PRÓBAÉRETTSÉGI VIZSGA • 2021. február 13.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ PRÓBAÉRETTSÉGI VIZSGA

Javítási útmutató

2021. február 13.

STUDIUM GENERALE MATEMATIKA SZEKCIÓ

I. rész: Az alábbi 12 feladat megoldása kötelező volt!

1) Legyen *A* halmaz az egyjegyű prímszámok halmaza, *B* halmaz pedig a páros számjegyek halmaza. Elemeinek felsorolásával adja meg *A*, *B*, illetve az $A\setminus B$ halmazokat! (3 pont)

Megoldás:

Az A halmaz elemei:

$\boldsymbol{A=\{2;\,3;\,5;\,7\}}$ (1 pont)

A B halmaz elemei:

$\boldsymbol{B=\{0;\,2;\,4;\,6;\,8\}}$ (1 pont)

Az $A\setminus B$ halmaz elemei:

$\boldsymbol{A\setminus B=\{3;\,5;\,7\}}$ (1 pont)

Összesen: 3 pont

2) Egyszerűsítse a következő törtet, ahol $\boldsymbol{a\neq 1}$!

$$\boldsymbol{\frac{a^2-1}{a-1}}$$ **(2 pont)**

Megoldás:

A számlálót szorzattá alakítjuk, így egyszerűsíteni tudunk.

$$\frac{(a-1)(a+1)}{(a-1)}$$ (1 pont)

Az egyszerűsített eredmény $\boldsymbol{a+1}$. (1 pont)

Összesen: 2 pont

3) Egy hárompontos dobás után az öttagú kosárlabdacsapatban mindenki pacsizott mindenkivel. Hány pacsi történt? (2 pont)

Megoldás:

$$\frac{n(n-1)}{2}=\frac{5\cdot(5-1)}{2}=10$$ (2 pont)

Összesen **10** pacsi történt.

Összesen: 2 pont

4) A felsoroltak közül válassza ki az alábbi állítás tagadását!

„Mindenki örül, amikor nem kell iskolába menni.” (2 pont)

a) Senki sem örül, amikor nem kell iskolába menni.

b) Mindenki örül, amikor iskolába kell menni.

c) Van olyan, aki nem örül, amikor nem kell iskolába menni.

d) Van olyan, aki örül, amikor nem kell iskolába menni.

Megoldás:

A felsoroltak közül a helyes tagadás a **c)**. (2 pont)

Összesen: 2 pont

5) Egy ruha árát leértékeltek 15%-kal, így az új ára 3400 Ft lett. Hány forint volt a ruha eredeti ára? (2 pont)

Megoldás:

A ruha eredeti ára megkapható a $0,85x = 3400$ egyenletből. (1 pont)

Ezt rendezve $x = \frac{3400}{0,85} = \mathbf{4000}$. (1 pont)

Összesen: 2 pont

6) Adja meg az $f(x) = x^2 - 5x - 14$ függvény zérushelyeit! (2 pont)

Megoldás:

Az $x^2 - 5x - 14 = 0$ egyenletet kell megoldani. (1 pont)

$\mathbf{x_1 = -2}$

$\mathbf{x_2 = 7}$ (1 pont)

Összesen: 2 pont

7) Egy családban mindenkinek megmérték a testmagasságát. Az apukánál 183 cm-t, az anyukánál 167 cm-t, a két gyereknél pedig 134 és 152 cm-t mértek. Mekkora a család átlagos testmagassága, illetve mennyi a testmagasságuk szórása? (3 pont)

Megoldás:

A keresett átlag:

$\bar{x} = \frac{183+167+134+152}{4} = \mathbf{159}$ (1 pont)

A keresett szórás:

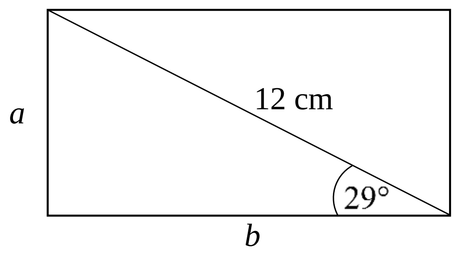
$\sigma = \sqrt{\frac{(183-159)^2+(167-159)^2+(134-159)^2+(152-159)^2}{4}} \approx \mathbf{18,12}$ (2 pont)

Összesen: 3 pont

8) Egy téglalap átlója $29°$-os szöget zár be az egyik oldallal. Mekkora a téglalap kerülete, ha az átló 12 cm? (3 pont)

Megoldás:

Az átló és a téglalap két szomszédos oldala által bezárt háromszögben szinusz szögfüggvény alkalmazásával megkapjuk az egyik, majd a koszinusz szögfüggvény alkalmazásával megkapjuk a másik befogót:



$\sin 29° = \frac{a}{12} \Rightarrow a = 12 \cdot \sin 29° \approx 5,82$ cm (1 pont)

$\cos 29° = \frac{b}{12} \Rightarrow b = 12 \cdot \cos 29° \approx 10,5$ cm (1 pont)

A téglalap kerülete egyenlő az oldalainak összegével:

$K = 2(a+b) = 2(5,82+10,5) = 32,64$

A téglalap kerülete **32,64 cm**. (1 pont)

Összesen: 3 pont

9) Egy forgáskúp alapkörének sugara 5 cm, térfogata 34 $\mathbf{cm^3}$. Mekkora a forgáskúp magassága?
Megoldását részletezze, az eredményt egy tizedesjegyre kerekítve, cm-ben adja meg!
(3 pont)

Megoldás:

A kúp térfogatát az alapkör területének és a magasság szorzatának harmadaként kaphatjuk meg:

$$V = \frac{r^2\pi \cdot M}{3}$$

Az ismert adatokat behelyettesítve:

$$34 = \frac{5^2 \cdot \pi \cdot M}{3}$$ (1 pont)

Az összefüggést a magasságra rendezve:

$$M = \frac{34 \cdot 3}{5^2 \cdot \pi} \approx \mathbf{1{,}3\ cm}$$ (2 pont)

Összesen: 3 pont

10) Egy számtani sorozat első tagja $\mathbf{\frac{5}{2}}$, differenciája $\mathbf{\frac{3}{4}}$. Mennyi az első 21 tag összege? Megoldását részletezze! **(3 pont)**

Megoldás:

Egy számtani sorozat első n tagjának összegének kiszámolásához a következő összegképletet alkalmazzuk:

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

Az ismert paramétereket behelyettesítve:

$$S_{21} = \frac{2 \cdot \frac{5}{2} + (21-1) \cdot \frac{3}{4}}{2} \cdot 21$$ (2 pont)

$$S_{21} = \frac{1617}{8} = \mathbf{210}$$ (1 pont)

Összesen: 3 pont

11) Adja meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos a $\mathbf{2x - 3y = 7}$ egyenessel, és átmegy az $\mathbf{(5;-1)}$ ponton! **(2 pont)**

Megoldás:

A $2x - 3y = 7$ egyenes normálvektora leolvasható az x és y együtthatóiról:

$\underline{n}(2;-3)$, amely a párhuzamosság miatt a keresett egyenes normálvektora is. (1 pont)

A normálvektoros egyenletet felhasználva:

$$Ax + By = Ax_0 + By_0$$

$$2x - 3y = 2 \cdot 5 + (-3) \cdot (-1) \Rightarrow \mathbf{2x - 3y = 13}$$ (1 pont)

Összesen: 2 pont

12) Egy szabályos dobókockával kétszer dobunk egymás után, és a dobott számokat a dobás sorrendjében leírjuk, így egy kétjegyű számot kapunk. Mekkora a valószínűsége annak, hogy az így kapott kétjegyű szám legfeljebb 24? (3 pont)

Megoldás:

A kedvező elemi események az alábbiak:
11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24
Tehát a kedvező elemi események száma 10. (1 pont)
Két dobókockával dobva az összes elemi esemény száma:
$6 \cdot 6 = 36$ (1 pont)
Jelölje A azt az eseményt, hogy a kapott kétjegyű szám legfeljebb 24. A valószínűségszámítás klasszikus képletét alkalmazva:

$P(A) = \frac{10}{36} = \mathbf{\frac{5}{18}} \left(\boldsymbol{\approx 0,28}\right)$ (1 pont)

Összesen: 3 pont

Maximális elérhető pontszám: 30 pont

II/A. rész: Az alábbi három példa megoldása kötelező volt!

13) Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $|2-x|=7-2x$ **(6 pont)**

b) $1+\log_2\left(2x^2-3\right)=2\log_2\left(2x-1\right)$ **(7 pont)**

Megoldás:

a) Az abszolútértéken belüli kifejezés előjele alapján két intervallumon keresünk megoldást. (1 pont)

Ha $x\le 2$, akkor az abszolútérték elhagyható, mivel a benne lévő kifejezés értéke nemnegatív.

$2-x=7-2x$ (1 pont)

Az egyenletet x-re rendezve:

$x=5$ (1 pont)

Azonban ez a megoldás nem tartozik abba az intervallumba, ahol a megoldást kerestük. (Ez a pont akkor is jár, ha ellenőrzéssel szűri ki a helytelen megoldást.)

Ha $x>2$, akkor az abszolútértéket a benne lévő kifejezés előjelének megváltoztatásával hagyhatjuk el.

$x-2=7-2x$ (1 pont)

Az egyenletet x-re rendezve:

$x=3$ (1 pont)

Tehát az egyenlet megoldása $\boldsymbol{x=3}$. (1 pont)

b) Kikötést teszünk a logaritmikus kifejezések argumentumára.

$2x^2-3>0 \Rightarrow |x|>\sqrt{\frac{3}{2}}$

$2x-1>0 \Rightarrow x>\frac{1}{2}$

Összegezve: $x>\sqrt{\frac{3}{2}}\ (\approx 1,22)$ (1 pont)

A logaritmus definícióját felhasználva:

$\log_2 2+\log_2\left(2x^2-3\right)=2\log_2\left(2x-1\right)$ (1 pont)

A logaritmus azonosságainak felhasználásával az egyenletet átalakítva:

$\log_2\left(2\cdot\left(2x^2-3\right)\right)=\log_2\left(2x-1\right)^2$ (2 pont)

A logaritmus függvény szigorú monotonitása miatt a logaritmus elhagyható. (1 pont)

$2\left(2x^2-3\right)=\left(2x-1\right)^2$

A zárójeleket felbontva:

$4x^2-6=4x^2-4x+1$ (1 pont)

Az egyenletet x-re rendezve:

$\boldsymbol{x=\frac{7}{4}}$, amely része az értelmezési tartománynak. (1 pont)

Összesen: 13 pont

14) A valós számok halmazán értelmezett $f(x)$ lineáris függvény az y tengelyt 3-nál metszi, meredeksége $-\frac{3}{4}$.

a) Adja meg az $f(x)$ függvény hozzárendelési szabályát! (2 pont)

b) Adja meg a $[-3;3[$ valós intervallumon értelmezett $g(x)=-x+2$ függvény értékkészletét! (4 pont)

c) Mekkora az $f(x)$ függvény, az x tengely és az y tengely által bezárt háromszög köré írt körének sugara? (5 pont)

Megoldás:

a) A keresett hozzárendelési szabály:

$$\boldsymbol{f(x)=-\frac{3}{4}x+3}$$ (2 pont)

(1 pont jár a meredekség, és 1 a tengelymetszet helyes értelmezésére.)

b) A függvény értékkészlete:

$$\boldsymbol{g(x)=]-1;5]}$$ (4 pont)

(1-1 pont jár a helyes intervallumhatárokra, és 1-1 pont a zárójelek helyes használatára.)

c) Mivel a két tengely merőleges egymásra, a feladatban meghatározott háromszög derékszögű, melynek befogóinak hosszát a tengelymetszetek határozzák meg.

A függvény x tengelymetszete:

$$f(x)=-\frac{3}{4}x+3=0\Rightarrow x=4$$ (1 pont)

A függvény y tengelymetszete:

$$f(0)=-\frac{3}{4}\cdot 0+3=3$$ (1 pont)

Tehát a derékszögű háromszög két befogója 3 és 4 egység hosszú. Az átfogó kiszámításához Pitagorasz-tételt alkalmazunk.

$3^2+4^2=c^2$ (1 pont)

$25=c^2\Rightarrow c=5$ ($c=-5$ a feladat értelmében nem megoldás) (1 pont)

A Thalész-tétel megfordítása miatt a háromszög köré írt körének sugara az átfogó fele.

$$R=\frac{c}{2}=\frac{5}{2}=\mathbf{2{,}5}$$ (1 pont)

Összesen: 11 pont

15)

a) Egy matekversenyen három feladat közül az elsőt 9-en, a másodikat 5-en, a harmadikat 3-an, az elsőt és a másodikat 2-en, az elsőt és a harmadikat 1 ember tudta megoldani. A versenyzők között nem volt olyan személy, aki csak a második és harmadik, vagy mindhárom feladatot megoldotta volna. Hány versenyző nem tudott megoldani egy feladatot sem, ha 15-en indultak? (6 pont)

b) A versenyen 6 továbbjutó volt, legfeljebb 30 pontot lehetett szerezni. A pontok átlaga 23, terjedelmük 11, a módusz 20, a medián pedig 21 pont volt. Határozza meg az eredményeket, ha tudjuk, hogy volt köztük maximum pontos is! (6 pont)

Megoldás:

a) A pontosan egy feladatot megoldók száma:

Első feladat: $9-1-2=6$ (1 pont)

Második feladat: $5-2=3$ (1 pont)

Harmadik feladat: $3-1=2$ (1 pont)

Összesen $6+3+2+1+2=14$ embernek lett helyes megoldása. (1 pont)

Mivel 15 ember írt dolgozatot, így azok száma, akik egy feladatot se tudtak megoldani:

$15-14=1$. (1 pont)

Összesen **1** ember nem tudott egy feladatot se megoldani. (1 pont)

b) A maximum szerezhető pont 30 volt, emiatt a legmagasabb pontot elérő versenyző pontszáma 30. (1 pont)

A terjedelemből megállapítható a legkevesebb pontot elérő versenyző pontszáma: $30-11=19$. (1 pont)

Mivel a sokaság elemszáma páros, a medián a sorba rendezett sokaság középső két elemének számtani közepe. A módusz biztosan a két középső elem egyike, így felhasználható a medián kiszámításához: $\frac{x+20}{2}=21$.

Az egyenletet megoldva: $x=22$ (1 pont)

A módusznak az eredmények között legalább kétszer kell szerepelnie. (1 pont)

A hátralevő eredmény az átlag segítségével kiszámolható:

$$\frac{19+20+20+22+30+y}{6}=23$$

Az egyenletet megoldva: $y=27$ (1 pont)

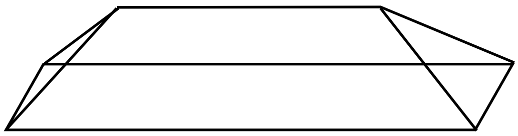
Az elért eredmények: **19, 20, 20, 22, 27, 30**. (1 pont)

Összesen: 12 pont

Maximális elérhető pontszám: 36 pont

II/B. rész: Az alábbi három példa közül kettőt kellett megoldani!

16) Az ábrán egy családi ház tetőszerkezetének vázlata látható, melynek felülete két egybevágó szabályos háromszögből és két húrtrapézból áll. A szabályos háromszög oldalhossza 8 méter, míg a trapéz alapjai 12 és 18 méter hosszúak.



a) Az építészek meghatározták, hogy a trapézok átlóira cserépléceknek kell kerülniük. Mekkora cseréplécet vágjanak a kivitelezők, hogy azok pontosan illeszkedjenek a trapéz átlóira? (4 pont)

A cserépboltban egy darab cserép ára 500 forint, és a tető egy négyzetméterére 12 darab cserép kerül.

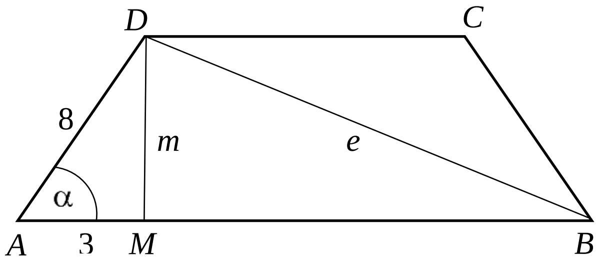
b) Hány forint a tető cserépköltsége, ha a rendelésnél a szükséges mennyiségnél 20%-kal többet kell rendelni? (9 pont)

A kivitelezők elszámolták a szükséges cserép mennyiségét, amikor mindegyik felkerült a helyére, még 15 darabra lett volna szükség. Így rendeltek még 15 darabot, azonban a cserépboltról tudjuk, hogy minden huszadik cserepük hibás.

c) Mennyi a valószínűsége, hogy a 15 rendelt cserép közül pontosan 2 lesz hibás?

(4 pont)

Megoldás:



a) Az ábrán jelölt derékszögű háromszögben felírható a következő összefüggés:

$\cos\alpha = \frac{3}{8}$ (2 pont)

Az e átló koszinusztétel segítségével számolható:

$e^2 = 8^2 + 18^2 - 2\cdot 8\cdot 18\cdot \frac{3}{8} \Rightarrow e \approx \mathbf{16{,}73\ m}$ (2 pont)

Alternatív megoldás:

A trapéz magasságának kiszámolásához Pitagorasz-tételt alkalmazunk az AMD háromszögben:

$m^2 + 3^2 = 8^2 \Rightarrow m = \sqrt{55}\left(\approx 7{,}42\right)$ m (2 pont)

Ismét Pitagorasz-tételt alkalmazunk, ezúttal a BDM háromszögben:

$\sqrt{55}^2 + 15^2 = e^2 \Rightarrow e \approx \mathbf{16{,}73\ m}$ (2 pont)

b) A tető szabályos háromszög lapjának a területe a következőképpen számolható:

$T_\triangle = 8^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}\left(\approx 27{,}71\right)$ m^2 (2 pont)

A tető húrtrapéz lapjának a területe a következőképpen számolható:

$T_{\text{trapéz}} = \frac{18+12}{2}\cdot\sqrt{55} = 15\sqrt{55}\left(\approx 111{,}24\right)$ m^2 (2 pont)

A tetőt alkotó lapok területének összege:

$A = 2\cdot T_\triangle + 2\cdot T_{\text{trapéz}} = 2\cdot 16\sqrt{3} + 2\cdot 15\sqrt{55} = 277{,}91$ m^2 (1 pont)

Mivel a tető egy négyzetméterére 12 db cserép kerül, a szükséges cserepek száma a felszín 12-szerese:

$12\cdot 277{,}91 \approx 3335$ db (1 pont)

Ennél 20%-kal többet kell rendelni, így a rendelt mennyiség:

$3335 \cdot 1,2 = 4002$ db (1 pont)

Egy cserép ára 500 Ft, a cserépköltséget a darabszám és az ár szorzataként kapjuk meg:

$4002 \cdot 500 = 2001000$ Ft (1 pont)

Tehát a tető cserépköltsége **2 001 000 Ft.** (1 pont)

c) A feladatban leírt valószínűségi változó binomiális eloszlást követ.

Annak a valószínűsége, hogy egy cserép hibás:

$p = \frac{1}{20} = 0,05$ (1 pont)

Jelölje *A* azt az eseményt, hogy a 15 rendelt cserépből pontosan kettő hibás.

$P(A) = \binom{15}{2} \cdot 0,05^2 \cdot 0,95^{13} \approx 0,1348$ (2 pont)

Tehát **0,1348** annak a valószínűsége, hogy a 15 rendelt cserép közül pontosan 2 hibás. (1 pont)

Összesen: 17 pont

17) A térképen három város helyezkedik el az alábbi koordinátákkal egy derékszögű koordinátarendszerben: $A(1;2)$, $B(7;14)$ és $C(8;9)$.

a) Az A és B városok között autópályát építenek, az útnak az A városhoz közelebbi harmadolópontjába egy benzinkutat terveztek. Számítsa ki a benzinkút koordinátáit! (4 pont)

b) A három városvezetés egy olyan körpályájú vasútvonalat szeretne építeni, amely áthalad mindhárom városon. Határozza meg e körpálya középpontjának koordinátáit! (10 pont)

A városok között szükség van egy vízvezeték hálózatra, amely összeköti a városokat, illetve a D és E víztározókat. A D víztározót mindhárom várossal össze kell kötni, az E víztározót azonban csak az A és B városokkal. A városok között nem húzódik vízvezeték, kivéve A és B várost, továbbá a víztározók sincsenek összeköttetésben.

c) Ábrázolja gráf segítségével a három város, illetve a két víztározó közötti vízhálózatokat! (3 pont)

Megoldás:

a) Az AB oldal $m:n$ arányú osztópontja a $P\left(\frac{na_1 + mb_1}{m+n}; \frac{na_2 + mb_2}{m+n}\right)$ képlettel határozható meg, ahol a szakaszok $1+2=3$ arányban oszthatóak. (1 pont)

A harmadolópont első koordinátája: $p_1 = \frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 7}{3}$, amit elvégezve $p_1 = 3$. (1 pont)

A harmadolópont második koordinátája $p_2 = \frac{2 \cdot 2 + 1 \cdot 14}{3}$, ami $p_2 = 6$. (1 pont)

A benzinkút $\boldsymbol{P(3;\,6)}$ koordinátákon épül. (1 pont)

b) A háromszög köré írható körének középpontját az oldalfelező merőlegeseinek a metszéspontja fogja megadni. (1 pont)

Tetszőleges két oldal felezőpontja:

$F_{AB} = (4;\,8)$, $F_{AC}\left(\dfrac{9}{2};\dfrac{11}{2}\right)$, $F_{BC}\left(\dfrac{15}{2},\dfrac{23}{2}\right)$ (két felezőpont meghatározása elég a feladat megoldásához). (2 pont)

A választott oldalegyenesek irányvektora lesz a megfelelő oldalhoz tartozó oldalfelező merőleges normálvektora. A lehetséges oldalfelező merőlegesekhez tartozó normálvektorok: az a oldalfelező merőlegeséhez tartozó a $\overrightarrow{BC}(1;-5)$, a b-hez tartozó az $\overrightarrow{AC}(1;1)$ és a c-hez az $\overrightarrow{AB}(1;2)$ normálvektor tartozik. (2 pont)

A megfelelő normálvektorok és az azokhoz tartozó oldalfelező pontok által a következő lehetséges egyenes egyenleteket használhatjuk fel.

I. $x+2y=20$

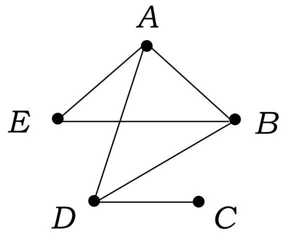
II. $x+y=10$

III. $x-5y=-50$ (2 pont)

A két oldalfelező egyenes felhasználásával, egyenletrendszer segítségével kiszámolhatóak a kör középpontjának a koordinátái, amelyek $\boldsymbol{x=0}$ és $\boldsymbol{y=10}$ lesznek. (2 pont)

Tehát a kör középpontja a $\boldsymbol{K(0;10)}$ pontban helyezkedik el. (1 pont)

c) A helyes megoldás gráfon ábrázolva: (3 pont)



Összesen: 17 pont

18) Petra nagyon szereti a könyveket, de nincs minden nap egy héten ugyanannyi ideje olvasni. Az első három napban összesen 78 oldalt, míg a harmadik, negyedik és ötödik napon összesen 702 oldalt olvasott.

a) Hány oldalt olvasott az 5. napon Petra, ha tudjuk, hogy az olvasott oldalak száma egy mértani sorozatot alkot? (8 pont)

Testvérének, Janinak sokkal több ideje van olvasni, ő minden évben 10%-kal több könyvet olvas, mint az előző évben.

b) Melyik évben fog 25 könyvet befejezni Jani, ha ebben az évben 12 könyvet olvasott el? (5 pont)

Janinak vannak angol, német és magyar nyelvű könyvei is. Elhatározta, hogy az azonos nyelvű könyveket egymás után olvassa el, és a német könyvekkel szeretné kezdeni.

c) Hányféle sorrendben olvashatja el a könyveit, ha 3 angol, 2 német és 4 magyar könyve van? (4 pont)

Megoldás:

a) Az olvasott oldalak mennyiségeinek összegeiből a következő két egyenlet tudjuk felírni.

$a_1+a_2+a_3=78$

$a_3+a_4+a_5=702$ (1 pont)

Ezeket átalakítva:

$a_1+a_1q+a_1q^2=78$ (1 pont)

$a_1q^2 + a_1q^3 + a_1q^4 = 702$ (1 pont)

A második egyenlet elosztva az elsővel:

$\frac{a_1q^2\left(1+q+q^2\right)}{a_1\left(1+q+q^2\right)} = 9$, tehát $q^2 = 9$. (2 pont)

Amelyből $q_1 = 3$ és $q_2 = -3$, de negatív számú oldalakat nem lehet olvasni, így csak a 3 lesz helyes megoldás. (1 pont)

Visszahelyettesítés után megkapjuk, hogy $a_1 = 6$. (1 pont)

Az ötödik napon olvasott oldalak száma:

$a_5 = a_1 \cdot q^4 = 6 \cdot 3^4 = \mathbf{486}$ (1 pont)

b) Az *n*. évben elolvasott könyvek száma a következőképpen írható fel:

$12 \cdot 1{,}1^n \ge 25$ (1 pont)

n meghatározásához mindkét oldal tízes alapú logaritmusát vesszük:

$n \cdot \lg 1{,}1 \ge \lg \frac{25}{12}$ (2 pont)

Az egyenlőtlenséget megoldva:

$n \ge 7{,}7$ (1 pont)

Tehát a **8. évben** éri el a 25 olvasott könyv számát. (1 pont)

c) Mivel biztosan a német könyvekkel kezdi, két lehetőség szerint következhetnek egymás után a nyelvek. (A német után vagy az angol, vagy a magyar nyelvűek következnek.) (1 pont)

A német könyveket $2!$, az angol könyveket $3!$, a magyar könyveket $4!$ féleképpen lehet sorba rendezni. (2 pont)

Az összes lehetőség ezek szorzataként adódik:

$2 \cdot 2! \cdot 3! \cdot 4! = 576$

Összesen **576** olvasási sorrend lehetséges. (1 pont)

Összesen: 17 pont

Maximális elérhető pontszám: 34 pont