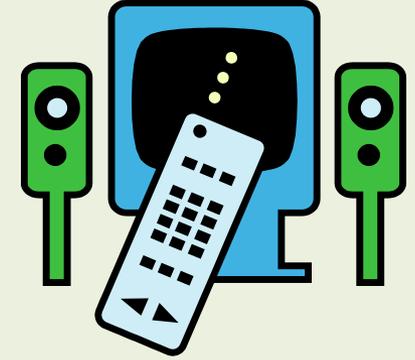


TEORÍA DE CONTROL

INTRODUCCIÓN



¿Qué es control?

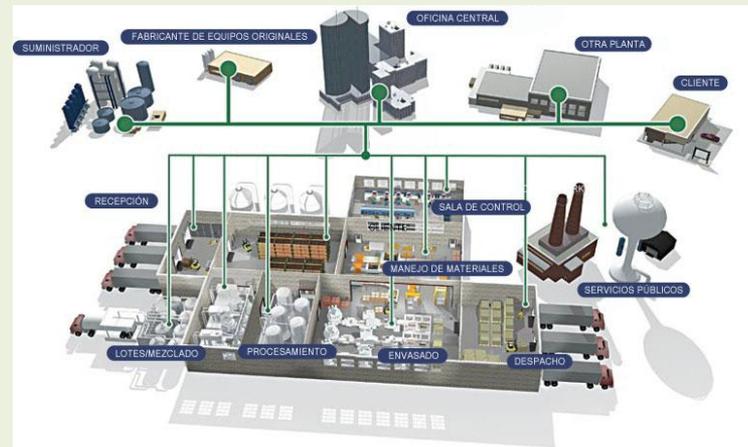


Es la acción o el efecto de poder decidir sobre el desarrollo de un proceso o sistema. También se puede entender como la forma de manipular ciertas variables para conseguir que ellas u otras variables actúen en la forma deseada.



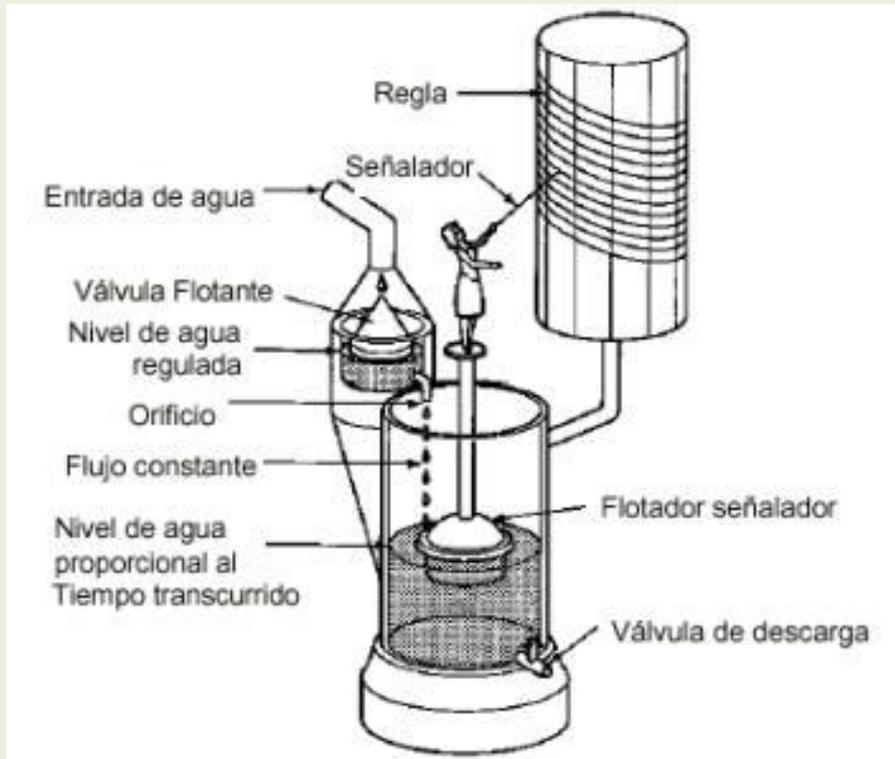
¿Qué es Ingeniería de Control?

Es un enfoque interdisciplinario para el control de sistemas y dispositivos. Combina áreas como eléctrica, electrónica, mecánica, química, ingeniería de procesos, teoría matemática entre otras.



Historia del control automático

Las primeras aplicaciones se remontan a los mecanismos reguladores con flotador en Grecia.

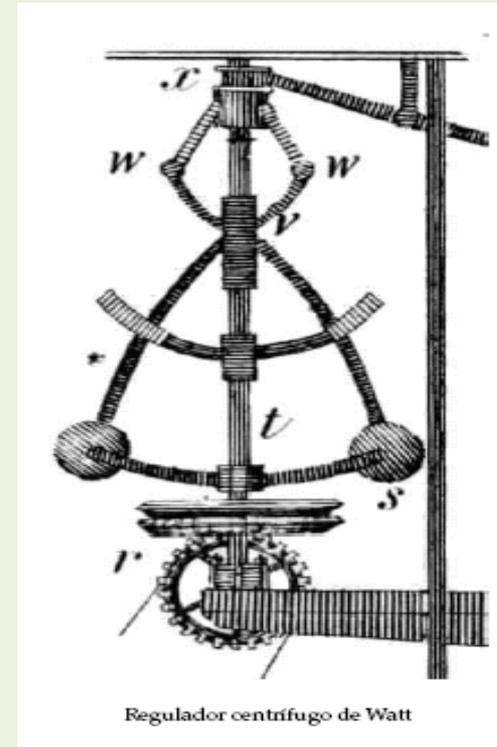
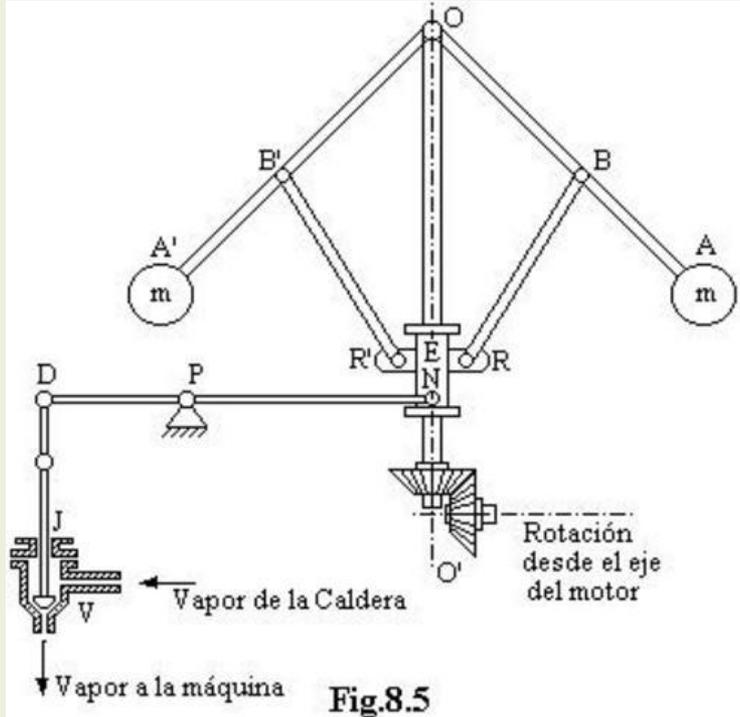


El reloj de Ktesibius fue construido alrededor de 250 AC. Es considerado el primer sistema de control automático de la historia.



Historia del control automático

Sin embargo el primer trabajo significativo en control con realimentación automática fue el regulador centrífugo de James Watt, desarrollado en 1788



Historia del control automático

Hasta finales del siglo XIX el control automático se caracterizó por ser eminentemente intuitivo.

El deseo de mejorar las respuestas transitorias y la exactitud de los sistemas de control, obligó a desarrollar la **TEORÍA DE CONTROL**.



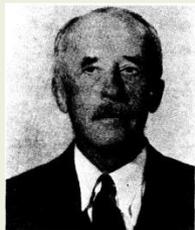
J. C. Maxwell

1868, J. C. Maxwell formula una teoría matemática relacionada con la teoría de control usando el modelo de ecuación diferencial del regulador de Watt y analizando su estabilidad.



A. M. Lyapunov

1892, A. M. Lyapunov estudia la estabilidad a partir de ecuaciones diferenciales no lineales, empleando un concepto generalizado de energía.



Nicolás Minorsky

1922, Minorsky, trabaja en controladores automáticos de dirección en barcos y muestra cómo se podría determinar la estabilidad a partir de las ecuaciones diferenciales que describen el sistema. Utilización del primer PID.



Historia del control automático



Harry Nyquist

1932, Harry Nyquist, desarrolla un procedimiento relativamente simple para determinar la estabilidad de los sistemas de lazo cerrado sobre la base de la respuesta de lazo abierto con excitación sinusoidal en régimen permanente.

1934, Hazen, quien introdujo el término servomecanismos para los sistemas de control de posición, desarrolla el diseño de servomecanismos repetidores capaces de seguir con exactitud una entrada cambiante. (Control para torretas de cañones)

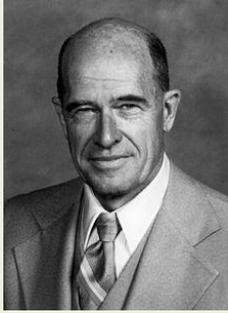


Hendrik Wade Bode

1938, Hendrik Wade Bode desarrolló el diagrama de Bode, el cual despliega la respuesta en frecuencia de los sistemas de una manera clara. Su trabajo en Sistemas de Control Automático introdujeron innovadores métodos para estudiar la estabilidad de los sistemas .



Historia del control automático



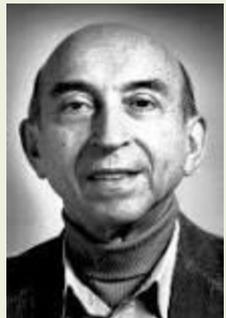
W. R. Evans

1948, W. R. Evans trabajando en North American Aviation, presenta la técnica del lugar de raíces.



J. R. Ragazzini

1950, se desarrolla en Columbia la teoría sobre sistemas de datos muestreados, interviniendo en este estudio J. R. Ragazzini, G. Franklin y L. A. Zadeh, así como E. I. Jury, B. C. Kuo y otros. En este período surge la idea de emplear ordenadores digitales para el control de procesos industriales.



L. A. Zadeh

El período posterior a la Segunda Guerra Mundial puede denominarse “período clásico de la teoría de control”. Se caracteriza por la aparición de los primeros libros de texto y por el desarrollo de herramientas de diseño que proporcionaban soluciones garantizadas a los problemas de diseño. Estas herramientas se aplicaban mediante cálculos realizados a mano junto con técnicas gráficas.



Historia del control automático



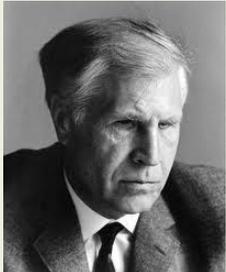
R. Bellman

A partir del año 1955, se desarrollan los métodos temporales, con el objetivo de solucionar los problemas planteados en aplicaciones aeroespaciales, estos métodos reciben un fuerte impulso con el desarrollo de las computadoras digitales, que constituían la plataforma tecnológica necesaria para su implantación, prueba y desarrollo.



V. Popov

Los investigadores de la Unión Soviética son los primeros que utilizan el método de descripción interna (Modelo de Estado) en el estudio de los sistemas continuos. Destacan los trabajos de Aizerman, Lerner, Lurie, Pontryagin, La Salle, Popov, Minorsky, Kabala y Bellman.



L. Pontryagin

1960 La primer conferencia de la Federación Internacional de Control Automático (IFAC), se realiza en Moscú.



Historia del control automático



Rudolf Kalman

1960, Aparecieron tres importantes publicaciones realizadas por R.Kalman y otros co-autores. La primera de estas dio a publicidad el trabajo más importante de Lyapunov para el control de sistemas no lineales en el dominio temporal. En el segundo analizó el control óptimo de sistemas, suministrando las ecuaciones de diseño para el regulador cuadrático lineal(LQR).En el tercero analizó el filtrado óptimo y la teoría de estimación, suministrando las ecuaciones de diseño para el *filtro digital de Kalman*.

Continua.....



Importancia del control automático

- ❑ El control automático forma parte importante de los procesos modernos industriales y de manufactura.
- ❑ También es esencial en las operaciones industriales como el control de presión, temperatura, humedad, viscosidad y flujo en las industrias de proceso.
- ❑ El control automático aporta los elementos para realizar un desempeño óptimo de los sistemas dinámicos, mejorar la productividad, realizar operaciones repetitivas y rutinarias, mejorar la seguridad.



Definiciones básicas.

- ❑ La **variable controlada** es la cantidad o condición que se mide y controla (Salida).
- ❑ La **variable manipulada** es la cantidad o condición que el controlador modifica para afectar el valor de la variable controlada.
- ❑ Un **sistema** es una combinación de componentes que actúan juntos y realizan un objetivo determinado. El concepto de sistema debe interpretarse como una implicación de sistemas físicos, biológicos, económicos y similares.
- ❑ Una **planta** es un conjunto de partes, cuyo propósito es la de ejecutar una operación particular.
- ❑ Un **proceso** es cualquier operación que se va a controlar y conducen a un resultado o propósito determinados.
- ❑ Una **perturbación** es una señal que tiende a afectar negativamente el valor de la salida de un sistema. Si la perturbación se genera dentro del sistema se denomina interna, en tanto que una perturbación externa se produce fuera del sistema y es una entrada.



INTRODUCCIÓN

CLASIFICACIÓN DE SISTEMAS

SISTEMAS LINEALES Y NO LINEALES

Un sistema lineal es un sistema que obedece las propiedades de escalado (homogeneidad) y de superposición (aditiva), mientras que un sistema no-lineal es cualquier sistema que no obedece al menos una de estas propiedades.

SISTEMAS INVARIANTE EN EL TIEMPO Y VARIANTE EN EL TIEMPO

Un sistema invariante en el tiempo es aquel que no depende de cuando ocurre: la forma de la salida no cambia con el retraso de la entrada.

SISTEMAS DE PARÁMETROS DISTRIBUIDOS Y PARÁMETROS CONCENTRADOS

En los sistemas de parámetros concentrados, las variables que parametrizan las relaciones constitutivas de los componentes del sistema se asumen independientes de coordenadas espaciales (los parámetros están concentrados espacialmente)

SISTEMAS EN TIEMPO CONTINUO O EN TIEMPO DISCRETO

En el mundo macroscópico las variables a considerar son de naturaleza continua, no obstante a ello, ya sea por un particular procesamiento de las señales o por su medición pueden hacerse intermitentes o discretas.

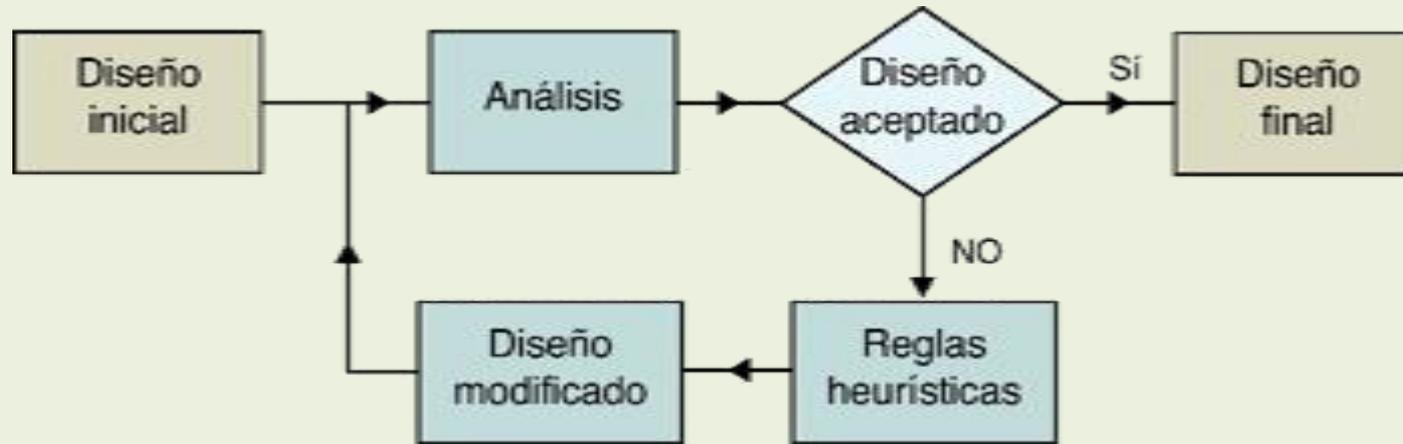


TEORÍA DE CONTROL

ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

MÉTODOS EMPÍRICOS



MÉTODOS ANALÍTICOS

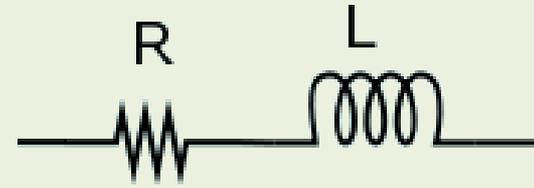


ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

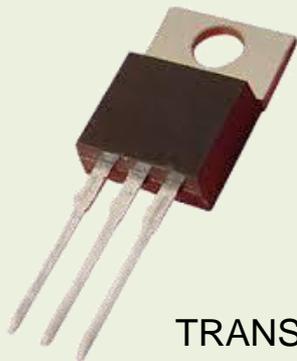
SISTEMAS FÍSICOS Y MODELOS



RESISTOR



MODELO ELÉCTRICO



TRANSISTOR

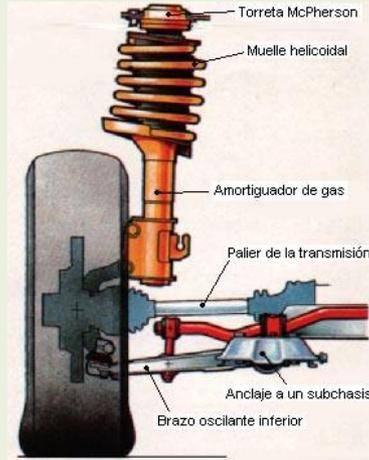


- MODELO DE PEQUEÑA SEÑAL
- MODELO DE GRAN SEÑAL
- MODELO DE BAJA FRECUENCIA
- MODELO DE ALTA FRECUENCIA

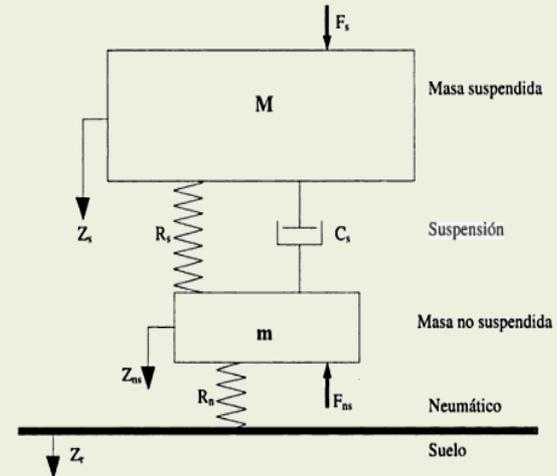


ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

SISTEMAS FÍSICOS Y MODELOS



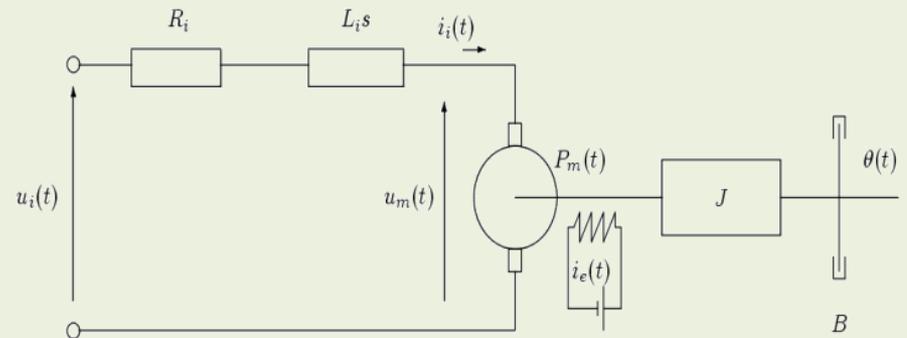
SISTEMA DE SUSPENSIÓN



MODELO MECÁNICO



MOTOR DE C. CONTINUA



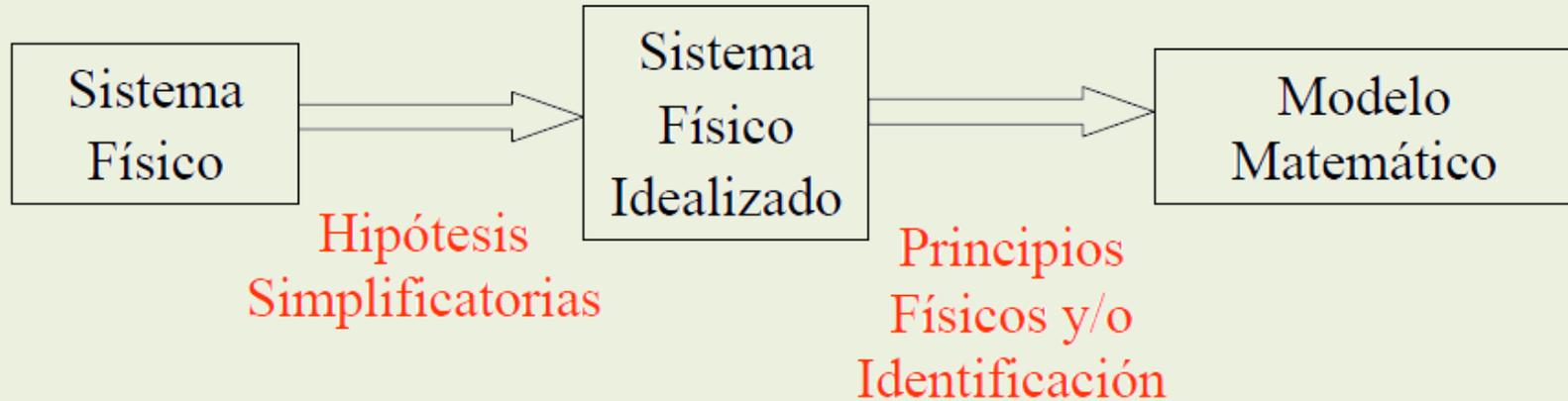
MODELO ELECTRO-MECÁNICO

Teoría de Control

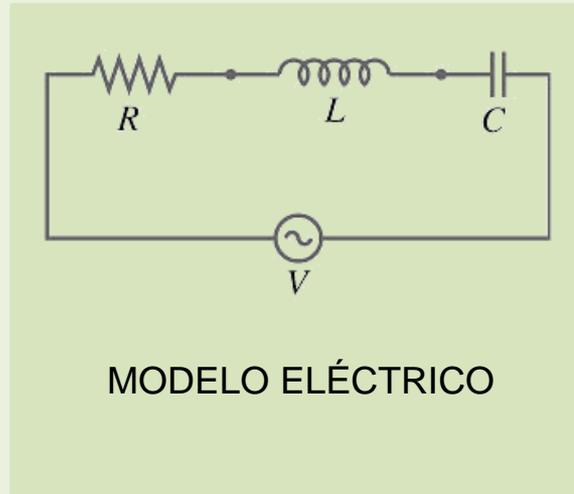


ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

MODELOS MATEMÁTICOS



SISTEMA FÍSICO



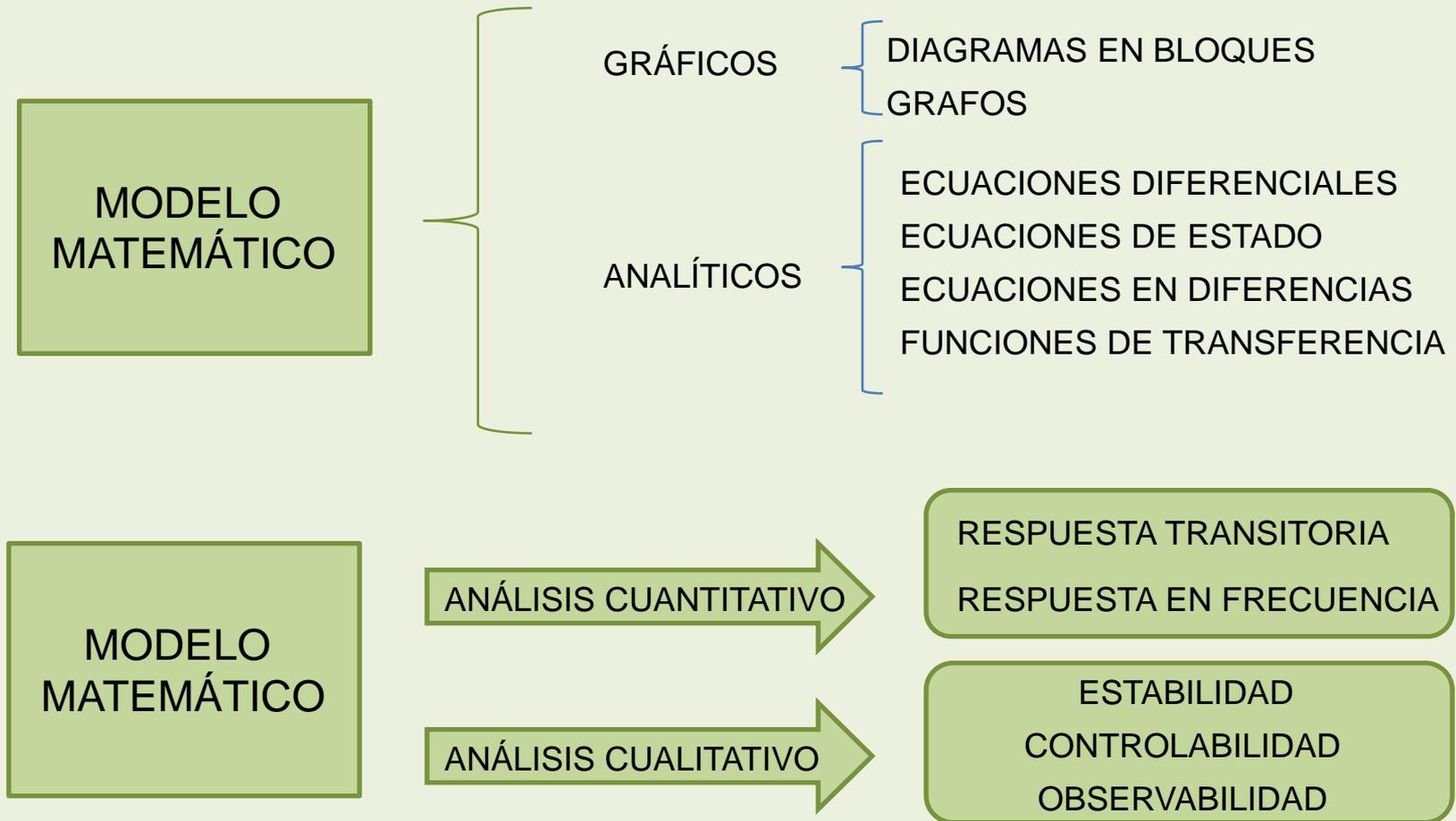
$$V(t) = I(t)R + L \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int I(t) dt$$
$$\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{sC}{s^2 LC + sCR + 1}$$

MODELO MATEMÁTICO



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

MODELOS MATEMÁTICOS



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

CONSIDERE UN SISTEMA CUYO MODELO MATEMÁTICO ESTÁ DADO POR UNA ECUACIÓN DIFERENCIAL

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_m u^{(m)}(t) + b_{m-1} u^{(m-1)}(t) + \dots + b_0 u(t)$$

SIENDO $y^{(i)} = \frac{d^i y(t)}{dt^i}$ CON a_i Y b_i CONSTANTES Y $m < n$. LA SOLUCIÓN DEPENDE

DE LAS CONDICIONES INICIALES $y(0), y'(0), \dots, y^{(n-1)}(0)$

APLICANDO TRANSFORMADA DE LAPLACE A LA ECUACIÓN DIFERENCIAL.

$$a_n \left[s^n Y(s) - s^{n-1} y(0) - s^{n-2} y'(0) - \dots - s y^{(n-2)}(0) - y^{(n-1)}(0) \right] +$$

$$a_{n-1} \left[s^{n-1} Y(s) - s^{n-2} y(0) - \dots - y^{(n-2)}(0) \right] + \dots +$$

$$a_1 s Y(s) - y(0) + a_0 Y(s) =$$

$$= b_m \left[s^m U(s) - s^{m-1} u(0) - \dots - s u^{(m-2)}(0) - u^{(m-1)}(0) \right] + \dots +$$

$$b_1 \left[s U(s) - u(0) \right] + b_0 U(s)$$



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

REORDENANDO LA ECUACIÓN

$$Y(s) \left[a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \right] = U(s) \left[b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0 \right] + \sum_{i=1}^n \left[y^{(i-1)}(0) \sum_{k=i}^n a_k s^{k-i} \right] - \sum_{r=1}^m \left[u^{(r-1)}(0) \sum_{j=r}^m B_j s^{j-r} \right]$$

$$Y(s) = \underbrace{\frac{\left[b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0 \right]}{\left[a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \right]}}_{G(s)} U(s) + \frac{\sum_{i=1}^n \left[y^{(i-1)}(0) \sum_{k=i}^n a_k s^{k-i} \right] - \sum_{r=1}^m \left[u^{(r-1)}(0) \sum_{j=r}^m B_j s^{j-r} \right]}{\left[a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \right]}$$

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

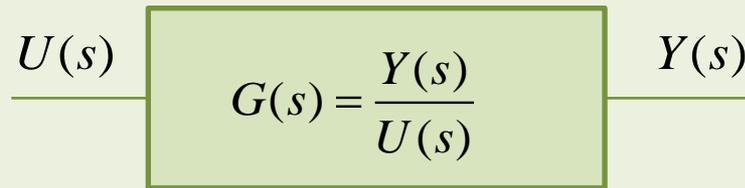


ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

DIAGRAMA EN BLOQUES

ELEMENTOS CONSTITUTIVOS DE UN DIAGRAMA EN BLOQUES

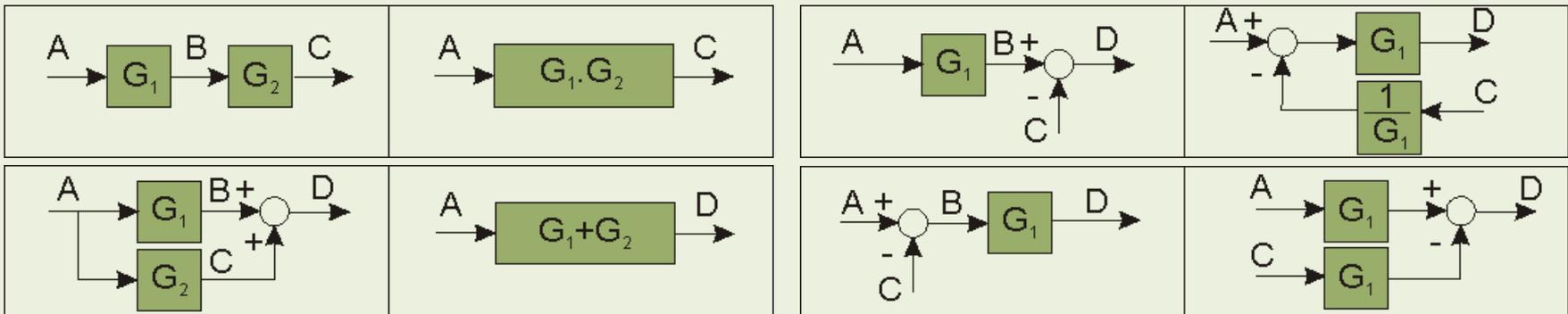
BLOQUES OPERACIONALES caracterizados por la relación causal ENTRADA/SALIDA



LÍNEAS DE CONEXIÓN donde se representan las variables de interés del sistema.

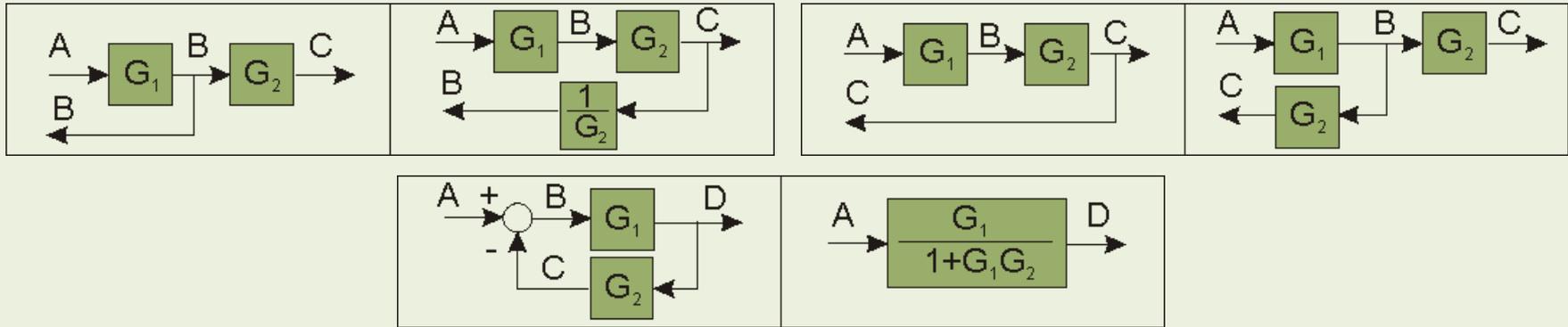
SUMADORES donde se produce la combinación lineal de las variables del sistema.

ÁLGEBRA DE BLOQUES

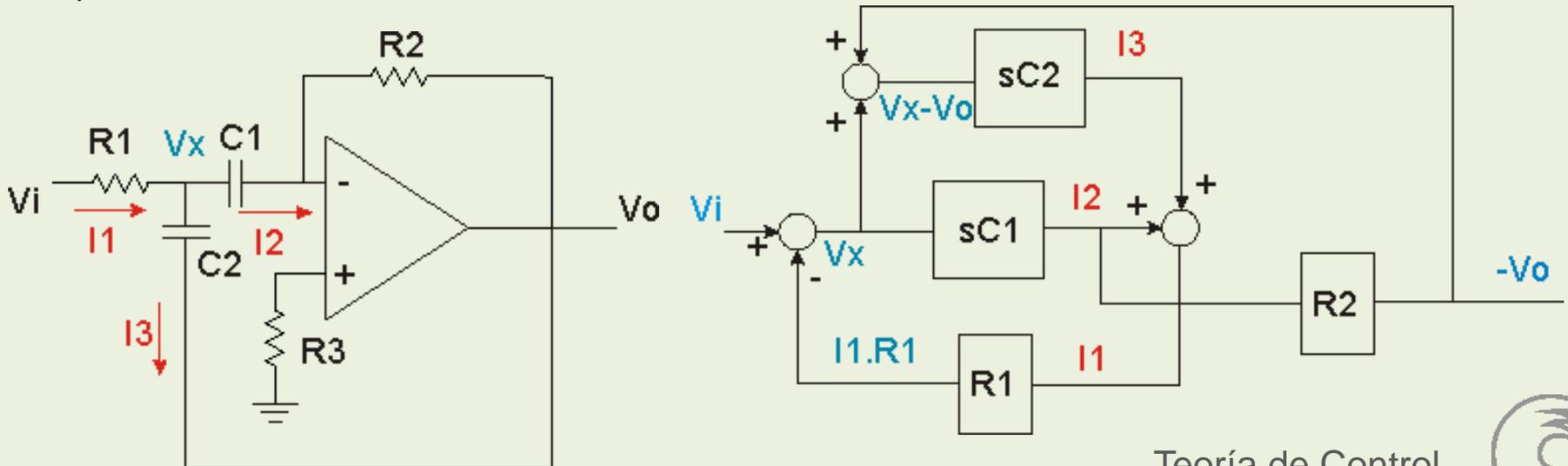


ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

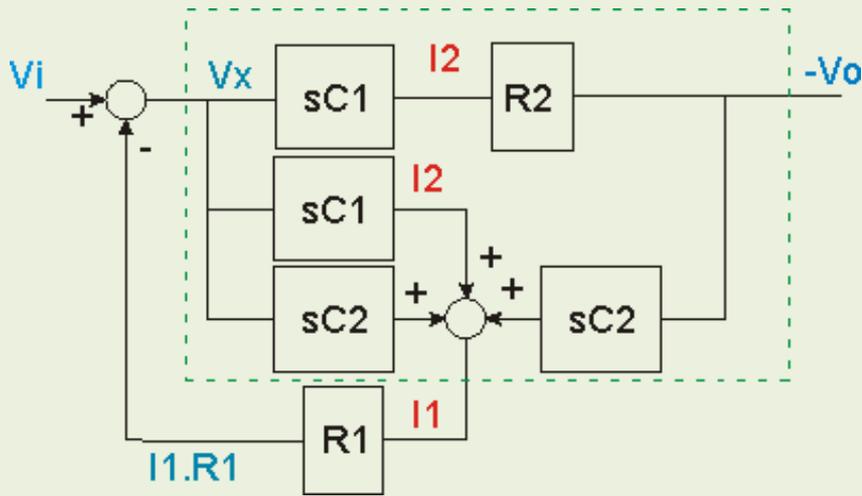
DIAGRAMA EN BLOQUES ÁLGEBRA DE BLOQUES



Ejemplo 1: Halle la transferencia V_o/V_i del siguiente circuito electrónico. Considere al amplificador operacional con características ideales.



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

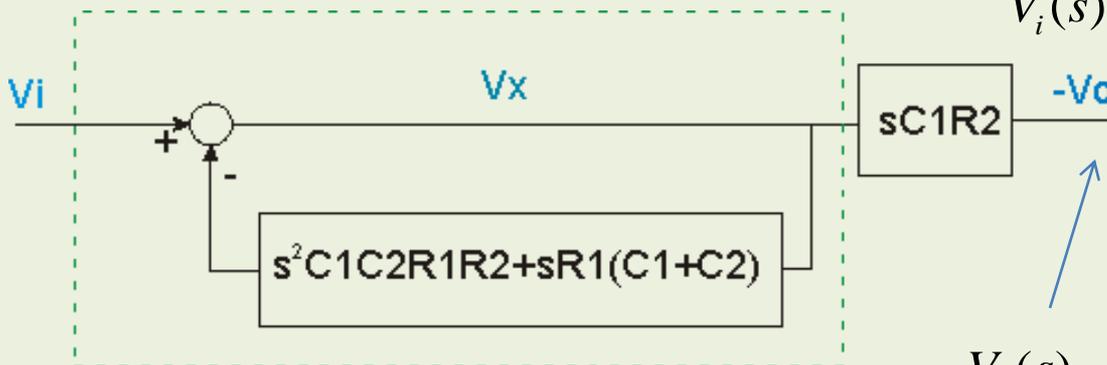


La porción recuadrada del diagrama se puede reemplazar por un único bloque que represente la transferencia $I_1(s) / V_x(s)$

$$\frac{I_1(s)}{V_x(s)} = sC_1 + sC_2 + s^2C_1C_2R_2$$

Se calcula la transferencia del lazo realimentado

$$\frac{V_x(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{1 + s^2C_1R_1C_2R_2 + sR_1(C_1 + C_2)}$$



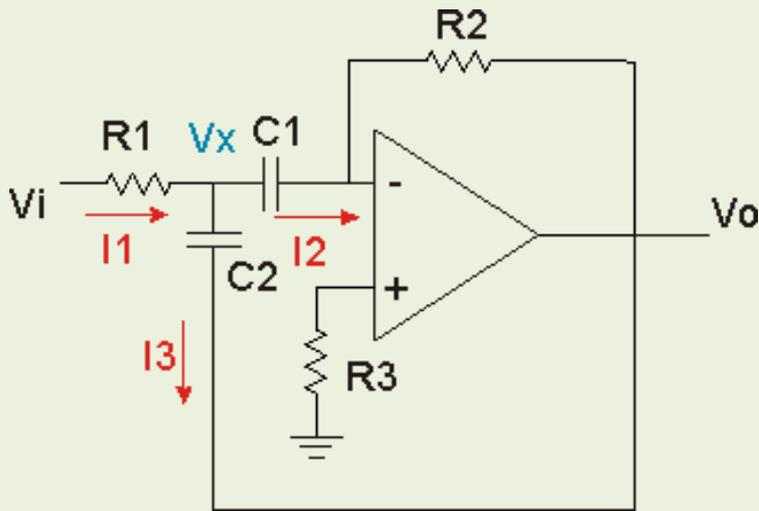
Finalmente se calcula la transferencia total

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{-sC_1R_2}{s^2C_1R_1C_2R_2 + sR_1(C_1 + C_2) + 1}$$

La transferencia corresponde a un filtro pasabanda



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS



$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{-sC_1R_2}{s^2C_1R_1C_2R_2 + sR_1(C_1 + C_2) + 1}$$

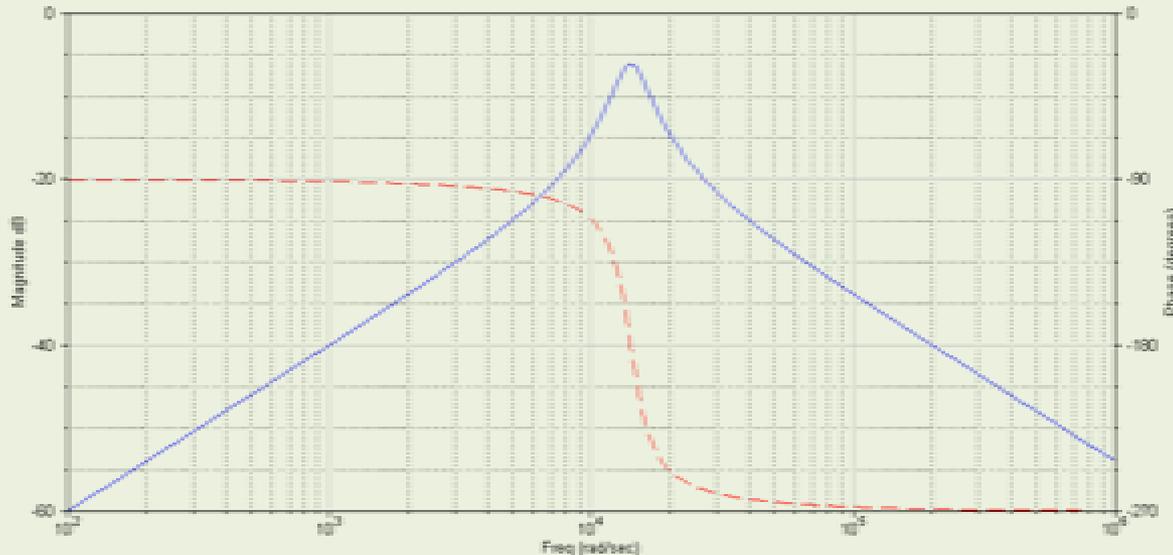
La expresión general de un filtro pasabanda es:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = A_0 \frac{s}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + s \frac{2\delta}{\omega_n} + 1}$$

Para este circuito:

$$A_0 = -R_2C_1 \quad \delta = R_1(C_1 + C_2) \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{C_1R_1C_2R_2}}$$

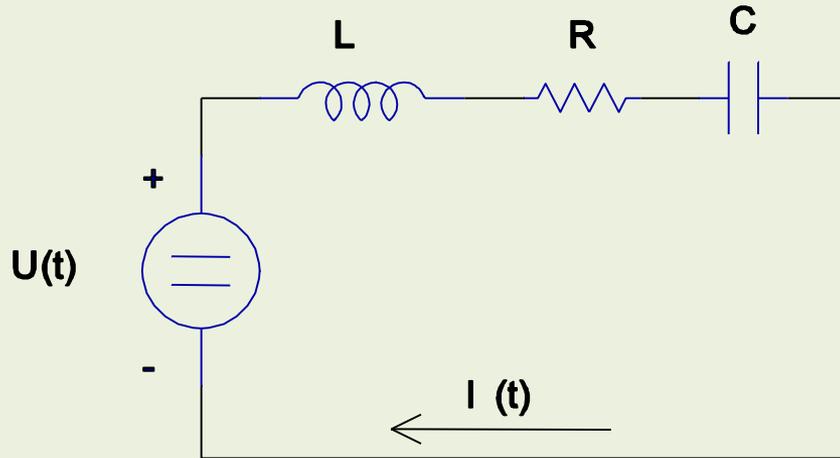
Si $C_1=C_2=0,01\mu\text{F}$, $R_1=1000$ y $R_2=50\text{ K}$



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

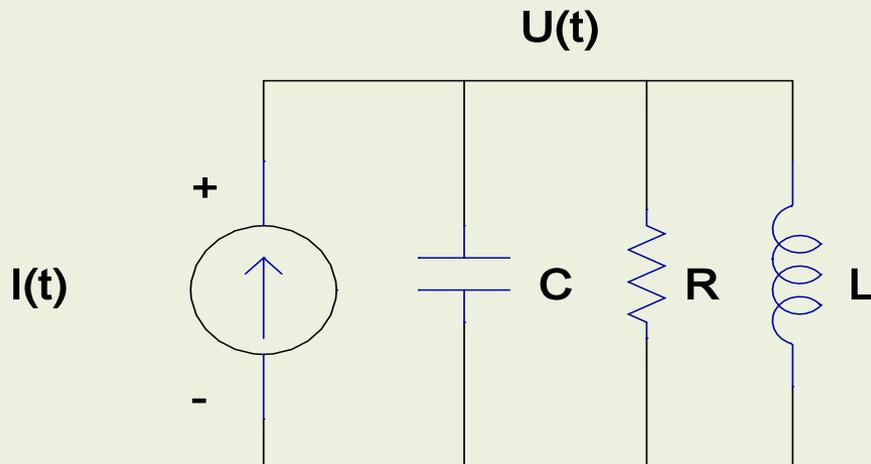
ANALOGÍAS ELÉCTRICAS DE SISTEMAS

CIRCUITOS ELÉCTRICOS BÁSICOS



Circuito serie

$$U(t) = L \frac{dI(t)}{dt} + R I(t) + \frac{1}{C} \int_0^t I(t) dt$$



Circuito paralelo

$$I(t) = C \frac{dU(t)}{dt} + \frac{U(t)}{R} + \frac{1}{L} \int_0^t U(t) dt$$

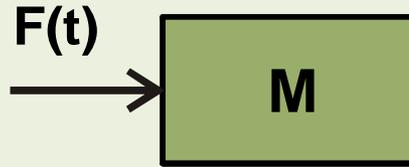


ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

ANALOGÍAS ELÉCTRICAS DE SISTEMAS

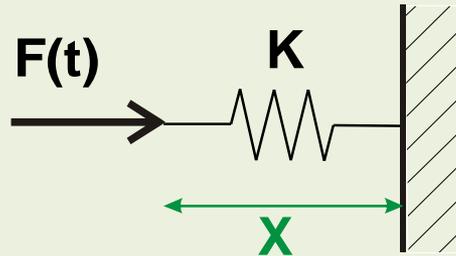
SISTEMA MECÁNICO DE TRASLACIÓN

Segunda Ley de Newton



$$F(t) = M a(t) = M \frac{dV(t)}{dt}$$

Ley de Hooke



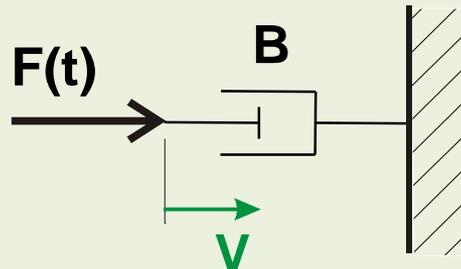
$$F(t) = K x(t) = K \int V(t) dt$$

Rozamiento

Seco

$$F(t) = \mu N = cte$$

Viscoso

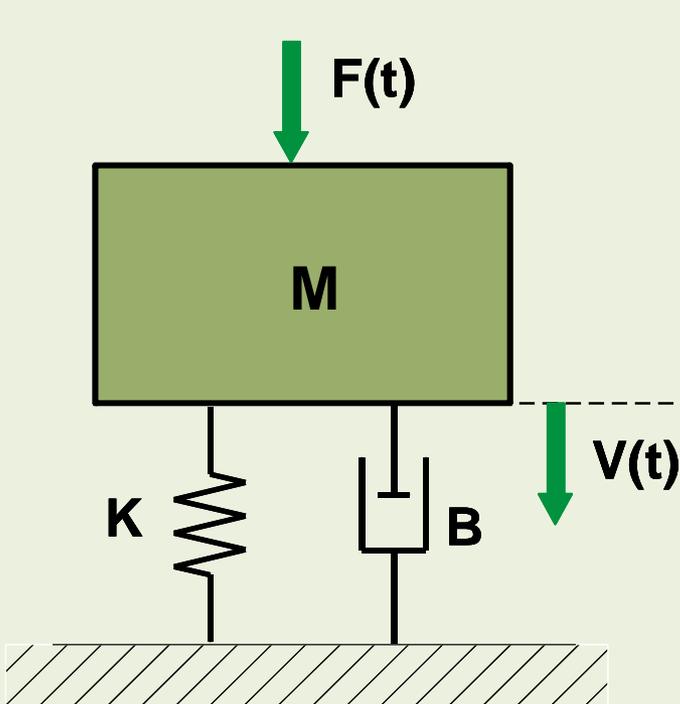


$$F(t) = B V(t)$$



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

ANALOGÍAS ELÉCTRICAS DE SISTEMAS SISTEMA MECÁNICO DE TRASLACIÓN



$$F(t) = M \frac{dV(t)}{dt} + B V(t) + K \int V(t) dt$$

Equivalencia de tensión

Equivalencia de corriente

$$F \rightarrow U$$

$$F \rightarrow I$$

$$V \rightarrow I$$

$$V \rightarrow U$$

$$M \rightarrow L$$

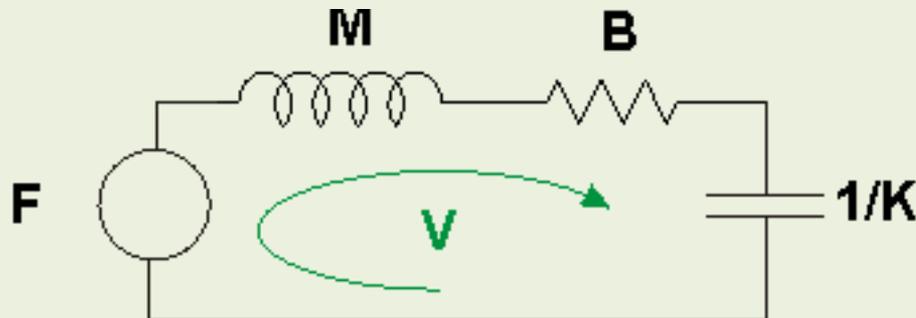
$$M \rightarrow C$$

$$B \rightarrow R$$

$$B \rightarrow 1/R$$

$$K \rightarrow 1/C$$

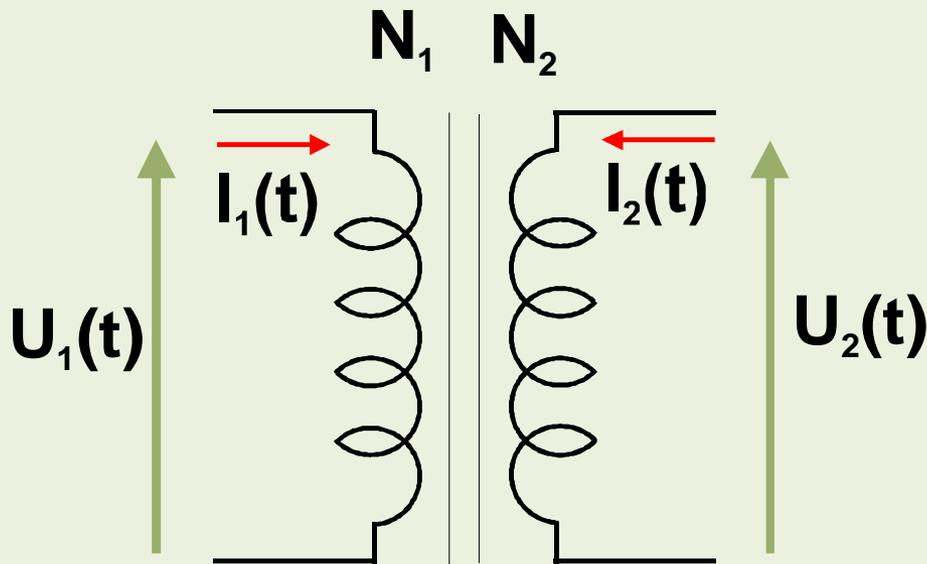
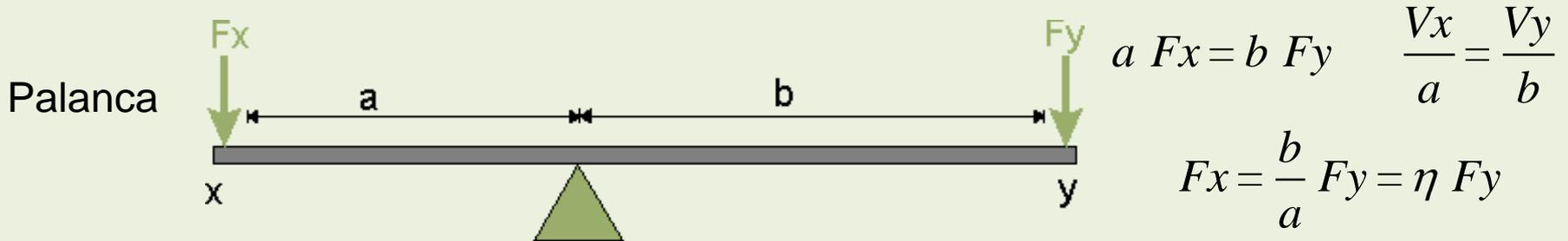
$$K \rightarrow 1/L$$



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

ANALOGÍAS ELÉCTRICAS DE SISTEMAS

SISTEMA MECÁNICO DE TRASLACIÓN



$$N_1 I_1(t) = N_2 I_2(t)$$

$$U_1 t \approx N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

$$U_2 t \approx N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

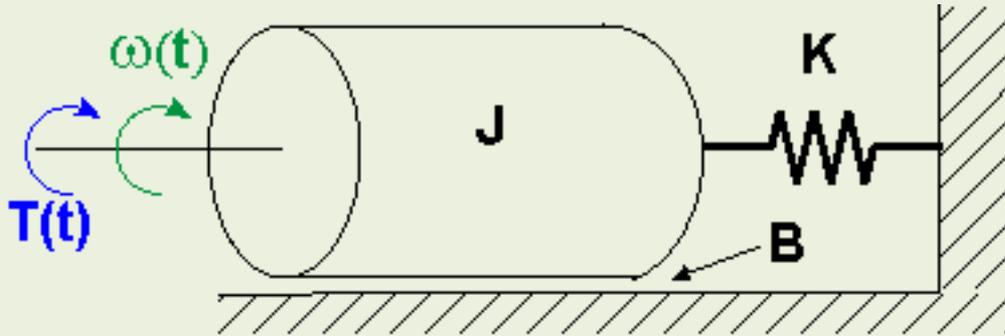
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \eta$$



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

ANALOGÍAS ELÉCTRICAS DE SISTEMAS

SISTEMA MECÁNICO DE ROTACIÓN



$$T(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} + B \omega(t) + K \int \omega(t) dt$$

Equivalencia de tensión

$$T \rightarrow U$$

$$\omega \rightarrow I$$

$$J \rightarrow L$$

$$B \rightarrow R$$

$$K \rightarrow 1/C$$

Equivalencia de corriente

$$T \rightarrow I$$

$$\omega \rightarrow U$$

$$J \rightarrow C$$

$$B \rightarrow 1/R$$

$$K \rightarrow 1/L$$



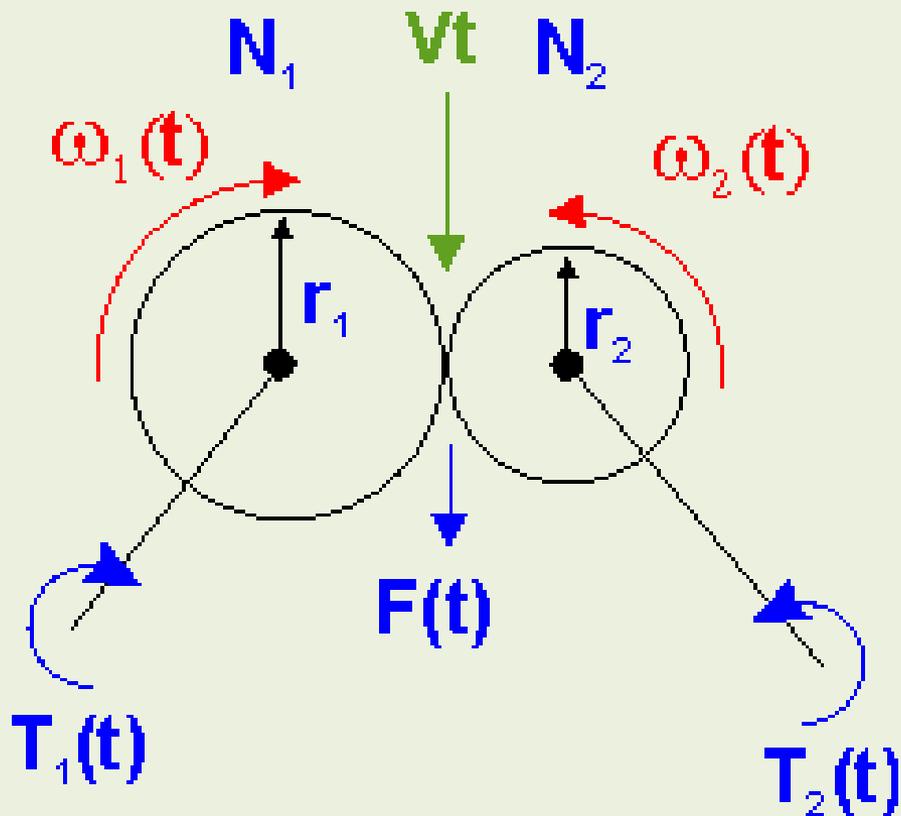
ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

ANALOGÍAS ELÉCTRICAS DE SISTEMAS

SISTEMA MECÁNICO DE ROTACIÓN

Poleas

Engranajes



$$V_t = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{\eta}$$

$$F = \frac{T_1}{r_1} = \frac{T_2}{r_2}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{r_1}{r_2} = \eta$$



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

ANALOGÍAS ELÉCTRICAS DE SISTEMAS

SISTEMA TÉRMICO

Conducción y Convección Flujo de calor $Q = K \Delta T \left[\frac{\text{Cal}}{\text{seg}} \right]$

$\Delta T =$ Diferencia de temperatura

Para conducción $K = k_c \frac{A}{\Delta x}$ $\left\{ \begin{array}{l} k_c : \text{Conductividad} \\ A : \text{Area} \\ \Delta x : \text{Espesor} \end{array} \right\}$

Resistencia Térmica $\frac{d\Delta T}{dQ} = \frac{1}{K} = \theta \left[\frac{^\circ K}{\text{Watt}} \right]$

Capacidad Térmica $C = \left(\frac{\text{Variación del calor acumulado}}{\Delta T} \right)$

$C = M Q_e \left\{ \begin{array}{l} M \text{ masa} \\ Q_e \text{ calor específico} \end{array} \right\}$

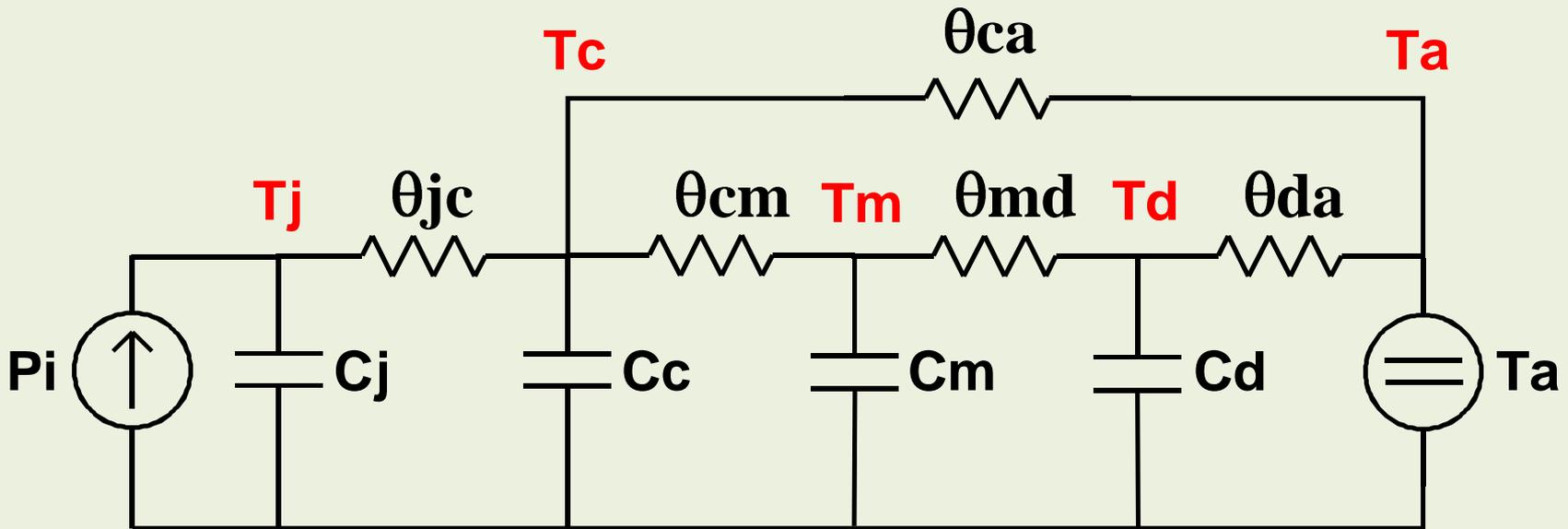
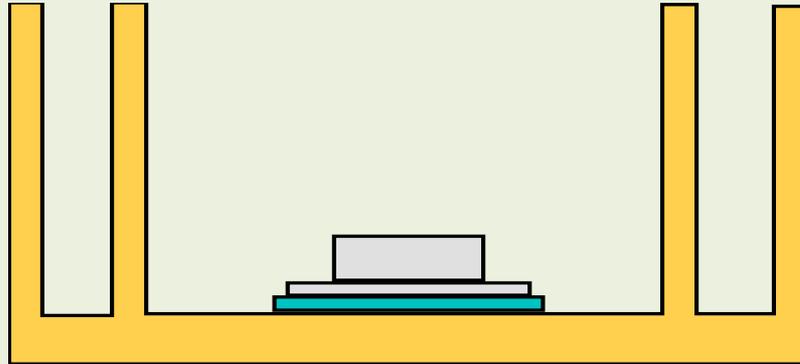


ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

ANALOGÍAS ELÉCTRICAS DE SISTEMAS

SISTEMA TÉRMICO

Amplificador de Potencia



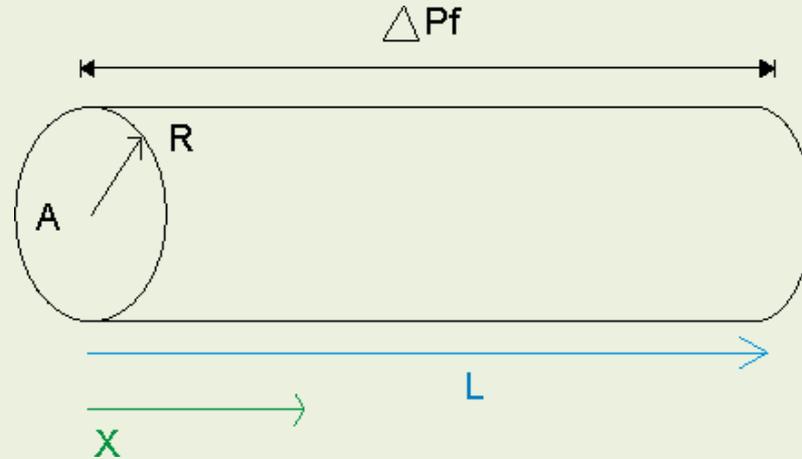
ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

ANALOGÍAS ELÉCTRICAS DE SISTEMAS

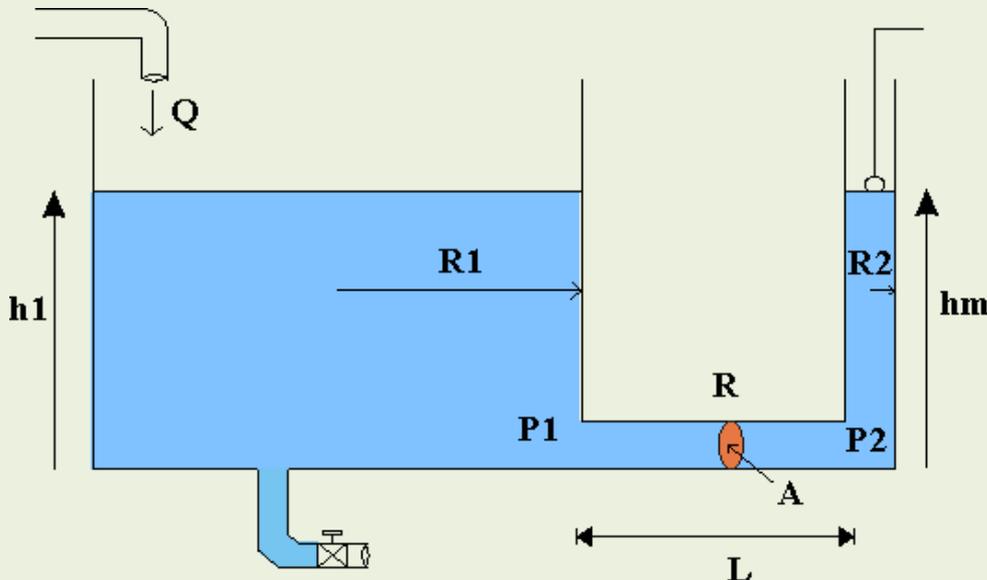
SISTEMA HIDRÁULICO

Ecuación de Poiseuille

$$\text{Caudal} = Q = \frac{\pi R^4 \Delta P_f}{8 \nu L}$$



Tanques interconectados



Ecuaciones del Sistema

Caudal $Q_i = \frac{dV}{dt} + Q_s$

Presión $P = \delta g h$

Teoría de Control



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

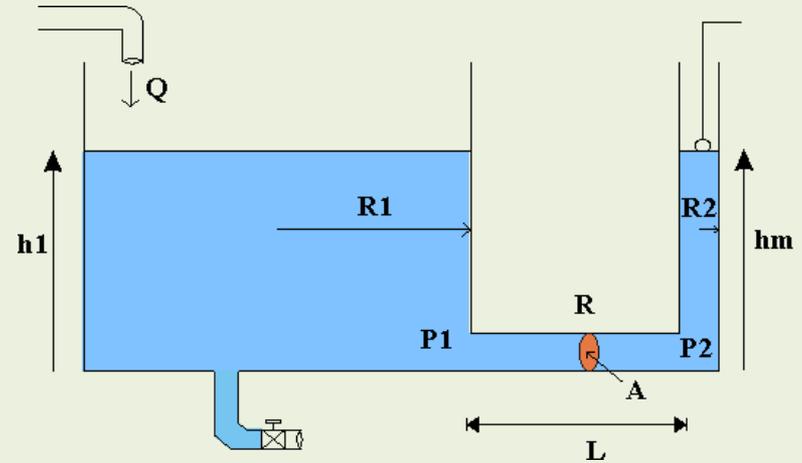
ANALOGÍAS ELÉCTRICAS DE SISTEMAS

SISTEMA HIDRÁULICO

Tanque 1 $Q = A_1 \frac{dh_1}{dt} + \frac{\pi R^4 g \delta}{8 \nu L} (h_1 - h_m)$

Tanque 2 $0 = A_2 \frac{dh_m}{dt} - \frac{\pi R^4 g \delta}{8 \nu L} (h_1 - h_m)$

$$\frac{8 \nu L}{\pi R^4 g \delta} = R \quad \text{Resistencia dinámica del fluido}$$



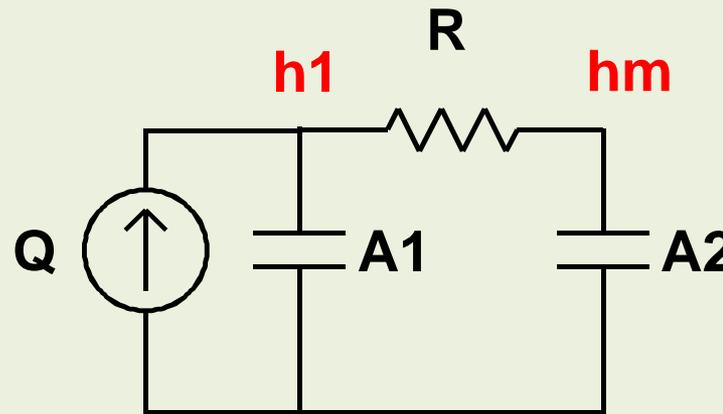
Equivalencia de tensión

$U \rightarrow h$

$I \rightarrow Q$

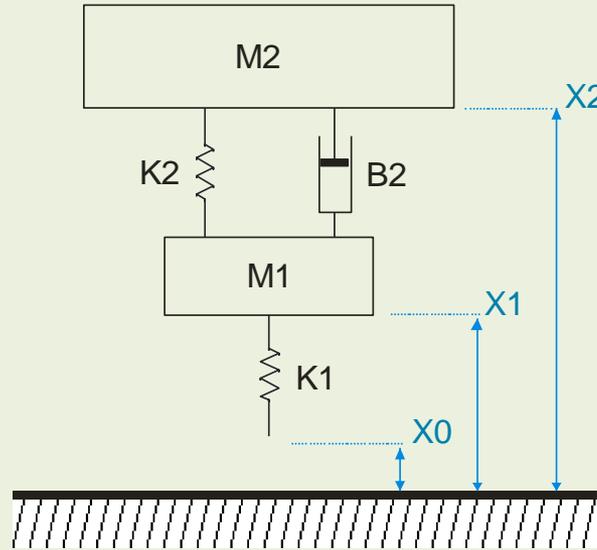
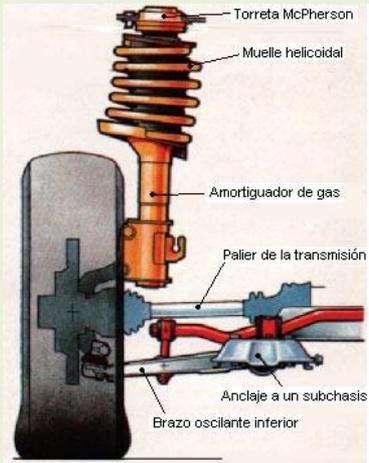
$R \rightarrow R$

$C \rightarrow A$

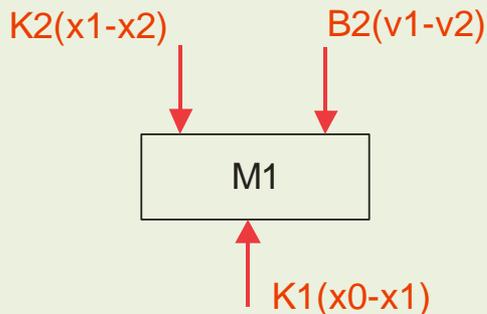


ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

Ejemplo 2: Considere el modelo mecánico planteado para el sistema de suspensión del automóvil. Halle la transferencia entre la posición de la carrocería y el desplazamiento provocado por una imperfección en el piso. Determine el comportamiento transitorio de la carrocería cuando se pretende subir un escalón.



Planteando las ecuaciones de cuerpo aislado sobre el modelo mecánico se obtiene:

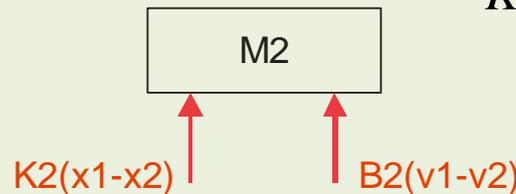


$$K_1(x_0 - x_1) - K_2(x_1 - x_2) - B_2(v_1 - v_2) = M_1 a_1 = F_{M1}$$

$$K_2(x_1 - x_2) + B_2(v_1 - v_2) = M_2 a_2 = F_{M2}$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$$



Teoría de Control



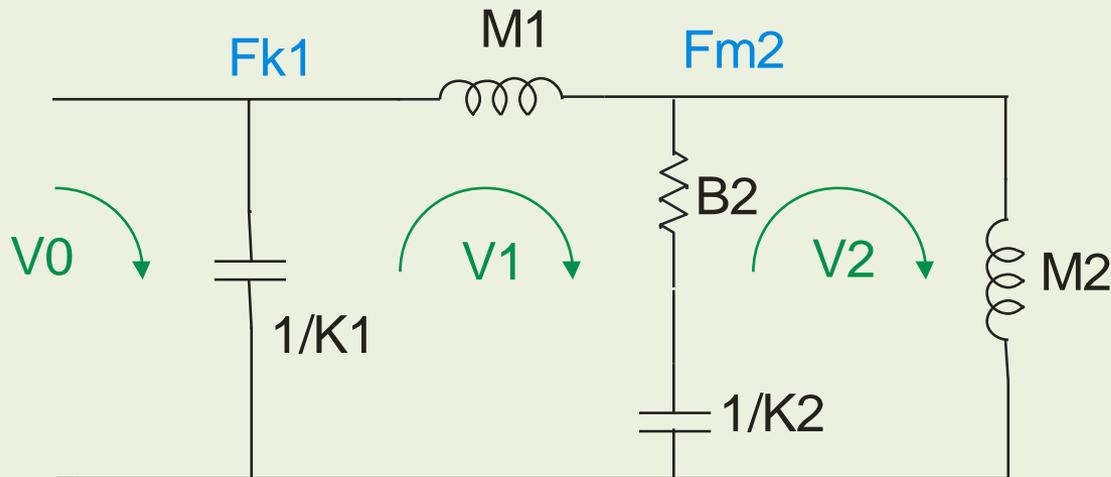
ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

Reescribiendo las ecuaciones en términos de velocidad se llega a :

$$K_1 \int (v_0 - v_1) dt = K_2 \int (v_1 - v_2) dt + B_2 (v_1 - v_2) + M_1 \frac{dv_1}{dt} = F_{k1}$$

$$K_2 \int (v_1 - v_2) dt + B_2 (v_1 - v_2) = M_2 \frac{dv_2}{dt} = F_{M2}$$

Si se realiza una equivalencia entre las fuerzas en las ecuaciones mecánicas y tensiones en un circuito eléctrico, se podría plantear que las velocidades resultan equivalentes a las corrientes del circuito eléctrico, las masas equivalentes a inductancias, los rozamientos equivalentes a resistencias y los resortes equivalentes a la inversa de la capacidad. En tales condiciones las anteriores ecuaciones serían equivalentes a las del siguiente circuito eléctrico:

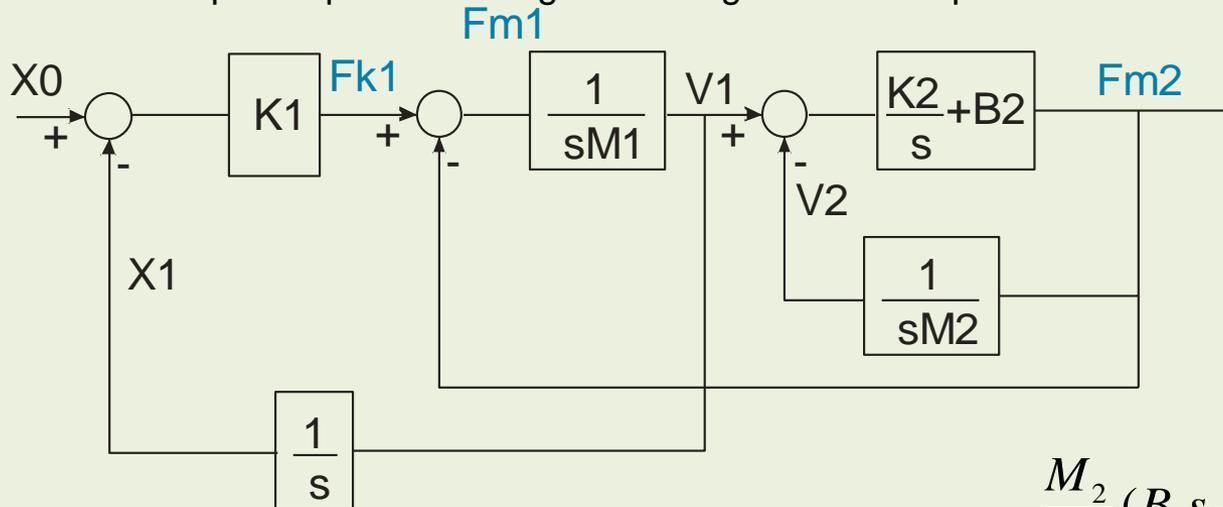


Las ecuaciones planteadas corresponden a las ecuaciones de malla del circuito eléctrico



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

Del circuito eléctrico se puede plantear el siguiente diagrama en bloques.:



$$\frac{F_{M2}}{V_1} = \frac{sM_2(B_2s + K_2)}{s^2M_2 + B_2s + K_2}$$

$$\frac{F_{M2}}{F_{M1}} = \frac{\frac{M_2}{M_1}(B_2s + K_2)}{s^2M_2 + B_2s + K_2}$$

$$\frac{F_{M2}}{F_{K1}} = \frac{M_2(B_2s + K_2)}{s^2M_2M_1 + B_2s(M_1 + M_2) + K_2(M_1 + M_2)}$$

$$\frac{F_{M2}}{X_0} = \frac{K_1M_2s^2(B_2s + K_2)}{s^4M_2M_1 + B_2s^3(M_1 + M_2) + s^2[K_1M_2 + K_2(M_1 + M_2)] + B_2K_1s + K_1K_2}$$



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

Finalmente la posición de la carrocería para un escalón de desplazamiento:

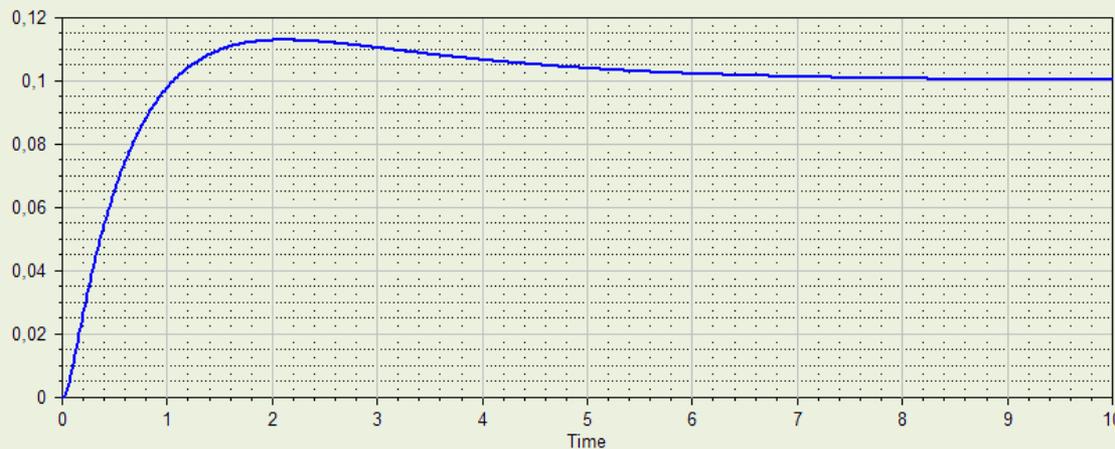
$$\frac{X_2}{X_0} = \frac{K_1(B_2s + K_2)}{s^4 M_2 M_1 + B_2 s^3 (M_1 + M_2) + s^2 [K_1 M_2 + K_2 (M_1 + M_2)] + B_2 K_1 s + K_1 K_2}$$

Para $M_1=20$ Kg , $M_2=1300$ Kg, $K_1=50000$ N/m, $K_2=1000$ N/m, $B_2=2500$ Ns/m

$$\frac{X_2}{X_0} = \frac{1.923(2500s+1000)}{s^4 + 126.9s^3 + 2551s^2 + 4808s + 1923} = \frac{4808(s+0.4)}{(s+0.5641)(s+1.486)(s+22.38)(s+102.5)}$$

Suponiendo un escalón de 10 cm la respuesta tiene la siguiente expresión

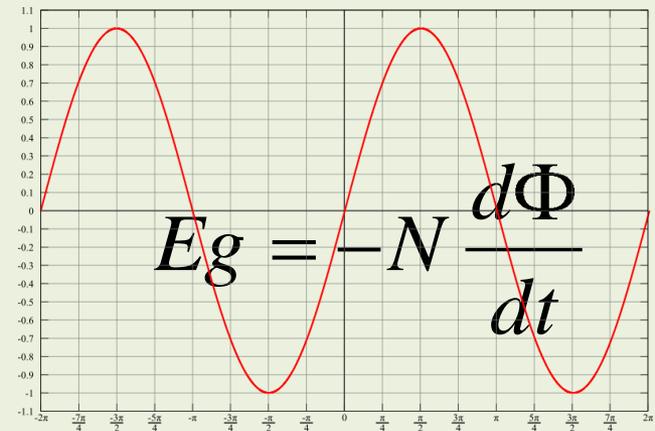
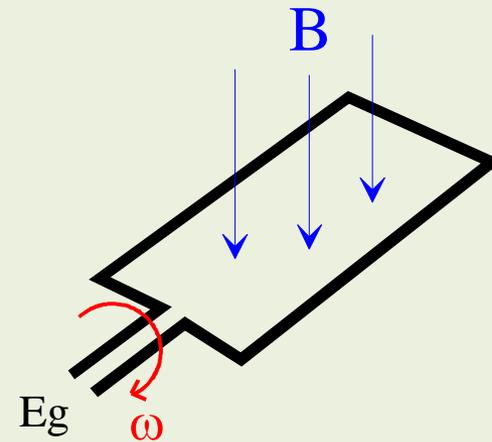
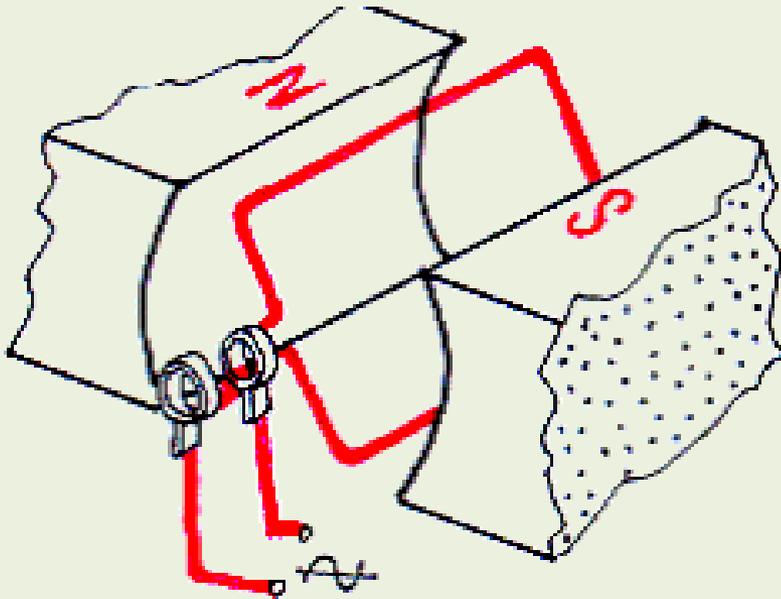
$$X_2(t) = 0.1 + 0.06822 e^{-0.5641t} - 0.1806 e^{-1.486t} + 0.01293 e^{-22.38t} - 0.0005807 e^{-102.5t}$$



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

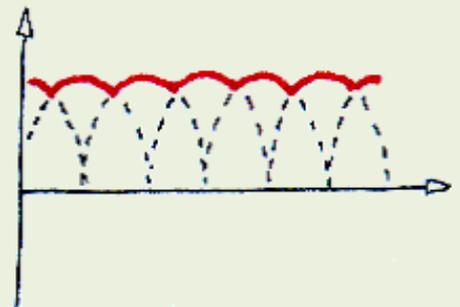
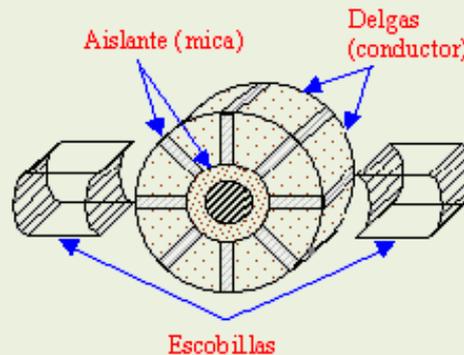
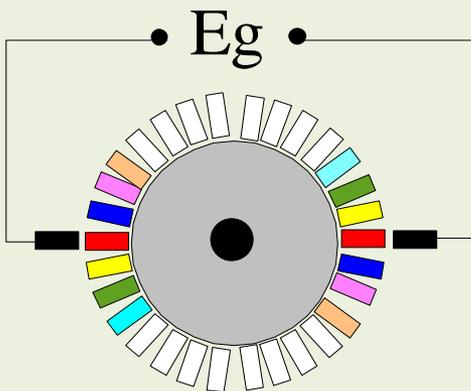
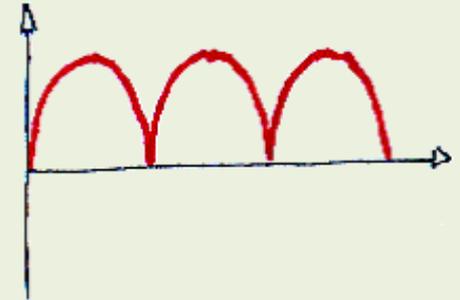
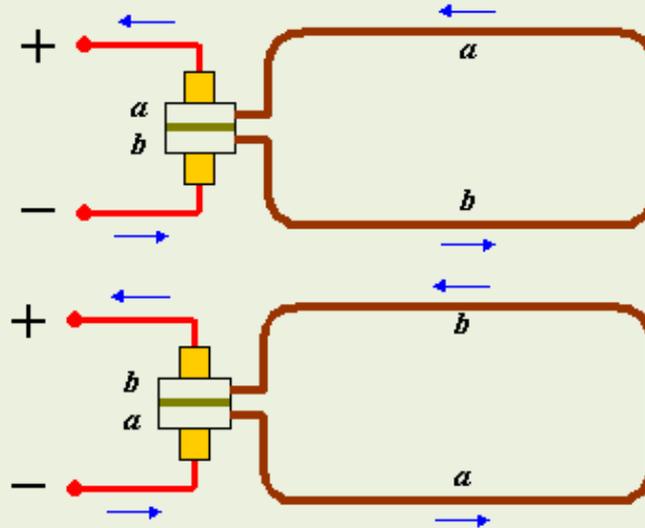
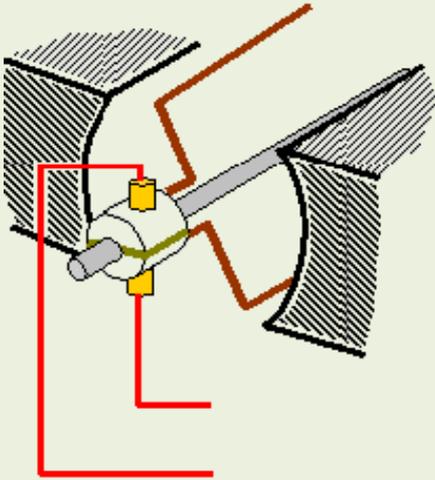
GENERADOR Y MOTOR DE CORRIENTE CONTINUA

Ley de Faraday



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

GENERADOR Y MOTOR DE CORRIENTE CONTINUA

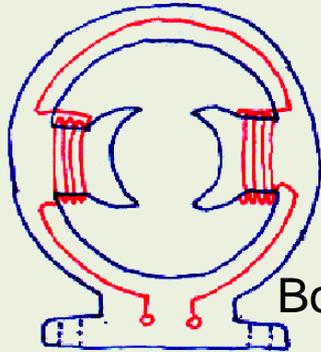


$$E_g = K_g \omega \Phi$$

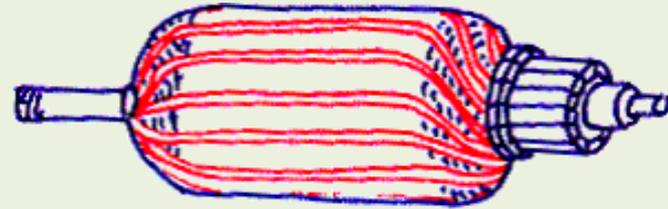


ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

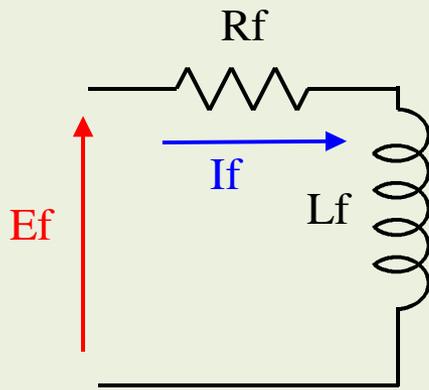
GENERADOR Y MOTOR DE CORRIENTE CONTINUA



Bobinado de Campo

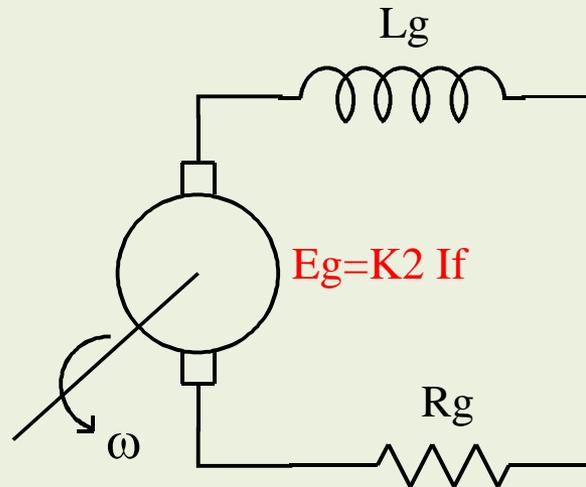


Bobinado de Armadura



$$E_f = R_f I_f + L_f \frac{dI_f}{dt}$$

$$\Phi = K_f I_f$$



$$E_g = K_g \omega \Phi$$

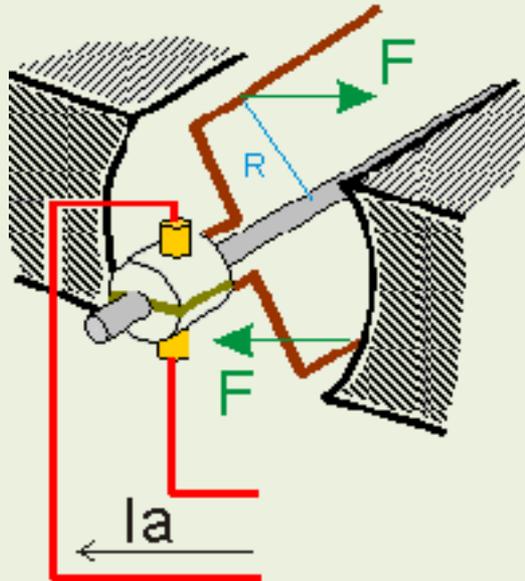
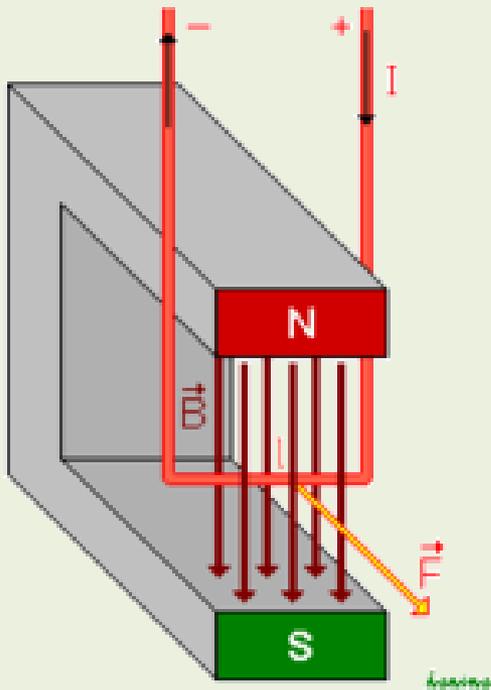
Si ω es constante $E_g = K_2 I_f$



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

GENERADOR Y MOTOR DE CORRIENTE CONTINUA

Fuerza de Lorentz



$$Tm = K_1 Ia \Phi$$

$$Eg = Kg \omega \Phi$$

Si Φ es constante

$$Tm = K_T Ia$$

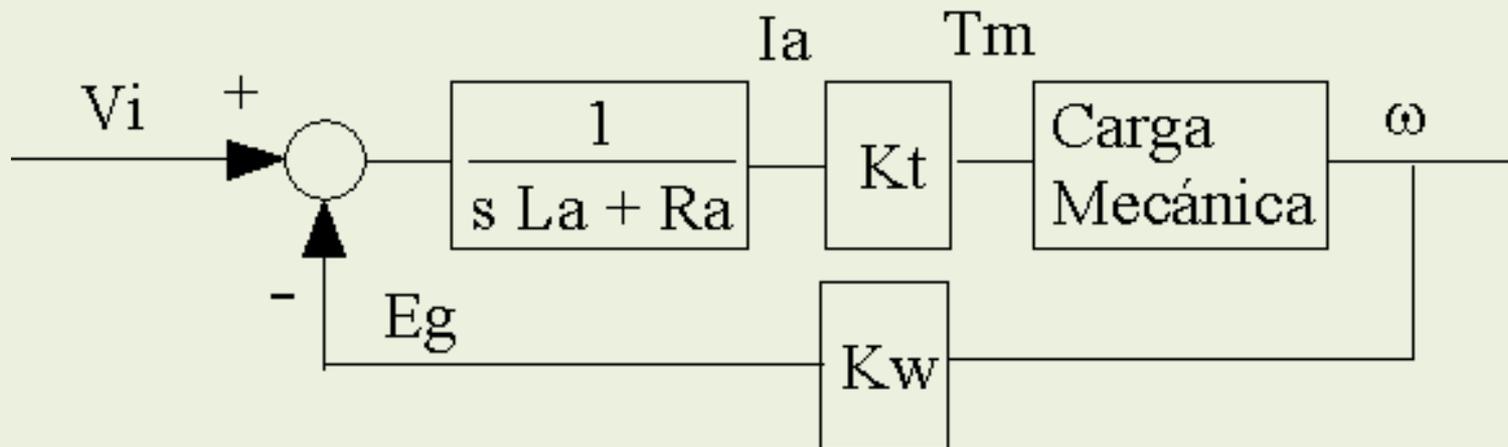
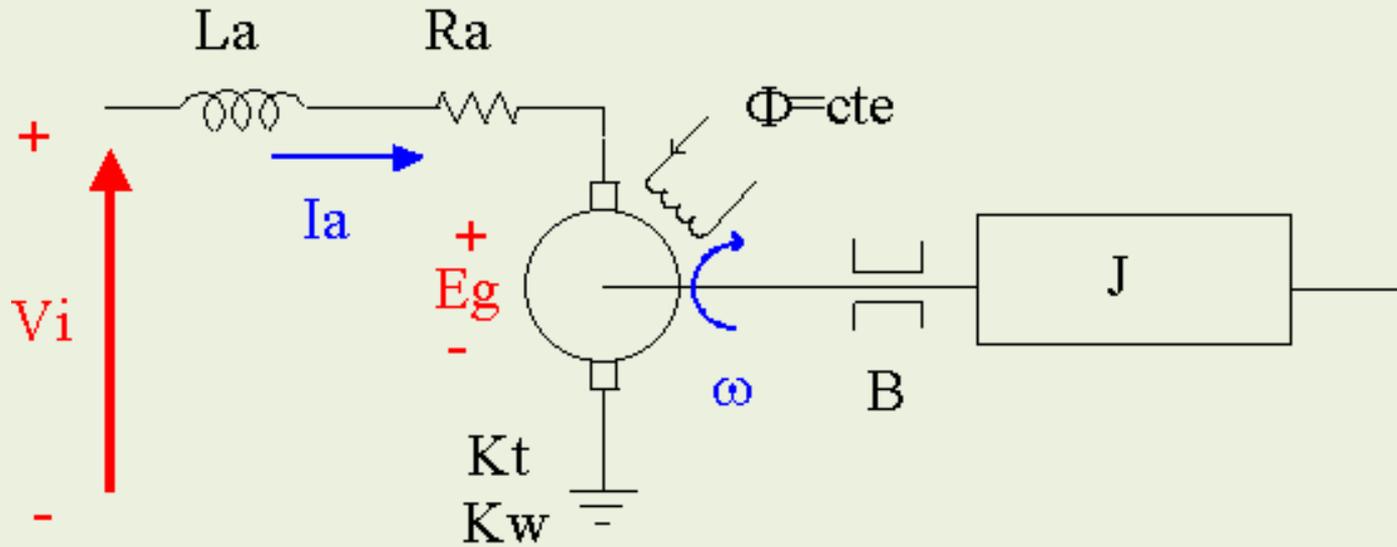
$$Eg = Kw \omega$$

$$F = \int I \cdot dl \times B$$



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

GENERADOR Y MOTOR DE CORRIENTE CONTINUA



ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE MODELOS

GENERADOR Y MOTOR DE CORRIENTE CONTINUA

