

Trigonometrie

Funcția sinus

$\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1,1]$ este periodică (perioada principală $T^* = 2\pi$), impară, mărginită.

Funcția arcsinus

$\arcsin : [-1,1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ este impară, mărginită, bijectivă.

Funcția cosinus

$\cos : \mathbb{R} \rightarrow [-1,1]$ este periodică (perioada principală $T^* = 2\pi$), pară, mărginită.

Funcția arccosinus

$\arccos : [-1,1] \rightarrow [0,\pi]$ mărginită, bijectivă.

Funcția tangentă

$\operatorname{tg} : \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$ este periodică (perioada principală $T^* = \pi$), impară, nemărginită.

Funcția arctangentă

$\operatorname{arctg} : \mathbb{R} \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ este impară, mărginită, bijectivă.

Funcția cotangentă

$\operatorname{ctg} : \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R}$. este periodică (perioada principală $T^* = \pi$), impară, nemărginită.

Funcția arccotangentă

$\operatorname{arccotg} : \mathbb{R} \rightarrow (0,\pi)$ mărginită, bijectivă.

TEORIE PERIODICITATE ȘI PARITATE

O funcție $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se numește periodică dacă există $T \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $f(x+T) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Dacă printre numerele $T > 0$ există un cel mai mic $T^* > 0$ atunci acesta se numește perioada principală a funcției f .

O funcție $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se numește impară dacă $f(-x) = -f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

O funcție $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se numește pară dacă $f(-x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

Valorile funcțiilor trigonometrice în primul cadran :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sinx	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cosx	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tgx	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	/
ctgx	/	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

Semnele funcțiilor trigonometrice și monotonia pe cadrane:

x	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>
$\sin x$	+	+	-	-
$\cos x$	+	-	-	+
$\operatorname{tg} x$	+	-	+	-
$\operatorname{ctg} x$	+	-	+	-

x	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>
$\sin x$	↗	↘	↘	↗
$\cos x$	↘	↘	↗	↗
$\operatorname{tg} x$	↗	↗	↗	↗
$\operatorname{ctg} x$	↘	↘	↘	↘

Identități fundamentale

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{ctg} x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin(\arcsin x) = x$$

$$\cos(\arccos x) = x$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x) = x$$

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{tg} x$$

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$$

$$\arcsin(\sin x) = x$$

$$\arccos(\cos x) = x$$

$$\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x) = x$$

$$\operatorname{arctg} x + \operatorname{arcctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Reducerea la primul cadran

II → *I*

$$\sin x = \sin(\pi - x),$$

$$\cos x = -\cos(\pi - x),$$

$$\operatorname{tg} x = -\operatorname{tg}(\pi - x),$$

$$\operatorname{ctg} x = -\operatorname{ctg}(\pi - x),$$

III → *I*

$$\sin x = -\sin(x - \pi),$$

$$\cos x = -\cos(x - \pi),$$

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg}(x - \pi),$$

$$\operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg}(x - \pi),$$

IV → *I*

$$\sin x = -\sin(2\pi - x)$$

$$\cos x = \cos(2\pi - x)$$

$$\operatorname{tg} x = -\operatorname{tg}(2\pi - x)$$

$$\operatorname{ctg} x = -\operatorname{ctg}(2\pi - x)$$

Formule paritate

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$$

$$\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$$

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x$$

$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$$

$$\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$$

$$\operatorname{arcctg}(-x) = \pi - \operatorname{arcctg} x$$

Formule periodicitate

$$\sin(2k\pi + x) = \sin x$$

$$\cos(2k\pi + x) = \cos x$$

$$\operatorname{tg}(k\pi + x) = \operatorname{tg} x$$

$$\operatorname{ctg}(k\pi + x) = \operatorname{ctg} x \quad , k \in \mathbb{Z}$$

Formule pentru sume și diferențe de unghiuri

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

$$\operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

$$\operatorname{ctg}(x + y) = \frac{\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{ctg} y - 1}{\operatorname{ctg} y + \operatorname{ctg} x}$$

$$\operatorname{ctg}(x - y) = \frac{\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{ctg} y + 1}{\operatorname{ctg} y - \operatorname{ctg} x}$$

Formule pentru unghiuri duble

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} \quad \operatorname{ctg} 2x = \frac{\operatorname{ctg}^2 x - 1}{2 \operatorname{ctg} x}$$

Formule pentru unghiuri triple

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x \quad \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\operatorname{tg} 3x = \frac{3 \operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^3 x}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 x} \quad \operatorname{ctg} 3x = \frac{\operatorname{ctg}^3 x - 3 \operatorname{ctg} x}{3 \operatorname{ctg} x - 1}$$

Formule pentru jumătăți de unghiuri

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

$$\cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}} = \frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$$

Formule pentru substituția cu $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$

$$\sin x = \frac{2\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} = \frac{2t}{1+t^2}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{2\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} = \frac{2t}{1-t^2}$$

$$\cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$\operatorname{ctg} x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{2\operatorname{tg} \frac{x}{2}} = \frac{1-t^2}{2t}$$

$$\text{unde } t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

Formule pentru transformarea sumelor în produse

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} \quad \sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x + \cos x = \sin x + \sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = \sqrt{2} \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$$

Formule pentru transformarea produselor în sume

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x-y) + \cos(x+y)]$$

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2} [\cos(x-y) - \cos(x+y)]$$

Ecuatii trigonometrice fundamentale:

$$\sin x = -1 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi$$

$$\sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\cos x = -1 \Rightarrow x = \pi + 2k\pi$$

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi$$

$$\sin x = a \in [-1, 1] \Rightarrow S = \{(-1)^k \arcsin a + k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$$

$$\cos x = a \in [-1, 1] \Rightarrow S = \{\pm \arccos a + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$$

$$\operatorname{tg} x = a \Rightarrow S = \{\arctg a + k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$$

$$\operatorname{ctg} x = a \Rightarrow S = \{\operatorname{arcctg} a + k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$$

$$\sin x = \sin y \Rightarrow x = y + 2k_1\pi \text{ sau } x + y = (2k_2 + 1)\pi$$

$$\cos x = \cos y \Rightarrow x = y + 2k_1\pi \text{ sau } x + y = 2k_2\pi$$

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} y \Rightarrow x = y + k\pi$$

$$\operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg} y \Rightarrow x = y + k\pi$$

Pentru ecuațiile de tipul $a \sin x + b \cos x = c$ înmulțim egalitatea cu $\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ și înlocuim

numerele obținute cu sin respectiv cos, transformând apoi în formula $\sin(\alpha \pm \beta)$.

EXERCIIII FORMULE

1. Să se calculeze $\sin 135^\circ$.
2. Să se calculeze $\sin^2 100^\circ + \cos^2 80^\circ$.
3. Să se calculeze $\sin^2 130^\circ + \cos^2 50^\circ$.
4. Să se calculeze $\sin^2 135^\circ + \cos^2 45^\circ$.
5. Să se calculeze $\sin 120^\circ$.
6. Să se calculeze $\sin 170^\circ - \sin 10^\circ$.
7. Să se calculeze $\cos 0^\circ + \cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \dots + \cos 180^\circ$.
8. Să se calculeze $\sin 60^\circ - \cos 30^\circ$.
9. Să se calculeze $\sin(-10^\circ) \cdot \sin(-9^\circ) \cdot \dots \cdot \sin 9^\circ \cdot \sin 10^\circ$.
10. Să se calculeze $\sin 30^\circ - \cos 45^\circ + \sin 60^\circ$.
11. Să se calculeze $\cos 80^\circ + \cos 100^\circ$.
12. Să se calculeze $\sin^2 80^\circ + \sin^2 10^\circ$.
13. Să se calculeze $\frac{\sin 135^\circ}{\cos 45^\circ}$.
14. Să se calculeze $\operatorname{tg}^2 30^\circ + \operatorname{ctg}^2 45^\circ$.
15. Să se calculeze $\cos 10^\circ + \cos 20^\circ + \cos 160^\circ + \cos 170^\circ$.
16. Să se calculeze $\cos x$, știind că $\sin x = \frac{3}{5}$ și $x \in (0^\circ; 90^\circ)$.
17. Să se calculeze $\sin^2 150^\circ + \cos^2 30^\circ$.
18. Să se calculeze $\sin^2 120^\circ + \cos^2 60^\circ$.
19. Să se demonstreze că expresia $(\sin x + \cos x)^2 - 2 \sin x \cdot \cos x$ este constantă, pentru oricare ar fi numărul real x .
20. Să se arate că $\sin 10^\circ - \cos 80^\circ = 0$.
21. Să se determine $\cos(180^\circ - x)$, știind că $x \in (0^\circ; 90^\circ)$ și $\cos x = \frac{1}{2}$.
22. Să se calculeze $\sin^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ$.
23. Să se calculeze $\sin^2 135^\circ + \cos^2 45^\circ$.
24. Să se arate că pentru $x \in (0^\circ; 90^\circ)$ este adevărată egalitatea $\sin x \cdot \cos(90^\circ - x) + \cos^2(180^\circ - x) = 1$.
25. Știind că $\sin 80^\circ - \cos 80^\circ = a$, să se calculeze $\sin 100^\circ + \cos 100^\circ - a$.
26. Să se calculeze $\sin 135^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ - \cos 45^\circ$.

27. Să se calculeze $\sin(180^\circ - x)$ știind că $\sin x = \frac{4}{5}$.
28. Să se calculeze $\cos(180^\circ - x)$ știind că $\cos x = \frac{1}{3}$.
29. Să se calculeze $2\sin^2 135^\circ$.
30. Să se calculeze $\sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ$.
31. Să se calculeze $\lg(\operatorname{tg} 40^\circ) \cdot \lg(\operatorname{tg} 41^\circ) \cdot \dots \cdot \lg(\operatorname{tg} 45^\circ)$.
32. Să se calculeze produsul $(\cos 1^\circ - \cos 9^\circ) \cdot (\cos 2^\circ - \cos 8^\circ) \cdot \dots \cdot (\cos 9^\circ - \cos 1^\circ)$.
33. Să se calculeze $\cos \frac{23\pi}{12}$.
34. Să se calculeze $\cos \frac{23\pi}{12} \cdot \sin \frac{\pi}{12}$. **V1**
35. Știind că $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ să se calculeze $\cos 2\alpha$. **V3**
36. Să se arate că $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ = \frac{91}{2}$. **V9**
37. Știind că $\operatorname{ctgx} = 3$, să se calculeze $\operatorname{ctg} 2x$. **V12**
38. Fie $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$. Să se calculeze $\sin \alpha$. **V15**
39. Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ astfel încât $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Să se calculeze $\sin 2\alpha$. **V16**
40. Să se arate că $\operatorname{ctg} 2 = \frac{\operatorname{ctg} 1 - \operatorname{tg} 1}{2}$. **V19**
41. Știind că $\sin x = \frac{1}{3}$, să se calculeze $\cos 2x$. **V21**
42. Să se calculeze $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$. **V22**
43. Să se calculeze $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{1}{2}\right)$. **V23**
44. Știind că $\operatorname{tg} \alpha = 2$, să se calculeze $\sin 4\alpha$. **V23**
45. Să se calculeze $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right)$. **V25**
46. Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ astfel încât $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. Să se calculeze $\operatorname{tg} \alpha$. **V26**
47. Știind că $\alpha \in \mathbb{R}$ și că $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$, să se calculeze $\sin 2\alpha$. **V27**
48. Știind că $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ și că $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, să se calculeze $\operatorname{tg} \alpha$. **V28**
49. Știind că $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și că $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 2$, să se calculeze $\sin 2\alpha$. **V29**
50. Să se arate că $\sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$. **V30**
51. Să se arate că $\sin 6 < 0$. **V31**

52. Știind că $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ și că $\sin x = \frac{3}{5}$, să se calculeze $\sin \frac{x}{2}$. **V32**

53. Știind că $x \in \mathbb{R}$ și că $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$, să se calculeze $\operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{3}\right)$. **V33** Se consideră triunghiul ascuțit unghic ABC în care are loc relația $\sin B + \cos B = \sin C + \cos C$.

54. Să se arate că numărul $\sin \left(\arcsin \frac{1}{2}\right) + \sin \left(\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ este natural. **V37**

55. Să se arate că $\sin 105^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$. **V37**

56. Să se arate că $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$. **V39**

57. Să se demonstreze egalitatea $\sin(a+b) \cdot \sin(a-b) = \sin^2 a - \sin^2 b$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$. **V40**

58. Fie a și b numere reale astfel încât $\sin a + \sin b = 1$ și $\cos a + \cos b = \frac{1}{2}$. Să se calculeze $\cos(a-b)$. **V41**

59. Să se arate că $\sin 105^\circ + \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$. **V43**

60. Știind că $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ și că $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, să se calculeze $\operatorname{ctg} \alpha$. **V44**

61. Să se arate că $2(\sin 75^\circ - \sin 15^\circ) = \sqrt{2}$. **V45**

62. Să se verifice egalitatea $2(\cos 75^\circ + \cos 15^\circ) = \sqrt{6}$. **V47**

63. Știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și că $\operatorname{tg} x = 3$, să se calculeze $\sin 2x$. **V49**

64. Să se calculeze $\operatorname{tg} 2\alpha$, știind că $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\sin \alpha = \frac{12}{13}$. **V50**

65. Să se calculeze $\operatorname{tg}(a+b)$, știind că $\operatorname{ctg} a = 2$ și $\operatorname{ctg} b = 5$. **V51**

66. Să se calculeze $\operatorname{tg} 2x$, știind că $\operatorname{ctg} x = 3$. **V55**

67. Să se calculeze $\sin^2 x$, știind că $\operatorname{ctg} x = 6$. **V59**

68. Fie ABC un triunghi cu $\operatorname{tg} A = 2$, $\operatorname{tg} B = 3$. Să se determine măsura unghiului C. **V64**

69. Știind că $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, să se calculeze $\sin \alpha$. **V65**

70. Să se calculeze $\cos^2 x$, știind că $\operatorname{tg} x = 4$. **V66**

71. Să se calculeze $\sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{2\pi}{3} + \sin \frac{3\pi}{3} + \sin \frac{4\pi}{3}$. **V67**

72. Să se calculeze $\cos 2\alpha$, știind că $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. **V67**

73. Să se calculeze $\sin \frac{11\pi}{12}$. **V68**

74. Să se calculeze $\cos \frac{7\pi}{12}$. **V69**

75. Să se calculeze $\cos 75^\circ - \cos 15^\circ$. **V70**

76. Să se calculeze $\sin 75^\circ \cdot \cos 15^\circ$. **V72**

77. Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ astfel încât $\cos 2\alpha = \frac{1}{2}$. Să se calculeze $\cos \alpha$. **V73**

78. Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ astfel încât $\cos 2\alpha = -\frac{1}{2}$. Să se calculeze $\sin \alpha$. **V74**

79. Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ astfel încât $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Să se calculeze $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$. **V76**

80. Fie $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Să se calculeze $\operatorname{tg} \alpha$. **V77**

81. Fie $a, b \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, astfel încât $a + b = \frac{\pi}{4}$. Să se arate că $\operatorname{tga} \cdot \operatorname{tgb} + \operatorname{tga} + \operatorname{tgb} = 1$. **V78**

82. Fie $x \in \mathbb{R}$, astfel încât $\operatorname{tg}^2 x = 6$. Să se calculeze $\cos^2 x$. **V79**

83. Fie $x \in \mathbb{R}$, astfel încât $\sin x = \frac{1}{2} + \cos x$. Să se calculeze $\sin 2x$. **V80**

84. Fie $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât $a + b = \frac{\pi}{2}$. Să se arate că $\sin 2a + \sin 2b = 2 \cos(a - b)$. **V81**

85. Fie $a \in \mathbb{R}$, astfel încât $\sin a = \frac{1}{4}$. Să se arate că $\sin 3a$. **V82**

86. Să se arate că $\operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg} 2^\circ \cdot \operatorname{tg} 3^\circ \cdot \dots \cdot \operatorname{tg} 89^\circ = 1$. **V83**

87. Fie $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât $a - b = \pi$. Să se arate că are loc relația $\cos a \cdot \cos b \leq 0$. **V84**

88. Fie $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât $a + b = \frac{3\pi}{2}$. Să se arate că $\sin 2a - \sin 2b = 0$. **V85**

89. Să se calculeze suma $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \dots + \cos 179^\circ$. **V86**

90. Numerele reale x și y verifică egalitatea $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} y = \frac{\pi}{2}$. Să se arate că $x \cdot y = 1$. **V88**

91. Să se calculeze $\operatorname{tg} x$, știind că $x \in \left(\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$ și $\sin 2x = -\frac{3}{5}$. **V88**

92. Fie $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât $a + b = \frac{\pi}{3}$. Să se arate că $\sin 2a - \sin 2b - \sin(a - b) = 0$. **V89**

93. Să se arate că $\sin 40^\circ \cdot \sin 140^\circ = \cos^2 130^\circ$. **V91**

94. Fie $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$. Să se calculeze $\sin 2\alpha$. **V92**

95. Fie $\alpha \in \mathbb{R}$, astfel încât $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$. Să se calculeze $\operatorname{tg} 2\alpha$. **V94**

96. Să se arate că $\sin x + \sin 3x + \sin 5x = (1 + 2 \cos 2x) \cdot \sin 3x$. **V95**

97. Știind că $a \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ și că $\sin a = \frac{3}{5}$, să se calculeze tga . **V98**

98. Să se determine cel mai mare element al mulțimii $\{\cos 1, \cos 2, \cos 3\}$. **V99**

99. Fie $a \in \mathbb{R}$ cu $\operatorname{tga} = \frac{2}{5}$. Să se calculeze $|\sin a|$. **V100**

100. Știind că $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ și $\sin x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, calculați $\cos x$. **Bac2011**

ECUAȚII

101. Să se rezolve în mulțimea $(0, \pi)$ ecuația $\sin 3x = \sin x$. **V6**

102. Să se rezolve în mulțimea $[0, 2\pi)$ ecuația $\sin x = -\frac{1}{2}$. **V7**

103. Să se rezolve în mulțimea $[0, 2\pi)$ ecuația $\operatorname{tg}(-x) = 1 - 2\operatorname{tg}x$. **V11**

104. Să se rezolve în mulțimea $[0, 2\pi)$ ecuația $\cos 2x = \frac{1}{2}$. **V12**

105. Să se rezolve în mulțimea $[0, 2\pi)$ ecuația $\sin x + \cos x = 0$. **V15**

106. Să se rezolve în intervalul $[-1, 1]$ ecuația $\arcsin \frac{1}{2} + \arcsin x = \frac{\pi}{3}$. **V16**

107. Să se rezolve în intervalul $[-1, 1]$ ecuația $\arccos \frac{1}{\sqrt{2}} + \arcsin x = \frac{\pi}{2}$. **V18**

108. Să se rezolve în mulțimea $[0, 2\pi)$ ecuația $\sin x + \cos x = -1$. **V20**

109. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin x = 1 + \cos^2 x$. **V32**

110. Să se determine numărul soluțiilor ecuației $\sin x = \sin 2x$ din intervalul $[0, 2\pi)$. **V34**

111. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin x + \cos(-x) = 1$. **V38**

112. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\operatorname{arctg}x + \operatorname{arctg} \frac{1}{3} = \frac{\pi}{2}$. **V42**

113. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\operatorname{arcsin} 2x = -\frac{1}{2}$. **V44**

114. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\cos 2x + \sin x = 0$. **V48**

115. Să se rezolve în mulțimea $[0, 2\pi)$ ecuația $2\sin x + 1 = 0$. **V61**

116. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$. **V62**

117. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$. **V63**

118. Să se rezolve în $(0, \pi)$ ecuația $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$. **V64**

119. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3\sin x + \sqrt{3}\cos x = 0$. **V65**

120. Să se rezolve în mulțimea $[0, 2\pi]$ ecuația $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 1$. **V66**

121. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\operatorname{arctg} \frac{x}{3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{3}$. **V68**

122. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\operatorname{arctg} \sqrt{3} + \operatorname{arctg}x = \frac{\pi}{2}$. **V76**

123. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația . **V83**

124. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$. **V86**

125. Să se rezolve în intervalul $(0,5)$ ecuația $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$. **V92**

126. Să se determine $\alpha \in (0, 2\pi)$ astfel ca $\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha$. **V93**

127. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin 2x = \cos x$. **V97**

128. Fie mulțimea $A = \left\{0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\right\}$. Care este probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea A, acesta să fie soluție a ecuației $\sin^3 x + \cos^3 x = 1$? **Bac2010**