RKGM}$	F*	P<α atau p>α
Galat Murni	JKGM	N-k	RKGM	-	-	-
total	JKT	N-1	-	-	-	-

Contoh soal:

Ujilah apakah linearitas dipenuhi untuk tabel berikut dengan mengambil tingkat signifikansi 5%.

Nomor siswa	**Matematika**	**Fisika**
1	60	80
2	45	69
3	50	71
4	60	85
5	50	80
6	65	82
7	60	89
8	65	93
9	50	76
10	65	86
11	45	71
12	50	69

Jawab:

1. H_0 : hubungan antara X dan Y linier.
   H_1 : hubungan antara X dan Y tidak linier.
2. $\alpha = 0{,}05$
3. komputasi:

   JKT = $\sum\left(Y-\overline{Y}\right)^2$ = 728,25

   JKR = $\sum\left(\widehat{Y}-\overline{Y}\right)^2$ = 541,69

   JKG = $\sum\left(Y-\widehat{Y}\right)^2$ = 186,56

   Tabel untuk mencari rerata galat murni

Klp	**X**	**Y**	**Y^2**	**n**	**T**	**T^2/n**
1	45 45	69 71	4761 5041	2	140	9800,00
2	50 50 50 50	71 80 76 69	5041 6400 5776 4761	4	296	21904,00
3	60 60 60	80 85 89	6400 7225 7921	3	254	21505,33
4	65 65 65	82 93 86	6724 8649 7369	3	261	22707,00
Jml	665	951	76095	12	-	75916,33

JKGM = 7609 – 75916,33 = 178,67

dkGM = 12 – 4 = 8

JKGTC = JKG – JKGM = 186,56 – 178,67 = 7,89

dkGTC = 4 – 2 = 2

$$RKGM = \frac{178,67}{8} = 22,334$$

$$RKGTC = \frac{7,89}{2} = 3,945$$

$$F_{obs} = \frac{3,945}{22,334} = 0,18$$

4. Daerah kritis:
   $F_{0,05;2,8} = 4,46$; DK = $\{F \mid F > 4,46\}$
   $F_{obs} = 0,18 \notin$ DK

Sumber	JK	Dk	RK	F_{obs}	F_{α}	p
Regresi	541,69	1	541,69	-	-	-
Tuna Cocok	7,89	2	3,945	0,18	4,46	p > 0,05
Galat Murni	178,67	8	22,334	-	-	-
total	728,25	11	-	-	-	-

5. Keputusan uji : H_0 diterima
6. Kesimpulan : hubungan antara X dan Y adalah linier

Tugas!

1. Diperoleh data penelitian sebagai berikut:

(X)	(Y)
40	385
20	400
25	395
20	365
30	475
50	440
40	490
20	420
50	560

40 25 50	525 480 510

a. Carilah persamaan garis regresinya untuk meramalkan nilai Y berdasarkan hasil dari nilai X.

b. Perkirakan nilai Y yang dapat dihasilkan apabila hasil nilai X adalah 35

2. Perhatikan tabel berikut ini:

Y	50	35	23	42	20	45	29	30	26
X1	54	75	61	76	35	27	12	23	21
X2	45	12	17	32	26	65	45	29	51

Hitunglah berapa nilai ramalan Y kalau $X_1 = 20$ dan $X_2 = 15$

3. data pre-test dan post-test untuk 12 responden adalah sebagai berikut:

No.resp	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Pre-test	6	7	5	9	8	7	5	6	4	3	8	6
Post-test	7	8	6	9	7	6	6	7	5	4	8	7

Dengan mengambil $\alpha = 5\%$, carilah:

a. Persamaan regresinya

b. Uji linearitas regresinya

BAB 12
ANALISIS REGRESI BAGIAN KEDUA

Oleh Ma'ruf, S.Pd.,M.Pd.

A. Regresi Non Linier

1. Regresi trend eksponensial

Trend eksponensial sering digunakan untuk meramalkan jumlah penduduk, pendapatan nasional, produksi, hasil penjualan dan kejadian lain yang pertumbuhan/perkembangannya secara geometris (berkembang dengan cepat sekali).

Trend eksponensial dapat dicari dengan menggunakan rumus:

$Y = ab^x \rightarrow$ trend semi log $\qquad \log Y' = \log a + (\log b)\ X$

$\text{Log } Y' = Y'_0$; $\log a = a_0$; $\qquad \log b = b_0$ sehingga menjadi

$Y'_0 = a_0 + b_0$

Dimana koefisien a_0 dan b_0 dapat dicari berdasarkan persamaan normal.

Contoh:

Tingkat kelulusan siswa salah satu sekolah selama 3 tahun menunjukkan perkembangan yang sangat besar, seperti ditunjukkan dalam tabel berikut:

tahun	**2001**	**2002**	**2003**
tingkat kelulusan siswa	20	80	400

Dengan menggunakan trend eksponensial, ramalkan tingkat kelulusan siswa untuk tahun 2000?

Jawab:

Tahun	**X**	**Y**	**Log Y (Yo)**	**X log Y (XYo)**	**X^2**
2001	-1	20	1,301	-1,30103	1
2002	0	80	1,9031	0	0
2003	1	400	2,6021	2,6021	1
total	0	500	5,8062	1,3010	2

Persamaan normal

a. $a_0 n + b_0 \sum X = \sum Y_0 ; 3a_0 = 5{,}8062$

b. $a_0 \sum X + b_0 \sum X^2 = \sum XY_0 ; 2b_0 = 1{,}301$

dari persamaan (a). 3ao = 5,806, maka ao = log a =1/3 (5,8062) = 1,9354.

Nilai a merupakan antilog 1,9354 atau 86,18 (86,2).

Dari persamaan (b) 2bo = 1,3010, maka bo = log b = 1/2 (1,3010) = 0,6505.

Antilog 0,6505 = 4,47

Garis trend Y'o = ao + boX → Y'o = 1,9354 + 0,6505X (dalam semilog)

Untuk tahun 2000, X = 2 → Y'o = ao + boX

Y'o = log Y = 1,9354 + 0,6505 (2) = 3,2364

Ramalan Y = 1724 (dari daftar antilog)

Y' = ab^x = Y' = $(86{,}2)(4{,}47)^x$ (dalam eksponensial)

Untuk X = 2 → Y'= $(86{,}2)(4{,}47)^2$ = 1722,35 → hasilnya ada perbedaan sedikit.

2. Regresi trend parabola

Regresi trend parabola pada dasarnya adalah regresi dimana variabel bebas X merupakan variabel waktu. Persamaan regresi trend parabola adalah sebagai berikut:

$$Y = a + bX + cX^2$$

Di dalam regresi trend parabola pemecahan masalah menggunakan persamaan normal yaitu sebagai berikut:

$$an + b\sum X + c\sum X^2 = \sum Y$$
$$a\sum X + b\sum X^2 + c\sum X^3 = \sum XY$$
$$a\sum X^2 + b\sum X^3 + c\sum X^4 = \sum X^2 Y$$

Contoh soal:
Sebuah hasil percobaan yang dilakukan selama 6 minggu adalah:

Minggu	1	2	3	4	5	6
Hasil perc.	2	5	8	15	26	37

Dengan menggunakan trend parabola Y = a + bX + cX^2, berapa nilai regresinya jika X = 7?
Jawab:
Pertama kita mencari variabel X terlebih dahulu yang didapat dari nilai yang berada tengah pada variabel Y. jika jumlah datanya genap maka variabel X dimulai dari titik 1, sedangkan jika datanya ganjil maka variabel X dimulai dari titik 0, maka didapat seperti tabel dibawah ini:

Minggu	X	Y	X^2	X^3	X^4	XY	X^2Y
1	-3	2	9	-27	81	-6	18
2	-2	5	4	-8	16	-10	20
3	-1	8	1	-1	1	-8	8
4	1	15	1	1	1	15	15
5	2	26	4	8	16	52	104
6	3	37	8	27	81	111	333
total	0	93	28	0	196	154	498

Kemudian cari persamaan normalnya dari penurunan rumus di bawah ini:

$$an + b\sum X + c\sum X^2 = \sum Y$$

$$a\sum X + b\sum X^2 + c\sum X^3 = \sum XY$$

$$a\sum X^2 + b\sum X^3 + c\sum X^4 = \sum X^2Y$$

(a) 6a + 0 + 28 c = 93

(b) 0 + 28b + 0 = 154, atau b = 154/28 = 5,5

(c) 28a + 0 + 196 = 498

Persamaan (a) kalikan 28 dan persamaan (c) dikalikan 6; maka:

168a + 784c = 2604

168a + 1176c = 2988

-392c = -384

c = 384/392 = 0,97

Nilai c dimasukkan ke pers (a) menjadi

6a + 28 (0,97) = 93

6a = 93 – 27,16

a = 65,84/6 = 10,97

Jadi persamaan trend parabola dari Y adalah 10,97 + 5,5X + $0{,}97X^2$. dengan X = 7 maka ramalan hasil percobaan adalah

Y = 10,97 + 5,5 (7) + 0,97 (7^2) = 97

B. Korelasi dalam Regresi Linier

Permasalahan mengenai bagaimana menentukan kekuatan relasi linier antara variabel X dan variabel Y. kekuatan relasi antara X dan Y dinyatakan dengan koefisien korelasi.

Pada populasi, koefisien korelasi antara X dan Y dilambangkan dengan ρ_{xy} atau ρ, sedangkan pada sampel, koefisien korelasi dilambangkan dengan r_{xy} atau r. jadi $r = \widehat{\rho}$.

Koefisien korelasi linier antara X dan Y, disajikan dengan r_{xy}, didefinisikan sebagai berikut:

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

Dimana:

$$s_{xy} = \frac{\sum (X - \overline{X})(Y - \overline{Y})}{n-1}; x = X - \overline{X}, y = Y - \overline{Y}$$

$$s_x^2 = \frac{\sum (X - \overline{X})^2}{n-1}; s_y^2 = \frac{\sum (Y - \overline{Y})^2}{n-1}$$

Atau dengan persamaan lain,

$$s_{xy} = \frac{\sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{n}}{n-1}$$

$$s_x^2 = \frac{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}{n-1}; s_y^2 = \frac{\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n}}{n-1}$$

Dapat dibuktikan bahwa, koefisien korelasi tersebut dapat dinyakat dalam rumus-rumus berikut:

1. $r_{xy} = b\frac{s_x}{s_y}$
2. $r_{xy} = \frac{\sum xy}{\sqrt{(\sum x^2)(\sum y^2)}}$
3. $r_{xy} = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{(n\sum X^2 - (\sum X)^2)(n\sum Y^2 - (\sum Y)^2)}}$

Contoh soal:

Carilah r_{xy} dari tabel berikut:

Nomor siswa	Matematika	Fisika
1	60	80
2	45	69
3	50	71
4	60	85
5	50	80
6	65	82
7	60	89
8	65	93
9	50	76
10	65	86
11	45	71
12	50	69

Jawab:

Pertama membuat tabel persamaan regresinya

No.	Mat (X)	Fis (Y)	XY	X^2	Y^2
1	60	80	4800	3600	6400
2	45	69	3105	2025	4761
3	50	71	3550	2500	5041
4	60	85	5100	3600	7225
5	50	80	4000	2500	6400
6	65	82	5330	4225	6724
7	60	89	5340	3600	7921
8	65	93	6045	4225	8649
9	50	76	3800	2500	5776
10	65	86	5590	4225	7396
11	45	71	3195	2025	5041

12	50	69	3450	2500	4761
total	$\sum X=665$	$\sum Y=951$	$\sum XY=53305$	$\sum X^2=37525$	$\sum Y^2=76095$

Cara pertama:

$$s_{xy} = \frac{\sum XY - \frac{\left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{n}}{n-1}$$

$$s_{xy} = \frac{52305 - \frac{(665)(951)}{12}}{11} = 54{,}88636364$$

$$s_x^2 = \frac{\sum X^2 - \frac{\left(\sum X\right)^2}{n}}{n-1};\ s_y^2 = \frac{\sum Y^2 - \frac{\left(\sum Y\right)^2}{n}}{n-1}$$

$$s_x^2 = \frac{37525 - \frac{665^2}{12}}{11} = 61{,}17424242;\ s_y^2 = \frac{76095 - \frac{951^2}{12}}{11} = 66{,}20454545$$

s_x = 7,82139645

s_y = 8,13661757

Jadi,

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{54{,}8863634}{(7{,}8213964)(8{,}136611757)} = 0{,}862$$

Cara yang kedua:

$$r_{xy} = \frac{n\sum XY - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{\sqrt{\left(n\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2\right)\left(n\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2\right)}}$$

$$= \frac{(12)(53305) - (665)(951)}{\sqrt{(12)(37525) - \left(665^2\right)(12)(76095) - \left(951^2\right)}} = 0{,}862$$

Tugas!

1. Hasil rata-rata ujian statistika kelas A selama 6 tahun terakhur pada sebuah perguruan tinggi adalah sebagai berikut:

Tahun	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rata-rata	55	67	80	78	80	89	78

   Dengan menggunakan trend eksponensial, ramalkan nilai rata-rata untuk tahun 2008?

2. Perhatikan data hasil penelitian berikut ini:

Tahun	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Nilai	23	32	12	28	18	20	12

   Dengan menggunakan trend parabola, berapa nilainya jika X = 15?

3. Carilah koefisien korelasi liniernya dari data berikut ini:

Nomor	**Statistik**	**Fisika**
1	85	90
2	82	80
3	75	75
4	74	76
5	76	68
6	74	76
7	96	76
8	93	72
9	82	73
10	65	68

BAB 13
ANALISIS REGRESI BAGIAN KETIGA

Oleh Ma'ruf, S.Pd.,M.Pd.

A. Distribusi Sampling

Sampel yang diperoleh dari variabel random $X_1, X_2, X_3, \ldots X_n$ adalah fungsi dari variabel-variabel random tersebut, dan oleh karenanya sampel itu sendiri merupakan nilai dari sebuah variabel random. Fungsi probabilitas dari suatu statistik disebut distribusi sampling.

B. Distribusi Sampling Rerata

Misalnya f(x) adalah distribusi dari populasi yang diketahui yang dari populasi tersebut diambil sampel random berukuran n. misalnya kita ingin melihat distribusi probabilitas dari rerata statistik. Distribusi probabilitas dari rerata statistik tersebut disebut distribusi sampling untuk rerata (*sampling distribution of means*), disingkat distribusi sampling rerata. Rerata distribusi sampling disajikan dengan $\mu_{\overline{X}}$ dan variansi untuk distribusi sampling rerata disajikan dengan $\sigma \frac{2}{x}$

Berikut ini adalah teorema-teorema penting yang berkaitan dengan distribusi sampling rerata:

1. Jika $X_1, X_2, X_3, \ldots X_n$ membentuk suatu varabel random suatu populasi dengan rerata μ maka:

$$\mu_{\overline{X}} = E(\overline{X}) = \mu$$

2. Jika $X_1, X_2, X_3, \ldots X_n$ membentuk suatu variabel random berukuran n dari suatu populasi dengan variansi σ^2 maka:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = Var(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

Jika populasinya tak berhingga atau sampelnya diambil dengan pengembalian.

3. Jika $X_1, X_2, X_3, \ldots X_n$ membentuk suatu variabel random berukuran n dari suatu populasi dengan variansi σ^2 maka:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = Var(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$

Jika populasinya berhingga dan sampelnya diambil dengan tanpa pengembalian

4. Jika sampel-sampel berukuran n diambil dari suatu populasi yang terdistribusi normal dengan rerata μ dan vaiansi σ^2 , maka rerata sampel $\overline{X}$ terdistribusi normal dengan rerata μ dan vaiansi $\frac{\sigma^2}{n}$

5. Misalnya sampel-sampel berukuran n diambil dari populasi sebarang dengan rerata μ dan vaiansi σ^2. vaiabel terstandar untuk rerata $\overline{X}$, yaitu:

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Adalah terdistribusi normal asimtotik *(asymtotically normal)*, dengan:

$$\lim_{n \to \infty} P(Z \le z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

6. Misalnya sampel-sampel berukuran n diambil dari populasi terdistribusi normal dengan rerata μ dan vaiansi σ^2 , maka:

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

Mempunyai distribusi t dengan derajat kebebasan (n-1).

7. Jika dua sampel independen yang berukuran n_1 dan n_2 dengan $n_1 \geq 30$ dan $n_2 \geq 30$ diambil secara random dari dua populasi sebarang (deskrit atau kontinu) yang masing-masing mempunyai rerata μ_1 dan μ_2 dan variansi σ_1^2 dan σ_2^2, maka selisih rerata sampel $\overline{X}_1 - \overline{X}_2$ terdistribusi hampir normal dengan rerata dan variansi sebagai berikut:

$$\mu_{\overline{X}1-\overline{X}2} = \mu_1 - \mu_2 \text{ dan } \sigma^2_{\overline{X}1-\overline{X}2} = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$$

Sehingga:

$$Z = \frac{\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Secara hampiran merupakan variabel random berdistribusi normal baku.

Contoh soal:

Suatu perusahaan memproduksi bola lampu yang umurnya berdistribusi hampir normal dengan rerata 400 jam dan deviasi baku 20 jam. Hitunglah peluang bahwa suatu sampel acak dengan 16 bola lampu akan mempunyai rerata umur kurang dari 388 jam.

Jawab:

Secara hampiran, distribusi sampling $\overline{X}$ akan normal dengan:

$$\mu_{\overline{X}} = \mu = 400 \text{ dan } \sigma\frac{2}{x} = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{400}{16} = 25$$

Variabel random Z dirumuskan oleh:

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{\overline{X} - 400}{5}$$

Berdistribusi normal baku (dengan rerata 0 dan variansi 1).
Berarti:

$$P(\overline{X} < 388) = P\left(Z < \frac{388 - 400}{5}\right) = P(Z < -2{,}4) = 0{,}0082$$

Jadi peluang bahwa rerata 16 bola lampu tersebut kurang dari 388 jam adalah 0,0082.

C. Distribusi Sampling Variansi

Dua teorema berikut ini berkaitan dengan distribusi sampling nilai variansi dan rasio dari dua variansi.

1. Jika sampel random berukuran n dan mempunyai variansi s^2 diambil dari populasi yang berdistribusi normal maka variabel random yang berbentuk:

   $$\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

   Mempunyai distribusi chi kuadrat dengan derajat kebebasan (n-1).
2. Jika s_1^2 dan s_2^2 berturut-turut adalah variansi-variansi dari sampel random berukuran n_1 dan sampel random berukuran n_2 yang diambil dari dua populasi normal dengan variansi σ_1^2 dan σ_2^2, maka variabel random yang berbentuk:

   $$\frac{s_1^2 / \sigma_1^2}{s_2^2 / \sigma_2^2}$$

   Mempunyai distribusi F dengan derajat kebebasan $(n_1 - 1)$ dan $(n_2 - 1)$.

D. Distribusi Sampling Proporsi

Dua teorema berikut ini mendasari pemakaian distribusi sampling proporsi.

1. Jika Y adalah proporsi sukses pada sampel random yang diambil dari populasi X yang berdistribusi binomial b(n,p), maka variabel random yang berbentuk:

$$\frac{Y-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$$

   Berdistribusi hampiran normal baku.

2. Jika Y_1 dan Y_2 berturut-turut adalah proporsi sukses pada sampel random berukuran n_1 dan sampel random berukuran n_2 yang diambil dari dua populasi yang berdistribusi binomial $b(n_{1,}p_1)$ dan $b(n_2,p_2)$, maka variabel random yang berbentuk:

$$\frac{(Y_1-Y_2)-(p_1-p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1}+\frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}}$$

   Berdistribusi hampiran normal baku.

Tugas!

1. Variabel random X pada populasi mempunyai nilai 2, 3, 4, 5, 6. pada populasi itu dilakukan pengambilan sampel dengan ukuran 2 dengan pengembalian.
    a. tulislah rerata dari masing-masing sampel tersebut!
    b. Carilah $\mu_{\overline{X}} dan \sigma \frac{2}{x}$
2. Suatu perusahaan memproduksi bola lampu yang umurnya berdistribusi hampir normal dengan rerata 800 jam dan deviasi standar 40 jam. Hitunglah peluang bahwa suatu sampel acak dengan 16 bola lampu akan mempunyai rerata umur lebih dari 775 jam!

DAFTAR PUSTAKA

Budiyono. *Statistika Untuk Penelitian Edisi Ke-2*. Surakarta: UPT Penerbitan dan Percetakan UNS Press, 2009

Meilia Nur, I. S. *Statistika Deskriptif dan Induktif.* Yogyakarta: Graha Ilmu, 2010

Nar Herryanto, H.M.Akib Hamid. *Statistika Dasar*. Jakarta: Universitas Terbuka, 2008

Sudjana. *Metode Statistika.* Bandung: Tarsito, 1982

Sudjana. *Teknik Analisis Regresi dan Korelasi Bagi Para Peneliti.* Bandung: Tarsito, 1996

BIODATA PENULIS

Ma'ruf, S.Pd.,M.Pd. Lahir di Mate'ne Kabupaten Barru pada tanggal 29 Desember 1981. Memulai jenjang pendidikan Sekolah Dasar di SD Negeri Mate'ne Kabupaten Barru pada tahun 1987 sampai dengan 1993. Melanjutkan sekolahnya di SMP Negeri Padaelo pada tahun 1993 sampai dengan tahun 1996. Di tempat yang sama melanjutkan sekolahnya di SMU Negeri Barru pada tahun 1996 sampai dengan tahun 1999. Melalui seleksi Ujian Masuk Perguruan Tinggi Negeri, beliau diterima sebagai mahasiswa di Jurusan Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Makassar pada tahun 1999 sampai menyelesaikan Strata Satu dengan memperoleh gelar Sarjana Pendidikan Fisika pada tahun 2005. Pendidikan Strata Dua diperoleh di Program Pascasarjana UNM pada Program Studi Pendidikan Fisika tahun 2011 sampai dengan tahun 2013. Pada tahun 2017 menjadi mahasiswa program doktor Ilmu Pendidikan IPA Universitas Pendidikan Indonesia.

Pengalaman Kerja dimulai pada tahun 2009 menjadi Dosen Persyarikatan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Makassar sampai sekarang dan ditempatkan di Program Studi Pendidikan Fisika. Tahun 2014 menjadi Sekretaris Program Studi Pendidikan Fisika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Makassar sampai sekarang. Bidang penelitian, tahun 2014-2015 memenangkan hibah penelitian Dosen Pemula selama dua tahun berturut-turut dengan biaya oleh DP2M Dikti. Tahun 2014-15 dalam bidang bidang pengabdian memenangkan Hibah KKN-PPM dan Hibah Ipteks Bagi Masyarakat dengan biaya oleh DP2M Dikti. Pengalaman dalam Penulisan Buku, Tahun 2014 memenangkan Hibah Buku Teks Perguruan Tinggi yang diselenggarakan oleh Dikti.

ISBN 978-602-8187-86-2

9786028187862