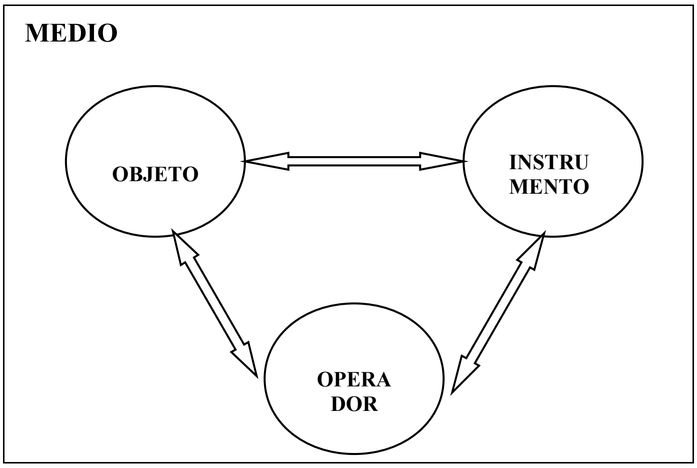
Teoría de la Medida. Recopilación

Una ***magnitud física*** es un atributo de un cuerpo, un fenómeno o una sustancia, que puede determinarse cuantitativamente, es decir, es un atributo susceptible de ser medido.
De acuerdo a Baird en el libro: "Experimentación. Una introducción a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos" :

- La experimentación comprende el proceso completo de identificar una porción del mundo que nos rodea (sistema), para obtener información de ella e interpretarla. En este proceso tiene un papel importante el observador, en especial el/los modelos teórico/s que posee para interpretar dicha realidad.
- ¿Qué es medir?

Es el proceso de cuantificar nuestra experiencia del mundo exterior.
Medir es comparar una cantidad de una magnitud con otra cantidad de la misma magnitud fijada arbitrariamente como unidad.

Factores que intervienen en una medición



1) Objeto
2) Aparato o instrumento
3) Unidad o patrón de comparación
4) Operador
5) Medio

Protocolo de medición

¿Para qué se mide? Objetivo de la medición.
¿Qué se mide? Elección de las magnitudes involucradas en acuerdo al objetivo.
¿Con qué se mide? Selección del o de los instrumentos.
¿Cómo se mide? Pasos a seguir para la determinación de la magnitud correspondiente.
¿Cuántas veces se mide? No se medirá una sola vez ya que pueden deslizarse errores groseros.
¿Cómo se expresa el resultado de la medición?--------"Expresar físicamente"

El resultado del experimento se expresa como **$\langle x\rangle \pm \Delta x$** y la unidad de medida

$\langle x\rangle$ valor representativo de la magnitud

Δx incerteza absoluta de la magnitud

Clasificación de las mediciones

Se pueden clasificar en directas e indirectas.

<u>Medición directa:</u> a la operación de lectura en un instrumento aplicado a medir cierta cantidad de una magnitud. Ej. : longitud con una regla, corriente con un amperímetro, temperatura con un termómetro,...

<u>Medición indirecta</u>: es la que resulta de vincular mediciones directas a través de relaciones matemáticas. Ej.: cálculo de la densidad de un cuerpo conocidas su masa y volumen, de la resistencia eléctrica teniendo los valores de la intensidad de corriente y de la diferencia de potencial.

Clasificación de incertezas

<u>Sistemáticas:</u> son los que provienen de una imperfección o ajuste inadecuado del instrumento de medición, de la acción permanente de una causa externa, etc.

Ejemplo: desigualdad en la longitud de los brazos de una balanza, paralaje, desplazamiento del cero. Afectan a todas las mediciones prácticamente por igual y son del mismo signo. Si bien no puede hacerse una teoría general para ellos, en casos particulares existen métodos para ponerlos de manifiesto o efectuar correcciones para eliminarlos.

<u>Accidentales o casuales</u>: si una misma cantidad de una magnitud se mide cierto número de veces con el mismo instrumento y en las mismas condiciones los valores difieren entre sí. Algunas de estas diferencias provienen del error de apreciación, pero otras se pueden atribuir a pequeñas variaciones en las condiciones ambientales (temperatura, presión,...), cambios en el observador y en el instrumento. Para mediciones de alta precisión es indispensable, para su ponderación, utilizar la teoría estadística.

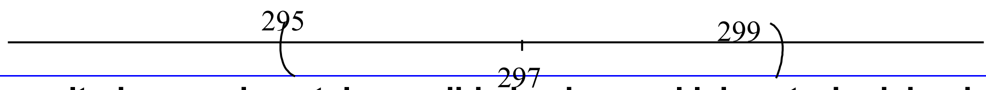
Valor representativo e incertezas

Cuando se mide una variable continua sólo se puede determinar un conjunto de valores o franja de indeterminación, entre los cuales se asegura se encuentra el "verdadero" valor de esa magnitud.

Por ejemplo, al medir una cierta distancia hemos obtenido (297±2) mm.

De este modo, entendemos que la medida de dicha magnitud está en alguna parte entre 295 mm y 299 mm.

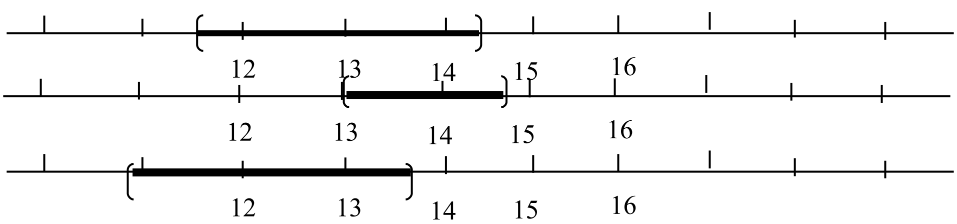
En realidad, la expresión anterior no significa que se está *seguro* de que el valor verdadero esté entre los límites indicados, sino que hay cierta probabilidad de que esté ahí.



Todo resultado experimental o medida hecha en el laboratorio debe de ir acompañada del valor estimado del error de la medida y a continuación, las unidades empleadas.

Mediciones comparables

Se dicen que son comparables cuando al representar sus bandas de incertezas tienen una franja de intersección común.



Sólo se pueden comparar medidas de la misma magnitud

Cifras significativas

Como los cálculos tienen tendencia a producir resultados que consisten en largas filas de números, debemos de tener cuidado de citar el resultado final con sensatez.
Por ejemplo: si medimos un voltaje entre los extremos de una eléctrica como (15,4±0,1)V y la corriente como (1,7±0,1)A. podemos calcular el valor de la resistencia con la relación

$R = \frac{V}{I} = 9{,}05882235\Omega$ que es lo que da la calculadora

Esta respuesta no tiene sentido pues se puede, tras un breve cálculo (que veremos cómo realiza más adelante), encontrar que su incerteza es $\Delta R = 0{,}59....\Omega$ así que las primeras dos cifras decimales del valor calculado de resistencia son inciertas, es claro que el resto carece de sentido. Pero la incerteza de las medidas directas V e I tienen una sola cifra significativa un resultado consistente para la resistencia sería expresarla respetando una sola cifra significativa. Sólo si tuviéramos razones para creer que nuestra incerteza era exacta hasta al segunda cifra significativa, podríamos tomar dos cifras significativas en la incerteza final. En términos generales debemos estar seguros que los valores dados a la incerteza sean consistentes con las incertezas de las mediciones básicas.
Cuando realizamos una medición con una regla graduada en milímetros, está claro que, si somos cuidadosos, podremos asegurar nuestro resultado hasta la cifra de los milímetros o, en el mejor de los casos, con una fracción del milímetro, pero no más. De este modo nuestro resultado podría ser *L* = (95,2 ± 0.5) mm, o bien *L* = (95 ± 1) mm. En el primer caso decimos que nuestra medición tiene tres *cifras significativas* y en el segundo caso la medición tiene sólo dos, pero en ambos casos la incerteza tiene sólo una cifra significativa.
El número de cifras significativas de la medición es igual al número de dígitos contenidos en el resultado de la medición que están a la izquierda del primer dígito afectado por el error, incluyendo este dígito.
El primer dígito, o sea el que está más a la izquierda, es el más significativo (9 en nuestro caso) y el último (más a la derecha) el menos significativo, ya que es en el que tenemos “menos seguridad”. Nótese que carece de sentido incluir en nuestro resultado de *L* más cifras que aquellas en donde tenemos incertidumbres (donde “cae” el error).
No es correcto expresar el resultado como *L* = (95,321 ±1) mm, ya que si tenemos incertidumbre del orden de 1 mm, mal podemos asegurar el valor de las décimas, centésimas y milésimas del milímetro.
Si el valor de *L* proviene de un promedio y el error es del orden del milímetro, se debe redondear el dígito donde primero cae el error.
Es usual expresar **las incertezas** con ***una sola cifra significativa***, y sólo en casos excepcionales y cuando existe fundamento para ello, se pueden usar más. También es usual considerar que la incertidumbre en un resultado de medición afecta a la última cifra si es que no se la indica explícitamente. Por ejemplo, si sólo disponemos de la información que una longitud es *L* = 95 mm, podemos suponer que la incertidumbre es del orden del milímetro y, como dijimos antes, el resultado de *L* tiene dos cifras significativas, con una incerteza de una cifra significativa.

Los errores o incertezas se darán con una única cifra significativa (salvo que el método justifique más cifras). Esto determinará la cantidad de cifras significativas que tomamos en la magnitud

Reglas para contar el número de cifras significativas

1) *Todos los dígitos distintos de cero son cifras significativas.*
Ejemplo: 2,76 g tiene 3 cifras significativas.

2*) Los ceros que están entre dos dígitos distintos de cero son cifras significativas.*
Ejemplos: 2,078 g tiene 4 cifras significativas
400,47 g tiene 5 cifras significativas.

3) *Los ceros situados a la derecha de la coma y después de un dígito distinto de cero son cifras significativas*.
Ejemplo: 0.700 g. tiene 3 cifras significativas.

4)*Los ceros situados a la izquierda de la primera cifra distinta de cero, no son cifras significativas, sólo indican la posición del punto decimal.*
Ejemplos: 0,006 m tiene una cifra significativa
0,02028 g tiene 4 cifras significativas.

5*) Para números enteros, sin decimales, los ceros situados a la derecha del último dígito distinto de cero* ***pueden o no ser*** *cifras significativas*. Si se *utiliza notación exponencial se evita esta ambigüedad. Las potencias de 10 se usan para marcar las cifras significativas.*
Ejemplos: a) 300 cm puede tener una (número 3), dos (30) o tres (300) cifras significativas. Si se escribe 3×10^2 significa que tiene una cifra significativa; $3{,}0 \times 10^2$ dos cifras significativas y $3{,}00 \times 10^2$, tres cifras significativas.

b) Si se dice que la distancia de la tierra al sol es 199600000 km esto significaría que se conoce este dato con una incertidumbre 1 km. Sin embargo supóngase que realmente el dato se conoce es con una incertidumbre de 10000 km; esto obliga a escribir esta distancia como 19.960×10^4 km.

c) Si el número de Avogadro se escribe como $6{,}022137 \times 10^{23}$ significa que la medida experimental da un número con 7 cifras significativas y no con 24 que es lo que significaría si se escribiera como 602213700000000000000000 que sería una medición con engañosa exactitud en la medida.

6) *Las conversiones de unidades no pueden modificar el número de cifras significativas.*
Ejemplo: 2,24 m = 22,4 dm =224 cm =224x10 mm =0.00224 km $=224 \times 10^4$ μm = 224×10^7 nm.

Nota: μm significa <u>micras</u> o micrómetros y nm significa <u>nanómetros.</u>

Expresiones incorrectas	**Expresiones correctas con una cifra significativa en la incerteza**
24567±2928 m	(24000±3000) m o más correctamente
24567±3000 m	$(2{,}4\pm3)10^3$m
345,20±3,10 mm	(345±3) m
345,2±3 m	
43±0,06 m	(43,00±0,06) m

La última cifra significativa en el valor de una magnitud física y en su error, expresados en las mismas unidades, deben de corresponder al mismo orden de magnitud (centenas, decenas, unidades, décimas, centésimas).

Precisión y exactitud

Precisión no es lo mismo que exactitud. Otra fuente de error que se origina en los instrumentos además de la *precisión* es la *exactitud* de los mismos.

La precisión de un instrumento o un método de medición está asociada a la sensibilidad o menor variación de la magnitud que se pueda detectar con dicho instrumento o método. Así, decimos que un tornillo micrométrico (con una apreciación nominal de 10^{-3} mm =1μm) es más preciso que una regla graduada en milímetros; o que un cronómetro es más preciso que un reloj común, etc.

La exactitud de un instrumento o método de medición está asociada a la calidad de la calibración del mismo. Imaginemos que el cronómetro que usamos es capaz de determinar la centésima de segundo pero adelanta dos minutos por hora, mientras que un reloj de pulsera común no lo hace. En este caso decimos que el cronómetro es todavía más preciso que el reloj común, pero menos exacto. La exactitud es una medida de la calidad de la calibración de nuestro instrumento respecto de *patrones de medida* aceptados internacionalmente. En general los instrumentos vienen calibrados, pero dentro de ciertos limites. Es deseable que la calibración de un instrumento sea tan buena como la apreciación del mismo.

Precisión da la calidad de la lectura en el instrumento, la exactitud compara a la lectura con un patrón de referencia. Una medición de alta calidad, como las que se utilizan para definir los estándares, es precisa y exacta.

Incertidumbre relativa y relativa porcentual.

Los errores o incertezas de los que hemos estado hablando hasta ahora son los errores absolutos. El error relativo se define como el cociente entre el error absoluto y la magnitud. Es decir $\varepsilon = \frac{\Delta X}{X}$, donde *X* se toma en valor absoluto, de forma que ε es siempre positivo.

- El error relativo es un índice de la precisión de la medida.
- NO tiene unidades

La incerteza absoluta no muestra si una medición fue realizada con buena precisión o no, pues compara al valor representativo con su incerteza. Se tienen así los conceptos de incerteza o error relativo ε (el error por cada unidad) o el error relativo porcentual ε % (el error por cada cien unidades). Decimos que cuanto menor es el error relativo mayor es la precisión de la medición, es decir definimos la precisión K = 1/ε.

Podemos comparar errores relativos de distintas magnitudes.

Resumiendo

- Toda medida debe de ir seguida por la unidad, obligatoriamente del Sistema Internacional de Unidades de medida.
- Cuando se mide algo debe tener gran cuidado para no producir una perturbación en el sistema que está bajo observación.
- Todas las medidas está afectadas en algún grado por un error o incerteza experimental debido a las imperfecciones inevitables del instrumento de medida, o las limitaciones impuestas por nuestros sentidos que deben de registrar la información.

¿Cómo asignar incertezas a una magnitud?

Medidas directas

Error o incerteza de una magnitud que se mide una única vez
En este caso el mejor valor será simplemente el valor medido y el error se estimará como la mínima división del instrumento (o la mitad de ella según sea la medición en cuestión)

Error o incerteza de una magnitud que se mide directamente *n* veces

- Un experimentador que haga la misma medida varias veces no obtendrá, en general, el mismo resultado, no sólo por causas imponderables como variaciones imprevistas de las condiciones de medida: temperatura, presión, humedad, etc., sino también, por las variaciones en las condiciones de observación del experimentador.
- Si la medida se repite (cuando la sensibilidad del método o de los aparatos utilizados es pequeña comparada con la magnitud de los errores aleatorios), **solamente será necesario en este caso hacer una sola medida**
- Si al tratar de determinar una magnitud por medida directa realizamos varias medidas con el fin de corregir los errores aleatorios, los resultados obtenidos son $x_1, x_2, \ldots x_n$ se adopta como mejor estimación del valor verdadero, el valor medio $\langle x \rangle$, que viene se calcula como

$$\langle x \rangle = \frac{x_1 + x_2 + \ldots x_n}{n} = \frac{\sum_1^n x_i}{n}$$

De acuerdo con la teoría de Gauss de los errores, que supone que estos se producen por causas aleatorias, se toma como la mejor estimación del error, el llamado **error cuadrático** definido por

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - \langle x \rangle)^2}{n(n-1)}}$$

Nótese que a mayor número de mediciones *n* menor será la incerteza del promedio.

Veamos dos criterios de aproximaciones de estas expresiones en dos ejemplos:

- Se han obtenido cuatro medidas, de las cuales tres están repetidas. Por ejemplo, en la medición del diámetro de una pieza, los valores son 4 cm, 5 cm, 4 cm, 4 cm con un error de apreciación de 1 cm. El resultado de la medición se expresará como (4 ± 1) cm. Es decir se toma la medida que más se repite y se descarta la que es diferente.
- De las medidas realizadas ninguna está repetida. Por ejemplo, en la medición de una intensidad de corriente se obtuvieron los siguientes resultados: 1,5 A, 1,4 A, 1,3 A y 1,5 A con una incerteza de 0,1 A. Se asignará al valor representativo la semisuma de las cotas extremas y su intervalo de incerteza $X = \frac{X_{max} + X_{min}}{2}$ $\Delta X = \frac{X_{max} - X_{min}}{2}$

Se adoptará como valor representativo X_0 = (1,6 A + 1,2 A)/2 = 1,4 A con una incerteza de ΔX = (1,6 A – 1,2 A)/2 = 0,1 A.
Donde $X_{max} = (1,5 + 0,1)A$ es la cota máxima y $X_{min} = (1,3 - 0,1)A$ es la cota mínima

El resultado se expresará como X = (1,4 $\pm$ 0,2) A.

Medidas indirectas

En muchos casos, el valor experimental de una magnitud se obtiene, de acuerdo a una determinada expresión matemática, a partir de la medida de otras magnitudes de las que depende. Se trata de conocer el error en la magnitud derivada a partir de los errores de las magnitudes medidas directamente.

Funciones de una sola variable

Supongamos que la magnitud ***y*** cuyo valor queremos hallar, depende solamente de otra magnitud *x*, mediante la relación funcional *y=f(x)*.

El error de *y* (Δy) cuando se conoce el error de *x* (Δx) se puede calcular mediante la expresión.
$$\Delta y = |f'(x)|\, dx = \left|\frac{df}{dx}\right| dx$$

de nuevo *x* es el valor medido y *f'* indica la derivada de la función *f(x)* respecto de *x, o sea* $f'(x) = \dfrac{df}{dx}$.

Ejemplo : Supongamos que queremos medir el periodo *T* de un oscilador, es decir, el tiempo que tarda en efectuar una oscilación completa, y disponemos de un cronómetro que aprecia las décimas de segundo, 0,1s.

Medimos el tiempo que tarda en hacer 10 oscilaciones, por ejemplo 4,6 s, dividiendo este tiempo entre 10 resulta T=0,46 s, $T = \dfrac{t}{10}$, $\Delta T = \dfrac{\Delta t}{10}$

Obtenemos para el error ΔT=0,01 s. Por tanto, la medida la podemos expresar como

T=(0.46±0.01) s

- Podríamos aumentar indefinidamente la resolución instrumental para medir T aumentando el número de periodos que incluimos en la medida directa de *t*.
- Un límite está en nuestra paciencia y la creciente probabilidad de cometer errores cuando contamos el número de oscilaciones.
- Otro límite es que el oscilador no se mantiene con la misma amplitud indefinidamente, sino que se para al cabo de un cierto tiempo, por lo tanto deja de valer el modelo físico utilizado.

Función de varias variables

La magnitud *y* está determinada por la medida de varias magnitudes *p, q, r*, etc., con la que está ligada por la función. La magnitud *y* es la variable dependiente y las magnitudes *p, q, r* son las variables independientes.

y=f(p, q, r ...).

Para evaluar Δy se utiliza, como se dijo precedentemente, el dy. Pero al depender de más de una variable se realiza la derivación respecto de una sola de las variables, considerando las otras como constantes (concepto de derivada parcial).

El error de la magnitud *y* se puede calcular por medio de la siguiente expresión.

$$\Delta y = \sqrt{\left(< \frac{\partial f}{\partial p} > \Delta p\right)^2 + \left(< \frac{\partial f}{\partial q} > \Delta q\right)^2 + \left(< \frac{\partial f}{\partial r} > \Delta r\right)^2 + \ldots}$$

Casos más frecuentes

$y = p \pm q \qquad \Delta y = \sqrt{(\Delta p)^2 + (\Delta q)^2}$

$y = p \cdot q \qquad \Delta y = \sqrt{p^2 (\Delta q)^2 + q^2 (\Delta p)^2}$

$y = \frac{p}{q} \qquad \Delta y = \sqrt{\left(\frac{\Delta p}{q}\right)^2 + \left(\frac{p \, \Delta q}{q^2}\right)^2}$

En forma aproximada se puede calcular, como cota superior

$$\Delta y = \left|\frac{\partial f}{\partial p}\right| \Delta p + \left|\frac{\partial f}{\partial q}\right| \Delta q + \left|\frac{\partial f}{\partial r}\right| \Delta r + ...$$

En los casos más frecuentes

$y = p \pm q \qquad \Delta y = \Delta p + \Delta q$

$y = p \cdot q \qquad \Delta y = |p| \Delta q + |q| \Delta p$

$y = \frac{p}{q} \qquad \Delta y = \left|\frac{1}{q}\right| \Delta p + \left|\frac{p}{q^2}\right| \Delta q$

De manera que se puede con esto obtener que

Incerteza absoluta de a : Δa
Incerteza relativa de a : $\varepsilon(a) = \Delta a/a$, porcentual : $\varepsilon(a)_{\%} = \Delta a/a \,.\, 100$
Incerteza absoluta de (a±b) : $\Delta(a \pm b) = \Delta a + \Delta b$
Incerteza relativa de a.b : $\varepsilon(a.b) = \Delta a/a + \Delta b/b = \varepsilon(a) + \varepsilon(b)$
Incerteza relativa de a^n : $\varepsilon(a^n) = n.\ \Delta a/a = n.\ \varepsilon(a)$
Incerteza relativa de a:b : $\varepsilon(a:b) = \Delta a/a + \Delta b/b = \varepsilon(a) + \varepsilon(b)$

Ejemplos:

1) Se midió una determinada longitud, para la que se necesitó utilizar dos veces una regla milimetrada. Las medidas directas fueron a´ =10 mm y b´=5 mm. Entonces la medida de la longitud total será:
a + b= (a´ ± Δa) + (b´± Δb) = (10 mm ± 1mm) + (5 mm ±1mm) = 15 mm ± 2 mm.

2) En el caso de la sustracción se procede de igual modo: a - b= (a´± Δa) - (b´± Δb)= (a´- b´) ± (Δa´+ Δb´).

3) Hallar el área del rectángulo y el error de la medida indirecta. Si los lados miden
a=(1,53±0,06) cm, y b=(10,2±0,1) cm

El área es A =a. b= 1.53×10,2=15.606 cm²

El error absoluto del área ΔA se obtiene con:

$$\Delta A = \sqrt{(a\,\Delta b)^2 + (b\,\Delta a)^2} = \sqrt{(1{,}53\cdot 0{,}1)^2 + (10{,}2\cdot 0{,}06)^2} = 0{,}630835 cm^2$$

y en forma aproximada

$$\Delta A = |a\,\Delta b| + |b\,\Delta a| = 0{,}765 cm^2$$

El error absoluto con una sola cifra significativa es, para el primer caso 0,6cm^2, (o 0,7cm^2 si elegimos mayorar el truncamiento de la incerteza). Con lo que **A=(15.6±0.6)cm^2 ,** o a lo sumo **A=(15.6±0.7)cm^2**

Para el caso aproximado 0,8cm^2, con lo que **A= (15.6±0.8)cm^2**

Cifras apropiadas para una constante.

Cuando en una medición indirecta aparece una constante se puede despreciar la influencia de su incerteza en el resultado, eligiendo un número adecuado de cifras. El criterio que se seguirá es el siguiente: será despreciado cuando su error relativo multiplicado por 10 sea menor o igual que la suma de los otros errores relativos.

Ejemplo: ¿Con cuántas cifras se expresará π para despreciar su error en el cálculo del volumen de un cilindro?.

Las dimensiones medidas fueron el diámetro y la altura de la pieza.

De la fórmula correspondiente V = ¼ π.d^2.h, haciendo propagación de errores, el ε (V) = ε (π) + 2. ε (d) + ε (h).

Se despreciará el error de π siempre que 10. ε (π) ≤ 2. ε (d) +ε (h). Para ello es conveniente confeccionar un cuadro como el siguiente:

π	Δπ	ε (π)	10. ε (π)
3	1	1/3	10. 1/3
3,1	0,1	0, 1/3,1	10. 0,1/3,1
3,14	0,01	0,01/3,14	10. 0,01/3,14
----------------	---------------	----------------	-----------------

El resultado de la última columna se compara con la suma de los otros errores. Para el primer valor que da menor o igual se observa la primera columna. Ese valor de π es el que hay que tomar.

Criterio de equivalencia entre dos series de mediciones

Si una magnitud física se mide con dos (o más) métodos o por distintos observadores, es posible (y muy probable) que los resultados no coincidan. En este caso decimos que existe una discrepancia en los resultados. Sin embargo, lo importante es saber si la discrepancia es significativa o no. Un criterio que se aplica en el caso especial pero frecuente, en el que las mediciones se puedan suponer que siguen una distribución normal[1], es el siguiente. Si los resultados de las dos observaciones que se comparan son independientes (caso usual) y dieron como resultados:

Medición 1 : *X*1 =*X*1 ±Δ*X*1

[1] Éste, como muchos otros conceptos utilizados en esta recopilación se estudiarán más ampliamente en cursos de estadística.

Medición 2 : *X* 2 =*X*2 ±Δ*X* 2

Definimos al promedio de las incertezas como: $\Delta X = (\Delta X_1 + \Delta X_2)/2$

Decimos que con un limite de confianza del 68% las mediciones son distintas si:
$|X_1 - X_2| < \Delta X$
y que con un limite de confianza del 96% las mediciones son distintas si:
$|X_1 - X_2| < 2.\Delta X$

Esto quiere decir que la diferencia entre las mediciones es significativa si está fuera de estos intervalos, según el límite de confianza adoptado en cada caso, por lo0 tanto las mediciones no son comparables.
También se aplican cuando se comparan valores obtenidos en el laboratorio con valores tabulados o publicados.
Nótese la diferencia entre *discrepancia* y *error o incerteza*, que en algunos textos poco cuidadosos se confunde. El error está relacionado con la incertidumbre en la determinación del valor de una magnitud. La discrepancia está asociada a la falta de coincidencia o superposición de dos intervalos de dos resultados

Representaciones gráficas

La presentación y análisis de los resultados experimentales debe considerarse como parte integral de los experimentos.
Muchas veces es útil que los datos obtenidos se presenten en un gráfico, donde quede resumida la información para su apreciación y análisis.
Por ejemplo en los casos en que:

- Los experimentos se llevan a cabo midiendo una variable *Y* en función de otra *X* que se varía independientemente y se quiere interpretar la relación funcional entre ellas
- Cuando interesa estudiar si dos variables mantienen una correlación (causal o no) y cómo es esta vinculación o grado de interdependencia
- Para detección de posibles errores sistemáticos
- Como elemento ordenador de la información colectada en un experimento, un gráfico debe construirse sobre la base de una elección adecuada tanto de las variables como de las escalas,

Los programas de representación gráfica disponibles en las computadoras incluyen entre sus opciones el diseño de gráficos usando los distintos tipos de escalas mencionadas en este capítulo. Pero, ya sea que el gráfico vaya a realizarse usando estos programas o a mano, es conveniente considerar algunas pautas para que la información contenida en el dibujo adquiera la relevancia que le corresponde.

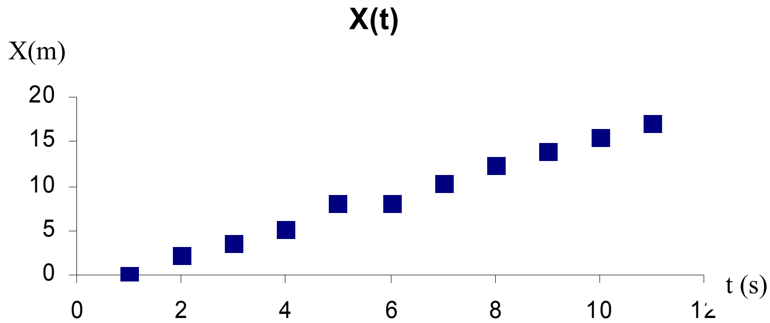
- La correcta elección de las variables y de las escalas
- Identificación de los ejes con rótulos bien ubicados que digan qué variables se representan y en qué unidades se miden.
- Uso de símbolos que ubiquen los datos, en lo posible (siempre que la escala utilizada lo permita) con sus incertidumbre (barras o rectángulos); que haya una diferenciación de distintas series de datos cuando se presenten varios resultados, para lo que es recomendable el uso de diferentes símbolos (puntos, cuadrados, rombos, etc.).
- En los gráficos experimentales siempre tienen que estar reprensados los puntos correspondientes a las mediciones que le dieron origen.
- Inclusión de un epígrafe, que es un texto descriptivo de lo que está representado en el gráfico y que además puede manifestar información adicional importante.

- Una clara diferenciación entre lo que es propio del resultado experimental del trabajo y lo que corresponde a una comparación con una teoría o modelo propuesto (por ejemplo, usar líneas continuas y punteadas) o a resultados extraídos de otras fuentes.

Ejemplo: El siguientes gráfico corresponden a una experiencia con los que se quiere determinar la velocidad de un móvil. La pendiente de la recta obtenida, en relación a las respectivas escalas usadas en cada uno de los ejes, nos da el módulo de dicha velocidad.

$X = X_o + V\,t$

Se obtuvieron como mediciones y su respectivo gráfico



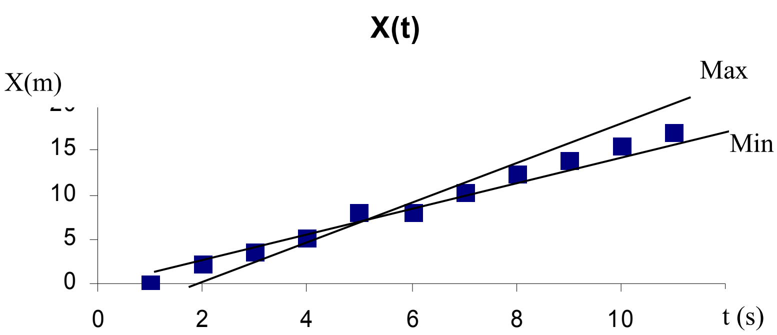
t(segundos)	X(m)
0	0
2	2,30
4	3,70
7	5,25
10	7,99
15	7,99
16	10,39
20	12,43
23	13,86
25	15,46
28	17,13

Al representar los valores de posición y tiempo, con sus respectivas incertezas, se obtiene un rectángulo (para cada medición).
¿Cómo trazar la mejor curva por dichos puntos? Un método analítico riguroso es el de los cuadrados mínimos. Otro es el gráfico, no tan riguroso pero práctico.

Método gráfico

Se trazan dos rectas la de máxima pendiente $a_{\max}$ y mínima pendiente $a_{\min}$ que pasen por todos los rectángulos trazados, pivoteando en un punto seguro (esto es un punto conocido que podrá ser, por ejemplo el valor medio de las variables graficadas). Se calcula gráficamente cada una de esa pendientes y representamos como mejor recta a aquella cuya pendiente (*a*) es la media aritmética de ambas, es decir:

$a = \dfrac{a_{\max} + a_{\min}}{2}$ con un intervalo de incerteza $\Delta a = \dfrac{a_{\max} - a_{\min}}{2}$



Método de cuadrados mínimos

Sean dos magnitudes *x* e *y* relacionadas linealmente: *Y= aX+b*

Si se desea determinar experimentalmente los coeficientes *a (pendiente)* y *b (ordenada al origen)*, será necesario obtener un conjunto de *n* pares de valores (x_i, y_i), como en el caso del ejemplo del gráfico x(t) de la sección anterior,
Según el método de cuadrados mínimos, la recta que ajuste mejor todos los pares de puntos a una función lineal, se puede calcular con los valores de pendiente y ordenada al origen calculados a través de

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} (y_i x_i) \sum_{i=1}^{n} x_i}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2} \qquad a = \frac{n \sum_{i=1}^{n} (y_i x_i) - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}$$

Si bien estos coeficientes corresponden a la recta que ajusta mejor los datos experimentales, como los datos poseen error, no son únicos, sino que están incluidos en un intervalo. Es por esto que existen otras rectas que también ajustan los datos.
Si se consideran todas las rectas posibles, es decir, todas aquellas que tienen pendientes incluidas en el intervalo $a+\Delta a$ y ordenadas $b+\Delta b$ y, además, se supone que:
i) $\varepsilon(x_i) << \varepsilon(y_i)$, donde $\varepsilon(z) = |\Delta z/z|$ es el error relativo de una magnitud *z*.
ii) los valores y_i están medidos con el la misma incerteza
se obtiene que:

$$\Delta b = \Delta_0 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i)^2}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}}$$

$$\Delta a = \Delta_0 \sqrt{\frac{n}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}}$$

con

$$\Delta_0 = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^{n} (y_i - a x_i - b)^2}$$

En el caso en que no todos los valores de y_i tengan el mismo error relativo, se utilizan Cuadrados Mínimos ponderados. En el caso que los errores relativos de las dos magnitudes sean comparables se utiliza un método más general de cuadrados mínimos para ese caso.
Debe tenerse en cuenta que el método de cuadrados mínimos puede utilizarse aún para relaciones no lineales, como por ejemplo

$$y = be^{ax}$$

$$y = \frac{a}{x+b}$$

Para ello es necesario transformarlas en lineales a través de cambios de variables. En estos casos:

$$\ln y = \ln b + ax$$

$$\frac{1}{y} = \frac{b}{a} + \frac{x}{a}$$

a partir de lo cual se puede trabajar con las nuevas variables ln*y*, 1/*y*, que dependen en forma lineal con *x.*

¿Cómo mejorar la calidad de una medida?

a) Cambiar de método.
b) Cambiar de instrumento.
c) Distribuir la incertidumbre

Bibliografía

- Baird, D.C. , Experimentación. Una introducción a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos.. Editorial Prentice Hall.
- Módulo de Física. Volumen 1: Teoría de la Medida, Cinemática y Dinámica GDME. (63.01.22) CEI, FI UBA 1992.
- Adam, R. ; Bella, A. ; Cicerchia, E. - Errores de medición en el laboratorio. Facultad de Cs Bioquímicas y Farmaceúticas. U.N.R.
- Simon, J.M. , Simon M.C. y Perez, L.I. Laboratorio 1- Guía para alumnos- Laboratorio de Óptica Dto. Física FCEN UBA
- Balseiro, J.. Mediciones Físicas. Hachette.
- Guía de Trabajos Prácticos : Física I (62.01). CEI, FI UBA 1996.
- Sears,Zemansky,Young,Freedman Física Universitaria- - Pearsons Education
- http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/default.html
- Gil, S. y Rodríguez, E.. *Física re-Creativa,* www.fisicarecreativa.com/