1. Lanzamos dos dados y sumamos las puntuaciones obtenidas. Determina el espacio muestral.
   (Sol. $E = \{2, 3, 4, \ldots, 11, 12\}$)

2. Lanzamos dos dados, sumamos las puntuaciones obtenidas y calculamos el resto de dividir dicha suma entre 5. Determina el espacio muestral.
   (Sol. $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$)

3. Halla la probabilidad de obtener suma 7 en el caso del experimento del ejercicio 1.

4. Halla la probabilidad de obtener resto 3 en el caso del experimento del ejercicio 2.

5. Indica cuál de los siguientes casos es una medida de probabilidad sobre el espacio muestral $E = \{A, B, C\}$:
   a) $p(A) = \frac{1}{2}; p(B) = \frac{1}{3}; p(C) = \frac{1}{5}$ (Sol. No es una medida de probabilidad pues $p(A) + p(B) + p(C) \neq 1$)
   b) $p(A) = \frac{1}{2}; p(B) = \frac{5}{6}; p(C) = \frac{-1}{3}$ (Sol. No es una medida de probabilidad pues $p(B) < 0$)
   c) $p(A) = \frac{1}{2}; p(B) = \frac{1}{3}; p(C) = \frac{1}{6}$ (Sol. Sí es una medida de probabilidad, ya que cumple las condiciones)

6. Determina la probabilidad de que, al extraer una carta de una baraja de 40 cartas, obtengamos:
   a) Un oro (Sol.1/4)
   b) Un as (Sol. 1/10)
   c) Una figura (sota, caballo o rey) (Sol. 3/10)

7. Halla la probabilidad de que al extraer una carta de la baraja española resulte un rey o una espada.
   (Sol. 13/40)

8. Dos alumnas escriben por separado dos vocales. Halla la probabilidad de que escriban la misma vocal.
   (Sol. 1/5)

9. En una bolsa hay tres bolas numeradas del 1 al 3. Consideramos el siguiente experimento aleatorio: sacamos una bola, anotamos su número y sin devolverla a la bolsa extraemos una segunda bola y anotamos su número, y sin devolverla a la bolsa extraemos la tercera bola y volvemos a anotar su número. Determina el espacio muestral y a partir de él calcula la probabilidad de que los números hayan salido en orden creciente o decreciente. (Sol. 1/3)

10. Se realiza un experimento que consiste en lanzar dos dados y sumar las puntuaciones obtenidas. Calcula la probabilidad de que la suma de las puntuaciones sea 7. ($Sol.$ 1/6)

11. Lanzamos tres monedas idénticas y equilibradas al aire:
    a) Probabilidad de obtener exactamente dos caras. (Sol.3/8)
    b) Probabilidad de obtener al menos dos caras. (Sol.4/8)
    c) Probabilidad de obtener al menos una cruz. (Sol.7/8)

12. Sean A y B dos sucesos tales que $p(\bar{A}) = 0{,}6$; $p(B) = 0{,}25$ y $p(A \cup B) = 0{,}55$. Calcula $P(\bar{A} \cup \bar{B})$. (Sol. 0,9)

13. Sean A y B dos sucesos, de un experimento aleatorio, tales que la probabilidad de que no ocurra B es 0,6. Si el suceso B ocurre, entonces la probabilidad de que el suceso A ocurra es de 0,4 y si el suceso A ocurre, la probabilidad de que el suceso B ocurra es 0,25. Calcular:
   a) $p(B)$ (Sol. 0,4)
   b) $p(A \cap B)$ (Sol. 0,16)
   c) $p(\text{A})$ (Sol. 0,64)
   d) $p(A \cup B)$ (Sol. 0,88)

14. Dados dos sucesos aleatorios A y B tales que $p(\bar{B}) = 3/4$ y $p(A) = p(A\ / B) = 1/3$:
   a) Razona si A y B son sucesos independientes. (Sol. Si son independientes, pues la probabilidad de la intersección es el producto de las probabilidades.)
   b) Calcula $P(A \cup B)$ (Sol. 1/2)

15. En la siguiente tabla se presenta el número de hijos de un grupo de 100 parejas:

Nº de parejas	15	40	23	10	7	4	1
Nº de hijos	0	1	2	3	4	5	7

   a) Se elige una pareja al azar. Halla la probabilidad de que tenga al menos dos hijos. (Sol. 9/20)
   b) Se selecciona al azar una pareja de entre las que tienen al menos un hijo. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga más de tres hijos? (Sol. 12/85)

16. Se ha trucado una moneda, de forma que la probabilidad de obtener cara es el triple de la probabilidad de obtener cruz. Determina la probabilidad de obtener cara y la de obtener cruz. (Sol. probabilidad de cruz 1/4; probabilidad de cara 3/4)

17. Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que:

$$p(A \cap B) = 0{,}1\ ;\ \ p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}6\ \ \ y\ p(A/B) = 0{,}5$$

   Calcular:
   a) $p(B)$ $(Sol.\ 0{,}2)$
   b) $p(A \cup B)$ $(Sol.\ 0{,}4)$
   c) $p(A)$ $(Sol.\ 0{,}3)$
   d) $p(\bar{B}/\bar{A})$ $(Sol. 6/7)$

   Nota: $\bar{S}$ denota el suceso complementario del suceso S . $p(S/T)$ denota la probabilidad del suceso S condicionada al suceso T.

18. De los sucesos A y B se sabe que $p(A) = 2/3\ , p(B) = 3/4\ y\ p(A \cap B) = 5/8$:
   a) Probabilidad de que se cumpla alguno de los dos (Sol. 19/24)
   b) Probabilidad de que no ocurra B (Sol. 1/4)
   c) Probabilidad de que no se cumpla ni A ni B (Sol. 5/24)
   d) Probabilidad de que ocurra A si se cumple B (Sol. 5/6)

19. Dados dos sucesos A y B, se sabe que $p(\bar{B}) = 3/4\ , p(A) = p(A/B) = 1/3$:
   a) Razona si A y B son independientes (Sol. son independientes)
   b) Calcula la probabilidad de que ocurra A u ocurra B (Sol. 1/2)

20. En un autobús viajan 32 personas. De ellas, van a trabajar 18 y, de ellas, 10 son hombres. De las que no van a trabajar, 5 personas son mujeres. Si se elige una persona al azar y resulta ser hombre, calcula la probabilidad de que no vaya a trabajar. (Sol. 9/19)

21. El 70% de los socios de un club deportivo practica la natación, el 25% juega al tenis y el 20% realiza ambos deportes. Si escogemos al azar un socio, calcula la probabilidad de que:
    a) Sabiendo que juega al tenis, también practique la natación. (Sol. 4/5)
    b) Sabiendo que practica la natación, también juegue al tenis. (Sol. 2/7)
    c) Practique uno de los dos deportes. (Sol. 0,75)

22. Una urna contiene 4 bolas rojas y 6 negras. Se extraen al azar, sin reemplazamiento, dos bolas de la urna. Halla la probabilidad de que:
    a) Las dos sean rojas. (Sol. 2/15)
    b) Las dos sean negras. (Sol. 1/3)
    c) Una bola sea roja y la otra negra. (Sol. 8/15)

    Repite el ejercicio si las bolas se extraen de una en una con reemplazamiento.

23. Un 75% de los alumnos del instituto juegan al futbol, el 30% juega al baloncesto y el 15% practica ambos deportes. Calcula la probabilidad de que elegido un alumno al azar, no practique ningún deporte. (Sol. 0,1)

24. En una clase el 60% de los alumnos juega al fútbol o al baloncesto y el 10% practica ambos deportes. Si además hay un 60% que no juega al fútbol, cuál será la probabilidad de que, escogido un alumno al azar de la clase:
    a) juegue solo al fútbol. (Sol. 0,3)
    b) juegue solo al baloncesto. (Sol. 0,2)
    c) practique uno solo de los deportes. (Sol. 0,5)

25. Al analizar las actividades de ocio de un grupo de trabajadores fueron clasificados como deportistas o no deportistas y como lectores o no lectores. Se sabe que el 55% de los trabajadores se clasificaron como deportistas o lectores, el 40% como deportistas y el 30% como lectores. Se elige un trabajador al azar:
    a) Calcular la probabilidad de que sea deportista y no sea lector. (Sol. 1/4)
    b) Sabiendo que el trabajador elegido es lector, calcular la probabilidad de que sea deportista. (Sol. 1/2)

    Selectividad: Madrid Junio 2013 Opción A

26. En un edificio inteligente dotado de energía solar y eólica, se sabe que la energía suministrada cada día proviene de placas solares con probabilidad 0,4, de molinos eólicos con probabilidad 0,26 y de ambos tipos de instalaciones con probabilidad 0,12. Elegido un día al azar, calcúlese la probabilidad de que la energía sea suministrada al edificio:
    a) Por alguna de las dos instalaciones (Sol. 0,54)
    b) Solamente con alguna de las dos (Sol. 0,42)

    Selectividad: Madrid Junio 2011 Opción A

27. A un congreso de científicos asisten 100 congresistas. De ellos, 80 hablan francés y 40 inglés. Se eligen dos congresistas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que no se entiendan sin intérprete? (Sol. 8/33)

28. En una ciudad el 55% de la población en edad laboral son hombres; de ellos, un 12% está en paro. Entre las mujeres, un 23% está en paro. Si se elige al azar una persona en edad laboral, ¿cuál es la probabilidad de que esté en paro? (Sol. 0,1695)

29. Un alumno sólo estudia la cuarta parte de sus exámenes. Cuando estudia, tiene una probabilidad de aprobar de 0,9 y cuando no estudia, esta probabilidad de reduce a 0,2. Calcula la probabilidad de que este alumno apruebe un examen. (Sol. 0,375)

30. En un cierto país donde la enfermedad VIRIS es endémica, se sabe que un 12% de la población padece dicha enfermedad. Se dispone de una prueba para detectar la enfermedad, pero no es totalmente fiable ya que da positiva en el 90% de los casos de personas realmente enfermas y en el 5% de personas sanas.
a) Calcula la probabilidad de que esté sana una persona a la que la prueba le ha dado positivo.
b) Calcula la probabilidad de que, elegida al azar una persona del país, la prueba de positiva.
(Sol. a) 0,29 ; b) 0,152)

31. En una casa hay tres llaveros, el primero con 3 llaves, el segundo con 7 llaves y el tercero con 8 llaves. De cada uno de ellos, sólo una llave abre la puerta del garaje. Se escoge un llavero al azar y de él una llave:
a) ¿cuál es la probabilidad de que la llave escogida abra el garaje? (Sol. 101/504)
b) Si la llave escogida es la correcta, ¿cuál es la probabilidad de haber elegido el primer llavero? (Sol. 56/101)
c) ¿Cuál es la probabilidad de haber escogido el tercer llavero y que la llave no abra el garaje? (Sol. 7/24)

32. Una tienda de trajes de caballero cuenta con tres sastres (A, B y C). Un 5% de los clientes atendidos por el sastre A no queda satisfecho, ni tampoco el 8% de clientes atendidos por el sastre B ni el 10% de los clientes atendidos por el sastre C. El 55% de los arreglos los realiza el sastre A, el 30% el sastre B y el 15% el sastre C. Calcular la probabilidad de que:
a) Un cliente no quede satisfecho tras el arreglo. (Sol. 0,0665)
b) Si un cliente no ha quedado satisfecho, haya sido atendido por el sastre A. (Sol. 0,41)
Selectividad: Madrid Junio 2013 Opción B

33. En un tribunal de la prueba de acceso a las enseñanzas universitarias oficiales de grado se han examinado 80 alumnos del colegio A, 70 alumnos del colegio B y 50 alumnos del colegio C. La prueba ha sido superada por el 80% de los alumnos del colegio A, el 90% de los del colegio B y por el 82% de los del colegio C.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno elegido al azar haya superado la prueba? (Sol. 0,84)
b) Un alumno elegido al azar no ha superado la prueba, ¿cuál es la probabilidad de que pertenezca al colegio B? (Sol.7/32)
Selectividad: Madrid Junio 2012 Opción A

34. Se dispone de cinco cajas opacas. Una contiene una bola blanca, dos contienen una bola negra y las otras dos están vacías. Un juego consiste en ir seleccionando al azar y secuencialmente una caja no seleccionada previamente hasta obtener una que contenga una bola. Si la bola de la caja seleccionada es blanca, el jugador gana; si es negra, el jugador pierde.
a) Calcúlese la probabilidad de que el jugador gane. (Sol. 1/3)
b) Si el jugador ha perdido, ¿cuál es la probabilidad de que haya seleccionado una sola caja? (Sol. 3/5)
Selectividad: Madrid Septiembre 2012 Opción A

35. La composición de la urna U_1 es de 4 bolas negras y 3 blancas y la de la urna U_2 es de 3 bolas negras y 5 blancas. Se elige una urna al azar y, de ella, se extraen dos bolas. Halla la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean negras. (Sol. 11/56)

36. Una caja de caramelos contiene 7 caramelos de menta y 10 de fresa. Se extrae al azar un caramelo y se sustituye por dos del otro sabor. A continuación, se extrae un segundo caramelo. Hállese la probabilidad de que:
    a) El segundo caramelo sea de fresa. (Sol. 29/51)
    b) El segundo caramelo sea del mismo sabor que el primero (Sol. 22/51)

37. Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $p(A) = 0{,}2 \ y \ p(B) = 0{,}4$.
    a) Si A y B son incompatibles, calcular $p(A \cap B)$. ¿Son A y B sucesos independientes? Razona la respuesta. (Sol. $p(A \cap B) = 0$; no son independientes)
    b) Si A y B son sucesos independientes, calcular $p(A \cap B)$. ¿Son A y B incompatibles? Razona la respuesta. (Sol. $p(A \cap B) = 0{,}8$; no son incompatibles)
    c) Si $p(A/B)$=0 , calcular $p(A \cap B)$. ¿Son A y B incompatibles? ¿Son A y B independientes? Razona la respuesta. (Sol. $p(A \cap B) = 0$; son incompatibles; no son independientes)

38. Se consideran dos sucesos A y B tales que:

$$p(A) = \frac{1}{3} \qquad p(A \cup B) = \frac{1}{2} \qquad p(B/A) = \frac{1}{4}$$

    Calcúlese razonadamente:
    a) $p(A \cap B)$ (Sol. 1/12)
    b) $p(B)$ (Sol. 1/4)
    c) $p(\bar{B}/A)$ (Sol. 3/4)
    d) $p(\bar{A} \,/\, \bar{B})$ (Sol. 2/3)
    Selectividad: Madrid Septiembre 2012 Opción B

39. Una bolsa contiene diez monedas equilibradas. Cinco de dichas monedas tienen cara y cruz, otras tres son monedas con dos caras y las dos restantes son monedas con dos cruces. Se elige al azar una moneda de la bolsa y se lanza.
    a) Calcúlese la probabilidad de que salga cara en dicho lanzamiento. (Sol. 11/20)
    b) Si en el lanzamiento ha salido cara, ¿cuál es la probabilidad de que la moneda elegida tenga cara y cruz? (Sol. 5/11)
    Selectividad: Madrid Junio 2010 Opción A Fase General

40. Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $p(A) = 0{,}2$ y $p(B) = 0{,}4$.
    a) Si A y B son mutuamente excluyentes, determínese $p(A \cap B)$. ¿Son además A y B independientes?. Razónese.
    b) Si A y B son independientes, calcúlese $p(A \cap B)$. ¿Son A y B además mutuamente excluyentes?. Razónese.
    c) Si $p(A/B) = 0$, calcúlese $p(A \cap B))$. ¿Son A y B mutuamente excluyentes?. ¿ Son A y B independientes?. Razónese.
    d) Si $A \subset B$, calcúlese $p(A \cap B)$. ¿Son A y B independientes? Razónese.
    Selectividad: Madrid Junio 2010 Opción B Fase General

41. Se consideran los siguientes sucesos:

Suceso $A \equiv$ La economía de un cierto país está en recesión.

Suceso $B \equiv$ Un indicador económico muestro que la economía de dicho país está en recesión.

Se sabe que $p(A) = 0{,}005$; $p(B/A) = 0{,}95$; $p(\bar{B} / \bar{A}) = 0{,}96$

a) Calcúlese la probabilidad de que el indicador económico muestre que la economía del país no está en recesión y además la economía del país esté en recesión. (Sol. 0,00025)

b) Calcúlese la probabilidad de que el indicador económico muestre que la economía del país está en recesión. (Sol. 0,04455)

Selectividad: Madrid Septiembre 2010 Opción B Fase General

42. Se consideran tres sucesos A, B, C de un experimento aleatorio tales que:

$$p(A) = \frac{1}{2}\ ; p(B) = \frac{1}{3}; p(C) = \frac{1}{4}\ ;\ p(A \cup B \cup C) = \frac{2}{3}\ ;\ p(A \cap B \cap C) = 0\ ;\ p(A/B) = p(C/A) = \frac{1}{2}$$

a) Calcúlese $p(C \cap B)$.

b) Calcúlese $p(\bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C})$.

Selectividad: Madrid Junio 2009 Opción A

Resolución

a) $p(A/B) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow p(A \cap B) = \frac{1}{2} \cdot p(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$p(C/A) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{p(A \cap C)}{p(A)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow p(A \cap C) = \frac{1}{2} \cdot p(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$$\frac{2}{3} = p(A \cup B \cup C) = p(A) + p(B) + p(C) - p(A \cap B) - p(A \cap C) - p(B \cap C) + p(A \cap B \cap C)$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} - \frac{1}{4} - p(B \cap C) \implies p(B \cap C) = p(C \cap B) = 0$$

b) $p(\bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C}) = p(\overline{A \cap B \cap C}) = 1 - p(A \cap B \cap C) = 1$

43. En un cierto banco el 30% de los créditos concedidos son para vivienda, el 50% se destinan a empresas y el 20% son para consumo. Se sabe además que de los créditos concedidos a vivienda, el 10% resultan impagados, de los créditos concedidos a empresas son impagados el 20% y de los créditos concedidos para consumo resultan impagados el 10%.

a) Calcúlese la probabilidad de que un crédito elegido al azar sea pagado. (Sol. 0,85)

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un crédito elegido al azar se haya destinado a consumo, sabiendo que se ha pagado? (Sol. 18/85)

Selectividad: Madrid Septiembre 2009 Opción A

44. La probabilidad de que a un habitante de un cierto pueblo de la Comunidad de Madrid le guste la música moderna es igual a 0,55; la probabilidad de que le guste la música clásica es igual a 0,40 y la probabilidad de que no le guste ninguna de las dos es igual a 0,25. Se elige al azar un habitante de dicho pueblo. Calcúlese la probabilidad de que le guste:

a) al menos uno de los dos tipos de música. (Sol. 0,75)

b) la música clásica y también la música moderna. (Sol. 0,2)

c) sólo la música clásica. (Sol. 0,2)

d) sólo la música moderna. (Sol. 0,35)

Selectividad: Madrid Septiembre 2009 Opción B

45. Se consideran dos actividades de ocio: A ="ver televisión" y B ="visitar centros comerciales". En una ciudad, la probabilidad de que un adulto practique A es igual a 0,46; la probabilidad de que practique B es igual a 0,33 y la probabilidad de que practique A y B es igual a 0,15.

a) Se selecciona al azar un adulto de dicha ciudad. ¿Cuál es la probabilidad de que no practique ninguna de las dos actividades anteriores? (Sol. 0,36)

b) Se elige al azar un individuo de entre los que practican alguna de las dos actividades. ¿Cuál es la probabilidad de que practique las dos actividades? (Sol. 15/64)

Selectividad: Madrid Septiembre 2008 Opción A

46. Se supone que las señales que emite un determinado telégrafo son punto y raya y que el telégrafo envía un punto con probabilidad $\frac{3}{7}$ y una raya con probabilidad $\frac{4}{7}$. Los errores en la transmisión pueden hacer que cuando se envíe un punto se reciba una raya con probabilidad $\frac{1}{4}$ y que cuando se envíe una raya se reciba un punto con probabilidad $\frac{1}{3}$.

a) Si se recibe raya, ¿cuál es la probabilidad de que se hubiera enviado realmente una raya? (Sol. 32/59)

b) Suponiendo que las señales se envían con independencia, ¿cuál es la probabilidad de que si se recibe punto-punto se hubiera enviado raya-raya? (Sol. 1/16)

Selectividad: Madrid Septiembre 2008 Opción B

47. Se consideran dos sucesos A y B de un experimento aleatorio tales que:

$$p(A) = \frac{1}{4} \quad ; \quad p(B) = \frac{1}{3} \quad ; \quad p(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

a) ¿Son A y B sucesos independientes? Razónese. (Sol. Sí, $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$)

b) Calcúlese $p(\bar{A}/\bar{B})$. (Sol. 3/4)

Selectividad: Madrid Junio 2008 Opción B

48. Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que:

$$p(A) = \frac{3}{4} \quad ; \quad p(B) = \frac{1}{2} \quad ; \quad p(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{20}$$

Calcular:

$p(A \cup B)$, $\quad p(A \cap B)$, $\quad p(\bar{A}/B)$, $\quad p(\bar{B}/A)$

Selectividad: Madrid Septiembre 2007 Opción B

49. Se dispone de un dado equilibrado de seis caras, que se lanza seis veces con independencia. Calcúlese la probabilidad de cada uno de los sucesos siguientes:

a) Obtener al menos un seis en el total de los seis lanzamientos. $\left[\text{Sol. } 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^6\right]$

b) Obtener un seis en el primer y último lanzamientos y en los restantes lanzamientos un número distinto de seis. $\left[\text{Sol. } \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4\right]$

Selectividad: Madrid Junio 2010 Opción B Fase Específica

50. En una residencia universitaria viven 183 estudiantes, de los cuales 130 utilizan la biblioteca. De estos últimos, 70 estudiantes hacen uso de la lavandería, mientras que sólo 20 de los que no usan la biblioteca utilizan la lavandería. Se elige un estudiante de la residencia al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que utilice la lavandería? $\left[\text{Sol.: } \frac{30}{61}\right]$

b) Si el estudiante elegido no utiliza la lavandería, ¿cuál es la probabilidad de que utilice la biblioteca?

Selectividad: Madrid Septiembre 2010 Opción A Fase Específica

Resolución

Consideramos los sucesos siguientes:

$B =$ *"Utilizar la biblioteca" y su contrario* $\bar{B}$ *, que forman un sistema completo de sucesos de los cuales conocemos sus probabilidades:* $p(B) = \frac{130}{183}$ *;* $p(\bar{B}) = \frac{53}{183}$

Sea L *el suceso* $L =$ *"Utilizar la lavandería" del que son conocidas las probabilidades condicionadas* $p(L/B) = \frac{7}{13}$ *y* $p(L/\bar{B}) = \frac{20}{53}$

a) Aplicando el teorema de la probabilidad total tenemos:

$$p(L) = p(B) \cdot p(L/B) + p(\bar{B}) \cdot p(L/\bar{B}) = \frac{130}{183} \cdot \frac{7}{13} + \frac{53}{183} \cdot \frac{20}{53} = \frac{30}{61}$$

b) Nos piden $p(B/\bar{L})$ *y se trata de aplicar el teorema de Bayes:*

$$p(B/\bar{L}) = \frac{p(B) \cdot p(\bar{L}/B)}{p(\bar{L})} = \frac{\frac{130}{183} \cdot \frac{6}{13}}{1 - p(L)} = \frac{20}{31}$$

51. En un juego consistente en lanzar dos monedas indistinguibles y equilibradas y un dado de seis caras equilibrado, un jugador gana si obtiene dos caras y un número par en el dado, o bien exactamente una cara y un número mayor o igual que cinco en el dado.

a) Calcúlese la probabilidad de que un jugador gane. $\left[\text{Sol. } \frac{7}{24}\right]$

b) Se sabe que una persona ha ganado. ¿Cuál es la probabilidad de que obtuviera dos caras al lanzar las monedas? $\left[\text{Sol. } \frac{3}{7}\right]$

Selectividad: Madrid Junio 2008 Opción A

52. Sean A y B dos sucesos de un espacio muestral tales que:

$$p(A) = 0{,}4; \quad p(A \cup B) = 0{,}5; \quad p(B/A) = 0{,}5.$$

Calcúlense:

a) $p(B)$ [Sol. 0,3]

b) $p(A \backslash \bar{B})$ [Sol. 2/7]

Selectividad: Madrid Junio 2014 Opción B

53. Se dispone de un dado cúbico equilibrado y dos urnas A y B. La urna A contiene 3 bolas rojas y 2 negras; la urna B contiene 2 rojas y 3 negras. Lanzamos el dado: si el número obtenido es 1 ó 2 extraemos una bola de la urna A; en caso contrario extraemos una bola de la urna B.

a) ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola roja?

b) Si la bola extraída es roja, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la urna A?

Selectividad: Madrid Junio 2014 Opción B

Resolución

Consideramos los sucesos siguientes:

$D_1 =$ *"Obtener 1 o 2 al lanzar el dado cúbico" y* $D_2 = \overline{D_1}$ *, que forman un sistema completo de sucesos de los cuales conocemos sus probabilidades:* $p(D_1) = \frac{1}{3}$ *;* $p(D_2) = \frac{2}{3}$

Sea R *el suceso* $R =$ *"Obtener bola roja al sacar una bola" del que son conocidas las probabilidades condicionadas* $p(R/D_1) = \frac{3}{5}$ *y* $p(R/D_2) = \frac{2}{5}$

a) Aplicando el teorema de la probabilidad total tenemos:

$$p(R) = p(D_1) \cdot p(R/D_1) + p(D_2) \cdot p(R/D_1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{7}{15}$$

b) Nos piden $p(D_1/R)$ y se trata de aplicar el teorema de Bayes:

$$p(D_1/R) = \frac{p(D_1) \cdot p(R/D_1)}{p(D_1) \cdot p(R/D_1) + p(D_2) \cdot p(R/D_1)} = \frac{1/5}{7/15} = \frac{3}{7}$$

54. En la representación de navidad de los 30 alumnos de primaria de un colegio hay tres tipos de papeles: 7 son de animales, 3 de personas y 12 de árboles. Los papeles se asignan al azar, los alumnos escogen por orden alfabético sobres cerrados en los que está escrito el papel que les ha correspondido.
a) Calcúlese la probabilidad de que a los dos primeros alumnos les toque el mismo tipo de papel.
b) Calcúlese la probabilidad de que el primer papel de persona le toque al tercer alumno de la lista.
Selectividad: Madrid Septiembre 2014 Opción A
Solución:
a) 30/77
b) 171/1540

55. Al 80% de los trabajadores en educación (E) que se jubilan, sus compañeros les hacen una fiesta de despedida (FD), también al 60% de los trabajadores de justicia (J) y al 30% de los de sanidad (S). En el último año se jubilaron el mismo número de trabajadores en educación que en sanidad, y el doble en educación que en justicia.
a) Calcúlese la probabilidad de que a un trabajador de estos sectores, que se jubile, le hicieran una fiesta.
b) Sabemos que a un trabajador jubilado elegido al azar de entre estos sectores, no le hicieron fiesta. Calcúlese la probabilidad de que fuera de sanidad.
Solución:
a) 0´56
b) 0'553

56. 4º) Tenemos dos urnas A y B. La urna A contiene 5 bolas: 3 rojas y 2 blancas. La urna B contiene 6 bolas: 2 rojas y 4 blancas. Se extrae una bola al azar de la urna A y se deposita en la urna B. Seguidamente se extra una bola al azar de la urna B. Calcúlese la probabilidad de que:
a) La segunda bola extraída sea roja.
b) Las dos bolas extraídas sean blancas.
Selectividad: Madrid Junio 2016 Opción B
Resolución
Consideramos los sucesos siguientes:
$R_1 =$ *"La bola extraída de la urna A es roja"* ; $B_1 =$ *"La bola extraída de la urna A es blanca"*
$R_2 =$ *"La bola extraída de la urna B es roja"* ; $B_2 =$ *"La bola extraída de la urna B es blanca"*
a) Aplicando el teorema de la probabilidad total obtenemos:

$$p(R_2) = p(R_1) \cdot p(R_2|R_1) + p(B_1) \cdot p(R_2|B_1) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{7} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{13}{35}$$

b)

$$p(B_1 \cap B_2) = p(B_1) \cdot p(B_2|B_1) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$$

57. Una conocida orquesta sinfónica está compuesta por un 55% de varones y un 45% de mujeres. En la orquesta un 30% de los instrumentos son de cuerda. Un 25% de las mujeres de la orquesta interpreta un instrumento de cuerda. Calcúlese la probabilidad de que un intérprete de dicha orquesta elegido al azar:

a) Sea una mujer si se sabe que es intérprete de un instrumento de cuerda.

b) Sea intérprete de un instrumento de cuerda y sea varón.

Selectividad: Madrid Junio 2016 Opción A

Resolución

Consideramos los sucesos siguientes:

$V = "Varón\ en\ la\ orquesta";\ M = "Mujer\ en\ la\ orquesta"; C = "Tocar\ instrumento\ de\ cuerda"$

Del enunciado del problema tenemos las probabilidades siguientes:

$$p(V) = 0'55\ ;\quad p(M) = 0'45\ ;\quad p(C) = 0'3\ ;\ \ p(C|M) = 0'25$$

a) $p(M|C) \overset{T.Bayes}{\cong} \frac{p(M)\cdot p(C|M)}{p(C)} = \frac{0'45\cdot 0'25}{0'3} = 0'375$

b) Aplicando el teorema de la probabilidad total obtenemos:

$$p(C) = p(V)\cdot p(C|V) + p(M)\cdot p(C|M) \Leftrightarrow 0'3 = 0'55\cdot p(C|V) + 0'45\cdot 0'25$$

de donde

$$p(C|V) = \frac{0'3 - 0'45\cdot 0'25}{0'55} = \frac{0'1875}{0'55} = \frac{15}{44} \cong 0'3401$$

y, por tanto,

$$p(V\cap C) = p(V)\cdot p(C|V) = 0'55\cdot\frac{0'1875}{0'55} = 0'1875$$

58. En una población de cierta especie de cérvidos, el 43% de los adultos son machos y el 57% hembras. Se sabe que el 11% de los machos adultos y el 4% de las hembras adultas sufre alguna afección ocular. Se supone que se captura al azar un ejemplar adulto y se pide:

a) Determinar la probabilidad de que tenga alguna afección ocular.

b) Si el ejemplar capturado padeciera una afección ocular, ¿cuál sería la probabilidad de que fuera un macho?

EvAU Madrid. Opción B.

Solución

a) 0´0701

b) 0’6747

59. Según los datos de la fundación para la diabetes, el 13,8% de los españoles mayores de 18 años tiene diabetes, aunque el 43% de ellos no sabe que la tiene. Se elige al azar un español mayor de 18 años.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea diabético y lo sepa?, ¿cuál la de que no sea diabético o no sepa que lo es?

b)

b) Cierto test diagnostica correctamente el 96% de los casos positivos, pero da un 2% de falsos positivos. Si un español mayor de 18 años da positivo en el test, ¿cuál es la probabilidad de que realmente sea diabético?

EvAU Madrid 2018 Ext. Opción A

Solución

a) 0,07866 ; 0,92134

b) 0,88485

60. Se va celebrar una carrera popular. Entre los participantes, dos de cada tres hombres y tres de cada cuatro mujeres han entrenado para la carrera.

a) Se eligen al azar y de forma independiente un hombre y una mujer de entre los participantes. Calcúlese la probabilidad de que alguno de ellos haya entrenado para la carrera.

b) Si el 65% de los participantes son hombres y el 35% mujeres y se elige un participante al azar, calcúlese la probabilidad de que sea hombre sabiendo que ha entrenado para la carrera.

Modelo EvAU Madrid 2018 - 2019

Resolución

Considero los sucesos $H = \text{Ser hombre}$; $M = \text{ Ser mujer}$; $E = Estar\ entrenado$"

a)

Der enunciado tenemos que $p(E|H) = \frac{2}{3}$; $p(E|M) = \frac{3}{4}$

$$p(E|H \cup E|M) = 1 - p\left(\overline{E|H \cup E|M}\right) = 1 - p(\bar{E}|H \cap \bar{E}|M) =$$

$$= 1 - p(\bar{E}|H) \cdot p(\bar{E}|M) = 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$$

b) $p(H) = 0{,}65$; $p(M) = 0{,}35$; $p(E|H) = \frac{2}{3}$; $p(E|M) = \frac{3}{4}$

$$p(H|E) = \frac{p(H \cap E)}{p(E)} \overset{Prob\ Total}{\cong} \frac{p(H) \cdot p(E|H)}{p(H) \cdot p(E|H) + p(M) \cdot p(E|M)} = \frac{0{,}65 \cdot \frac{2}{3}}{0{,}65 \cdot \frac{2}{3} + 0{,}35 \cdot \frac{3}{4}} = \frac{104}{167}$$