

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**"ANÁLISE DO COMPORTAMENTO E DA RESISTÊNCIA DO SISTEMA DE  
LAJES MISTAS"**

Cristina Belchior Ferraz

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:

---

Prof. Armando César Campos Lavall  
DEES/UFMG - (Orientador)

---

Prof. José Márcio Fonseca Calixto  
DEES/UFMG

---

Prof. Gilson Queiroz  
DEES/UFMG

---

Prof. Maximiliano Malite  
EESC/USP

---

Engº. Roberval José Pimenta  
CODEME

Belo Horizonte, 16 de abril de 1999

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador e grande incentivador, Prof. Dr. Armando Cesar Campos Lavall, pela colaboração e constante motivação durante a realização deste trabalho.

Ao meu co-orientador, Prof. Dr. José Márcio Fonseca Calixto, pela importante colaboração e auxílio durante a realização dos ensaios.

Aos amigos, professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas da EE/UFMG, pela amizade, incentivo e colaboração dispensada durante todo o decorrer do mestrado.

Aos colegas de trabalho, especialmente ao Eng. Rodrigo Cyrino, e à diretoria da CODEME Engenharia pelo apoio, incentivo e suporte.

Ao CNPq pela concessão da bolsa de estudos.

Aos familiares, esposo e amigos, pela compreensão, paciência e incentivo durante a realização deste trabalho.

## ÍNDICE

<b>LISTA DE SÍMBOLOS .....</b>	<b>i</b>
<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>v</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>vi</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>x</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xi</b>
<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1    Considerações Iniciais .....	1
1.2    Descrição Sucinta dos Capítulos.....	5
<b>PROGRAMA DE ENSAIOS DE LABORATÓRIO.....</b>	<b>8</b>
2.1    Considerações Gerais.....	8
2.2    Caracterização dos Protótipos .....	10
2.3    Caracterização dos Materiais Empregados .....	11
2.3.1    Fôrma de aço ( <i>Steel Deck</i> ).....	11
2.3.2    Concreto .....	13
2.4    Preparação dos Protótipos.....	14
2.5    Equipamentos de Aplicação de Carga e Reação .....	15
2.6    Instrumentação .....	18
2.7    Procedimentos de Ensaio .....	19
<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS E DO COMPORTAMENTO DO SISTEMA MISTO.....</b>	<b>20</b>
3.1    Considerações Iniciais .....	20
3.2    Comportamento Carga × Deslizamento Relativo de Extremidade.....	20

3.3	Comportamento Carga × Flecha no Meio do Vão .....	23
	<i>Estágio não fissurado</i> .....	24
	<i>Estágio fissurado</i> .....	25
3.4	Comportamento Carga × Deformação no Aço .....	26
3.5	Modo de Colapso .....	28

## **VERIFICAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO**

<b>LONGITUDINAL</b> .....	<b>30</b>	
4.1	Considerações Iniciais .....	30
4.2	Método “m e k” .....	31
	4.2.1 <i>Considerações iniciais</i> .....	31
	4.2.2 <i>Determinação dos valores de m e k</i> .....	32
	4.2.3 <i>Resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal, <math>V_{usd}</math></i> .....	37
4.3	Método da Interação Parcial .....	41
	4.3.1 <i>Considerações iniciais</i> .....	41
	4.3.2 <i>Ligação parcial ao cisalhamento</i> .....	42
	4.3.3 <i>Determinação da resistência de cálculo</i> <i>ao cisalhamento, <math>\tau_{uRd}</math></i> .....	48
	4.3.4 <i>Verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal</i> .....	53

## **CRITÉRIOS PARA O DIMENSIONAMENTO DO SISTEMA DE LAJE**

<b>MISTA</b> .....	<b>58</b>	
5.1	Considerações Iniciais .....	58
5.2	Critérios de Cálculo .....	59
	5.2.1 <i>Estados limites últimos</i> .....	60
	5.2.2 <i>Estados limites de utilização</i> .....	71
	5.2.3 <i>Considerações para cargas lineares e pontuais</i> .....	74

<b>EXEMPLOS .....</b>	<b>78</b>
6.1 Considerações Iniciais .....	78
6.2 Exemplo 1 .....	79
6.2.1 Ações de cálculo .....	80
6.2.2 Verificação da laje mista quanto aos estados limites últimos.....	81
6.2.3 Estados limites de utilização.....	86
6.3 Exemplo 2 .....	88
6.3.1 Ações de cálculo.....	89
6.3.2 Verificação da laje $L_{12}$ considerando a carga pontual .....	89
6.3.3 Verificação das lajes $L_1$ , $L_2$ , $L_3$ e $L_5$ considerando as cargas lineares (alvenaria) .....	99
6.3.4 Estados limites de utilização.....	106
<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>107</b>
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>111</b>
<b>ANEXO A.....</b>	<b>115</b>
A.1 Gráficos de Carga × Deslizamento Relativo de Extremidade .....	115
A.2 Gráfico de Carga × Flecha no Meio do Vão .....	121
A.3 Gráficos de Carga × Deformação no Aço .....	127
<b>ANEXO B</b>	
<b>PROPRIEDADES DA SEÇÃO MISTA PARA O CÁLCULO DA FLECHA</b>	<b>134</b>
B.1 Momento de Inércia da Seção Não Fissurada - $I_{UC}$ .....	134
B.2 Momento de Inércia da Seção Fissurada - $I_{cc}$ .....	137
B.3 Momento de Inércia da Seção Mista.....	138
<b>ANEXO C</b>	
<b>FOTOGRAFIAS .....</b>	<b>139</b>

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $0,85f_{ck}$  tensão nominal de ruptura do concreto considerando o efeito Rüşh
- $A_p$  área efetiva da fôrma de aço na tração, em  $\text{mm}^2$
- $A_o$  área efetiva da fôrma de aço em  $b_o$ , em  $\text{mm}^2$
- $a_p$  dimensão da base da carga concentrada paralela às nervuras da fôrma de aço, em mm
- $a_m$  largura de aplicação da carga linear e/ou concentrada, em mm
- $B$  largura da laje, em mm
- $b$  largura unitária da laje, 1m
- $b_d$  largura do Steel Deck, em mm
- $b_p$  dimensão da base da carga concentrada perpendicular às nervuras da fôrma de aço, em mm
- $b_{em}$  largura efetiva de aplicação da carga linear e/ou concentrada, correspondente à sollicitação de flexão, em mm
- $b_m$  largura de aplicação da carga linear e/ou concentrada, em mm
- $b_{ev}$  largura efetiva de aplicação da carga linear e/ou concentrada, correspondente à sollicitação de cisalhamento longitudinal e transversal, em mm
- $C_p$  perímetro crítico da área de aplicação da carga concentrada, em mm
- $d$  altura efetiva da laje, em mm
- $d_d$  altura do Steel Deck, em mm
- $d_p$  altura efetiva da laje mista, medida a partir do topo da laje ao centro de gravidade da área efetiva da fôrma de aço, em mm (Fig. 5.2.a)
- $e$  distância a partir do centro de gravidade da área efetiva da fôrma de aço à sua extremidade inferior, em mm
- $e_p$  distância da extremidade inferior da fôrma de aço até a linha neutra plástica (LNP) da fôrma de aço, em mm
- $e_p$  distância da linha neutra de plastificação (L.N.P) à sua extremidade inferior, em mm
- $E_c$  módulo de elasticidade do concreto, em MPa
- $E_s$  módulo de elasticidade da fôrma de aço, em MPa

- fator 0,85 fator que leva em consideração o *efeito Rüşh* do concreto
- $f_{ck}$  resistência a compressão do concreto, em MPa
- $f_{yp}$  tensão nominal de escoamento do aço da fôrma, em MPa
- $h_c$  espessura da camada de concreto acima da mesa superior da fôrma de aço, em mm
- $h_p$  altura das nervuras da fôrma de aço, em mm
- $h_r$  espessura da camada de revestimento, em mm
- $h_t$  altura total da laje mista, em mm
- $I_{cc}$  momento de inércia da seção fissurada, em  $mm^4$
- $I_{uc}$  momento de inércia da seção não fissurada, em  $mm^4$
- $I_{cd}$  momento de inércia da seção mista, em  $mm^4$
- $I_{sf}$  momento de inércia da seção transversal baseado na seção bruta, calculado com  $f_d = 0.6f_y$ , em  $mm^4$
- $k$  constante determinada a partir dos dados experimentais, em kN/mm m
- $k_v$  coeficiente que permite um aumento na resistência devido ao confinamento do concreto, Eq. (5.16)
- $L$  vão da laje, em mm
- $L'$  vão de cisalhamento da laje, em mm
- $L_o$  comprimento do balanço, em mm, conforme Fig. 4.9.b e 4.9.d
- $L_p$  distância do centro da carga ao apoio mais próximo, em mm. Caso exista mais de uma carga concentrada,  $L_p$  é a distância do centro da carga que fornece o pior resultado para o cálculo da flexão e de cisalhamento.
- $m$  constante determinada a partir dos dados experimentais, em kN/m
- $M_{pa}$  momento plástico da seção transversal efetiva da fôrma, em MPa
- $M_{pr}$  momento fletor resistente da laje mista, em MPa
- $M_{pR}$  momento fletor resistente nominal da laje mista, em Mpa
- $M_{pRd}$  momento fletor resistente de cálculo, em MPa
- $N_a$  força de tração situada na região inferior da fôrma de aço, Fig. 4.6, em kN
- $N_{ac}$  força de tração situada na região superior da fôrma de aço, Fig. 4.6, em kN

- $N_{at}$  força de tração na fôrma de aço, em kN, considerando interação parcial ao cisalhamento longitudinal (Fig. 4.6)
- $N_c$  força de compressão no concreto considerando o menor valor entre  $N_{cf}$  e  $N_{pa}$ , em kN (Fig. 4.6)
- $N_{cf}$  força de compressão no concreto, em kN, considerando interação total ao cisalhamento longitudinal (Fig. 4.6)
- $N_{pa}$  força de tração na fôrma de aço, em kN, considerando interação total ao cisalhamento longitudinal (Fig. 4.6)
- $P$  carga aplicada pelo atuador hidráulico, em kN
- $P_{ue} = P +$  Peso das vigas de aplicação de carga, em kN
- $t$  espessura nominal do Steel Deck, em mm
- $t_e$  espessura do Steel Deck sem recobrimento, em mm
- $V_{pRd}$  resistência de cálculo à punção da laje mista, em kN/m
- $V_{us}$  resistência nominal ao esforço cortante, em kN/m
- $V_{usd}$  resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal, em kN/m;
- $V_{ut}$  cisalhamento transversal último total, por metro de largura de laje, incluindo o peso próprio do protótipo, em kN/m
- $V_{uRd}$  resistência ao cisalhamento transversal da laje mista, em kN/m
- $w_d$  peso próprio do Steel Deck, em kPa
- $w_s$  carga de serviço uniformemente distribuída, dada pela Eq. (4.9), em  $kN/cm^2$
- $y_{cg}$  distância do centro de gravidade à extremidade inferior do Steel Deck, em mm
- $\phi_v$  coeficiente de resistência ao cisalhamento,  $\phi_v = 0,70$
- $\gamma_c$  coeficiente parcial de segurança do concreto,  $\gamma_c = 1,40$
- $\rho$  coeficiente que leva em consideração a pequena contribuição da fôrma de aço, Eq. (5.17)
- $\tau_{Rd}$  resistência básica ao cisalhamento do concreto, tomada igual a  $0,25f_{ctk0,05}/\gamma_c$ , em  $kN/cm^2$
- $\tau_u$  valor médio da tensão última ao cisalhamento da laje mista, em  $kN/cm^2$
- $\tau_{vRd}$  resistência de cálculo ao cisalhamento da laje mista, em  $kN/cm^2$
- $\varepsilon_e$  deformação correspondente ao início do escoamento

- $\eta$  grau de interação parcial ao cisalhamento da laje mista
- $\sigma_e$  tensão de escoamento da fôrma de aço, em MPa

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	- Dimensões e propriedades geométricas do STEEL DECK CE-75, para 1m de largura.....	10
Tabela 2.2	- Características nominais dos protótipos ensaiados.....	11
Tabela 2.3	- Propriedades mecânicas da chapa utilizada na fabricação do Steel Deck CE-75.....	12
Tabela 2.4	- Propriedades mecânicas do concreto empregado em cada protótipo ensaiado.....	13
Tabela 3.1	- Cargas de deslizamento de extremidade inicial e última de colapso.....	22
Tabela 4.1	- Dados experimentais e resultados dos ensaios.....	32
Tabela 4.2	- Resultados da análise de regressão linear.....	34
Tabela 4.3	- Resultados finais da análise de regressão linear dos protótipos.....	35
Tabela 4.4	- Resistência média última ao cisalhamento ( $\tau_u$ ).....	52
Tabela 4.5	- Resistência característica ( $\tau_{uRk}$ ) e resistência de cálculo ao cisalhamento ( $\tau_{uRd}$ ).....	53
Tabela 4.6	- Valores de cálculo de $L_{sf}$ e $M_{Rd}$ para lajes com $h_t = 140\text{mm}$ .....	56

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	- Formas típicas de ligação em lajes mistas, adaptado do Eurocode (1992).....	2
Figura 2.1	- Seção transversal típica do perfil do Steel Deck CE-75.....	12
Figura 2.2	- Esquema de aplicação de carga usado nos ensaios.....	17
Figura 2.3	- Localização dos extensômetros elétricos inferior e superior.....	18
Figura 3.1	- Gráfico de carga $\times$ deslizamento relativo de extremidade (apoio fixo).....	21
Figura 3.2	- Gráfico de carga $\times$ flecha no meio do vão.....	23
Figura 3.3	- Esquema estático de aplicação de carga.....	24
Figura 3.4	- Gráfico de carga $\times$ deformação no aço.....	27
Figura 3.5	- Modo de colapso por cisalhamento longitudinal..	29
Figura 4.1	- Condição de carga do ensaio.....	33
Figura 4.2	- Resistência última nominal ao cisalhamento longitudinal para os protótipos com espessura 0,80mm.....	36
Figura 4.3	- Resistência última nominal ao cisalhamento longitudinal para os protótipos com espessura 1,25mm.....	36
Figura 4.4	- Resistência última de ensaio e de projeto de todos os protótipos ensaiados.....	38
Figura 4.5	- Condição assumida de carga distribuída em (a) e (b) projetos e em condição de ensaio.....	39
Figura 4.6	- Distribuição de tensões normais na seção transversal do módulo típico.....	42
Figura 4.7	- Diagrama de interação entre a força axial e o momento fletor na fôrma de aço.....	45
Figura 4.8	- Gráfico para determinação de $e_v$ .....	47

Figura 4.9	- Determinação do grau de interação parcial ao cisalhamento a partir do $M_{\text{ensaio}}$ (adapção do EUROCODE (1992)).....	49
Figura 4.10	- Diagrama de interação parcial de cálculo (adaptado do EUROCODE (1992)).....	54
Figura 4.11	- Verificação da resistência ao cisalhamento (adaptado do EUROCODE (1992)).....	55
Figura 4.12	- Gráfico de $M_{Rd} \times L_x$ para lajes mistas com $h_t=140\text{mm}$ e fôrma de aço com espessura de $0,80\text{mm}$ .....	56
Figura 4.13	- Gráfico de $M_{Rd} \times L_x$ para lajes mistas com $h_t=140\text{mm}$ e fôrma de aço com espessura de $1,25\text{mm}$ .....	57
Figura 5.1	- Ilustração das seções críticas possíveis.....	60
Figura 5.2	- Diagrama de tensões normais para momento fletor positivo.....	62
Figura 5.3	- Gráfico para a Eq. (5.6) e gráfico para a determinação de $e_v$ .....	64
(a) e (b)		
Figura 5.4	- Modo de colapso por cisalhamento longitudinal..	65
Figura 5.5	- Diagrama de interação parcial de cálculo.....	68
Figura 5.6	- Verificação da resistência ao cisalhamento.....	68
Figura 5.7	- Perímetro crítico para o colapso por punção.....	70
Figura 5.8	- Largura de aplicação para cargas concentradas.	75
Figura 6.1	- Piso do Exemplo 1 (dimensão em mm).....	80
Figura 6.2	- Piso do Exemplo 2 (dimensão em mm).....	88
Figura 6.3	- Dados para cálculo da largura de aplicação da carga concentrada.....	90
Figura 6.4	- Esquema estático.....	92
Figura 6.5	- Esquema estático e esboço de diagrama de momentos fletores para a laje contínua.....	95
Figura 6.6	- Armadura positiva de reforço.....	96

Figura 6.7	-	Uso da viga de reforço.....	96
Figura 6.8	-	Carga linear paralela ao vão da laje.....	100
Figura 6.9	-	Carga linear perpendicular ao vão da laje.....	103
Figura A.1	-	Protótipo 1 (t = 0,80mm).....	115
Figura A.2	-	Protótipo 2 (t = 0,80mm).....	116
Figura A.3	-	Protótipo 3 (t = 0,80mm).....	116
Figura A.4	-	Protótipo 4 (t = 0,80mm).....	117
Figura A.5	-	Protótipo 5 (t = 0,80mm).....	117
Figura A.6	-	Protótipo 6 (t = 0,80mm).....	118
Figura A.7	-	Protótipo 7 (t = 1,25mm).....	118
Figura A.8	-	Protótipo 8 (t = 1,25mm).....	119
Figura A.9	-	Protótipo 9 (t = 1,25mm).....	119
Figura A.10	-	Protótipo 10 (t = 1,25mm).....	120
Figura A.11	-	Protótipo 11 (t = 1,25mm).....	120
Figura A.12	-	Protótipo 12 (t = 1,25mm).....	121
Figura A.13	-	Protótipo 1 (t = 0,80mm).....	121
Figura A.14	-	Protótipo 2 (t = 0,80mm).....	122
Figura A.15	-	Protótipo 3 (t = 0,80mm).....	122
Figura A.16	-	Protótipo 4 (t = 0,80mm).....	123
Figura A.17	-	Protótipo 5 (t = 0,80mm).....	123
Figura A.18	-	Protótipo 6 (t = 0,80mm).....	124
Figura A.19	-	Protótipo 7 (t = 1,25mm).....	124
Figura A.20	-	Protótipo 8 (t = 1,25mm).....	125
Figura A.21	-	Protótipo 9 (t = 1,25mm).....	125
Figura A.22	-	Protótipo 10 (t = 1,25mm).....	126
Figura A.23	-	Protótipo 11 (t = 1,25mm).....	126
Figura A.24	-	Protótipo 12 (t = 1,25mm).....	127
Figura A.25	-	Protótipo 1 (t = 0,80mm).....	127
Figura A.26	-	Protótipo 2 (t = 0,80mm).....	128
Figura A.27	-	Protótipo 3 (t = 0,80mm).....	128
Figura A.28	-	Protótipo 4 (t = 0,80mm).....	129
Figura A.29	-	Protótipo 5 (t = 0,80mm).....	129

Figura A.30	- Protótipo 6 ( $t = 0,80\text{mm}$ ).....	130
Figura A.31	- Protótipo 7 ( $t = 1,25\text{mm}$ ).....	130
Figura A.32	- Protótipo 8 ( $t = 1,25\text{mm}$ ).....	131
Figura A.33	- Protótipo 9 ( $t = 1,25\text{mm}$ ).....	131
Figura A.34	- Protótipo 10 ( $t = 1,25\text{mm}$ ).....	132
Figura A.35	- Protótipo 11 ( $t = 1,25\text{mm}$ ).....	132
Figura A.36	- Protótipo 12 ( $t = 1,25\text{mm}$ ).....	133
Figura B.1	- Seção não fissurada.....	134
Figura B.2	- Seção fissurada.....	137
Figura C.1	- Equipamento de aplicação carga e reação.....	140
Figura C.2	- Protótipos ensaiados.....	140
Figura C.2a	- Protótipos ensaiados.....	141
Figura C.3	- Deslizamento relativo de extremidade.....	141
Figura C.3a	- Deslizamento relativo de extremidade.....	142
Figura C.4	Flambagem local da fôrma de aço.....	142

## RESUMO

O objetivo deste trabalho é analisar o comportamento e a resistência do sistema de lajes mistas com fôrma de aço incorporada durante todas as fases do carregamento após a cura do concreto. Para isto foi realizado um programa de ensaios de laboratório utilizando o Steel Deck CE-75 da CODEME Engenharia Ltda., a fim de se identificar e avaliar os vários parâmetros que influenciam as características globais de resistência do sistema misto. Este programa consistiu de ensaios em uma série de 12 protótipos, de vão simples atuando em uma direção e seguiu as mais importantes recomendações da literatura internacional sobre o assunto. As análises dos resultados dos ensaios foram feitas considerando-se as curvas carga  $\times$  deslizamento relativo de extremidade, carga  $\times$  flecha no meio do vão e carga  $\times$  deformação no aço, que possibilitou conhecer o comportamento do sistema misto e definir precisamente o seu modo de colapso, a saber, o colapso por cisalhamento longitudinal. Procurou-se então, estabelecer critérios e determinar expressões analíticas para o cálculo do carregamento último deste modo de colapso através do método semi-empírico “m e k” e do método da interação parcial. Finalmente, foram apresentadas expressões de cálculo utilizadas no dimensionamento de lajes mistas para a verificação dos estados limites último e de utilização deste sistema de piso, conforme várias normas e especificações estrangeiras, cuja aplicação em dois exemplos práticos mostrou a praticidade dos critérios que levaram a resultados adequados e seguros.

Palavras-chave: lajes mistas, fôrma de aço, método “m e k” e método da interação parcial.

## ABSTRACT

The aim of this work is to analyze the behavior and the strength of composite slabs after the hardening of the concrete. In order to do this, an experimental investigation using CODEME Engenharia Ltda.'s Steel Deck CE-75, was done to identify and to evaluate the parameters that affect the composite system's global characteristics. The test program, consisting in a series of 12 specimens in full-scale and one-way single span, had followed most important international recommendations about this subject. Analysis results were done considering load  $\times$  end-slip curves, load  $\times$  midspan deflection curves and load  $\times$  steel strain curves. This analysis allowed to know the composite slab's behavior and to describe precisely the failure mode, namely shear-bond failure. Based on experimental results of this investigation, the objective was to establish criteria and to determine analytical expression for the design of the load carrying capacity of this failure mode through the "m e k" method and partial interaction method. Finally design expressions used on designing with composite slabs to verify the ultimate limit state and serviceability state of this kind of floor, according several rules and foreigner specifications, were presented. The application in two practical examples showed the usage of criteria presented which lead to adequate and safe results.

Key-words: composite slabs, steel deck, "m e k" method and partial interaction method.

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Considerações Iniciais

Em construções metálicas, estruturas mistas são aquelas em que a resistência de um elemento de concreto (geralmente armado) é incorporada à resistência de um perfil de aço, pelo uso de conectores ou através da aderência natural entre estes materiais.

A utilização de sistemas mistos no Brasil tem aumentado consideravelmente, tanto em edifícios como em pontes. A NBR 8800 (1986) foi a primeira norma brasileira a tratar de sistemas mistos, abordando as vigas mistas, sem, no entanto, fazer referência a pilares mistos, lajes mistas e ligações mistas viga / pilar.

O sistema de lajes mistas consiste de uma chapa de aço com mossas ou não, que é usada como fôrma permanente, capaz de suportar o concreto antes da cura e as cargas de construção. Após a cura do concreto os dois materiais, fôrma de aço e concreto, combinam-se estruturalmente e a primeira substitui a armadura positiva da laje.

O comportamento misto é aquele que ocorre depois que a laje compreendendo fôrma de aço e o concreto endurecido, combinam-se para formar um único elemento estrutural. A fôrma de aço deve, então, ser capaz de transmitir cisalhamento horizontal na interface com o concreto. Se não existir uma vinculação entre a fôrma e o concreto a ação mista não é considerada efetiva.

O comportamento misto entre os dois materiais é conseguido por um ou mais dos seguintes meios, conforme mostra a Fig. 1.1; adaptada do EUROCODE (1992):

- (a) ligações mecânicas fornecidas por saliências e reentrâncias (mossas) na alma e/ou na mesa do perfil da chapa (embossments e indentations);
- (b) ligações por atrito, em perfis de chapas modelados numa forma reentrante;
- (c) ancoragens de extremidade fornecidas por conectores tipo stud ou por outro tipo de ligação local entre o concreto e a fôrma de aço, somente em combinação com (a) ou (b);
- (d) ancoragem de extremidade obtida pela deformação das nervuras na extremidade da chapa, somente em combinação com (b).

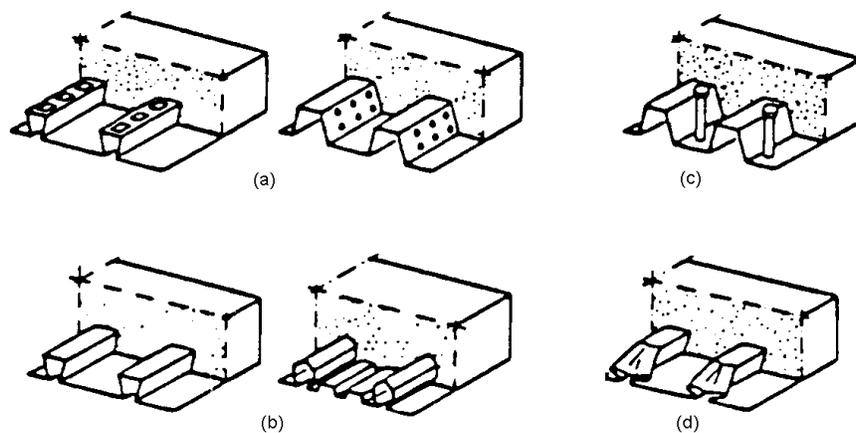


Figura 1.1 - Formas típicas de ligação em lajes mistas, adaptado do EUROCODE (1992)

As vantagens do sistema de piso misto são muitas, a começar pela fôrma de aço que é leve e, portanto, facilmente manuseada e posicionada, o que reduz o tempo de instalação e minimiza o trabalho no local. O tempo de construção também é reduzido pois não é necessário escoramento e a fôrma é usada como plataforma de trabalho, suportando trabalhadores envolvidos em várias funções e, em alguns casos, armazenando materiais. Além disso a fôrma de aço funciona como armadura positiva da laje acabada.

A fôrma de aço também pode ser adaptada para a colocação de tubulação elétrica, hidráulica, de comunicação e de ar condicionado. Ela pode ainda servir como teto ou servir de fixação para forro suspenso. Uma vantagem adicional é que, tão logo a fôrma seja colocada no lugar, ela pode atuar como um diafragma de cisalhamento efetivo no plano horizontal, conforme afirma BAEHRE et al (1993).

O sistema de laje mista é mais leve que outros sistemas de pisos, o que resulta em uma economia no custo da fundação. Finalmente, para lajes mistas uma classe de resistência ao fogo de 2 horas pode facilmente ser alcançada, também conforme BAEHRE et al (1993).

Vários métodos têm sido utilizados no processo de construção de fôrmas para suportar o concreto durante a fase de execução das lajes. Nos últimos tempos o sistema de lajes mistas - Steel Deck - tem prevalecido como um método dos mais apropriados em termos de construção de lajes, podendo ser utilizado também em construções convencionais de concreto armado. No caso de prédios em estruturas de aço, compõe um sistema de alta eficiência na redução do peso da estrutura, com conseqüente redução de custos e com grande agilidade construtiva.

Assim por todas as vantagens já citadas, o sistema de laje mista - Steel Deck - leva a uma grande economia na construção, com uma redução

significativa no prazo da execução, nos desperdícios de materiais e no custo com mão de obra no canteiro. Logo, o retorno financeiro do empreendimento é aumentado em grande escala, tendo esse sistema, se transformado em tecnologia padrão dos países industrializados.

Após essas considerações iniciais e constatando a importância do tema, é objetivo deste trabalho analisar o comportamento e a resistência do sistema de lajes mistas durante todas as fases do carregamento após a cura do concreto até o colapso.

Para isto foi realizado um programa de ensaios de laboratório, utilizando o Steel Deck fabricado pela CODEME Engenharia Ltda, afim de se identificar e considerar os vários parâmetros que influenciam o comportamento global e a resistência desse sistema de lajes mistas e assim determinar corretamente os seus modos de colapso.

Sabendo-se ainda que esse é um tema não abordado pelas normas NBR 8800 (1986) e NBR 6118 (1978), foram estudados, avaliados e feitas comparações entre os diversos critérios de cálculo utilizados segundo diversas especificações estrangeiras, com o objetivo de apresentar um procedimento prático para cálculo e dimensionamento desse sistema de lajes.

## 1.2 Descrição Sucinta dos Capítulos

No segundo capítulo é apresentado o programa de ensaios de laboratório realizado para identificar e avaliar os vários parâmetros que têm maior influência na resistência estrutural do sistema misto. Esse programa consistiu de ensaios em elementos de lajes mistas, em escala real, de vão simples atuando em uma direção que forneceram os dados necessários para avaliar a resistência última e o comportamento do sistema.

Nesse capítulo são descritos e caracterizados todos os protótipos utilizados nos ensaios bem como os materiais empregados na sua fabricação, e também, são apresentados os procedimentos usados na preparação desses protótipos. A montagem do equipamento de aplicação de carga e reação e os instrumentos utilizados para medir os deslocamentos dos protótipos e as deformações do aço durante os ensaios são também descritos e ilustrados, enfatizando que todos os procedimentos realizados durante o programa de ensaios seguiram recomendações aceitas internacionalmente.

No terceiro capítulo são feitas análises dos resultados dos ensaios realizados, a fim de se descobrir o modo de colapso desse sistema de laje mista. São apresentadas e analisadas as curvas de carga x deslizamento relativo de extremidade, carga x flecha no meio do vão e carga x deformação no aço, as quais foram obtidas das leituras feitas durante os ensaios, em todos os incrementos de carga de todas as fases do carregamento após a cura do concreto até o colapso. Através dessas análises foi possível conhecer o comportamento do sistema de laje mista e definir precisamente o seu modo de colapso.

O principal objetivo a ser alcançado no quarto capítulo, é o de se estabelecer critérios para o cálculo da resistência última ao cisalhamento longitudinal, procurando determinar expressões analíticas para o cálculo do carregamento último desse modo de colapso que possam ser utilizadas

pelos projetistas nos escritórios de cálculo. Para isso são estudados os dois métodos recomendados pelo EUROCODE (1992), a saber: método “m e k” e o método da interação parcial.

É apresentada a equação semi-empírica do método “m e k”, baseada nos trabalhos de SCHUSTER (1984), o qual relacionou a resistência nominal ao esforço cortante com os parâmetros obtidos dos ensaios realizados. Todo o estudo realizado para a determinação das constantes “m e k” a partir dos dados experimentais, é baseado numa análise de regressão linear usando o método dos mínimos quadrados, para cada espessura de fôrma de aço ensaiada.

São feitas também considerações sobre o método da interação parcial mostrando as suas vantagens em relação ao método “m e k”. O modelo analítico para a análise desse segundo método é estudado em todas as suas fases, resultando em equações para aplicações práticas. A partir dessas equações é mostrado o procedimento para a determinação da resistência média de cálculo ao cisalhamento,  $\tau_{uRd}$ , para cada espessura da fôrma de aço ensaiada. Os procedimentos de cálculo para a verificação ao cisalhamento longitudinal são mostrados para ambos os métodos estudados.

No quinto capítulo é dada uma visão geral sobre os critérios de cálculo utilizados para o dimensionamento do sistema de lajes mistas. São apresentados todos os critérios considerados relevantes do ponto de vista estrutural para a elaboração de projetos seguros e adequados desse sistema de piso. Devido à falta de normas técnicas brasileiras específicas para esse assunto, os critérios apresentados são baseados no EUROCODE (1992) e são feitas comparações com outras normas e especificações estrangeiras. Assim são apresentadas as expressões de cálculo para a verificação dos estados limites últimos e dos estados limites de utilização inerentes ao sistema de lajes mistas.

No sexto capítulo são apresentados dois exemplos práticos de dimensionamento de lajes mistas para pisos de edifícios, com o objetivo de mostrar todos os passos de cálculo a serem seguidos com base nos diversos critérios apresentados e necessários para um dimensionamento seguro. Os diversos estados limites últimos e estados limites de utilização são verificados, enfatizando que o cisalhamento longitudinal é verificado pelos métodos “m e k” e interação parcial, utilizando resultados dos ensaios realizados para este trabalho. As respostas encontradas foram adequadas e compatíveis quando comparadas com normas e especificações de outros países, mostrando a consistência dos procedimentos usados neste trabalho.

## **PROGRAMA DE ENSAIOS DE LABORATÓRIO**

### **2.1 Considerações Gerais**

O estudo do comportamento estrutural de um sistema de lajes mistas é feito de forma empírica, através da realização de ensaios em laboratório. Uma vez descobertos os estados limites envolvidos no problema, os pesquisadores desenvolvem modelos analíticos aproximados para representá-los, os quais permitem prever, com certa precisão, as suas ocorrências.

Os estados limites últimos a serem verificados em um sistema de lajes mistas são:

- Colapso por flexão;
- Colapso por cisalhamento longitudinal;
- Colapso por cisalhamento transversal;
- Colapso por punção.

Enquanto que os estados limites de utilização são:

- Deslizamento relativo de extremidade;
- Flecha;
- Fissuras no concreto.

Os modelos analíticos desenvolvidos para se estudar os estados limites últimos por flexão, cisalhamento transversal e punção já estão estabelecidos na literatura técnica sobre o assunto, enquanto os modelos para se analisar o colapso por cisalhamento longitudinal ainda precisam ser melhor definidos.

Por isso, a resistência de projeto do sistema de lajes mistas ao cisalhamento longitudinal deve ser determinada de forma empírica através do método “m e k” ou pelo método da interação parcial, sendo que este último permite também que se analise a contribuição das ancoragens de extremidade nessa resistência.

Dessa forma, para se estabelecer a resistência última ao cisalhamento longitudinal de um sistema de lajes mistas, é necessário realizar um programa de ensaios de laboratório em protótipos com vão simples biapoiados, submetidos a flexão. Esse procedimento tem sido recomendado praticamente por toda a literatura internacional sobre o assunto, tanto através de normas técnicas quanto através de publicações ou artigos técnicos atualizados. Por exemplo BRITISH STANDARD (1982), SCHUSTER (1984), CANADIAN SHEET STEEL BUILDING - CSSBI (1988), EUROCODE (1992) e ASCE (1992), confirmam este procedimento. Neste trabalho, as recomendações de SCHUSTER (1984) e EUROCODE (1992), principalmente, foram as mais utilizadas.

A necessidade da realização desses ensaios decorre porque cada fabricante de um sistema de laje mista adota um determinado mecanismo de resistência ao cisalhamento longitudinal; a resistência a este cisalhamento depende fundamentalmente do tipo desse mecanismo. Além disso, nos dias atuais, os modelos numéricos para a verificação dessa resistência ainda não estão desenvolvidos o bastante para simular o comportamento real.

O programa de ensaios de laboratório estabelecido neste trabalho teve, como principal referência, os procedimentos adotados por SCHUSTER (1984) e visou também representar, o mais próximo possível, as condições práticas de instalação das lajes encontradas nas construções dos edifícios. Dessa forma, os protótipos consistiram em elementos de lajes mistas, com a largura da seção transversal típica da fôrma de aço STEEL DECK CE-75 da CODEME Engenharia Ltda. (Fig. 2.1, pág. 12).

Para a determinação dos parâmetros “m e k” e análise do sistema pelo método da interação parcial, uma série de 12 protótipos foi ensaiada considerando-se duas das espessuras da fôrma de aço fabricadas pela CODEME, isto é, 0,80mm e 1,25mm. O vão dos protótipos (L), a altura total das lajes ( $h_t$ ), bem como os vãos de cisalhamento ( $L'$ ), foram variados afim de cobrir adequadamente o conjunto de parâmetros que têm maior influência no comportamento estrutural e na resistência do sistema misto. (Ver Tabela 2.2, pág. 11)

## 2.2 Caracterização dos Protótipos

Um total de 12 protótipos foi ensaiado, sendo 6 com espessura de 0,80mm e 6 com espessura de 1,25mm.

A Fig. 2.1 da pág. 12 mostra a seção transversal típica do perfil da fôrma de aço Steel Deck CE-75, empregada na fabricação dos protótipos. A Tabela 2.1, a seguir, fornece as dimensões e as propriedades geométricas do Steel Deck CE-75.

Tabela 2.1 – Dimensões e propriedades geométricas do STEEL DECK CE-75, para 1m de largura

Espessura Nominal $t$ (mm)	$t_e$ (mm)	$b_d$ (mm)	$d_d$ (mm)	$A_p$ (mm <sup>2</sup> )	$w_d$ (kPa)	$y_{cg}$ (mm)	$I_{sf}$ (mm <sup>4</sup> )
0,80	0,76	820	75,0	1.112	0,0925	37,49	1.017.138
1,25	1,21	820	75,0	1.771	0,1446	37,72	1.666.741

A Tabela 2.2 a seguir, fornece as características nominais de cada protótipo, e a identificação adotada no programa de ensaios.

Tabela 2.2 – Características nominais dos protótipos ensaiados

Número do Protótipo	Espessura Nominal da fôrma de aço (mm)	Vão do Protótipo L (mm) *	Altura Total do Protótipo $h_t$ (mm) *	Vão de Cisalhamento $L'$ (mm) *
1	0.8	1800	130	450
2	0.8	1800	140	600
3	0.8	1800	150	300
4	0.8	1800	170	300
5	0.8	3600	180	900
6	0.8	3600	190	1500
7	1.25	1800	130	450
8	1.25	1800	140	600
9	1.25	1800	150	300
10	1.25	1800	170	300
11	1.25	3600	180	900
12	1.25	3600	190	1500

\* Ver Fig. 2.2, pág. 17

## 2.3 Caracterização dos Materiais Empregados

### 2.3.1 Fôrma de aço (Steel Deck)

Todos os protótipos investigados neste trabalho foram preparados na fábrica da CODEME Engenharia Ltda e transportados para o Laboratório de Análise Experimental de Estruturas (LAEEs) da Escola de Engenharia da UFMG, após a concretagem da laje. Todas as fôrmas de aço tinham uma camada de galvanização de zinco na superfície acabada e apresentavam-se umedecidas do óleo lubrificante utilizado no processo de conformação do perfil. Eles foram fabricados com aço ZAR 280 e fornecidos com comprimentos de 1900mm e 3700mm, tendo largura nominal de 820mm para ambas as espessuras de 0,80mm e 1,25mm. As mossas, responsáveis

pela resistência ao cisalhamento longitudinal, são estampadas nas nervuras do perfil, no sentido longitudinal, tendo uma profundidade de 2,4mm para as duas espessuras. A Fig. 2.1, a seguir, mostra a seção transversal típica do perfil do Steel Deck CE-75 utilizado nos ensaios.

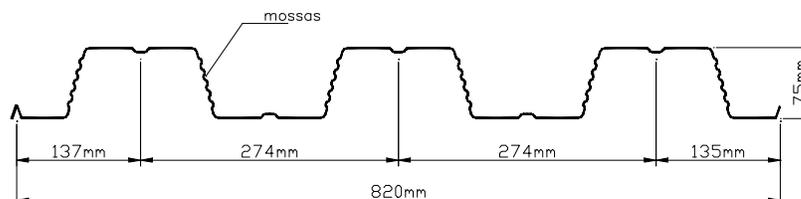


Figura 2.1 - Seção transversal típica do perfil do Steel Deck CE-75

As propriedades mecânicas do aço empregado na fabricação das fôrmas foram obtidas a partir de painéis representativos de ambas as espessuras. Os ensaios foram efetuados no Laboratório de Materiais da Escola de Engenharia da UFMG, de acordo com a NBR 6152 (1992). A Tabela 2.3 apresenta os resultados desses ensaios.

Tabela 2.3 - Propriedades mecânicas da chapa utilizada na fabricação do Steel Deck CE-75

Propriedades Mecânicas	t = 0,80mm	t = 1,25mm
Tensão de Escoamento ( $f_y$ - MPa)	351	345
Limite de Resistência ( $f_u$ - MPa)	385	396
Módulo de Elasticidade ( $E_s$ - MPa)	220.889	221.129
Porcentagem de Alongamento (%)	31,2	35,3

Os valores apresentados correspondem às médias de três corpos de prova para cada espessura da fôrma de aço. Os valores das tensões de escoamento em ambos os casos foram maiores que a tensão de escoamento nominal do aço ZAR 280 que é de 280 MPa. A relação entre o limite de resistência e a tensão de escoamento variou de 1,10 a 1,15, presumindo que o aço não possui um patamar de escoamento bem definido.

O módulo de elasticidade superou em aproximadamente 8%, o módulo de elasticidade nominal de 205.000 MPa e as porcentagens de alongamento, 31,2% e 35,3%, indicam a grande ductilidade do aço empregado.

### 2.3.2 Concreto

Todo o concreto utilizado na confecção dos protótipos foi encomendado de uma usina central, tendo sido especificada uma resistência característica a compressão,  $f_{ck}$ , maior ou igual a 20 MPa. Na data de ensaio de cada protótipo, a resistência a compressão ( $f_c$ ) e o módulo de elasticidade estático secante ( $E_c$ ) foram determinados de acordo com as normas NBR 5739 (1960) e NBR 8522 (1984), respectivamente. O módulo de elasticidade secante foi calculado para uma tensão correspondente a 40% da resistência última do concreto. A Tabela 2.4 apresenta esses resultados, bem como a idade do concreto quando do ensaio.

Tabela 2.4 - Propriedades mecânicas do concreto empregado em cada protótipo ensaiado

Protótipo	Idade do concreto (dias)	$f_c$ (MPa)	$E_c$ (MPa)
1	47	29,0	27.653
2	66	27,2	30.786
3	63	32,3	29.247
4	58	30,4	27.033
5	69	29,7	27.856
6	67	30,0	21.709
7	40	28,2	28.354
8	40	29,7	32.150
9	46	30,3	29.108
10	46	29,9	30.023
11	32	26,2	29.810
12	37	27,6	25.067

A análise da Tabela 2.4 indica que, na maioria dos casos, os ensaios do concreto, e conseqüentemente dos protótipos, foram realizados em idades

bem superiores aos 28 dias, idade comumente empregada para a determinação da resistência característica do concreto. Utilizando-se os critérios da NBR 6118 (1978) para o cálculo da resistência característica estimada, o valor obtido foi 24,8 MPa. Pode-se observar que o valor calculado satisfaz a resistência característica especificada para o concreto.

Com relação ao módulo de elasticidade estático secante, o valor médio obtido para os protótipos foi de 28.233 MPa. Empregando-se a expressão da NBR 6118 (1978) e utilizando-se o valor da resistência característica especificada (20 MPa), chega-se ao valor de 28.795 MPa, apenas 2% maior que o determinado em laboratório.

#### **2.4 Preparação dos Protótipos**

Na preparação dos protótipos para os ensaios, placas de aço (# 19x100mm - ver Fig. 2.2 pág. 17) foram soldadas em pontos das extremidades de cada protótipo, de tal forma a simular a prática construtiva real de se fixar a fôrma à mesa da viga de aço na qual ela se apoia.

Todos os protótipos foram moldados com o vão da fôrma de aço apoiado em alguns pontos igualmente espaçados, de tal forma que a altura total da laje mista permanecesse praticamente uniforme sobre todo o seu vão. Certamente isto não é o que acontece nas instalações de campo, onde o sistema geralmente só é apoiado em suas extremidades durante o lançamento do concreto. Entretanto, o fato de se obter uma espessura praticamente uniforme no laboratório leva a valores de resistência ligeiramente conservadores em relação à prática, principalmente quando se considera o cisalhamento longitudinal.

Antes do lançamento do concreto foi realizado um teste de *slump* para verificar a consistência do mesmo. O concreto foi adensado com vibrador tipo agulha e corpos de prova cilíndricos (15 x 30cm) foram moldados, de acordo com a NBR 5739 (1960) para ensaios de caracterização do concreto.

Em cada concretagem, 4 (quatro) cilindros de ensaios foram moldados para a verificação da resistência a compressão nas idades de 7 e 14 dias, além de 4 (quatro) corpos de prova, para cada protótipo, para verificação da resistência e determinação do módulo de elasticidade secante.

Com a função de evitar o aparecimento de fissuras oriundas da retração e variação térmica do concreto, foi colocada uma armadura de aço, consistindo de tela soldada, confeccionada a partir de barras trefiladas em aço com limite de escoamento de 600 MPa, localizada no topo da laje com um cobrimento de, aproximadamente, 20mm (exige-se nos ensaios, que esta malha fique na zona comprimida da laje). A área de aço mínima desta malha, nas duas direções, era de pelo menos 0,1% da área de concreto acima da fôrma de aço.

Todos os protótipos foram desformados depois de 3 dias e mantidos úmidos e cobertos com sacos de aniagem até o concreto completar 7 dias. Os protótipos foram então curados ao ar até serem ensaiados nas idades constantes na Tabela 2.4. Os cilindros foram curados ao ar e ensaiados após 7 e 14 dias para a verificação da resistência. No dia do teste de cada protótipo eram ensaiados os cilindros de verificação de resistência e de determinação do módulo de elasticidade.

## **2.5 Equipamentos de Aplicação de Carga e Reação**

As cargas transmitidas aos protótipos do sistema de laje mista foram aplicadas por um atuador hidráulico preso a um pórtico de reação, usando-se uma bomba para o acionamento do pistão do mesmo. O atuador hidráulico possui linhas de fluxo e retorno de modo que o movimento do pistão pode ser feito nas duas direções.

Os valores correspondentes às cargas foram medidos através de um anel dinamométrico com capacidade para 300 kN (protótipos 5, 6, 11 e 12) e 500 kN (demais protótipos), acoplado ao atuador hidráulico. O anel

dinamométrico foi calibrado anteriormente pela Fundação Centro Tecnológico de Minas Gerais (CETEC), sendo que cada divisão do relógio comparador correspondia a  $4,568E-01$  kN nos ensaios dos Protótipos 5, 6, 11 e 12 e a  $8,895E-01$  kN nos ensaios dos demais protótipos.

Um sistema de vigas metálicas, conforme mostra a Fig. 2.2, foi empregado para transmitir cargas aos protótipos. Estes por sua vez estavam apoiados em blocos de concreto. Pode-se ver na Fig. 2.2 que cada protótipo, no trecho central, ficou submetido a flexão pura, enquanto que nos trechos entre os pontos de aplicação de carga e o apoio o esforço cortante era constante. Foi utilizada uma tira de borracha para distribuir a linha de carga de maneira relativamente uniforme. Assumiu-se que qualquer restrição longitudinal indesejável foi eliminada pelo sistema de apoios de rolo e pino, atuando em conjunto com o sistema esférico da unidade de aplicação de carga. Este sistema de aplicação de carga é similar àqueles indicados em SCHUSTER (1984), EUROCODE (1992), ASCE (1992) e CSSBI (1988).

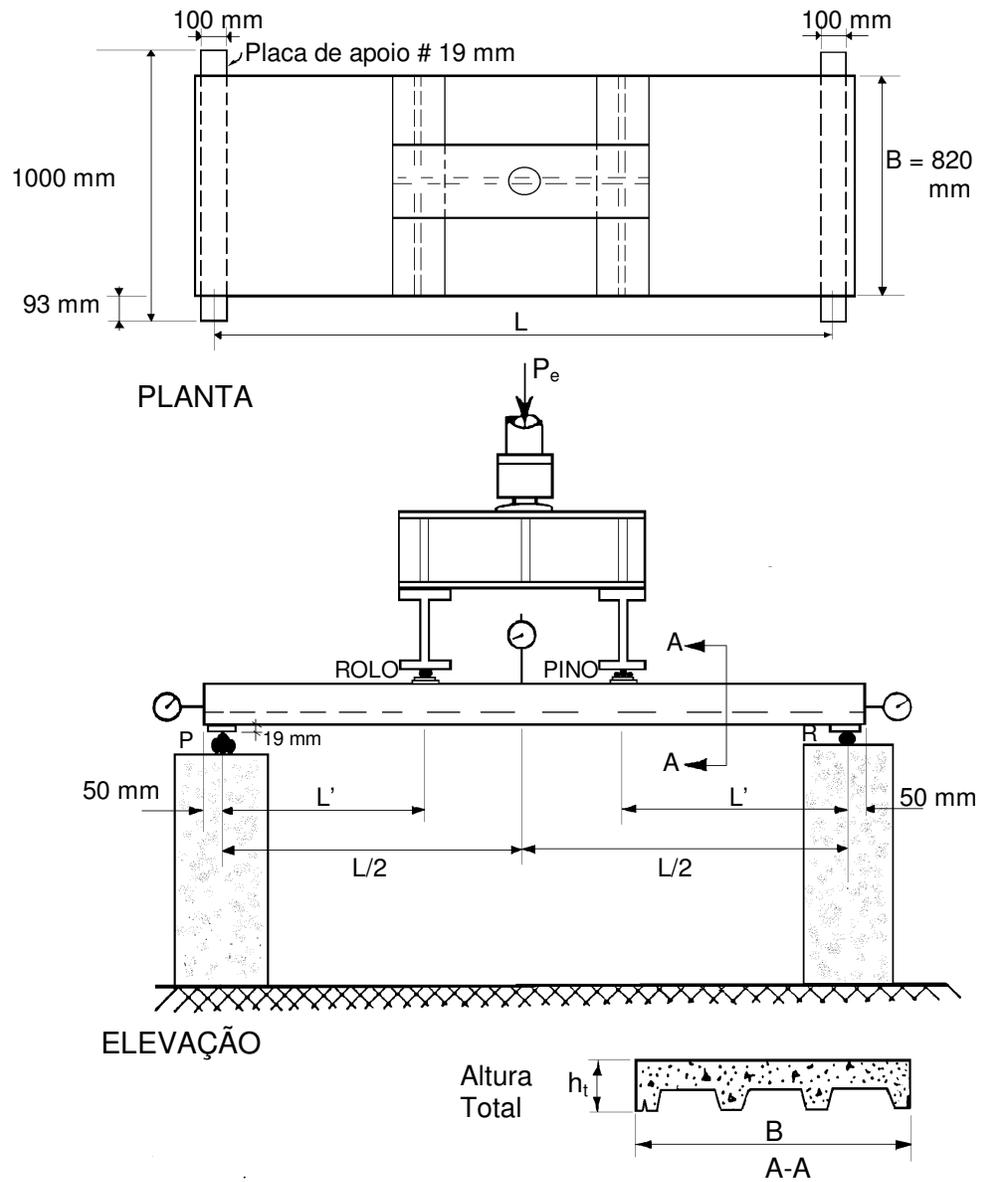


Figura 2.2 - Esquema de aplicação de carga usado nos ensaios

## 2.6 Instrumentação

Para medir os deslocamentos dos protótipos durante os ensaios foram usados relógios comparadores. Os deslocamentos verticais no centro do vão foram medidos por meio de dois relógios comparadores com precisão de 0,01mm, simetricamente dispostos a, aproximadamente, 20cm da borda da laje, e tomados como média dos dois valores lidos.

O deslocamento horizontal relativo entre o concreto e a fôrma de aço foi medido nas extremidades de cada protótipo por meio de relógios comparadores com precisão de 0,001mm. Estes relógios comparadores, num total de quatro, dois de cada lado, foram fixados em uma cantoneira presa ao concreto da laje e ajustados horizontalmente à placa de apoio de aço (ver Fig. 2.2). Os deslizamentos relativos de extremidade correspondem à média das medidas lidas nos relógios comparadores junto aos apoios fixo e móvel.

Foram colados extensômetros elétricos na fôrma de aço em todos os protótipos para averiguar o estado de deformação do aço. Todos os extensômetros elétricos usados foram fixados no centro do vão, sendo um na extremidade inferior e outro na extremidade superior da fôrma de aço, conforme mostrado na Fig. 2.3.

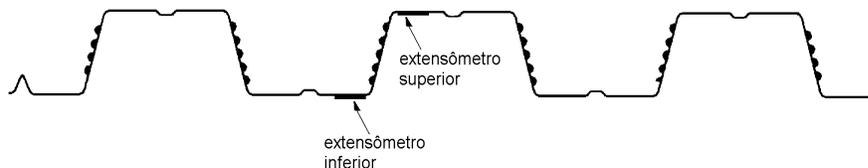


Figura 2.3 – Localização dos extensômetros elétricos inferior e superior

## 2.7 Procedimentos de Ensaio

Após o alinhamento do protótipo no pórtico de carga e reação, os relógios comparadores eram fixados, e todas as dimensões pertinentes, tais como a largura e altura total dos protótipos eram computadas. A altura total, foi considerada como a média das medidas em ambas as extremidades e no centro do vão.

Os ensaios iniciavam após a retirada da pré-carga para acomodação do sistema, quando eram feitas as primeiras leituras dos deslocamentos e deformações. O carregamento era então aplicado de forma sempre gradual e crescente, tendo sido feitas leituras em todos os incrementos de carga. Para valores de carga acima da carga de fissuração, as leituras somente eram feitas após a estabilização do sistema. O ensaio só terminava quando se atingia o colapso do protótipo, ou seja, aquele instante do carregamento a partir do qual, mesmo com o atuador hidráulico sendo acionado, não ocorria acréscimo no carregamento e os deslocamentos medidos cresciam exageradamente. Esta carga máxima atingida pelo atuador hidráulico, foi definida como a carga última do protótipo. Ao longo do ensaio o processo de fissuração foi, também, monitorado.

## **ANÁLISE DOS RESULTADOS E DO COMPORTAMENTO DO SISTEMA MISTO**

### **3.1 Considerações Iniciais**

A análise dos resultados e do comportamento do sistema de laje mista durante toda a fase de carregamento até o seu colapso é apresentada a seguir. Para se realizar esta análise serão empregadas as relações carga  $\times$  deslizamento relativo de extremidade, carga  $\times$  flecha no meio do vão e carga  $\times$  deformação no aço.

### **3.2 Comportamento Carga $\times$ Deslizamento Relativo de Extremidade**

O Anexo A deste trabalho contém as curvas carga  $\times$  deslizamento relativo de extremidade referentes aos apoios fixo e móvel de todos os protótipos ensaiados. As Figs. A.1 a A.6 referem-se aos protótipos com  $t = 0,80\text{mm}$  e as Figs. A.7 a A.12 aos protótipos com  $t = 1,25\text{mm}$ .

A Fig. 3.1 mostra as curvas carga  $\times$  deslizamento relativo de extremidade para os apoios fixos dos protótipos 1 e 7, tomados como representativos dos demais protótipos para ilustrar os comentários que serão feitos a seguir.

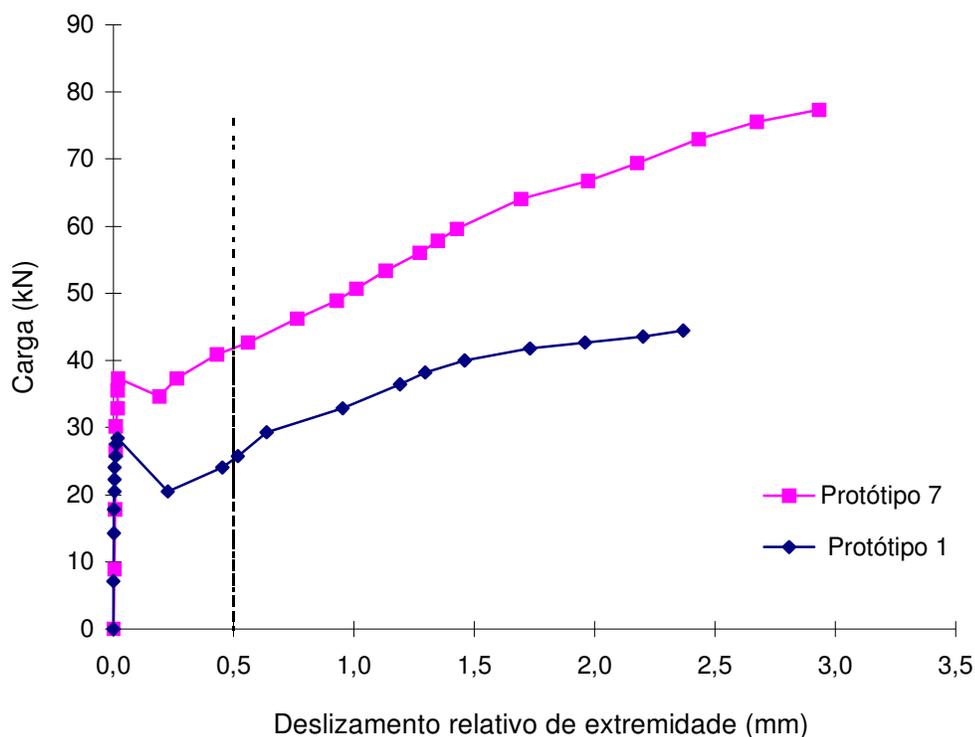


Figura 3.1 – Gráfico de carga × deslizamento relativo de extremidade (apoio fixo)

Os fatores mais importantes que impedem o deslizamento relativo de extremidade, segundo RONDAL et al (1997), são: a ligação química resultante da aderência natural entre o aço e o concreto, a ligação mecânica fornecida pelas mossas da fôrma de aço e o atrito entre o aço e o concreto nos apoios da laje, proporcional à reação vertical.

Observa-se na Fig. 3.1 que, inicialmente, o deslizamento horizontal relativo de extremidade é praticamente nulo ocorrendo a interação completa ao cisalhamento entre a fôrma de aço e o concreto. Após a formação das primeiras fissuras, ocorre a quebra da ligação química entre a fôrma e o concreto provocando deslizamentos relativos de extremidade e queda de carga, como mostra o gráfico. A partir desse instante, a interação passa a ser parcial sendo a ligação mecânica entre as mossas da fôrma de aço e o concreto e o atrito nos apoios os responsáveis pela resistência ao

deslizamento horizontal relativo, levando a um aumento nas cargas, além deste estágio, até a carga última de colapso.

Segundo o EUROCODE (1992), a **carga de deslizamento de extremidade inicial** é aquela que provoca um deslizamento horizontal relativo entre a fôrma de aço e o concreto, na extremidade do protótipo, igual a 0,5mm. Os valores de tais cargas para os protótipos testados são mostrados na Tabela 3.1 a seguir, que também apresenta os valores das cargas últimas de colapso.

Tabela 3.1 - Cargas de deslizamento de extremidade inicial e última de colapso

Protótipo	Carga de deslizamento de extremidade inicial ( $P_{des}$ ) (kN)	Carga última de Colapso ( $P_{ult}$ ) (kN)	$\frac{P_{ult}}{P_{des}}$
1	28,46	44,48	1,56
2	22,24	37,36	1,68
3	57,82	89,84	1,55
4	62,27	104,07	1,67
5	18,27	22,84	1,25
6	9,14	15,53	1,70
7	39,14	79,17	2,02
8	32,91	67,60	2,05
9	57,82	127,20	2,20
10	86,28	168,12	1,95
11	26,95	43,40	1,61
12	14,62	31,06	2,12

### 3.3 Comportamento Carga × Flecha no Meio do vão

Uma descrição geral do comportamento do sistema misto durante o carregamento é apresentada através das curvas carga × flecha no meio do vão. O Anexo A contem todas essas curvas, sendo que as Figs. A.13 a A.18 referem-se aos protótipos de 1 a 6 com  $t = 0,80\text{mm}$  e as Figs. A.19 a A.24 aos protótipos de 7 a 12 com  $t = 1,25\text{mm}$ .

A Fig. 3.2 mostra o gráfico carga × flecha no meio do vão para os protótipos 1 e 7, tomados como representativos para os demais protótipos, como anteriormente, para ilustrar os comentários que serão feitos a seguir.

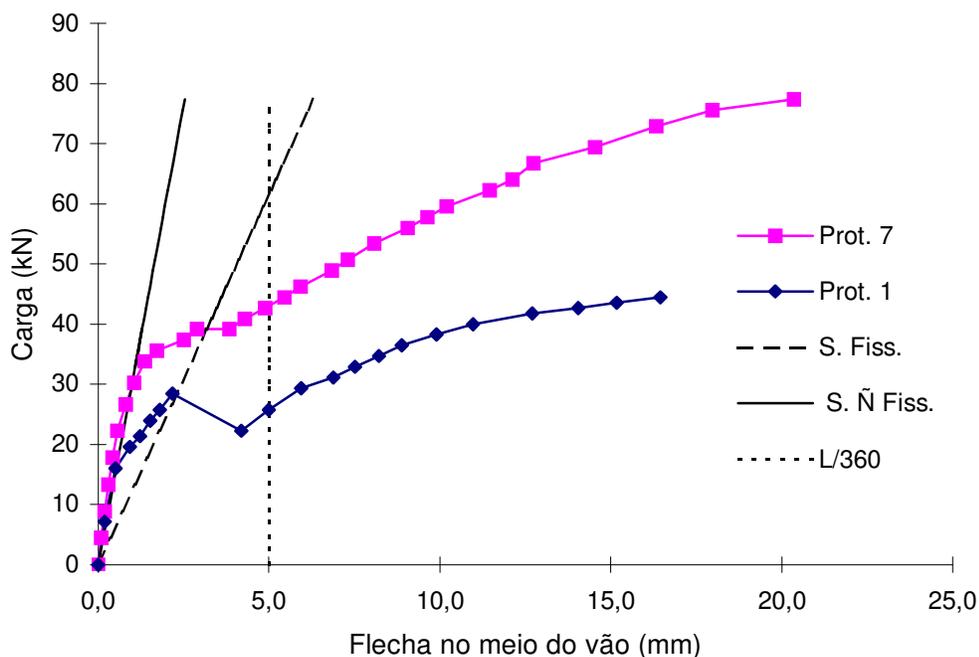


Figura 3.2 - Gráfico de carga × flecha no meio do vão

No gráfico também estão mostradas as flechas teóricas para os estágios não fissurado e fissurado, que foram calculados de acordo com a seguinte expressão, tendo-se em vista a Fig. 3.3:

$$\delta_{\max} = \frac{P_{ue} \times L'}{2 \times 24 \times E_c \times I} (3L^2 - 4L'^2) \quad (3.1)$$

O valor de  $I$  foi tomado igual a  $I_{uc}$ , para a seção não fissurada, ou  $I_{cc}$ , no caso da seção fissurada, cujas expressões são mostradas no Anexo B.

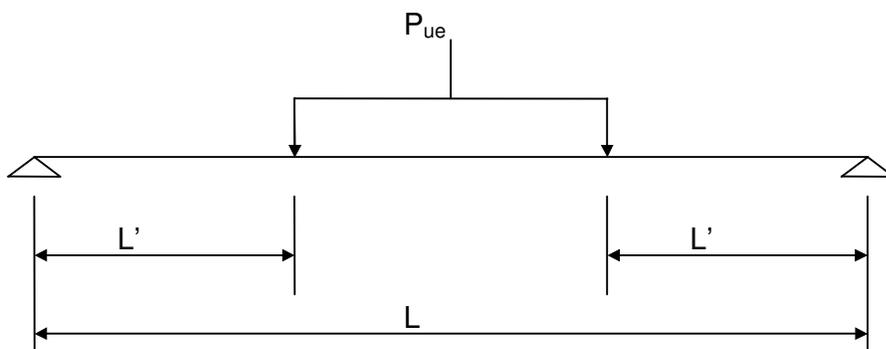


Figura 3.3 - Esquema estático de aplicação de carga

Observa-se na Fig. 3.2 que, quando a carga foi gradualmente aumentada a partir do valor zero, dois estágios no comportamento carga  $\times$  flecha no meio do vão foram identificados na seção mista: o não fissurado e o fissurado.

#### Estágio não fissurado

Durante esse estágio nenhuma fissura visível foi observada em qualquer região do protótipo, e a seção permaneceu com interação total até a fissura inicial. É possível que fissuras extremamente finas (micro fissuras) tenham sido formadas dentro da região de momento constante antes do

aparecimento da fissura inicial. Contudo, elas não foram visíveis nas extremidades dos protótipos. Observa-se também a excelente correlação com os resultados teóricos.

### Estágio fissurado

Esse estágio foi identificado pela primeira mudança na rigidez de cada protótipo, que ocorreu com o aparecimento da fissura inicial (a curva carga  $\times$  flecha no meio do vão deixa de ser proporcional). Sem a presença dos mecanismos de transferência de cisalhamento (mossas e atrito), os protótipos não seriam capazes de suportar carga considerável além desse estágio de carregamento. Isso pode ser mais facilmente ilustrado através da Fig. 3.2, onde as curvas apresentaram um ajuste após a fissura inicial acompanhada de uma queda da carga naquele instante, indicando que, sem os mecanismos de transferência de cisalhamento os protótipos entrariam em colapso. Contudo, como pode ser observado a partir dessas curvas, um aumento nas cargas além do estágio da fissura inicial foi possível até que ocorresse o colapso dos protótipos.

De acordo com o EUROCODE (1992), através da curva carga  $\times$  flecha no meio do vão pode-se classificar o comportamento do sistema de laje mista como dúctil ou frágil. **O comportamento é classificado como dúctil** se a carga última de colapso excede a carga que causa o deslizamento de extremidade inicial em mais que 10%. Ainda segundo o EUROCODE (1992), se a flecha no meio do vão correspondente a carga máxima excede  $L/50$ , então a carga última de colapso deverá ser tomada como aquela que provoca a flecha  $L/50$ . Todos os protótipos testados apresentaram um comportamento dúctil, o que pode ser verificado através dos resultados mostrados na Tabela 3.1 e observando-se os gráficos carga  $\times$  flecha no meio do vão, Figs. A.13 a A.24, do Anexo A.

### 3.4 Comportamento Carga × Deformação no Aço

Os gráficos carga × deformação no aço para os protótipos de 1 a 12 são mostrados no Anexo A, Figs A.25 a A.36. A deformação no aço,  $\epsilon$ , é dada em micromilímetro por milímetro e foi obtida a partir da leitura das deformações nos extensômetros elétricos colados sob a fôrma de aço, na seção média da laje mista, localizados nas extremidades inferior e superior da fôrma de aço conforme mostrado na Fig. 2.3, pág. 18.

A Fig. 3.4 apresenta as curvas carga × deformação no aço para os protótipos 1 e 7, onde os valores positivos indicam tração no aço e os valores negativos indicam compressão. Observa-se que durante o estágio não fissurado, a fôrma de aço estava totalmente tracionada tanto na parte inferior quanto na superior, indicando a existência de uma linha neutra única na mesa do concreto. As deformações no aço, tanto na parte superior quanto inferior são positivas.

Após a fissura inicial, ocorre uma queda na carga aplicada. Com o auxílio dos mecanismos de transferência de cisalhamento observa-se, na seqüência do ensaio, novo aumento nas cargas além do estágio de fissura inicial e pode-se notar que a parte superior da fôrma de aço fica comprimida. Isso significa a presença de duas linhas neutras na seção mista, caracterizando um comportamento de interação parcial entre o concreto e a fôrma de aço.

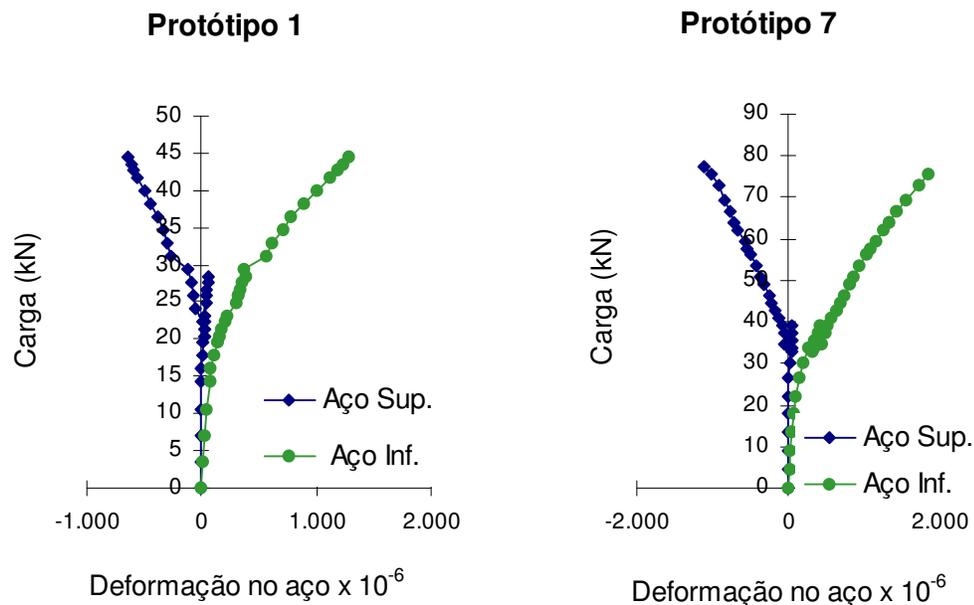


Figura 3.4 - Gráfico de carga × deformação no aço

Usando-se a expressão:

$$\sigma_e = E_s \times \varepsilon_e \quad (3.2)$$

e utilizando-se os valores de  $\sigma_e$  e  $E_s$  dados na Tabela 2.3, pode-se calcular, com suficiente aproximação, a deformação  $\varepsilon_e$  correspondente ao início do escoamento.

Sendo assim, para  $t = 0,80\text{mm}$ ,  $\varepsilon_e = 1589 \times 10^{-6} \mu\text{mm/mm}$ ; e para  $t = 1,25\text{mm}$ ,  $\varepsilon_e = 1560 \times 10^{-6} \mu\text{mm/mm}$ .

Analisando-se os valores das deformações apresentados nos gráficos das Figs. A.25 a A.36, pode-se observar que a extremidade inferior da fôrma de aço alcançou o seu limite de escoamento em quatro casos, a saber, nos protótipos 6, 7, 8 e 12. Portanto, duas condições diferentes de tensão no aço foram encontradas, isto é, quando não há escoamento em nenhuma parte da fôrma e quando há escoamento somente na parte inferior da fôrma de aço.

O escoamento total da fôrma de aço não foi observado em nenhum dos protótipos ensaiados. Dessa maneira, baseado nessas evidências experimentais, o colapso deste sistema misto pode ou não ser precedido do escoamento da fôrma de aço, fenômeno que foi observado também por SCHUSTER (1984).

Observou-se durante os ensaios que alguns protótipos apresentaram flambagem local na mesa superior da fôrma de aço, sendo mais visível próximo aos pontos de aplicação das cargas. Entretanto, devido ao fenômeno de resistência pós-flambagem, a flambagem local não representou um estado limite último para o sistema misto.

### **3.5 Modo de Colapso**

A descrição do modo de colapso a ser apresentada a seguir, é baseada nas discussões sobre os comportamentos carga  $\times$  deslizamento relativo de extremidade, carga  $\times$  flecha no meio do vão e carga  $\times$  deformação no aço, apresentadas nas seções anteriores. As análises destes comportamentos permitiram uma melhor compreensão do modo de colapso alcançado pelo sistema misto nos ensaios de laboratório realizados para este trabalho.

Somente um único modo de colapso foi encontrado para todos os protótipos ensaiados, a saber, o colapso por cisalhamento longitudinal (shear-bond). O cisalhamento longitudinal é a falha por cisalhamento da ligação entre as mossas da fôrma de aço e o concreto, fazendo com que o concreto da região do vão de cisalhamento,  $L'$ , perca sua ação composta com a fôrma de aço. Esta falha é indicada por um deslizamento horizontal relativo elevado entre a fôrma de aço e o concreto na extremidade do protótipo (deslizamento relativo de extremidade).

Durante os ensaios observou-se que este modo de colapso caracterizou-se por uma intensa fissuração do concreto na região entre os pontos de aplicação de carga. As fissuras ocorriam em determinados passos de carga,

eram igualmente espaçadas e simetricamente dispostas e suas aberturas aumentavam gradativamente com o acréscimo do carregamento (ver Fig. 3.5). Observou-se também, no instante do colapso, a ocorrência de uma fissura maior sob ou próxima às linhas de carga e um deslizamento relativo de extremidade proporcionalmente muito maior, sendo possível observar, a olho nu, o deslocamento horizontal relativo entre a fôrma de aço e o concreto.

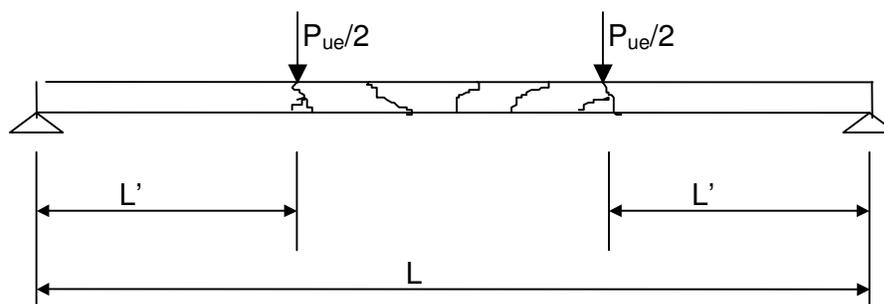


Figura 3.5 - Modo de colapso por cisalhamento longitudinal

Apesar do concreto na região do vão de cisalhamento,  $L'$ , perder sua ação composta com a fôrma de aço, em nenhum instante o concreto dessa região separou-se completamente da fôrma. Ou seja, o mecanismo de transferência de cisalhamento (mossas), mesmo depois da carga última ter sido alcançada, evitou que o sistema fosse completamente desfeito.

As figuras do Anexo C mostram fotografias dos ensaios realizados e de todos os protótipos ensaiados os quais tiveram o colapso por cisalhamento longitudinal. Observam-se os equipamentos de carga e reação utilizados nos ensaios, as fissuras do modo de colapso, o deslocamento relativo de extremidade e a flambagem local da mesa superior da fôrma de aço.

A caracterização do colapso por cisalhamento longitudinal do sistema de laje mista Steel Deck CE-75 da CODEME é similar a de outros sistemas de laje mista que utilizam fôrma de aço com mossas, como relatado em SCHUSTER (1984).

## **ANÁLISE DOS RESULTADOS E DO COMPORTAMENTO DO SISTEMA MISTO**

### **3.1 Considerações Iniciais**

A análise dos resultados e do comportamento do sistema de laje mista durante toda a fase de carregamento até o seu colapso é apresentada a seguir. Para se realizar esta análise serão empregadas as relações carga  $\times$  deslizamento relativo de extremidade, carga  $\times$  flecha no meio do vão e carga  $\times$  deformação no aço.

### **3.2 Comportamento Carga $\times$ Deslizamento Relativo de Extremidade**

O Anexo A deste trabalho contém as curvas carga  $\times$  deslizamento relativo de extremidade referentes aos apoios fixo e móvel de todos os protótipos ensaiados. As Figs. A.1 a A.6 referem-se aos protótipos com  $t = 0,80\text{mm}$  e as Figs. A.7 a A.12 aos protótipos com  $t = 1,25\text{mm}$ .

A Fig. 3.1 mostra as curvas carga  $\times$  deslizamento relativo de extremidade para os apoios fixos dos protótipos 1 e 7, tomados como representativos dos demais protótipos para ilustrar os comentários que serão feitos a seguir.

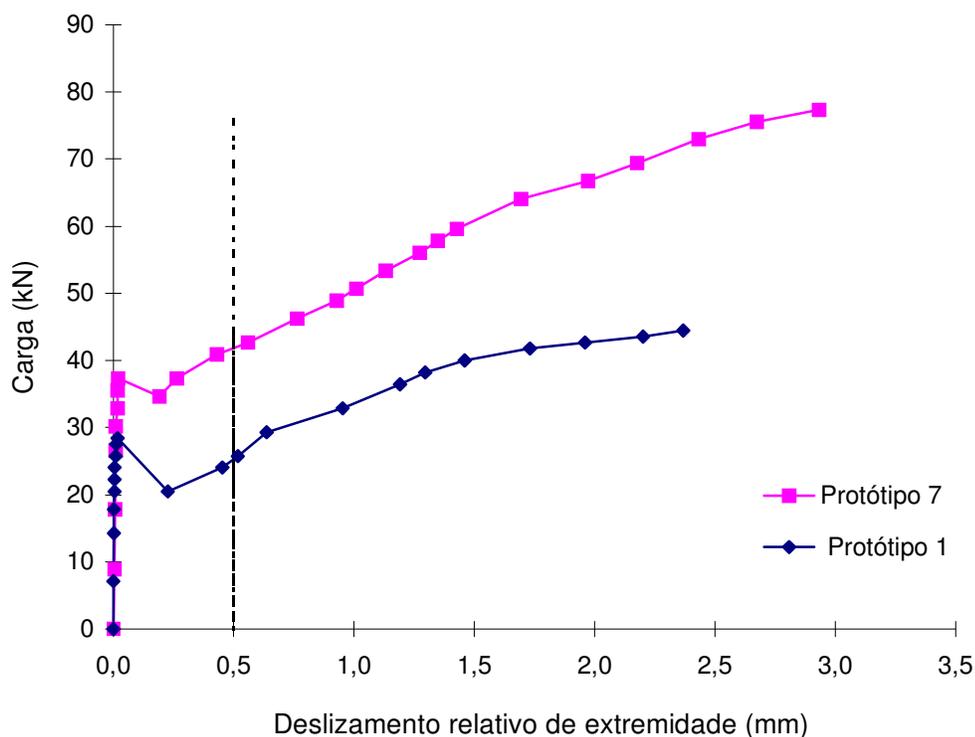


Figura 3.1 – Gráfico de carga × deslizamento relativo de extremidade (apoio fixo)

Os fatores mais importantes que impedem o deslizamento relativo de extremidade, segundo RONDAL et al (1997), são: a ligação química resultante da aderência natural entre o aço e o concreto, a ligação mecânica fornecida pelas mossas da fôrma de aço e o atrito entre o aço e o concreto nos apoios da laje, proporcional à reação vertical.

Observa-se na Fig. 3.1 que, inicialmente, o deslizamento horizontal relativo de extremidade é praticamente nulo ocorrendo a interação completa ao cisalhamento entre a fôrma de aço e o concreto. Após a formação das primeiras fissuras, ocorre a quebra da ligação química entre a fôrma e o concreto provocando deslizamentos relativos de extremidade e queda de carga, como mostra o gráfico. A partir desse instante, a interação passa a ser parcial sendo a ligação mecânica entre as mossas da fôrma de aço e o concreto e o atrito nos apoios os responsáveis pela resistência ao

deslizamento horizontal relativo, levando a um aumento nas cargas, além deste estágio, até a carga última de colapso.

Segundo o EUROCODE (1992), a **carga de deslizamento de extremidade inicial** é aquela que provoca um deslizamento horizontal relativo entre a fôrma de aço e o concreto, na extremidade do protótipo, igual a 0,5mm. Os valores de tais cargas para os protótipos testados são mostrados na Tabela 3.1 a seguir, que também apresenta os valores das cargas últimas de colapso.

Tabela 3.1 - Cargas de deslizamento de extremidade inicial e última de colapso

Protótipo	Carga de deslizamento de extremidade inicial ( $P_{des}$ ) (kN)	Carga última de Colapso ( $P_{ult}$ ) (kN)	$\frac{P_{ult}}{P_{des}}$
1	28,46	44,48	1,56
2	22,24	37,36	1,68
3	57,82	89,84	1,55
4	62,27	104,07	1,67
5	18,27	22,84	1,25
6	9,14	15,53	1,70
7	39,14	79,17	2,02
8	32,91	67,60	2,05
9	57,82	127,20	2,20
10	86,28	168,12	1,95
11	26,95	43,40	1,61
12	14,62	31,06	2,12

### 3.3 Comportamento Carga × Flecha no Meio do vão

Uma descrição geral do comportamento do sistema misto durante o carregamento é apresentada através das curvas carga × flecha no meio do vão. O Anexo A contem todas essas curvas, sendo que as Figs. A.13 a A.18 referem-se aos protótipos de 1 a 6 com  $t = 0,80\text{mm}$  e as Figs. A.19 a A.24 aos protótipos de 7 a 12 com  $t = 1,25\text{mm}$ .

A Fig. 3.2 mostra o gráfico carga × flecha no meio do vão para os protótipos 1 e 7, tomados como representativos para os demais protótipos, como anteriormente, para ilustrar os comentários que serão feitos a seguir.

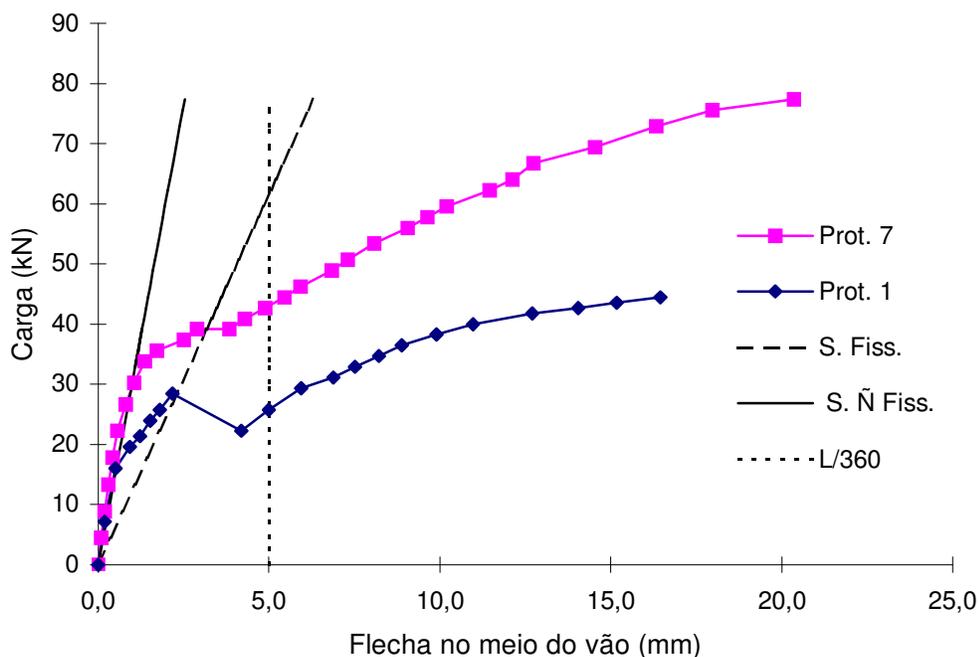


Figura 3.2 - Gráfico de carga × flecha no meio do vão

No gráfico também estão mostradas as flechas teóricas para os estágios não fissurado e fissurado, que foram calculados de acordo com a seguinte expressão, tendo-se em vista a Fig. 3.3:

$$\delta_{\max} = \frac{P_{ue} \times L'}{2 \times 24 \times E_c \times I} (3L^2 - 4L'^2) \quad (3.1)$$

O valor de  $I$  foi tomado igual a  $I_{uc}$ , para a seção não fissurada, ou  $I_{cc}$ , no caso da seção fissurada, cujas expressões são mostradas no Anexo B.

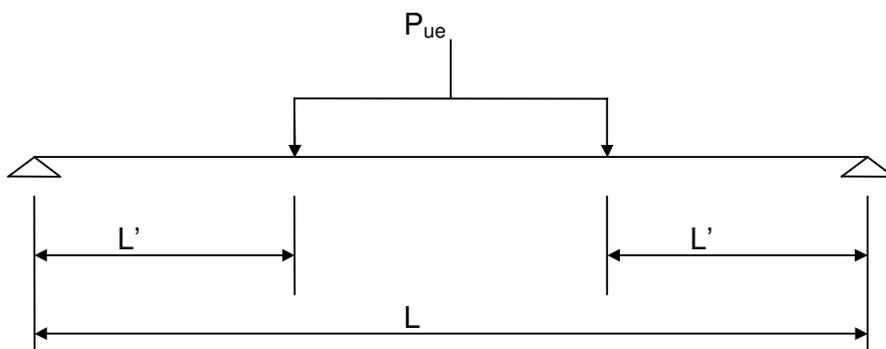


Figura 3.3 - Esquema estático de aplicação de carga

Observa-se na Fig. 3.2 que, quando a carga foi gradualmente aumentada a partir do valor zero, dois estágios no comportamento carga  $\times$  flecha no meio do vão foram identificados na seção mista: o não fissurado e o fissurado.

#### Estágio não fissurado

Durante esse estágio nenhuma fissura visível foi observada em qualquer região do protótipo, e a seção permaneceu com interação total até a fissura inicial. É possível que fissuras extremamente finas (micro fissuras) tenham sido formadas dentro da região de momento constante antes do

aparecimento da fissura inicial. Contudo, elas não foram visíveis nas extremidades dos protótipos. Observa-se também a excelente correlação com os resultados teóricos.

### Estágio fissurado

Esse estágio foi identificado pela primeira mudança na rigidez de cada protótipo, que ocorreu com o aparecimento da fissura inicial (a curva carga  $\times$  flecha no meio do vão deixa de ser proporcional). Sem a presença dos mecanismos de transferência de cisalhamento (mossas e atrito), os protótipos não seriam capazes de suportar carga considerável além desse estágio de carregamento. Isso pode ser mais facilmente ilustrado através da Fig. 3.2, onde as curvas apresentaram um ajuste após a fissura inicial acompanhada de uma queda da carga naquele instante, indicando que, sem os mecanismos de transferência de cisalhamento os protótipos entrariam em colapso. Contudo, como pode ser observado a partir dessas curvas, um aumento nas cargas além do estágio da fissura inicial foi possível até que ocorresse o colapso dos protótipos.

De acordo com o EUROCODE (1992), através da curva carga  $\times$  flecha no meio do vão pode-se classificar o comportamento do sistema de laje mista como dúctil ou frágil. **O comportamento é classificado como dúctil** se a carga última de colapso excede a carga que causa o deslizamento de extremidade inicial em mais que 10%. Ainda segundo o EUROCODE (1992), se a flecha no meio do vão correspondente a carga máxima excede  $L/50$ , então a carga última de colapso deverá ser tomada como aquela que provoca a flecha  $L/50$ . Todos os protótipos testados apresentaram um comportamento dúctil, o que pode ser verificado através dos resultados mostrados na Tabela 3.1 e observando-se os gráficos carga  $\times$  flecha no meio do vão, Figs. A.13 a A.24, do Anexo A.

### 3.4 Comportamento Carga × Deformação no Aço

Os gráficos carga × deformação no aço para os protótipos de 1 a 12 são mostrados no Anexo A, Figs A.25 a A.36. A deformação no aço,  $\epsilon$ , é dada em micromilímetro por milímetro e foi obtida a partir da leitura das deformações nos extensômetros elétricos colados sob a fôrma de aço, na seção média da laje mista, localizados nas extremidades inferior e superior da fôrma de aço conforme mostrado na Fig. 2.3, pág. 18.

A Fig. 3.4 apresenta as curvas carga × deformação no aço para os protótipos 1 e 7, onde os valores positivos indicam tração no aço e os valores negativos indicam compressão. Observa-se que durante o estágio não fissurado, a fôrma de aço estava totalmente tracionada tanto na parte inferior quanto na superior, indicando a existência de uma linha neutra única na mesa do concreto. As deformações no aço, tanto na parte superior quanto inferior são positivas.

Após a fissura inicial, ocorre uma queda na carga aplicada. Com o auxílio dos mecanismos de transferência de cisalhamento observa-se, na seqüência do ensaio, novo aumento nas cargas além do estágio de fissura inicial e pode-se notar que a parte superior da fôrma de aço fica comprimida. Isso significa a presença de duas linhas neutras na seção mista, caracterizando um comportamento de interação parcial entre o concreto e a fôrma de aço.

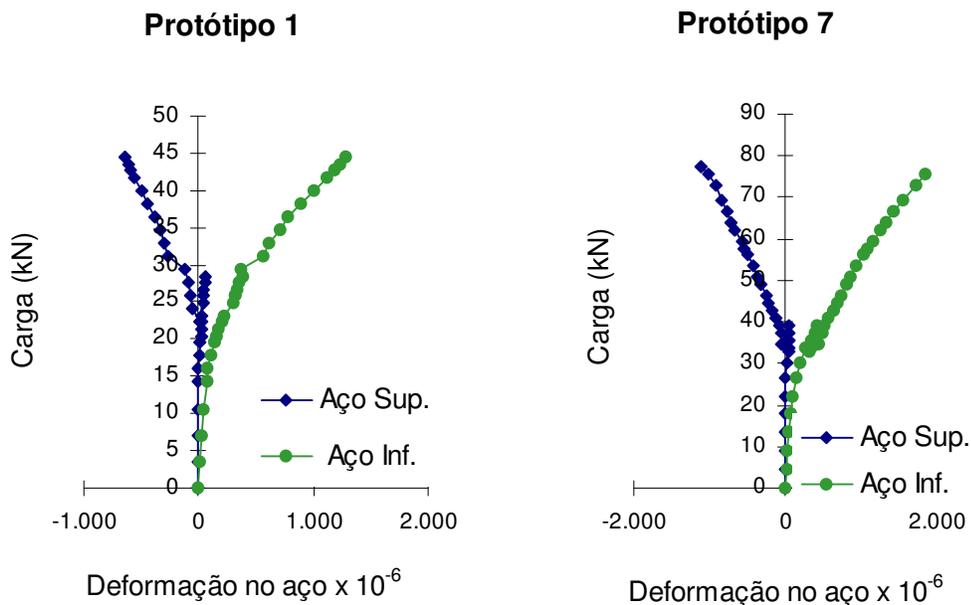


Figura 3.4 - Gráfico de carga × deformação no aço

Usando-se a expressão:

$$\sigma_e = E_s \times \varepsilon_e \quad (3.2)$$

e utilizando-se os valores de  $\sigma_e$  e  $E_s$  dados na Tabela 2.3, pode-se calcular, com suficiente aproximação, a deformação  $\varepsilon_e$  correspondente ao início do escoamento.

Sendo assim, para  $t = 0,80\text{mm}$ ,  $\varepsilon_e = 1589 \times 10^{-6} \mu\text{mm/mm}$ ; e para  $t = 1,25\text{mm}$ ,  $\varepsilon_e = 1560 \times 10^{-6} \mu\text{mm/mm}$ .

Analisando-se os valores das deformações apresentados nos gráficos das Figs. A.25 a A.36, pode-se observar que a extremidade inferior da fôrma de aço alcançou o seu limite de escoamento em quatro casos, a saber, nos protótipos 6, 7, 8 e 12. Portanto, duas condições diferentes de tensão no aço foram encontradas, isto é, quando não há escoamento em nenhuma parte da fôrma e quando há escoamento somente na parte inferior da fôrma de aço.

O escoamento total da fôrma de aço não foi observado em nenhum dos protótipos ensaiados. Dessa maneira, baseado nessas evidências experimentais, o colapso deste sistema misto pode ou não ser precedido do escoamento da fôrma de aço, fenômeno que foi observado também por SCHUSTER (1984).

Observou-se durante os ensaios que alguns protótipos apresentaram flambagem local na mesa superior da fôrma de aço, sendo mais visível próximo aos pontos de aplicação das cargas. Entretanto, devido ao fenômeno de resistência pós-flambagem, a flambagem local não representou um estado limite último para o sistema misto.

### **3.5 Modo de Colapso**

A descrição do modo de colapso a ser apresentada a seguir, é baseada nas discussões sobre os comportamentos carga  $\times$  deslizamento relativo de extremidade, carga  $\times$  flecha no meio do vão e carga  $\times$  deformação no aço, apresentadas nas seções anteriores. As análises destes comportamentos permitiram uma melhor compreensão do modo de colapso alcançado pelo sistema misto nos ensaios de laboratório realizados para este trabalho.

Somente um único modo de colapso foi encontrado para todos os protótipos ensaiados, a saber, o colapso por cisalhamento longitudinal (shear-bond). O cisalhamento longitudinal é a falha por cisalhamento da ligação entre as mossas da fôrma de aço e o concreto, fazendo com que o concreto da região do vão de cisalhamento,  $L'$ , perca sua ação composta com a fôrma de aço. Esta falha é indicada por um deslizamento horizontal relativo elevado entre a fôrma de aço e o concreto na extremidade do protótipo (deslizamento relativo de extremidade).

Durante os ensaios observou-se que este modo de colapso caracterizou-se por uma intensa fissuração do concreto na região entre os pontos de aplicação de carga. As fissuras ocorriam em determinados passos de carga,

eram igualmente espaçadas e simetricamente dispostas e suas aberturas aumentavam gradativamente com o acréscimo do carregamento (ver Fig. 3.5). Observou-se também, no instante do colapso, a ocorrência de uma fissura maior sob ou próxima às linhas de carga e um deslizamento relativo de extremidade proporcionalmente muito maior, sendo possível observar, a olho nu, o deslocamento horizontal relativo entre a fôrma de aço e o concreto.

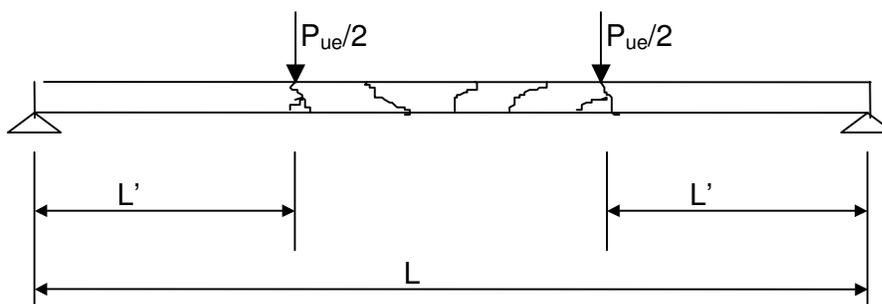


Figura 3.5 - Modo de colapso por cisalhamento longitudinal

Apesar do concreto na região do vão de cisalhamento,  $L'$ , perder sua ação composta com a fôrma de aço, em nenhum instante o concreto dessa região separou-se completamente da fôrma. Ou seja, o mecanismo de transferência de cisalhamento (mossas), mesmo depois da carga última ter sido alcançada, evitou que o sistema fosse completamente desfeito.

As figuras do Anexo C mostram fotografias dos ensaios realizados e de todos os protótipos ensaiados os quais tiveram o colapso por cisalhamento longitudinal. Observam-se os equipamentos de carga e reação utilizados nos ensaios, as fissuras do modo de colapso, o deslocamento relativo de extremidade e a flambagem local da mesa superior da fôrma de aço.

A caracterização do colapso por cisalhamento longitudinal do sistema de laje mista Steel Deck CE-75 da CODEME é similar a de outros sistemas de laje mista que utilizam fôrma de aço com mossas, como relatado em SCHUSTER (1984).

## VERIFICAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO LONGITUDINAL

### 4.1 Considerações Iniciais

Conforme já mencionado, em função dos resultados experimentais dos ensaios concluiu-se que somente um único modo de colapso foi encontrado para todos os protótipos ensaiados, a saber, o colapso por cisalhamento longitudinal entre as mossas da fôrma de aço e o concreto.

Portanto, o objetivo principal a ser alcançado neste capítulo será estabelecer critérios para o cálculo da resistência última ao cisalhamento longitudinal, procurando determinar expressões analíticas para o cálculo do carregamento último deste modo de colapso.

O mecanismo de resistência ao cisalhamento longitudinal entre a fôrma de aço e o concreto, de acordo com RONDAL et al (1997), deve levar em conta os seguintes fatores:

- a) ligação química, resultante da aderência natural entre o aço e o concreto, normalmente destruída sob impacto;
- b) resistência mecânica, fornecida pelas mossas da fôrma de aço;

c) resistência por atrito nos apoios da laje, entre o aço e o concreto, proporcional à reação vertical.

O EUROCODE (1992) apresenta dois métodos para se calcular a resistência ao cisalhamento longitudinal das lajes mistas: o método empírico “m e k” e o método da interação parcial, os quais serão descritos nas seções seguintes.

## 4.2 Método “m e k”

### 4.2.1 Considerações iniciais

Baseado em ensaios, como os descritos no Cap. 2, o método “m e k” foi desenvolvido e é considerado internacionalmente o método padrão para o cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal. Neste método, a resistência ao cisalhamento longitudinal das lajes mistas é dada por uma equação semi-empírica, que relaciona a resistência nominal ao esforço cortante com os parâmetros dos ensaios.

As expressões analíticas apresentadas pelo EUROCODE (1992), CSSBI (1988), SCHUSTER (1984) e BRITISH STANDARD (1982) etc., são bastante similares. Neste trabalho será utilizada a expressão semi-empírica desenvolvida por SCHUSTER (1984) e adotada pelo CSSBI (1988), que segue uma relação linear e é dada por:

$$V_{us} = b \times d \times \left( m \frac{1}{L'} + k \right) \quad (4.1)$$

As constantes  $m$  e  $k$  da Eq. (4.1) serão determinadas a partir dos dados experimentais, através de uma análise de regressão linear usando o método dos mínimos quadrados. Esta análise será feita para cada grupo de espessura da fôrma de aço, separadamente.

É importante ressaltar que, adotando-se este método, admite-se que os fatores que afetam o mecanismo de resistência ao cisalhamento longitudinal, como a resistência mecânica fornecida pelas mossas e a resistência por atrito nos apoios, são considerados. A ligação química entre o aço e o concreto é rompida após a formação das primeiras fissuras

#### 4.2.2 Determinação dos valores de $m$ e $k$

Os dados obtidos a partir dos protótipos ensaiados foram usados na determinação das constantes “ $m$  e  $k$ ” da Eq. (4.1) para cada espessura da fôrma de aço. A Tabela 4.1 a seguir, mostra os resultados dos ensaios e os dados experimentais observados.

Tabela 4.1 - Dados experimentais e resultados dos ensaios

Protótipo	B (mm)	$h_t$ (mm)	$d$ (mm)	L (mm)	L' (mm)	P (kN)	$P_{ue}$ (kN)	P.P. laje (teórico) (kPa)	$V_{ut}$ (kN/m)
1	820	133	95,5	1.800	450	44,5	48,2	2,27	31,4
2	820	143	106,0	1.803	600	37,4	41,1	2,50	27,3
3	820	153	116,0	1.803	300	89,8	93,5	2,74	59,5
4	820	172	135,0	1.797	300	104,1	107,8	3,21	68,6
5	820	182	145,0	3.605	900	22,8	26,5	3,44	22,4
6	820	192	155,0	3.597	1.500	15,5	19,2	3,68	18,3
7	830	129	91,3	1.801	450	79,2	82,9	2,32	52,0
8	830	140	102,0	1.800	600	67,6	71,3	2,56	45,3
9	830	151	113,0	1.807	300	127,2	130,9	2,79	81,4
10	830	171	133,0	1.801	300	168,1	171,8	3,26	106,4
11	830	180	142,0	3.599	900	43,4	47,1	3,50	34,7
12	830	191	153,0	3.609	1.500	31,1	34,8	3,97	28,1

Nesta tabela  $V_{ut}$  significa o cisalhamento transversal último total, por metro de largura de laje, incluindo o peso próprio do protótipo e é dado por:

$$V_{ut} = \frac{P_{ue} + PP_{laje} \times L \times B}{2B} \quad (4.2)$$

sendo L e B em m e  $PP_{laje}$  em kPa.  $V_{ut}$  é mostrado na Fig. 4.1 a seguir.

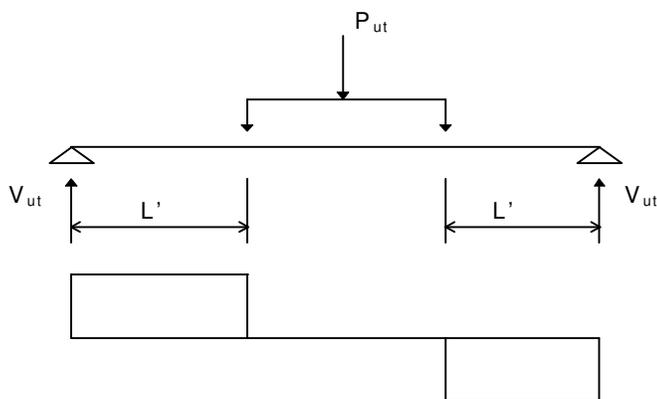


Figura 4.1 - Condição de carga do ensaio

Com esses resultados, foi feita uma análise de regressão linear usando-se o método dos mínimos quadrados, para se estabelecer a reta de melhor ajuste aos dados experimentais. Para tanto, a Eq. (4.1) foi reescrita na seguinte forma:

$$Y = mX + k \quad (4.3)$$

Nesta equação m é a inclinação da reta e k é a interseção com o eixo das ordenadas.

Desta maneira os valores de X e Y correspondem a:

$$X = \frac{1}{L'} \quad Y = \frac{V_{ut}}{bd} \quad (4.4)$$

A Tabela 4.2 a seguir, apresenta os resultados da análise de regressão dos valores onde X e Y são dados obtidos nos ensaios conforme a Eq. (4.4). A Tabela 4.2 apresenta também os valores da resistência nominal ao esforço cortante  $V_{us}$ , calculados empregando-se a Eq. (4.1) e os valores obtidos de “m e k”. São apresentadas ainda, as relações entre as resistências nominais ao esforço cortante calculadas ( $V_{us}$ ) e experimentais ( $V_{ut}$ ) bem como o percentual de desvio entre elas.

Tabela 4.2 - Resultados da análise de regressão linear

Protó tipo	X ( $\times 10^{-3}$ )	Y ( $\times 10^{-3}$ )	Resultado da Regressão	$V_{us}$ (kN/m)	$V_{us}/V_{ut}$	% de desvio
1	2,22	329	m = 152,14 kN/m k = 0,001697 kN/mm·m	32,4	1,032	-3,233
2	1,67	259		26,9	0,986	1,407
3	3,33	515		58,8	0,988	1,198
4	3,33	510		68,4	0,997	0,260
5	1,11	155		24,7	1,103	-10,345
6	0,67	119		15,9	0,869	13,059
7	2,22	570	m = 219,63 kN/m k = 0,041257 kN/mm·m	48,3	0,929	7,122
8	1,67	442		41,7	0,921	7,936
9	3,33	718		87,6	1,077	-7,665
10	3,33	798		103,1	0,969	3,148
11	1,11	244		40,6	1,171	-17,080
12	0,67	183		28,8	1,023	-2,279

O CSSBI (1988) recomenda que quando cada espessura da fôrma de aço é tratada separadamente, como foi feito neste trabalho, a razão entre as resistências calculadas e experimentais deve estar dentro dos limites de 0,85 a 1,15, inclusive. Caso isto não ocorra os valores de “m e k” devem ser reduzidos em 5%.

Observa-se então, na Tabela 4.2, que para os protótipos de 1 a 6, com fôrma de espessura  $t = 0,80\text{mm}$ , há uma boa correlação entre os valores calculados e os experimentais. Por outro lado, para os protótipos de 7 a 12, com fôrma de espessura  $t = 1,25\text{mm}$ , os desvios são mais elevados e, particularmente, o protótipo 11 apresentou uma relação superior a 1,15. Neste caso, os valores de “m e k” para os protótipos de 7 a 12 deverão ser reduzidos em 5%.

A Tabela 4.3 mostra os resultados já corrigidos e definitivos da análise de regressão dos protótipos, onde se percebe agora uma boa correlação entre valores calculados e experimentais.

Tabela 4.3 - Resultados finais da análise de regressão linear dos protótipos

Protótipo	X ( $\times 10^{-3}$ )	Y ( $\times 10^{-3}$ )	Resultado da Regressão	$V_{us}$ (kN/m)	$V_{us}/V_{ut}$	% de desvio
1	2,22	329	m = 152,14 kN/m k = 0,001697 kN/mm·m	32,4	1,032	-3,233
2	1,67	259		26,9	0,986	1,407
3	3,33	515		58,8	0,988	1,198
4	3,33	510		68,4	0,997	0,260
5	1,11	155		24,7	1,103	-10,345
6	0,67	119		15,9	0,869	13,059
7	2,22	541	m = 208,63 kN/m k = 0,039194 kN/mm·m	45,9	0,882	11,766
8	1,67	420		39,6	0,875	12,539
9	3,33	682		83,2	1,023	-2,282
10	3,33	759		97,9	0,920	7,990
11	1,11	231		38,6	1,112	-11,226
12	0,67	174		27,3	0,972	2,835

As Figs. 4.2 e 4.3 a seguir representam os gráficos da resistência última nominal ao cisalhamento longitudinal para os protótipos com  $t = 0,80\text{mm}$  e  $t = 1,25\text{mm}$ , respectivamente. A linha de regressão linear de melhor ajuste, resultante da análise estatística, é indicada pela linha cheia. Para a espessura  $t = 1,25\text{mm}$  os valores de m e k já são os corrigidos. As linhas tracejadas, desenhadas acima e abaixo da linha cheia, indicam os limites de dispersão de 15% recomendados pelo CSSBI (1988).

Como pode ser visto, todos os pontos se encontram dentro dos limites de  $\pm 15\%$  indicando uma boa correlação entre os valores calculados e os valores experimentais.

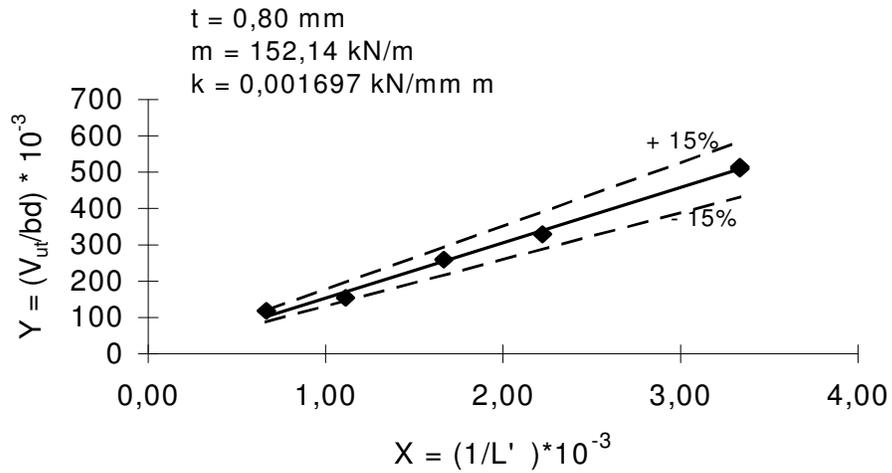


Figura 4.2 - Resistência última nominal ao cisalhamento longitudinal para os protótipos com espessura 0,80mm

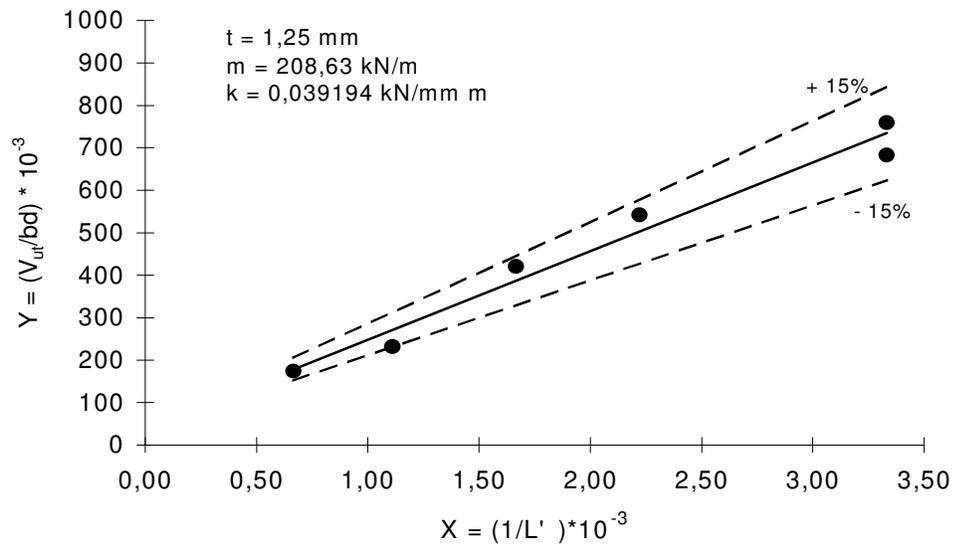


Figura 4.3 - Resistência última nominal ao cisalhamento longitudinal para os protótipos com espessura 1,25mm

### 4.2.3 Resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal, $V_{\text{usd}}$

A resistência nominal ao cisalhamento longitudinal, baseada no método empírico “m e k”, é calculada usando-se a Eq. (4.1). Com os valores das constantes de regressão “m e k” determinadas a partir dos resultados dos ensaios (ver Tabela 4.3), a Eq. (4.1) pode ser usada diretamente no cálculo dos sistemas de lajes mistas.

Os procedimentos de cálculo adotados neste trabalho serão baseados nos conceitos do método dos estados limites e, sendo assim, a Eq. (4.1) deve ser multiplicada por um coeficiente de resistência, resultando na seguinte expressão para determinação da resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal:

$$V_{\text{usd}} = \phi_v \times b \times d \times \left( m \frac{1}{L'} + k \right) \quad (4.5)$$

onde  $\phi_v$  é o coeficiente de resistência ao cisalhamento.

O coeficiente de resistência ao cisalhamento,  $\phi_v$ , deve levar em conta as variações adversas na resistência dos materiais e na mão de obra, bem como as aproximações inerentes à própria equação em relação ao comportamento real. O EUROCODE (1992) recomenda também que o valor de cálculo obtido para as cargas de serviço utilizando-se  $\phi_v$  não ultrapasse a carga de deslizamento de extremidade inicial dividida por 1,20. **Neste trabalho o valor de  $\phi_v$  igual a 0,70 é sugerido e adotado**, o qual é também recomendado pelo CSSBI (1988).

O gráfico da Fig. 4.4, apresenta as resistências nominais e de cálculo ao cisalhamento longitudinal para todos os protótipos testados, de 0,80mm e de 1,25mm de espessura. A linha cheia representa a resistência nominal obtida dos ensaios, enquanto a linha tracejada representa a resistência de cálculo,

considerando-se  $\phi_v = 0,70$ . Pode-se observar que todos os resultados dos ensaios ficaram acima da resistência de cálculo.

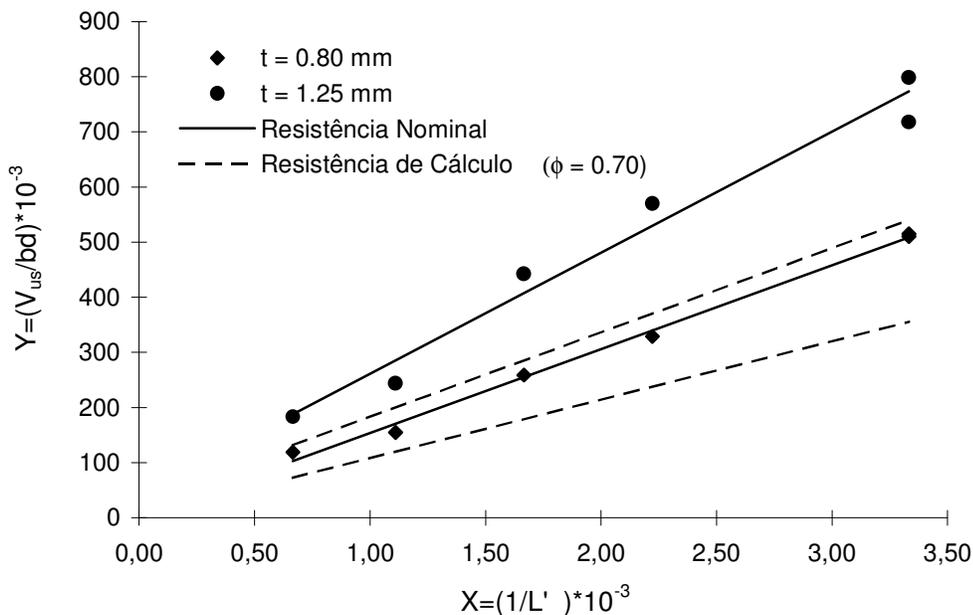


Figura 4.4 - Resistência última de ensaio e de projeto de todos os protótipos ensaiados

#### Cálculo de $L'$

A Eq. (4.1) e, conseqüentemente, a Eq. (4.5) foram estabelecidas para o esquema de carregamento ilustrado na Fig. 4.1, isto é, para duas cargas concentradas eqüidistantes dos apoios. Por outro lado, os projetos de lajes são geralmente feitos considerando-se cargas uniformemente distribuídas em toda a área da laje. Assim sendo, torna-se necessário modificar ambas as equações. A modificação mais usual e inclusive recomendada pelo EUROCODE (1992) e pelo CSSBI (1988), como uma aproximação conservadora e para criar uma condição de carga uniforme equivalente, é a alteração no valor do vão de cisalhamento  $L'$ .

O vão de cisalhamento  $L'$  para uma carga uniformemente distribuída é obtido igualando-se a área sob o diagrama do esforço cortante deste carregamento com a área sob o diagrama de esforço cortante para o sistema com duas cargas concentradas simetricamente dispostas, com ambos os carregamentos resultando no mesmo valor máximo de esforço cortante.

A Fig. 4.5, ilustra estes dois casos, onde na determinação de  $L'$  deve-se fazer  $V_{us} = V_{ut}$ . Desta igualdade resulta que  $L'$  deverá ser igual a  $L/4$  no caso de cargas uniformemente distribuídas. Este valor tem sido adotado por todas as especificações internacionais pesquisadas neste trabalho.

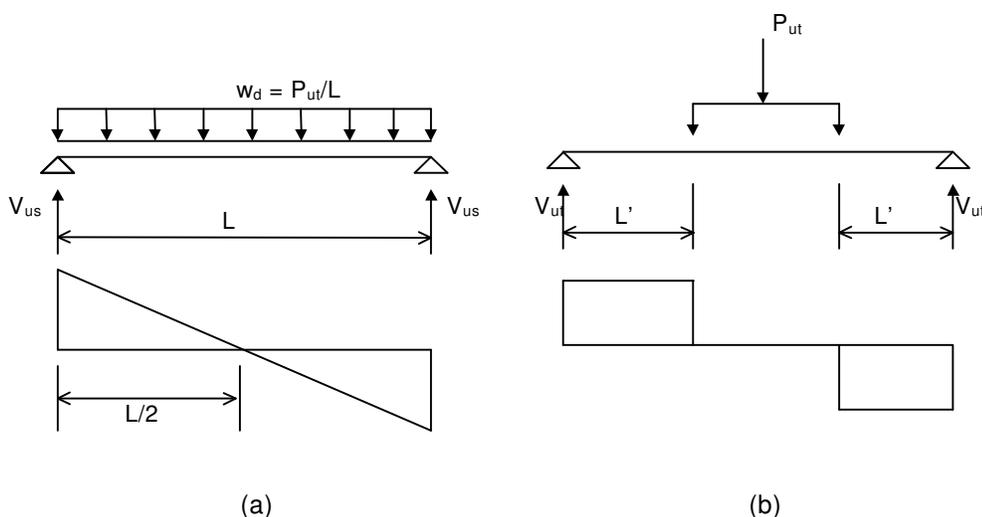


Figura 4.5 - (a) Condição assumida de carga distribuída em projetos  
(b) Condição de ensaio

Substituindo-se  $L' = L/4$  e  $\phi_v = 0,70$  na Eq. (4.5), resulta a seguinte expressão para a determinação da resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal,  $V_{usd}$ , no caso de carga uniformemente distribuída:

$$V_{usd} = 0,70 \times b \times d \times \left( m \frac{4}{L} + k \right) \quad (4.6)$$

No projeto de lajes, o carregamento usual é expresso em termos da carga uniformemente distribuída,  $w_d$ . A análise da Fig. 4.5 permite estabelecer uma relação entre  $V_{usd}$  e  $w_d$ , dada por:

$$V_{usd} = w_d \frac{L}{2} \quad (4.7)$$

Igualando-se as Eqs. (4.6) e (4.7), tem se:

$$w_d = 1,4 \times b \times d \times \frac{1}{L} \times \left( m \frac{4}{L} + k \right) \quad (4.8)$$

A expressão acima representa a carga última de cálculo que se pode ter na laje. Para se determinar o carregamento de serviço basta dividir o valor de  $w_d$  pelo coeficiente de majoração de carga  $\gamma_f$  correspondente. De acordo com os critérios da NBR 6118 (1978), o valor de  $\gamma_f$  é igual a 1,40. Introduzindo-se este valor na Eq. (4.8), a carga de serviço uniformemente distribuída fica:

$$w_{serviço} = b \times d \times \frac{1}{L} \times \left( m \frac{4}{L} + k \right) \quad (4.9)$$

As expressões aqui determinadas consideram as condições de vãos simplesmente apoiados, mesmo que na prática a laje seja contínua sobre os apoios internos. A análise considerando vão simples está normalmente associada a um sistema que consiste de uma série de lajes colocadas de extremidade a extremidade, simplesmente apoiadas, sem nenhuma condição de transmitir momento negativo nos apoios internos. Mesmo com a existência da armadura de retração nos apoios internos, onde a laje é contínua, é prática comum efetuar-se a análise como vão simples, considerando-se que tal armadura tem apenas a função de controlar fissuras por retração e/ou variação térmica do concreto.

### 4.3 Método da Interação Parcial

#### 4.3.1 Considerações Iniciais

O método “m e k” tem mostrado ser um critério de cálculo adequado principalmente para as fôrmas metálicas que apresentam um comportamento frágil e estão submetidas a vãos pequenos. Porém, este método apresenta algumas falhas para as fôrmas metálicas com comportamento dúctil e sujeitas a vãos maiores, conforme descrito por JOHNSON (1994):

1. O método “m e k” não é baseado em um modelo analítico, de maneira que, quando as dimensões, os materiais ou os carregamentos diferem daqueles usados nos ensaios, devem ser feitas algumas hipóteses conservadoras. Exemplificando, pode-se citar o cálculo do vão de cisalhamento ( $L'$ ) para carregamento uniformemente distribuído descrito em 4.2.3;
2. Para se ampliar a faixa de aplicação das lajes mistas muitos ensaios adicionais são necessários, como por exemplo para se considerar as ancoragens de extremidade ou o uso de armaduras longitudinais de reforço na resistência das mesmas;
3. O método de análise dos resultados dos ensaios é o mesmo, não importando se o comportamento é dúctil ou frágil. O EUROCODE (1992), usa um fator de penalização de 0,80, quando o comportamento é frágil, o que não representa adequadamente as vantagens de se usar fôrmas com projetos de mossas mais bem elaborados.

O método da interação parcial, que só deve ser utilizado em lajes que tenham um comportamento dúctil (conforme definido no item 3.3 pág. 25), surge como alternativa ao método “m e k”, para melhor explorar o comportamento dúctil dos perfis de fôrma de aço disponíveis no mercado, os projetos das mossas mais bem elaborados e a utilização de vãos maiores.

Além disso, este método permite que se considerem as contribuições das ancoragens de extremidade, do tipo *stud bolt*, e das armaduras longitudinais, aumentando a resistência ao cisalhamento longitudinal do sistema de laje mista [EUROCODE (1992), JOHNSON (1994)].

### 4.3.2 Ligação parcial ao cisalhamento

O modelo analítico utilizado para se verificar a resistência das lajes mistas ao momento fletor positivo segue a mesma filosofia do modelo usado para o cálculo das vigas mistas, ou seja, considera-se a plastificação total da seção transversal de momento máximo.

Para melhor compreensão do modelo considere um módulo típico da laje mista conforme é mostrado na Fig. 4.6.a:

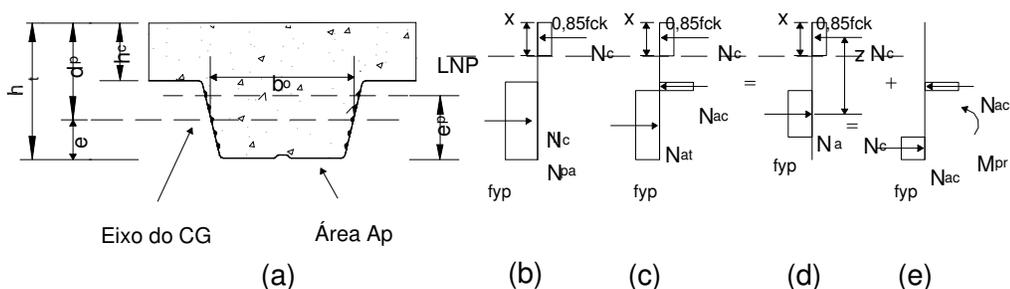


Figura 4.6 – Distribuição de tensões normais na seção transversal do módulo típico:

- (a) módulo típico da laje mista
- (b) distribuição de tensões para interação total
- (c) distribuição de tensões para interação parcial
- (d) e (e) aproximação adotada para interação parcial

Há, basicamente, duas hipóteses de cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal da laje mista: interação total e interação parcial ao cisalhamento longitudinal.

### ***Hipótese 1 – Interação Total***

Inicialmente considere a hipótese de que haja interação total entre a fôrma de aço e o concreto. Neste caso não há deslizamento horizontal relativo entre o aço e o concreto, ocorrendo a flexão da seção mista, totalmente solidária, em relação a um único eixo neutro, que pode-se localizar na mesa de concreto ou na fôrma de aço. A posição do eixo neutro é determinada comparando-se os valores de  $N_{cf}$  (força de compressão no concreto) e de  $N_{pa}$  (força de tração na fôrma de aço), obtidos das seguintes expressões:

$$N_{cf} = b \times h_c \times 0,85 f_{ck} \quad (4.10)$$

$$N_{pa} = A_p f_{yp}$$

Se  $N_{cf} > N_{pa}$ , a LNP estará situada na mesa de concreto, caso contrário a LNP se localizará na fôrma de aço. No caso particular do Steel Deck CE-75, tem-se sempre  $N_{cf} > N_{pa}$ , ou seja, a LNP estará sempre na mesa de concreto.

A distribuição das tensões normais de flexão considerando interação total e LNP na mesa de concreto é mostrada na Fig. 4.6.b, onde se observa que a parte tracionada do concreto é desprezada na análise.

Considerando-se o equilíbrio dos esforços resultantes no módulo típico, tem-se:

$$N_c = N_{pa} = A_p f_{yp} \quad (4.11)$$

A altura do bloco do diagrama de tensões no concreto, é dada por:

$$x = \frac{N_c}{b(0,85f_{ck})} \quad (4.12)$$

O momento resistente nominal da laje mista,  $M_{pr}$ , é dado por:

$$M_{pR} = N_c(d_p - 0,5x) \quad (4.13)$$

### ***Hipótese 2 – Interação Parcial***

Considere agora que a interação ao cisalhamento entre o concreto e a fôrma de aço é parcial. Neste caso ocorrerá um deslizamento horizontal relativo entre o concreto e a fôrma de aço e, conseqüentemente, existirão duas linhas neutras, uma passando na laje de concreto e outra na fôrma de aço, caracterizando o comportamento parcial entre o aço e o concreto.

O diagrama das tensões normais, considerando a interação parcial, é mostrado na Fig. 4.6.a, onde se mostra a seção comprimida do concreto por  $N_c$ , e que a fôrma de aço tem a parte superior comprimida por  $N_{ac}$  e a parte inferior tracionada por  $N_{at}$ . Por simplificação o diagrama da Fig. 4.6.c é decomposto nos diagramas das Figs. 4.6.d e 4.6.e.

A força de tração na fôrma de aço,  $N_{at}$ , é decomposta nas forças  $N_a$  e  $N_{ac}$ , onde  $N_a$  equilibra a compressão no concreto  $N_c$  e  $N_{ac}$  equilibra a compressão na região superior da fôrma. Daí,

$$N_a = N_c \quad (4.14)$$

Considerando a superposição dos efeitos dos casos das Figs. 4.6.d e 4.6.e, o momento resistente nominal é dado por:

$$M_{pR} = N_c z + M_{pr} \quad (4.15)$$

A Fig. 4.6.e mostra que as forças iguais e opostas  $N_{ac}$  fornecem a parcela do momento fletor resistente  $M_{pr}$ , que é igual ao momento plástico da fôrma  $M_{pa}$ , reduzido pelo efeito da força axial de tração  $N_a = N_c$ .

A relação entre  $M_{pr}/M_{pa}$  e  $N_c/N_{pa}$  depende da geometria da fôrma, mas varia tipicamente como mostrado pela linha cheia ABC na Fig. 4.7. Esta linha é aproximada, conforme o EUROCODE (1992), pela equação:

$$M_{pr} = 1,25M_{pa} \left( 1 - \frac{N_c}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa} \quad (4.16)$$

que é mostrada pela linha tracejada ADC da Fig. 4.7.

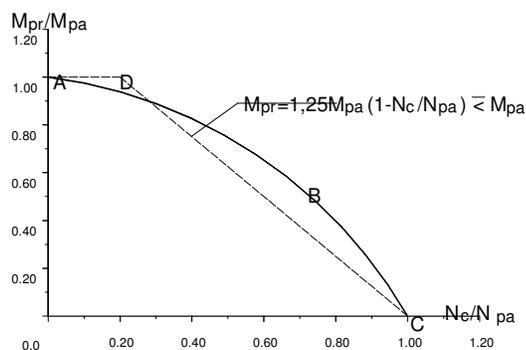


Figura 4.7 – Diagrama de interação entre a força axial e o momento fletor na fôrma de aço

Considerando-se agora a Fig. 4.6.d, a força de compressão na laje,  $N_c$ , é menor do que  $N_{cf}$ , Eq. (4.11), é função da resistência ao cisalhamento longitudinal.

A altura do bloco do diagrama de tensão de compressão no concreto continua sendo dada pela Eq. (4.12):

$$x = \frac{N_c}{b(0.85f_{ck})} \leq h_c$$

O braço de alavanca  $z$  é variável e depende da relação  $N_c/N_{pa}$  a qual pode ser estudada a partir das duas situações extremas descritas a seguir:

1. Se  $N_c = N_{pa}$ , ou seja,  $N_c/N_{pa} = 1,0$ , a força  $N_{ac}$  da Fig. 4.6.e é nula e o momento fletor  $M_{pr}$  é zero. Logo recai-se no caso da Fig. 4.6.b, onde vale a Eq. (4.13). Daí,

$$M_{pR} = N_c (d_p - 0,5x) = N_c z \quad (4.17)$$

e o braço de alavanca vale, conforme a Fig. 4.6.a:

$$z = d_p - 0,5x = h_t - e - 0,5x \quad (4.18)$$

2. Se a força  $N_c$  é aproximadamente zero, ou seja,  $N_c/N_{pa} \approx 0$ , da Eq. (4.14) tem-se que:

$$N_a = N_c \approx 0 \quad (4.19)$$

Levando-se na Eq. (4.15) e considerando a Fig. 4.6.e tem-se:

$$M_{pR} = M_{pr} \approx M_{pa} \quad (4.20)$$

A linha neutra de plastificação (LNP), considerando-se agora apenas  $M_{pa}$ , está a uma altura  $e_p$  acima da extremidade inferior da fôrma, e pode-se admitir que o braço de alavanca  $z$  seja dado por:

$$z = h_t - e_p - 0,5x \quad (4.21)$$

Em situações intermediárias pode-se admitir que:

$$0 < \frac{N_c}{N_{pa}} < 1 \quad , \quad z = h_t - e_v - 0,5x \quad (4.22)$$

onde  $e_v$  varia em função de  $N_c/N_{pa}$ .

Traçando-se o gráfico  $e_v \times N_c/N_{pa}$ , o valor de  $e_v$  pode ser encontrado através da aproximação linear mostrada pela reta AB da Fig. 4.8, dada por:

$$e_v = e_p - (e_p - e) \frac{N_c}{N_{pa}} \quad (4.23)$$

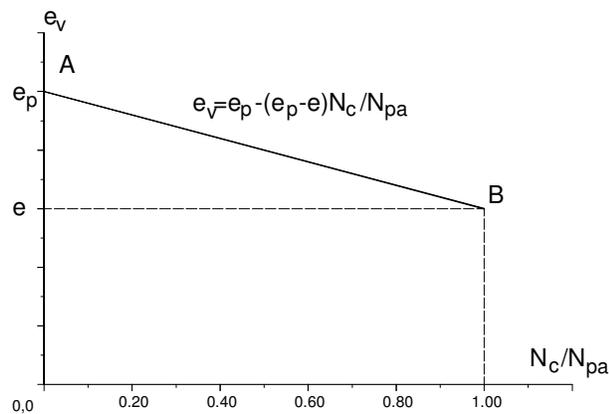


Figura 4.8 – Gráfico para determinação de  $e_v$

Conforme JOHNSON (1994), este método tem sido validado através de ensaios e o braço de alavanca  $z$ , considerando-se as Eqs. (4.22) e (4.23), é dado por:

$$z = h_t - 0,5x - e_p + (e_p - e) \frac{N_c}{N_{pa}} \quad (4.24)$$

### 4.3.3 Determinação da resistência de cálculo ao cisalhamento, $\tau_{uRd}$

O valor médio da tensão última de cisalhamento,  $\tau_u$ , pode ser calculado em função da força de compressão no concreto  $N_c$  (ver Fig. 4.9.d) por:

$$\tau_u = \frac{N_c}{B(L'+L_o)} \quad (4.25)$$

onde  $L_o$  é o comprimento do balanço, conforme Fig. 4.9.b e 4.9.d.

Neste caso, está se admitindo que antes de se alcançar a resistência máxima, há uma completa redistribuição das tensões de cisalhamento horizontais na interface fôrma – concreto.

A força de compressão,  $N_c$ , transferida da fôrma de aço para a laje de concreto, dentro do vão de cisalhamento,  $L'$ , é função do grau de interação parcial ao cisalhamento,  $\eta$ , definido por:

$$\eta = \frac{N_c}{N_{pa}} \quad (4.26)$$

onde  $\eta$  é obtido a partir dos resultados dos ensaios de cada protótipo.

Substituindo-se a Eq. (4.26) na Eq. (4.25) tem-se que:

$$\tau_u = \frac{\eta N_{pa}}{B(L'+L_o)} \quad (4.27)$$



De posse dos valores nominais de  $M_{pa}$ ,  $N_c$  e  $M_{pRm}$ , os pontos do gráfico para  $\eta$  igual a 0 e  $\eta$  igual a 1, são definidos. Fazendo-se  $\eta$  variar entre  $0 < \eta < 1$ , consegue-se traçar o diagrama de interação parcial.

Escolhido um valor para  $\eta$ , a intensidade da força  $N_c$ , força de compressão de interação parcial na laje, é dada por:

$$N_c = \eta N_{pa} = \eta A_p f_{yp} \quad (4.28)$$

O correspondente valor da resistência ao momento fletor,  $M$ , é então determinado a partir das seguintes equações deduzidas na Hipótese 2 (Interação Parcial), do item 4.3.2:

$$M = N_c z + M_{pr} \quad (4.29)$$

onde:

$$z = h_t - 0,5x - e_p + (e_p - e) \frac{N_c}{A_p f_{yp}} \quad (4.30)$$

$$x = \frac{N_c}{b(0.85f_{ck})} \leq h_c \quad (4.31)$$

$$M_{pr} = 1,25M_{pa} \left( 1 - \frac{N_c}{A_p f_{yp}} \right) \leq M_{pa} \quad (4.32)$$

Os valores de  $M/M_{pRm}$  podem então ser plotados para cada valor de  $0 \leq \eta \leq 1$  e o gráfico  $M/M_{pRm} \times \eta$  para cada protótipo fica determinado.

A partir das cargas máximas aplicadas nos ensaios, o momento fletor  $M_{ensaio}$  na seção transversal sob o ponto de aplicação de carga é determinado.

Conhecendo-se então  $M_{\text{ensaio}}/M_{pRm}$ , o valor de  $\eta_{\text{ensaio}}$  para cada protótipo é facilmente determinado, como pode ser observado na Fig. 4.9.a através do caminho  $A \rightarrow B \rightarrow C$ .

### ***Determinação da Resistência de Cálculo ao Cisalhamento***

Após a determinação do valor de  $\eta_{\text{ensaio}}$ , a intensidade da força de compressão no concreto,  $N_c$ , é dada por:

$$N_c = \eta_{\text{ensaio}} N_{pa} \quad (4.33)$$

A resistência média última ao cisalhamento longitudinal,  $\tau_u$ , para cada protótipo ensaiado é dada por:

$$\tau_u = \frac{N_c}{B(L'+L_o)} = \frac{\eta_{\text{ensaio}} N_{pa}}{B(L'+L_o)} \quad (4.34)$$

A resistência nominal ao cisalhamento,  $\tau_{uRk}$ , deve ser tomada como o menor valor de  $\tau_u$ , obtido de todos os ensaios, reduzido de 10%, conforme o EUROCODE (1992):

$$\tau_{uRk} = 0,90 \tau_{u\text{min}} \quad (4.35)$$

Finalmente, a resistência de cálculo ao cisalhamento,  $\tau_{uRd}$ , é dada por:

$$\tau_{uRd} = \phi_v \tau_{uRk} = 0,80 \tau_{uRk} \quad (4.36)$$

onde  $\phi_v = 0,80$ , conforme o EUROCODE (1992).

Utilizando os resultados do programa de ensaios, mostra-se na Tab. 4.4, os valores da resistência média última ao cisalhamento  $\tau_u$ , para os protótipos de 1 a 12, conforme a Eq. (4.34).

Tabela 4.4 – Resistência média última ao cisalhamento  $\tau_u$

Protótipo	L' (cm)	B(L <sub>o</sub> +L') (cm <sup>2</sup> )	V <sub>ut</sub> (kN/m)	M <sub>ensaio</sub> = V <sub>ut</sub> L' (kNm)	$\eta_{ensaio}$	N <sub>pa</sub> (kN)	N <sub>c</sub> (kN)	$\tau_u$ (kN/cm <sup>2</sup> )
1	450	4.100	31,40	11,60	0,171	319,20	54,58	0,0133
2	600	5.330	27,30	13,43	0,210	319,20	67,03	0,0125
3	300	2.870	59,50	14,64	0,237	319,20	75,65	0,0264
4	300	2.870	68,60	16,88	0,258	319,20	82,35	0,0287
5	900	7.790	22,40	16,53	0,202	319,20	64,48	0,0083
6	1.500	12.710	18,30	22,51	0,276	319,20	88,10	0,0069
7	450	4.150	52,00	19,42	0,174	509,65	88,68	0,0214
8	600	5.395	45,30	22,56	0,227	509,65	115,69	0,0214
9	300	2.905	81,40	20,27	0,159	509,65	81,03	0,0278
10	300	2.905	106,40	26,50	0,239	509,65	121,81	0,0419
11	900	7.885	34,70	25,92	0,187	509,65	95,30	0,0121
12	1.500	12.865	28,10	34,98	0,274	509,65	139,64	0,0108

onde B é obtido a partir da Tabela 4.1 pág. 32 e L<sub>o</sub> = 5,0 cm;

Observa-se claramente nos resultados da Tab. 4.4 que, os valores de  $\tau_u$  são maiores para lajes com vãos de cisalhamento, L', mais curtos, e são menores em lajes com vãos L' grandes.

Isto ocorre porque lajes com pequenos valores de L' têm maior reação de apoio do que lajes com elevados valores de L', e conseqüentemente apresentam maior resistência ao cisalhamento devido ao atrito.

Portanto, quando no método da interação parcial se adota o valor mínimo de  $\tau_u$  como base para determinação da resistência ao cisalhamento,  $\tau_{uRd}$ , significa que neste método, a resistência ao cisalhamento longitudinal é função, principalmente, da resistência mecânica fornecida pelas mossas e depende menos da resistência por atrito nos apoios das lajes.

Isto representa uma “falha” do método porque, assim como leva a projetos adequados para lajes com grandes vãos, leva também a projetos mais conservadores, portanto menos econômicos; para as lajes curtas nas quais o efeito do atrito nos apoios sobre a resistência ao cisalhamento longitudinal, não deve ser menosprezado.

Na Tab. 4.5 são apresentados os valores da resistência característica ao cisalhamento,  $\tau_{uRk}$ , dada conforme a Eq. (4.35), e da resistência de cálculo ao cisalhamento,  $\tau_{uRd}$ , conforme a Eq. (4.36), para os protótipos de 1 a 6 cuja fôrma tem espessura de 0,80mm, e para os protótipos de 7 a 12, com fôrmas de espessura 1,25mm.

Tabela 4.5 - Resistência característica ( $\tau_{uRk}$ ) e resistência de cálculo ao cisalhamento ( $\tau_{uRd}$ )

Protótipos	$\tau_{uRk}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\tau_{uRd}$ (kN/cm <sup>2</sup> )
1 a 6	0.0062	0.0050
7 a 12	0.0097	0.0078

#### 4.3.4 Verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal

Uma vez determinada a resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal para cada fôrma,  $\tau_{uRd}$ , como mostrado anteriormente, a força de interação parcial na laje,  $N_c$ , pode ser calculada em qualquer seção transversal distante  $L_x$  do apoio, através de:

$$N_c = b L_x \tau_{uRd} \quad (4.37)$$

O momento fletor resistente de cálculo,  $M_{Rd}$ , nessa seção é calculado usando-se as Eq. (4.29) a (4.32). Assim, o diagrama de interação parcial de cálculo  $M_{Rd} \times L_x$ , pode ser determinado, como mostra a Fig. 4.10. Neste caso, os valores das resistências dos materiais envolvidos devem ser usados.

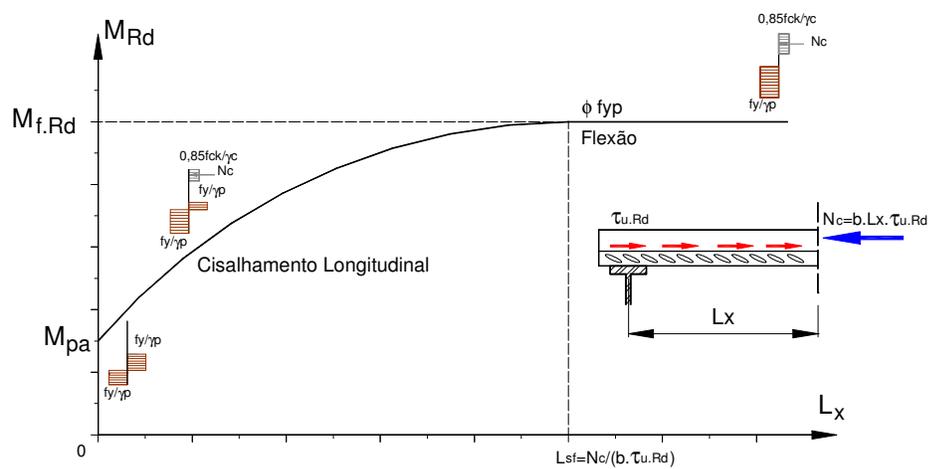


Figura 4.10 – Diagrama de interação parcial de cálculo (adaptado do EUROCODE (1992))

Observa-se neste gráfico que existe um valor mínimo para o comprimento  $L_{sf}$ , a partir do qual a interação ao cisalhamento é completa e o colapso da laje ocorre por flexão.  $L_{sf}$  é dado por:

$$L_{sf} = \frac{N_{cf}}{b \tau_{uRd}} \quad (4.38)$$

onde:

$$N_c = N_{pa} = A_p \phi_{yp} \quad (4.39)$$

Dessa forma duas situações podem ocorrer:

1. Para  $L_x \geq L_{sf}$ , a interação ao cisalhamento é total, ocorrendo colapso por flexão;
2. Para  $L_x < L_{sf}$ , a interação ao cisalhamento é parcial, ocorrendo colapso por cisalhamento longitudinal.

Para um dimensionamento seguro, esta curva  $M_{Rd} \times L_x$  deve ficar, em todos os pontos, acima do diagrama de momento fletor de cálculo,  $M_{Sd}$ , de uma laje, para um determinado carregamento aplicado.

O procedimento de verificação da resistência ao cisalhamento é ilustrado na Fig. 4.11 para duas lajes com diferentes tipos de carregamento e vão.

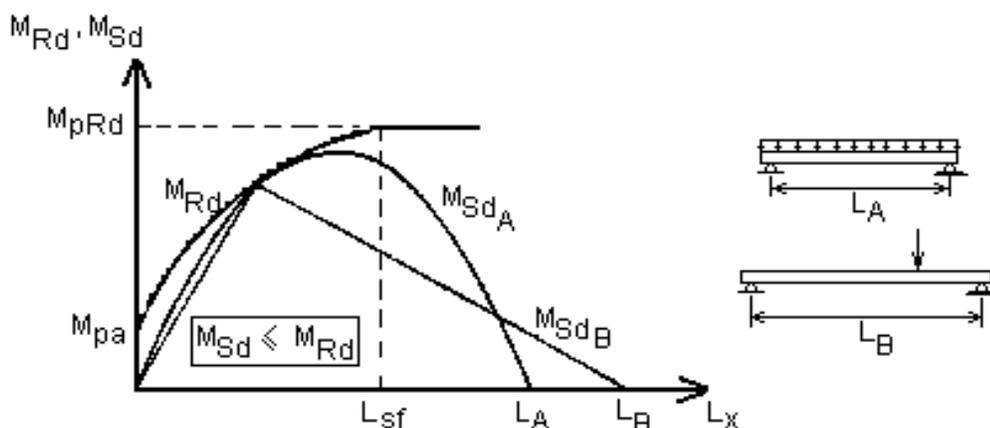


Figura 4.11 - Verificação da resistência ao cisalhamento (adaptado do EUROCODE (1992))

A seção transversal crítica é definida pelo ponto no qual a curva de  $M_{Sd}$  tangencia a curva de  $M_{Rd}$ . Se tal seção estiver posicionada a uma distância do apoio menor que  $L_{sf}$ , o colapso é considerado por cisalhamento longitudinal, caso contrário, o colapso se dá por flexão.

Considerando-se os valores de  $\tau_{uRd}$  da Tab. 4.5 (pág. 53) e, considerando uma laje mista com altura total,  $h_t$ , igual a 140mm, a Tab. 4.6 mostra os valores de  $L_{sf}$  e  $M_{Rd}$  para as fôrmas de aço com espessuras de 0,80mm e

1,25mm. Para isto foram utilizados os valores do coeficiente do concreto,  $\gamma_c = 1,40$  e do aço,  $\phi = 0,90$ , conforme as normas NBR 8681 e NBR 8800, respectivamente.

Tabela 4.6 - Valores de cálculo de  $L_{sf}$  e  $M_{Rd}$  para lajes com  $h_t = 140\text{mm}$

Espessura da fôrma de aço	$L_{sf}$ (cm)	$M_{pRd}$ (kN m/m)
0,80mm	561	28,2
1,25mm	572	42,4

Os gráficos completos de  $M_{Rd} \times L_x$  para tais lajes, com os dados encontrados neste trabalho, são mostrados nas Figs. 4.12 e 4.13.

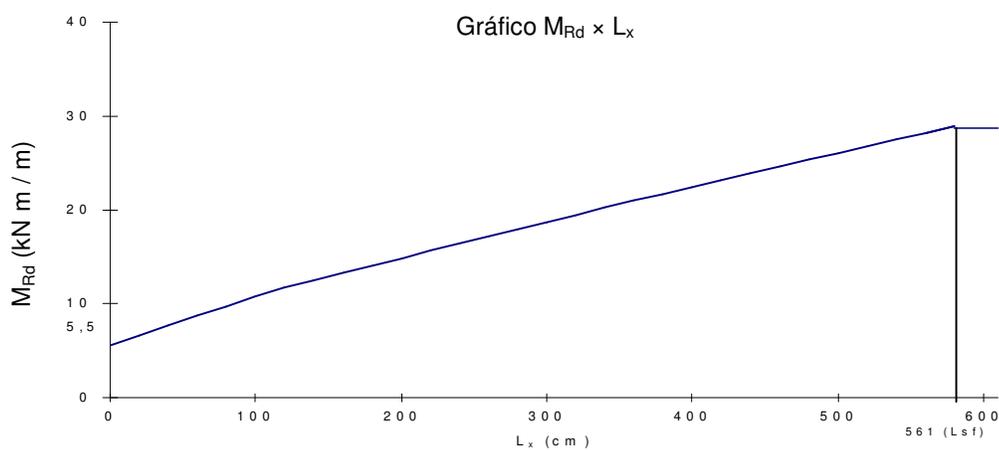


Figura 4.12 - Gráfico de  $M_{Rd} \times L_x$  para lajes mistas com  $h_t = 140\text{mm}$  e fôrma de aço com espessura de 0,80mm

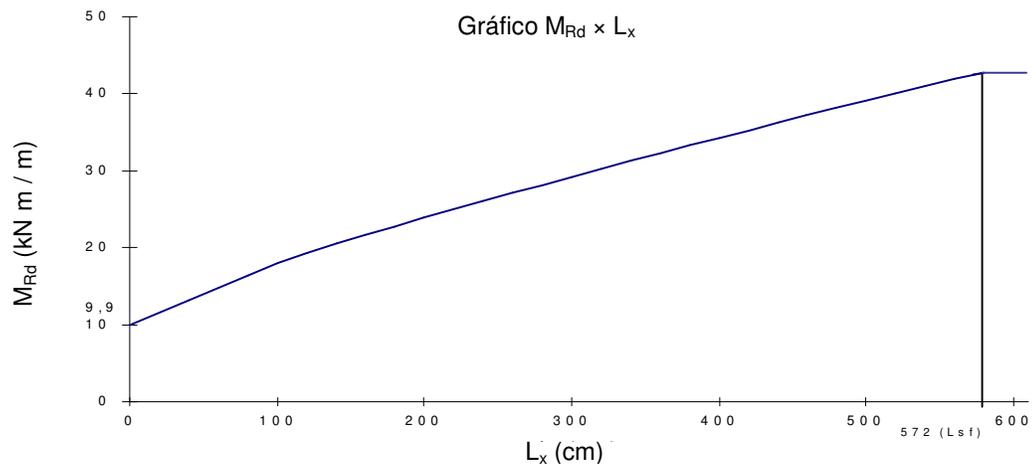


Figura 4.13 - Gráfico de  $M_{Rd} \times L_x$  para lajes mistas com  $h_t = 140\text{mm}$  e fôrma de aço com espessura de  $1,25\text{mm}$

Aplicações práticas do método de interação parcial são feitas nos exemplos do Cap. 6.

## **CRITÉRIOS PARA O DIMENSIONAMENTO DO SISTEMA DE LAJE MISTA**

### **5.1 Considerações Iniciais**

O objetivo deste capítulo é apresentar os critérios de dimensionamento para o sistema de laje mista considerados relevantes do ponto de vista estrutural, e que permitam a elaboração de projetos seguros e adequados deste sistema de laje.

Sabe-se que as lajes mistas têm sido, nas últimas décadas, o método mais usado para a construção de pisos em edifícios de aço na América do Norte. Nos EUA, os projetos desse sistema são baseados nas especificações do do Steel Deck Institute (SDI, 1995) e ASCE (1992). No Canadá, as especificações do CSSBI (1988) fornecem os critérios para dimensionamento do sistema misto e são baseados principalmente nos trabalhos de SCHUSTER (1984) .

Na Europa houve um grande avanço nos procedimentos de cálculo desse sistema nos últimos vinte anos, e um grande número de fôrmas metálicas tornou-se disponível. A primeira norma européia para cálculo do sistema de lajes mistas, a British Standard, surgiu em 1982. Atualmente o Eurocode

(1992) trata do dimensionamento tanto da fôrma de aço isolada quanto da laje mista.

No Brasil o sistema de lajes mistas começa a ter maior desenvolvimento a partir de 1996, mas não existe ainda uma norma brasileira específica que trate do dimensionamento deste sistema. Portanto, os critérios que serão aqui apresentados são baseados principalmente nas recomendações do EUROCODE (1992).

É importante observar que o programa de ensaios realizado neste trabalho permite definir critérios para o dimensionamento à flexão e ao cisalhamento longitudinal. Outros comportamentos, como o cisalhamento transversal e punção, necessitariam de ensaios específicos para a sua determinação.

Entretanto, neste capítulo são apresentados todos os critérios de cálculo, observando-se que aqueles casos não cobertos pelo programa de ensaios desenvolvido neste trabalho serão baseados em normas estrangeiras internacionalmente aceitas.

Observa-se, finalmente, que não é objetivo deste trabalho estudar o comportamento e o dimensionamento da fôrma de aço isolada, ou seja, antes da cura do concreto.

## **5.2 Critérios de Cálculo**

Segundo as prescrições do EUROCODE (1992), devem ser verificados os seguintes estados limites:

Estados limites últimos (ver Fig. 5.1):

- Colapso por flexão;
- Colapso por cisalhamento longitudinal;

- Colapso por cisalhamento transversal;
- Colapso por punção.

Estados limites de utilização:

- Deslizamento relativo de extremidade;
- Flecha;
- Fissuras no concreto.

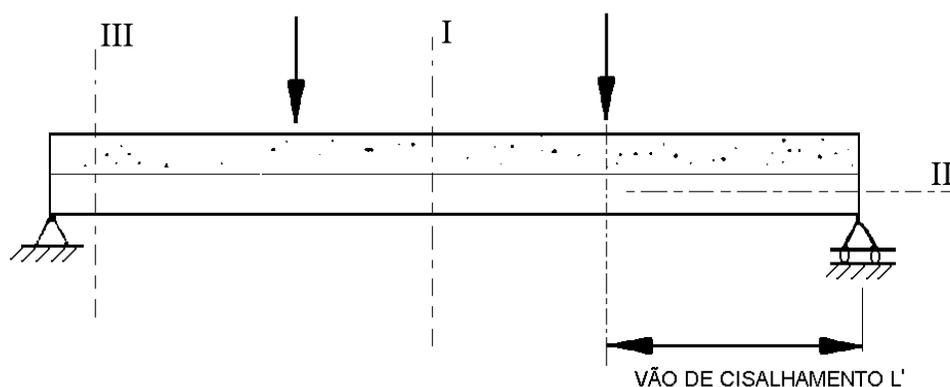


Figura 5.1 - Ilustração das seções críticas possíveis

Seção I - Colapso por flexão

Seção II - Colapso por cisalhamento longitudinal

Seção III - Colapso por cisalhamento transversal

### 5.2.1 Estados limites últimos

#### ***Colapso por Flexão***

O colapso do sistema de laje mista na flexão (ver Fig. 5.1, seção I) será crítico se houver uma interação completa ao cisalhamento longitudinal na interface entre a fôrma de aço e o concreto, ou seja, a ausência de deslizamento relativo de extremidade. Esse tipo de colapso é similar ao das vigas de concreto armado convencionais, diferindo somente no fato de que a fôrma de aço trabalha como armadura positiva.

Segundo o EUROCODE (1992), a altura total da laje mista,  $h_t$ , deve ser igual ou superior a 80mm, e a altura de concreto,  $h_c$ , acima da mesa superior da fôrma de aço, deve ser maior ou igual a 40mm (ver Fig. 5.2a). Visando fornecer adequado isolamento acústico e contra fogo e uma adequada resistência às cargas concentradas, geralmente  $h_c$  é igual ou superior a 60mm.

A resistência de cálculo ao momento fletor  $M_{pRd}$  de qualquer seção transversal deve ser determinada pelo cálculo plástico, tomando a resistência de cálculo ao escoamento do elemento de aço como  $\phi_{ap}f_{yp}$  (onde  $f_{yp}$  é a tensão nominal de escoamento à tração da fôrma de aço e  $\phi_{ap} = 0,90$ , o coeficiente de resistência à flexão).

Para o cálculo da área efetiva da fôrma de aço,  $A_p$ , a largura das mossas deverá ser desprezada, a menos que seja mostrado através de ensaios que uma área maior pode ser adotada. O efeito da flambagem local das partes comprimidas da fôrma de aço deve ser considerado usando-se a largura efetiva desses elementos comprimidos.

Por estas razões a área efetiva por metro de largura,  $A_p$ , e a distância do centro de gravidade desta área à extremidade inferior da fôrma,  $e$ , são usualmente baseados em ensaios, os quais também mostram que,  $e_p$ , a altura da linha neutra plástica da fôrma (LNP), é diferente de  $e$ .

Existem duas situações em que a verificação da resistência ao momento fletor positivo de uma laje mista deve ser feita:

*1. Eixo neutro acima da fôrma de aço, com interação total ao cisalhamento*

A hipótese da distribuição de tensões normais na flexão é mostrada na Fig. 5.2(b). Deve ocorrer a interação total ao cisalhamento, de tal forma que a força no concreto,  $N_{cf}$ , seja igual à força de escoamento da fôrma de aço:

$$N_{cf} = N_{pa} = A_p \phi_{ap} f_{yp} \quad (5.1)$$

(o índice  $f$  em  $N_{cf}$  indica interação total ao cisalhamento)

A altura do bloco de tensão no concreto é dada por:

$$x = \frac{N_{cf}}{b(0,85f_{ck}/\gamma_c)} \quad (5.2)$$

O fator 0,85 leva em conta o *efeito Rûsh* do concreto.

Este método somente é válido quando  $x \leq h_c$ , e admite-se que todo o concreto situado na zona tracionada é desprezado no cálculo da resistência.

A resistência de cálculo ao momento fletor positivo  $M_{pRd}$  é calculado através de:

$$M_{p.Rd} = N_{cf} (d_p - 0,50x) \quad (5.3)$$

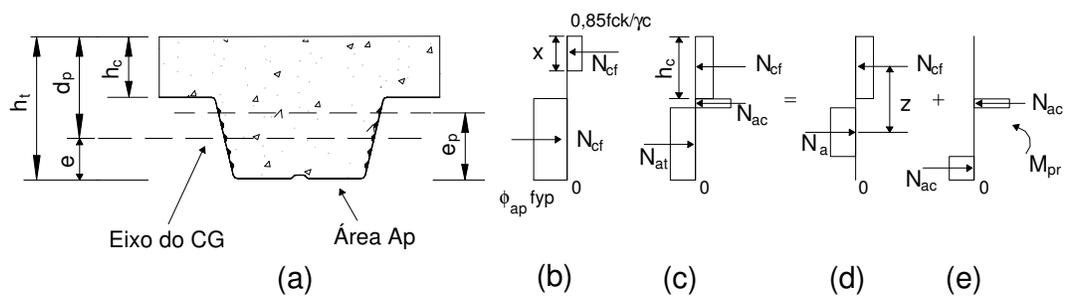


Figura 5.2 – Diagrama de tensões normais para momento fletor positivo.

2. *Eixo neutro na fôrma de aço, com interação total ao cisalhamento*

A distribuição de tensões normais neste caso é aquela mostrada na Fig. 5.2(c). A força  $N_{cf}$  é menor que  $N_{pa}$ , e é dada por:

$$N_{cf} = h_c b \left( 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \right) \quad (5.4)$$

onde, para simplificar, a força de compressão dentro das nervuras é desprezada.

Neste caso, como visto no desenvolvimento da hipótese 2, no item 4.3.3, não há uma maneira simples de se calcular  $z$  devido à complexidade das propriedades da fôrma de aço, de tal modo que será utilizado o mesmo método aproximado descrito anteriormente. A força de tração na fôrma é decomposta, por simplificação, como mostrado na Fig. 5.2(d) e 5.2(e), nas forças  $N_{ac}$  e  $N_a$ , onde:

$$N_a = N_{cf} \quad (5.5)$$

As forças  $N_{ac}$  iguais e opostas, produzem um momento fletor  $M_{pr}$ , igual ao momento de plastificação efetivo da fôrma,  $M_{pa}$ , reduzido pelo efeito da força axial de tração  $N_a$ .

A relação entre  $M_{pr}/M_{pa}$  e  $N_{cf}/N_{pa}$ , onde  $N_{pa} = A_p \phi_{ap} f_{yp}$ , depende da geometria da fôrma de aço, mas ela é típica como mostrada pela linha tracejada ABC na Fig. 5.3(a) (JOHNSON, 1994). Segundo o EUROCODE (1992) esta relação pode ser aproximada pela equação:

$$M_{pr} = 1,25 M_{pa} \left( 1 - \frac{N_{cf}}{A_p \phi_{ap} f_{yp}} \right) \leq M_{pa} \quad (5.6)$$

que é mostrada pela linha cheia ADC da mesma Fig. 5.3(a).

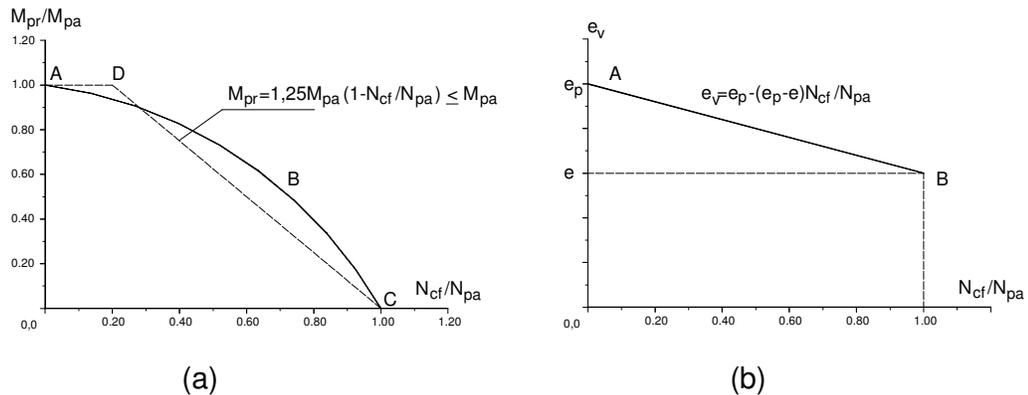


Figura 5.3 – (a) Gráfico da Eq. (5.6)  
(b) Gráfico para a determinação de  $e_v$

A partir das Figs. 5.2(d) e 5.2(e) a resistência ao momento fletor é dada por:

$$M_{p,Rd} = N_{cf} Z + M_{pr} \quad (5.7)$$

O braço de alavanca  $z$  é determinado utilizando a aproximação mostrada pela linha EF da Fig. 5.3(b) e é igual a:

$$z = h_t - 0,5h_c - e_p + (e_p - e) \frac{N_{cf}}{A_p \phi_{ap} f_{yp}} \quad (5.8)$$

Observação:

Na verificação ao momento fletor negativo a laje de concreto deve ser armada, como se faz no cálculo de elemento de concreto armado convencional, e a contribuição da fôrma de aço deve somente ser levada em conta quando a fôrma for contínua.

### ***Colapso por Cisalhamento Longitudinal***

O colapso por cisalhamento longitudinal é a falha por cisalhamento da ligação entre as mossas da fôrma de aço e o concreto, fazendo com que o concreto da região do vão de cisalhamento,  $L'$ , perca sua ação composta com a fôrma de aço (Fig. 5.4). Esta falha é caracterizada por um deslizamento horizontal relativo elevado entre a fôrma de aço e o concreto na extremidade do protótipo (deslizamento relativo de extremidade).

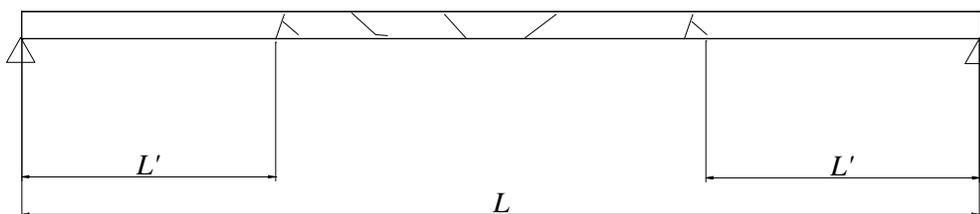


Figura 5.4 - Modo de colapso por cisalhamento longitudinal

Neste caso, com a ocorrência do deslizamento relativo de extremidade, não existe a interação total ao cisalhamento e o colapso por flexão não pode ser alcançado. Este tipo de colapso ocorre com interação parcial ao cisalhamento.

Conforme dito no início do Cap. 4, o EUROCODE (1992) apresenta dois métodos para se calcular a resistência ao cisalhamento longitudinal das lajes mistas, a saber: o método empírico “m e k” e o método da interação parcial, os quais foram objeto da análise experimental apresentada neste trabalho.

### Método “m e k”

Este método foi estudado detalhadamente o item 4.2. Serão apresentadas agora apenas as principais expressões analíticas para o dimensionamento prático.

A expressão semi-empírica para se calcular a resistência ao cisalhamento longitudinal neste trabalho é aquela devida a SCHUSTER (1984), bastante similar às expressões do BRITISH STANDARD (1982), EUROCODE (1992) e ASCE (1992), a qual segue uma relação linear e é dada por:

$$V_{\text{usd}} = \phi_v b d_p \left( m \frac{1}{L'} + k \right) \quad (5.9)$$

Para projetos  $L'$  deve ser tomado como:

- $L/4$  para carregamento uniformemente distribuído em todo o vão;
- a distância entre a carga concentrada e o apoio mais próximo, para duas cargas iguais e simetricamente dispostas;
- para outros arranjos de carregamento, incluindo uma combinação de carga distribuída e cargas concentradas assimétricas, uma avaliação deve ser feita baseada em resultados de ensaios ou por cálculos aproximados similares ao apresentado em 4.2.3 (pág. 38, *Cálculo de L*).
- quando a laje mista é calculada como contínua, é permitido usar um vão simples equivalente entre os pontos de inflexão para determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal. Para vãos de extremidade, contudo, deve-se utilizar o comprimento total do vão.

### Método da Interação Parcial

Este método foi estudado com detalhes no item 4.3 deste trabalho. Conforme o EUROCODE (1992) este é um método alternativo ao método “m e k” e só deve ser usado em lajes que tenham um comportamento dúctil. As principais expressões analíticas para o cálculo de lajes mistas considerando este método serão agora apresentadas de forma sucinta.

Uma vez determinada a resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal para cada fôrma,  $\tau_{uRd}$ , como mostrado em 4.3.3, a força de interação parcial na laje,  $N_c$ , pode ser calculada em qualquer seção transversal distante  $L_x$  do apoio, por meio de:

$$N_c = bL_x \tau_{uRd} \quad (5.10)$$

O diagrama de interação parcial de cálculo deve ser determinado traçando-se o gráfico do momento fletor resistente de cálculo,  $M_{Rd} \times L_x$ , em uma seção transversal qualquer da laje (Fig. 5.5), utilizando-se os valores de cálculo das resistências dos materiais envolvidos e as seguintes equações deduzidas da hipótese 2 (interação parcial) do item 4.3.2:

$$M = N_c z + M_{pr} \quad (5.11)$$

onde:

$$x = \frac{N_c}{b(0,85f_{ck} / \gamma_c)} \leq h_c \quad (5.12)$$

$$z = h_t - 0,5x - e_p + (e_p - e) \frac{N_c}{A_p \phi_{ap} f_{yp}} \quad (5.13)$$

$$M_{pr} = 1,25M_{pa} \left( 1 - \frac{N_c}{A_p \phi_{ap} f_{yp}} \right) \leq M_{pa} \quad (5.14)$$

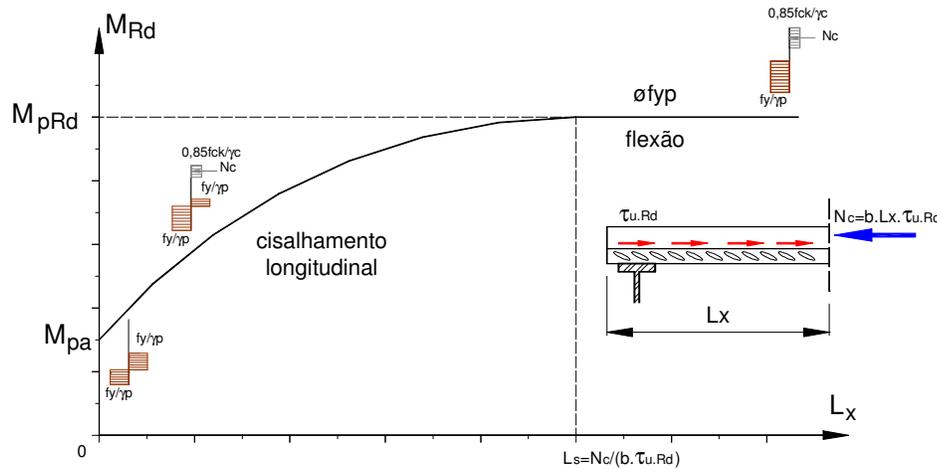


Figura 5.5 – Diagrama de interação parcial de cálculo

O procedimento de verificação da resistência ao cisalhamento é ilustrado na Fig. 5.6 para duas lajes com diferentes tipos de carregamento e vão. Como pode ser observado, para um dimensionamento seguro esta curva  $M_{Rd} \times L_x$  deve ficar, em todos os seus pontos, acima do diagrama do momento fletor de cálculo,  $M_{Sd}$ .

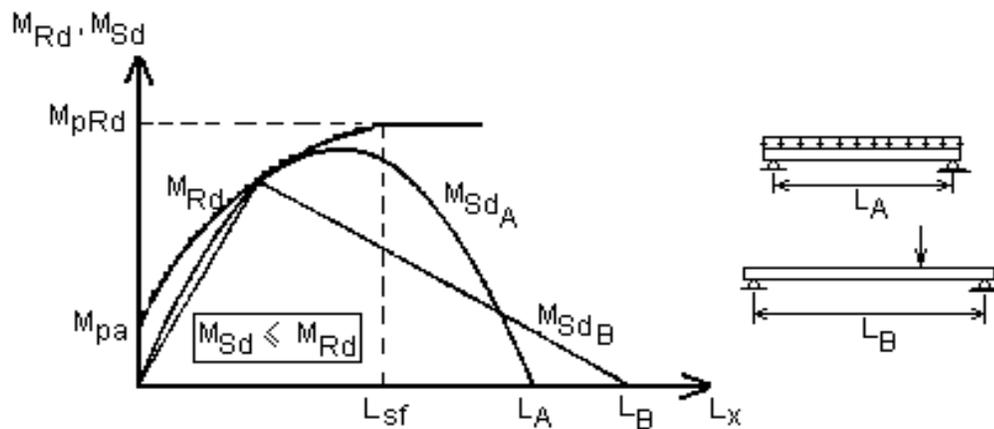


Figura 5.6 - Verificação da resistência ao cisalhamento

### ***Colapso por Cisalhamento Transversal***

O cisalhamento transversal (ver Fig. 5.1, seção III) será crítico somente em casos especiais, onde a relação  $L/h_t$  é pequena, como por exemplo, em lajes de grande espessura com vãos curtos e com cargas relativamente altas ou cargas concentradas elevadas próximas ao apoio.

Segundo JOHNSON (1994), ensaios realizados mostraram que a resistência ao cisalhamento transversal é fornecida, principalmente, pela nervuras de concreto.

Os métodos de cálculo da resistência ao cisalhamento transversal, para este sistema de lajes mistas, são baseados naqueles para o cisalhamento em vigas T de concreto armado. Segundo o EUROCODE (1992), a resistência de uma laje mista com nervuras de largura efetiva  $b_0$ , espaçadas  $b$  entre si, é dada por:

$$V_{VRd} = \frac{b_0}{b} d_p \tau_{Rd} k_v (1,2 + 40\rho) \quad (5.15)$$

onde:

$\tau_{Rd}$  é a resistência básica ao cisalhamento do concreto, tomada igual a  $0,25f_{ctk0,05}/\gamma_c$ ;

$k_v$  é coeficiente que permite um aumento na resistência devido ao confinamento do concreto, dado por:

$$k_v = (1,6 - d_p) \geq 1 ; \text{ com } d_p \text{ em m} \quad (5.16)$$

$\rho$  é um coeficiente que leva em consideração a pequena contribuição da fôrma de aço:

$$\rho = \frac{A_o}{b_0 d_p} < 0,02 \quad (5.17)$$

### Colapso por Punção

O efeito de colapso por punção ocorre principalmente em lajes mistas de pequena espessura, que devem ser dimensionadas para resistir às cargas pontuais, que podem estar relacionadas com bases de equipamentos ou veículos e com pilares cuja base é sustentada diretamente pelo piso. Assume-se que o colapso ocorre em um “perímetro crítico” de comprimento  $C_p$ , que é definido da mesma maneira como em lajes de concreto armado.

A resistência de cálculo à punção das lajes mistas ( $V_{pRd}$ ), para uma área carregada ( $a_p \times b_p$ ), ver Fig. 5.7, pode ser obtida baseada nas formulações do EUROCODE (1992), como a seguir:

$$V_{pRd} = C_p h_c \tau_{Rd} k_v (1,2 + 40\rho) \quad (5.18)$$

sendo:

$C_p$  o perímetro crítico da área de aplicação da carga concentrada. Para cargas concentradas aplicadas na laje mista através de bases retangulares, o valor de  $C_p$  pode ser obtido por:

$$C_p = 2 \left[ (b_p + a_p) + 2d_p + (\pi - 2)h_c + 4h_f \right] \quad (5.19)$$

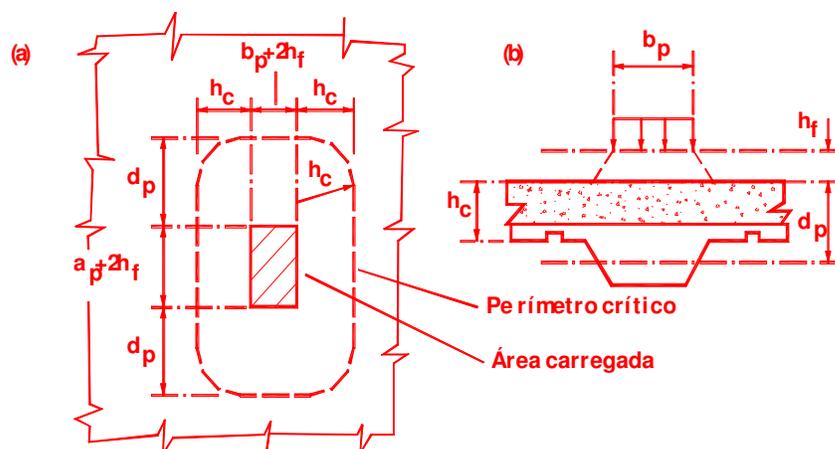


Figura 5.7 - Perímetro crítico para o colapso por punção

No Cap. 6 serão feitos exemplos mostrando a aplicação destes critérios para verificação dos estados limites últimos.

## 5.2.2 Estados limites de utilização

### ***Deslizamento relativo de extremidade***

O EUROCODE (1992) estabelece como um dos estados limites de utilização o deslizamento relativo de extremidade, no qual a carga aplicada provoca um deslizamento horizontal relativo, entre a fôrma de aço e o concreto, maior ou igual a 0,5mm. O valor desta carga, denominada *carga de deslizamento de extremidade inicial*, é obtido através dos resultados dos ensaios (ver Tab. 3.1 pág. 22).

O EUROCODE (1992) recomenda que as cargas de serviço não devem ultrapassar a carga de deslizamento inicial dividida por 1,20. Neste trabalho esta recomendação foi considerada para se adotar o coeficiente de cisalhamento  $\phi_v$  igual a 0,70 (ver item 4.2.3, pág. 37).

Portanto, ao se verificar o estado limite último por cisalhamento longitudinal, pelo método “m e k”, o estado limite de utilização por deslizamento relativo de extremidade também estará sendo verificado.

### ***Flecha***

O EUROCODE (1992) estabelece os seguintes limites para as flechas máximas, considerando as etapas antes e após a cura do concreto:

*Fôrma de aço (antes da cura do concreto):* A flecha da fôrma devido ao seu peso próprio e ao concreto úmido da laje não deve ultrapassar  $L/180$  ou

20mm, o que for menor, onde L é o vão efetivo (este vão pode ser reduzido para construções escoradas).

*Laje mista (após a cura do concreto):* Em situação de serviço a flecha máxima não deve exceder L/250, e o aumento de flecha após a construção (devido à deformação lenta, fluência do concreto ou cargas variáveis) não deve exceder L/300 ou, caso o piso suporte acabamentos frágeis sujeitos à fissuração, L/350.

Para a verificação da flecha da laje mista definem-se, na prática, duas condições de vãos: interno e externo, sendo que as lajes bi-apoiadas são tratadas como de vão externo.

*Vão interno:* O cálculo da flecha deve ser feito por processo elástico. Sendo que o momento de inércia,  $I_{cd}$ , deve ser tomado como a média dos momentos de inércia da seção não fissurada,  $I_{uc}$ , e da seção fissurada,  $I_{cc}$ , utilizando-se a altura de projeto da laje.

Por exemplo, no caso de uma laje mista submetida a uma carga uniformemente distribuída, a flecha pode ser determinada através da expressão de cálculo da flecha máxima de uma viga biapoiada dada por:

$$\delta_{MAX} = \frac{5SCL^4}{384E_c I_{cd}} \quad (5.20)$$

onde:

SC é a sobrecarga aplicada;

L é o vão da laje mista;

$E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto

$I_{cd}$  é o momento de inércia da seção mista, que é dado por:

$$I_{cd} = \frac{I_{uc} + I_{cc}}{2} \quad (5.21)$$

onde as fórmulas para cálculo de  $I_{uc}$  (momento de inércia da seção não fissurada) e  $I_{cc}$  (momento de inércia da seção fissurada), são apresentadas no Anexo B.

*Vão externo:* Para vãos externos o deslizamento relativo de extremidade pode ter um efeito significativo sobre a flecha. Em geral, nenhuma consideração sobre este deslizamento precisa ser feita se a *carga de deslizamento de extremidade inicial* excede 1,20 vezes a carga de serviço. Neste caso, o cálculo da flecha pode ser omitido.

Quando o deslizamento relativo de extremidade ultrapassar 0,50mm para cargas abaixo de 1,20 vezes a carga de serviço, recomenda-se o uso de ancoragens de extremidade, como por exemplo as do tipo Stud Bolt.

### ***Fissuras no concreto***

A superfície inferior da laje é protegida pela fôrma. As fissuras ocorrerão na superfície superior da laje devido à retração do concreto ou onde esta for contínua sobre o apoio.

Por estas razões, devem ser providenciadas armaduras longitudinais próximas à face superior da laje. A área mínima desta armadura, de acordo com o EUROCODE (1992), é 0,2% da área de concreto acima da fôrma, para construção não escorada, e 0,4% desta área, para construção escorada. Tais armaduras devem estar localizadas na parte superior da laje com um cobrimento mínimo de 20mm.

A verificação destes estados limites de utilização será ilustrada nos exemplos do Cap. 6.

### 5.2.3 Considerações para cargas lineares e pontuais

Uma vez que o sistema de lajes mistas é calculado supondo-se que a laje é biapoiada, ou seja armada em uma só direção, sua capacidade de suportar alvenarias ou cargas pontuais é limitada.

O EUROCODE (1992) fornece regras para se calcular a largura efetiva das lajes mistas para a verificação à flexão e ao cisalhamento transversal, quando cargas lineares e pontuais são aplicadas. Tais expressões são baseadas em um misto de análise simplificada, resultados de ensaios e experiência.

#### ***Largura de aplicação - $b_m$***

Considerando-se as Figs. 5.8.a e 5.8.b, assume-se que as cargas concentradas, pontuais ou lineares paralelas ao vão da laje, com uma área carregada  $a_p \times b_p$ , distante  $L_p$  do apoio mais próximo, com um vão  $L$ , são distribuídas sobre uma largura de aplicação  $b_m$ , definida por linhas a  $45^\circ$ , ou seja:

$$b_m = b_p + 2(h_c + h_f) \quad (5.22)$$

Para cargas lineares perpendiculares ao vão da laje,  $b_p$ , deve ser tomado como o comprimento da carga linear. Em nenhum caso,  $b_m$ , deve ser superior à largura total da laje.

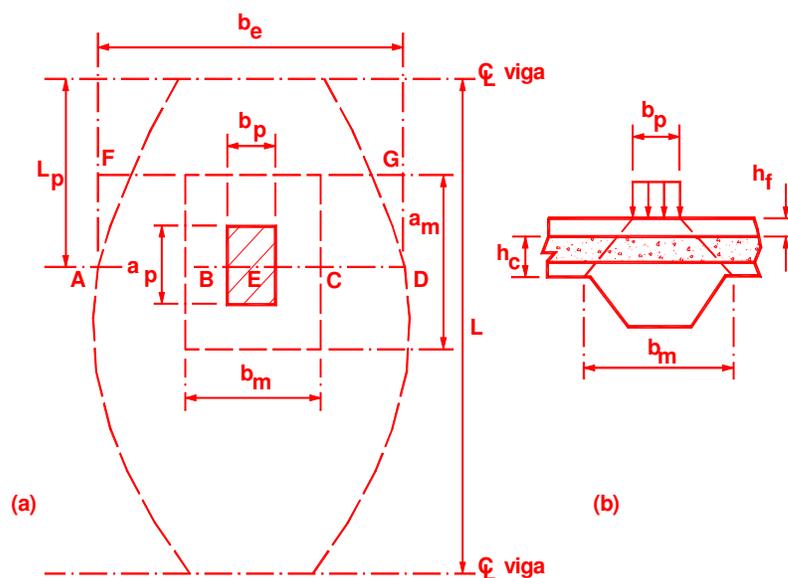


Figura 5.8 – Largura de aplicação para cargas concentradas

Na direção longitudinal, as normas não fazem nenhuma referência, mas segundo JOHNSON (1994) seria razoável usar a mesma regra e fazer:

$$a_m = a_p + 2(h_c + h_f) \quad (5.23)$$

#### **Largura efetiva – $b_{em}$ ou $b_{ev}$**

No cálculo da resistência do sistema de lajes mistas devem-se considerar larguras efetivas correspondentes à solitação de flexão, cisalhamento longitudinal e de cisalhamento transvesal.

Considerando-se tanto cargas lineares perpendiculares quanto paralelas ao vão da laje ou carga pontuais, tem-se que:

- *Para verificação à flexão e ao cisalhamento longitudinal, a largura efetiva,  $b_{em}$ , é dada por:*

- Para lajes mistas bi-apoiada e vãos externos de lajes contínuas:

$$b_{em} = b_m + 2L_p \left( 1 - \frac{L_p}{L} \right) \quad (5.24)$$

- Para vãos internos de lajes contínuas:

$$b_{em} = b_m + 1,33L_p \left( 1 - \frac{L_p}{L} \right) \quad (5.25)$$

• *Para verificação ao cisalhamento transversal, a largura efetiva,  $b_{ev}$ , é dada por:*

$$b_{ev} = b_m + L_p \left( 1 - \frac{L_p}{L} \right) \quad (5.26)$$

Entretanto, para cargas lineares paralelas ao vão da laje ou para cargas pontuais, segundo HEAGLER (1996), a largura efetiva,  $b_{em}$  ou  $b_{ev}$ , deve ser:

$$b_{em} \text{ ou } b_{ev} \leq 2.700 \left[ \frac{h_c}{(h_p + h_c)} \right] \quad (5.27)$$

Em nenhum caso a largura efetiva ( $b_{em}$  ou  $b_{ev}$ ) deve ser superior à largura total da laje mista.

#### Observações:

Para assegurar que a distribuição das cargas lineares ou pontuais se dá sobre a largura efetiva, deverá ser colocada uma armadura distribuição sobre ou acima da fôrma de aço, prolongando-a além da largura efetiva (Fig.

5.8b), e sugere-se que tenha um comprimento que cubra a largura  $a_m$  dada pela Eq. (5.23).

O EUROCODE (1992) afirma que quando a área da seção transversal da armadura de distribuição é no mínimo 0,2% da área de concreto acima das nervuras da fôrma, nenhum cálculo é necessário para verificar cargas nominais concentradas até 7,50 kN ou cargas nominais distribuídas até 5,0 kN/m<sup>2</sup>.

## EXEMPLOS

### 6.1 Considerações Iniciais

O objetivo deste capítulo é ilustrar a aplicação dos métodos “m e k” e da interação parcial no dimensionamento de um sistema de lajes mistas, utilizando os valores dos parâmetros obtidos nos ensaios realizados neste trabalho, bem como as equações apresentadas no Cap. 4.

Para isso serão desenvolvidos dois exemplos de cálculo para lajes de um piso de um edifício conforme mostra a Fig. 6.1. As resistências nominais dos materiais envolvidos e as ações nominais serão apresentadas na solução de cada exemplo.

No primeiro exemplo as lajes serão verificadas somente para seu peso próprio e sobrecarga, onde a verificação ao cisalhamento longitudinal será feita tanto pelo método “m e k” quanto pelo método da interação parcial.

No segundo exemplo essas mesmas lajes serão verificadas considerando a atuação de cargas lineares provenientes de alvenarias e cargas pontuais provenientes de pilares.

No dimensionamento serão utilizadas basicamente as especificações do EUROCODE (1992), seguindo os critérios de cálculo apresentados no Cap. 5. Os valores de coeficientes diferentes daqueles especificados pelo EUROCODE (1992) terão sua origem claramente definida durante a solução dos problemas.

## 6.2 Exemplo 1

Considere o piso de uma edificação conforme mostra a Fig. 6.1, que deverá ser dimensionada como laje mista com fôrma de aço incorporada do tipo Steel Deck CE-75, com espessura 0,80mm e altura total de laje igual a 140mm, admitindo construção não escorada.

O aço utilizado tem módulo de elasticidade  $E_s$  igual a 205.000 MPa e tensão de escoamento  $f_{yp}$  igual a 280 MPa. O concreto apresenta módulo de elasticidade  $E_c$  igual a 21.425 MPa e resistência à compressão  $f_{ck}$  igual a 20 MPa.

Como carregamento serão considerados os seguintes valores nominais:

- Peso próprio da laje: .....2,50kN/m<sup>2</sup> (dado do fabricante)
- Revestimento: .....1,00kN/m<sup>2</sup>
- Sobrecarga de utilização:.....2,00kN/m<sup>2</sup>

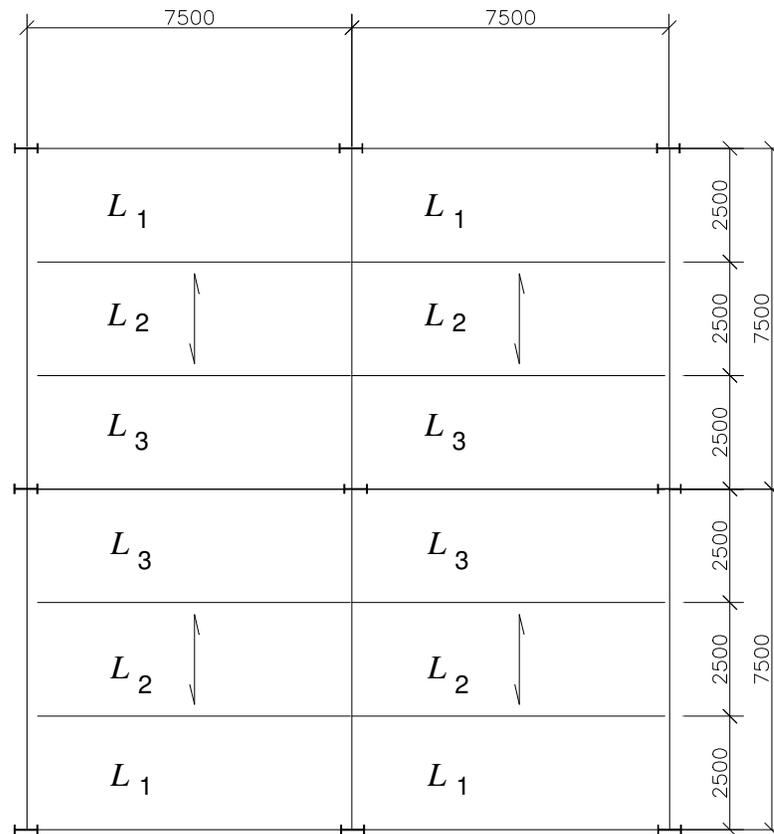


Figura 6.1 – Piso do Exemplo 1 (dimensões em mm)

### Solução

#### 6.2.1 Ações de cálculo

As ações nominais para a laje mista, após a cura do concreto são:

- peso próprio da laje (CP<sub>1</sub>): .....2,50kN/m<sup>2</sup>
- revestimento (CP<sub>2</sub>): ..... 1,00kN/m<sup>2</sup>
- sobrecarga (SC): .....2,00kN/m<sup>2</sup>

O carregamento de cálculo será dado por:

- $w_d = 1,4 (CP_1 + CP_2) + 1,5SC = 1,4 \times (2,5 + 1,0) + 1,5 \times 2,0$   
 $w_d = 7,90\text{kN/m}^2$

Obs.: Os fatores de majoração para a carga permanente e sobrecarga são aqueles da NBR 8800/86.

## 6.2.2 Verificação da laje mista quanto aos estados limites últimos

### Verificação à Flexão

A laje contínua será dimensionada como uma série de vãos simplesmente apoiados com  $L = 2,50\text{m}$ . Sendo assim, o momento fletor máximo de cálculo para o carregamento aplicado considerando largura unitária da laje é dado por:

$$M_d = \frac{w_d L^2}{8} = \frac{7,90 \times 2,5^2}{8} = 6,17 \text{ kNm}$$

O momento fletor resistente é calculado utilizando-se as equações (5.3) ou (5.7) dependendo da posição da LNP. Utilizando-se a Eq. (5.1) tem-se:

$$N_{cf} = N_{pa} = A_p \phi_{ap} f_{yp}$$

onde  $\phi_{ap} = 0,90$  (NBR 8800/86) e  $A_p = 1112\text{mm}^2/\text{m}$  (dado do fabricante)

Portanto em 1,0m de laje tem-se:

$$N_{cf} = 1112 \times 0,90 \times 0,28 = 280,22\text{kN}$$

A posição da LNP é determinada a partir da Eq. (5.2):

$$x = \frac{N_{cf}}{b(0,85f_{ck}/\gamma_c)}$$

Adotando-se a largura unitária,  $b = 1,0 \text{ m}$  e  $\gamma_c = 1,4$  (NBR 8681); tem-se:

$$x = \frac{280,22}{1,0 \times (0,85 \times 20/1,4)} = 23,08 \text{ mm}$$

Sabendo-se que o Steel Deck CE-75, possui altura  $h_p = 75\text{mm}$  (Fig. 2.1, pág. 12), a altura da mesa de concreto vale  $h_c = 140 - 75 = 65\text{mm}$ . Então  $x < h_c$ , e a LNP se encontra na mesa de concreto. Assim, para o cálculo do momento fletor resistente será utilizada a Eq. 5.3.

$$M_{pRd} = N_{cf}(d_p - 0,50x)$$

onde  $d_p$  pode ser facilmente obtido a partir da Fig. 5.2.a, valendo  $d_p = h_t - e$

Para o Steel Deck CE-75 com espessura igual a 0,80mm e tensão de cálculo igual a 280MPa,  $e$  é igual a 33,48mm. Assim:

$$d_p = 140 - 33,48 = 106,52\text{mm}$$

$$M_{pRd} = 280,22 \times (106,52 - 0,50 \times 23,08) \times 10^{-3} = 26,62\text{kNm}$$

$$\text{Logo: } M_{pRd} = 26,62\text{kNm} > M_d = 6,17\text{kNm}$$

**OK!**

### Verificação ao Cisalhamento Transversal

O esforço cortante máximo de cálculo para a carga aplicada é dado por:

$$V_d = w_d \frac{L}{2} = 7,90 \times \frac{2,50}{2} = 9,88\text{ kN/m}$$

A resistência ao cisalhamento transversal é determinada a partir da Eq. (5.15):

$$V_{vRd} = \frac{b_0}{b} d_p \tau_{Rd} k_v (1,2 + 40\rho)$$

Para o Steel Deck CE-75, tem-se da Fig. 2.1 (pág. 12):

$$b_0 = \frac{155 + 119}{2} = 137\text{mm} \quad e \quad b = 274\text{mm}$$

$A_0$  = área efetiva em  $b_0$  ( $A_0 = 148\text{ mm}^2$ )

Utilizando-se a Eq. (5.17):

$$\rho = \frac{A_o}{b_o d_p} = \frac{148}{137 \times 106,52} = 0,0101 < 0,02 \quad \text{OK!}$$

e da Eq. (5.16) com  $d_p$  em m:

$$k_v = (1,6 - d_p) = (1,6 - 0,10652) = 1,49 > 1 \quad \text{OK!}$$

De acordo com o EUROCODE (1992), a resistência básica ao cisalhamento do concreto pode ser obtida através da seguinte equação:

$$\tau_{Rd} = 0,25 \frac{f_{ctk0,05}}{\gamma_c}$$

onde para  $f_{ck} = 20\text{MPa}$ , tem-se um  $f_{ctk0,05} = 1,5\text{MPa}$ .

Logo:

$$\tau_{Rd} = 0,25 \times \frac{1,5}{1,4} = 0,27\text{MPa}$$

Levando-se na Eq. (5.15) vem que:

$$V_{vRd} = \frac{137}{274} \times 106,52 \times 0,27 \times 1,49 \times (1,2 + 40 \times 0,0101) = 34,37\text{kN/m}$$

$$\text{Logo } V_{vRd} = 34,37\text{kN/m} > V_d = 9,88\text{kN/m} \quad \text{OK!}$$

### Verificação ao Cisalhamento Longitudinal

A resistência ao cisalhamento longitudinal, como já visto nos Cap 4 e 5, pode ser determinada a partir do método “m e k” ou do método da interação parcial. Neste exemplo, como ilustração, serão aplicados os dois métodos.

O esforço cortante máximo que causa o cisalhamento longitudinal é o mesmo obtido anteriormente e vale:  $V_d = 9,88\text{kN/m}$ .

- *Método m e k*

A resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal é obtida a partir da Eq. (5.9):

$$V_{\text{usd}} = \phi_v b d_p \left( m \frac{1}{L'} + k \right)$$

onde:

$\phi_v = 0,70$ ;  $b = 1,0\text{m}$ ;  $d_p = 106,52\text{mm}$ ;  $L' = L/4 = 625\text{mm}$ ;

$m$  e  $k$  são obtidos através da Tabela 4.3:  $m = 152\text{kN/m}$  e  $k = 0,001697\text{kN/mm m}$

Logo:

$$V_{\text{usd}} = 0,70 \times 1,0 \times 106,52 \times \left( 152 \times \frac{4}{2500} + 0,001697 \right) = 18,26 \text{ kN/m}$$

Então:  $V_{\text{usd}} = 18,26\text{kN/m} > V_d = 9,88\text{kN/m}$

**OK!**

- *Método da Interação Parcial*

Os valores da resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal  $\tau_{\text{uRd}}$ , para as espessuras de 0,80mm e 1,25mm, são mostrados na Tab. 4.5 (pág. 53).

Então para a laje de 0,80mm tem-se que  $\tau_{\text{uRd}} = 0,0050\text{kN/cm}^2 = 0,050\text{MPa}$ .

Da Eq. (5.1) tem-se que  $N_{\text{cf}}$ , é igual a  $N_{\text{pa}}$  e vale 280,22kN. O comprimento do vão de cisalhamento exigido para desenvolver esta força é conforme a Eq. (4.38):

$$L_{sf} = \frac{N_{cf}}{b\tau_{uRd}} = \frac{280,22}{1,0 \times 0,050} = 5604 \text{ mm}$$

Para esta laje bi-apoiada, o momento fletor máximo está no meio do vão, ou seja, em  $L_x = 1,25\text{m}$ . Com isto verifica-se através da Fig. 5.5 (pág. 68), que sendo  $L_x < L_{sf}$  o colapso se dá por cisalhamento longitudinal.

O momento fletor resistente de cálculo neste caso é dado através da Eq. (5.11):

$$M_{Rd} = N_c z + M_{pr}$$

A força de interação parcial considerando largura unitária da laje,  $N_c$ , é calculado através da Eq. (5.10):

$$N_c = bL_x\tau_{uRd} = 100 \times 125 \times 0,0050 = 62,50 \text{ kN}$$

A altura do bloco de tensão no concreto é obtida da Eq. (5.12):

$$x = \frac{N_c}{b(0,85f_{ck}/\gamma_c)} \leq h_c$$

$$x = \frac{62,50}{1,0 \times (0,85 \times 20/1,4)} = 5,15 \text{ mm} < h_c = 65\text{mm}$$

O braço de alavanca é dado pela Eq. (5.13):

$$z = h_t - 0,5x - e_p + (e_p - e) \frac{N_c}{A_p \phi_{ap} f_{yp}}$$

Para a fôrma de aço com espessura de 0,80mm e tensão de escoamento igual a 280MPa, obteve-se dos ensaios os seguintes valores de cálculo:  $M_{pa} = 5,518\text{kN m}$  (considerando largura unitária da laje) e  $e_p = e = 33,48\text{mm}$ . Os demais valores são como dados anteriormente, logo:



Logo:

$$\ddot{\delta}_{\text{MAX}} = \frac{5 \times 2,0 \times 10^3 \times 2500^4}{384 \times 21.425 \times 10^6 \times 13,17 \times 10^6} = 0,0036 \text{ m} = 3,61 \text{ mm}$$

sendo:

$$\delta_{\text{adm}} = \frac{L}{250} = \frac{2500}{250} = 10,0 \text{ mm}$$

Portanto:  $\delta_{\text{adm}} = 10,0 \text{ mm} > \delta_{\text{MAX}} = 3,61 \text{ mm}$

**OK!**

### Fissuras no concreto

Para o combate às fissuras de retração do concreto, deve ser adotada uma malha de barras trefiladas soldadas. Conforme o item 5.2.2 do Cap. 5, a área de aço mínima desta malha, nas duas direções, deve ser 0,2% da área de concreto acima da fôrma de aço para construções não escoradas. Logo, em uma faixa de 1 m de largura deve-se ter:

$$A_s \geq 0,2\%(h_c b)$$

$$A_s \geq 0,2\%(6,5 \times 100) \geq 1,30 \text{ cm}^2/\text{m}$$

### 6.3 Exemplo 2

Considerando-se o mesmo piso do exemplo anterior e tendo em vista a Fig. 6.2 a seguir, supor que as lajes  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  e  $L_5$  estejam submetidas a um carregamento linear (alvenaria) de  $5,0\text{kN/m}$ . Para as lajes  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  este carregamento é paralelo à direção das nervuras da fôrma de aço, enquanto que para a laje  $L_5$  este carregamento é perpendicular à direção das nervuras. Supor ainda que a laje  $L_{12}$  esteja submetida a uma carga pontual (sobrecarga de um pilar de  $300 \times 300$ ) de  $15\text{kN}$ , conforme indicado na Fig. 6.2. Verificar estas lajes mistas considerando também os carregamentos pontual e linear.

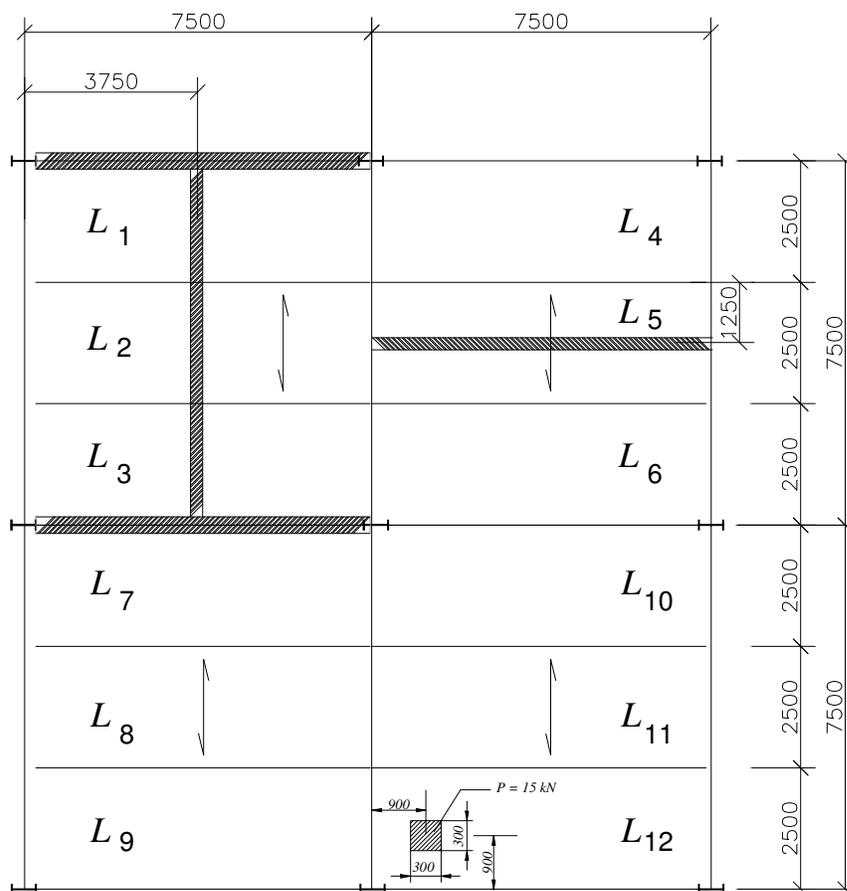


Figura 6.2 – Piso do Exemplo 2 (dimensões em mm)

## Solução

### 6.3.1 Ações de cálculo

As ações nominais para a laje mista, após a cura do concreto são:

- peso próprio da laje (CP<sub>1</sub>): .....2,50kN/m<sup>2</sup>
- revestimento (CP<sub>2</sub>): ..... 1,00kN/m<sup>2</sup>
- sobrecarga (SC): .....2,00kN/m<sup>2</sup>

O carregamento de cálculo é dado por:

$$\bullet w_d = 1,4(CP_1 + CP_2) + 1,5SC = 1,4(2,5 + 1,0) + 1,5 \times 2,0$$

$$w_d = 7,90 \text{ kN/m}^2$$

Obs.: Os fatores de majoração para carga permanente e sobrecarga são aqueles da NBR 8800/86.

Todas as lajes já foram verificadas para o carregamento acima no exemplo anterior. O objetivo agora é verificar apenas aquelas lajes sujeitas à carga pontual de pilar e à carga linear de alvenaria.

### 6.3.2 Verificação da laje L<sub>12</sub> considerando a carga pontual

Carga concentrada de cálculo:  $P_d = 1,5SC = 1,5 \times 15,0 = 22,5 \text{ kN}$

#### Larguras de aplicação – $a_m \times b_m$

Admite-se, conforme o item 5.2.3, que as cargas concentradas são distribuídas sobre larguras de aplicação  $a_m \times b_m$ , dadas pelas Eqs. (5.23) e (5.22), respectivamente. Os dados da Fig. 6.3 auxiliam no cálculo destas larguras, onde:

$$h_c = 65 \text{ mm}; h_p = 75 \text{ mm}; h_f = 0; a_p = b_p = 300 \text{ mm}$$

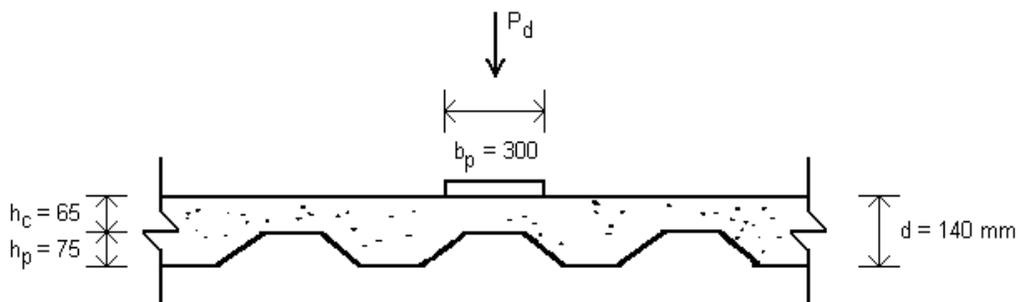


Figura 6.3 – Dados para cálculo da largura de aplicação da carga concentrada

levados nas Eqs. (5.23) e (5.22), fornecem:

$$a_m = b_m = b_p + 2(h_c + h_f) = 300 + 2(65 + 0)$$

$$a_m = b_m = 430 \text{ mm}$$

#### Larguras efetivas – $b_{em}$ ou $b_{ev}$

Conforme visto no item 5.2.3, no cálculo da resistência do sistema de lajes mistas devem-se considerar larguras efetivas ao se verificarem a flexão, o cisalhamento longitudinal e o cisalhamento transversal, quando atuarem cargas concentradas ou lineares.

- Para a verificação à flexão e ao cisalhamento longitudinal, a largura efetiva  $b_{em}$  é dada pelo menor valor fornecido pelas Eqs. (5.24) e (5.27):

$$b_{em} \leq \begin{cases} b_m + 2L_p \left( 1 - \frac{L_p}{L} \right) = 430 + 2 \times 900 \times \left( 1 - \frac{900}{2500} \right) = 1582 \text{ mm} \\ 2700 \frac{h_c}{h_p + h_c} = 2700 \times \frac{65}{75 + 65} = 1254 \text{ mm} \end{cases}$$

logo  $b_{em} = 1254 \text{ mm}$

- Para verificação ao cisalhamento transversal, a largura efetiva  $b_{ev}$  é dada pelo menor valor fornecido pelas Eqs. (5.26) e (5.27):

$$b_{em} \leq \begin{cases} b_m + L_p \left( 1 - \frac{L_p}{L} \right) = 430 + 900 \times \left( 1 - \frac{900}{2500} \right) = 1006 \text{ mm} \\ 2700 \frac{h_c}{h_p + h_c} = 2700 \times \frac{65}{75 + 65} = 1254 \text{ mm} \end{cases}$$

logo  $b_{ev} = 1006 \text{ mm}$

Os valores de  $L_p = 900 \text{ mm}$  e  $L = 2500 \text{ mm}$  são mostrados para a laje 12 na Fig. 6.2

### Verificação à Flexão

No exemplo anterior verificou-se que o sistema misto trabalha com interação parcial, e por isto o estado limite último à flexão com interação total não é crítico, não havendo, portanto, necessidade de sua verificação.

### Verificação ao Cisalhamento Transversal

Para a verificação ao cisalhamento transversal, a largura efetiva foi calculada anteriormente e vale  $b_{ev} = 1.006 \text{ mm}$  e a carga concentrada de cálculo  $P_d = 22,50 \text{ kN}$ .

O esforço cortante máximo de cálculo para a carga distribuída, é dado por:

$$V_{wd} = w_d \frac{L}{2} = 7,90 \times \frac{2,5}{2} = 9,88 \text{ kN/m}$$

Considerando-se o esquema estático da Fig. 6.4 e lembrando que a largura efetiva da laje para verificação ao cisalhamento transversal devido à  $P_d$  vale  $b_{ev} = 1006 \text{ mm}$ , tem-se, para a carga concentrada:

$$V_{wd} = V_{Pd} = R_1 \frac{1}{b_{ev}} = 14,40 \times \frac{1}{1,006} = 14,31 \text{ kN/m}$$

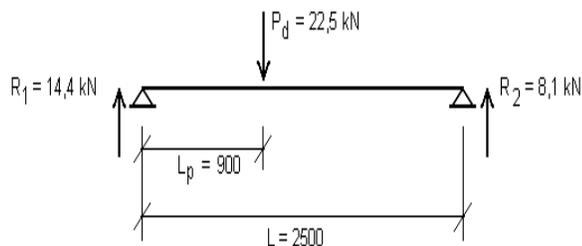


Figura 6.4 - Esquema estático

Portanto, o esforço cortante máximo de cálculo total é igual a:

$$V_{dtotal} = V_{wd} + V_{Pd} = 9,88 + 14,31$$

$$V_{dtotal} = 24,19 \text{ kN/m}$$

A resistência ao cisalhamento transversal é determinada a partir da Eq.

(5.15):

$$V_{vRd} = \frac{b_0}{b} d_p \tau_{Rd} k_v (1,2 + 40\rho)$$

Como já calculado no Exemplo 1 (item 6.2.2), tem-se:  $V_{vRd} = 34,37 \text{ kN/m}$ :

Portanto:  $V_{vRd} = 34,37 \text{ kN/m} > V_{dtotal} = 24,19 \text{ kN/m}$

**OK!**

### Verificação à Punção

A carga de punção aplicada é  $P_d = 22,50 \text{ kN}$  e a resistência de cálculo ao colapso por punção das lajes mistas é obtida a partir da Eq. (5.18):

$$V_{pRd} = C_p \times h_c \times \tau_{Rd} \times k_v \times (1,2 + 40\rho)$$

Onde  $C_p$  é dado pela Eq. (5.19):

$$C_p = 2 \left[ \left( b_p + a_p \right) + 2d_p + (\pi - 2)h_c + 4h_f \right]$$

sendo:

$$a_p = b_p = 300\text{mm}; d_p = 106,52\text{mm}; h_c = 65\text{mm}; h_f = 0$$

$$\text{Logo, } C_p = 2[(300 + 300) + 2 \times 106,52 + (\delta - 2) \times 65 + 0] = 1774,49 \text{ mm}$$

Do cálculo do cisalhamento transversal do Exemplo 1 (item 6.2.2), tem-se:

$$\tau_{Rd} = 0,27\text{Mpa}; k_v = 1,49; A_o = 148\text{mm}^2; \rho = 0,0101$$

Logo:

$$V_{pRd} = 1774,49 \times 65 \times 0,27 \times 1,49 \times (1,2 + 40 \times 0,0101) \times 10^{-3} = 74,43\text{kN}$$

$$\text{Portanto: } V_{pRd} = 74,43\text{kN} > P_d = 22,50\text{kN}$$

**OK!**

#### Verificação ao Cisalhamento Longitudinal

Para esta verificação será usado o artifício de se substituir a carga concentrada de cálculo ( $P_d$ ) por uma carga uniformemente distribuída equivalente ( $q_{eq}$ ), que será determinada igualando-se os momentos fletores máximos relativos a  $q_{eq}$  (no meio do vão) e  $P_d$  (sob a carga concentrada).

Considerando-se o esquema estático da Fig. 6.4 e lembrando que a largura efetiva da laje para verificação do cisalhamento longitudinal devido à  $P_d$ , vale  $b_{em} = 1.254\text{mm}$ , tem-se:

$$q_{eq} \frac{L^2}{8} = R_1 L_p \frac{1}{b_{em}}$$

$$q_{eq} = 8 \times R_1 L_p \frac{1}{b_{em}} \times \frac{1}{L^2} = 8 \times 14,4 \times 900 \times \frac{1}{1254} \times \frac{1}{2,5^2}$$

$$q_{eq} = 13,23 \text{ kN/m}^2$$

O carregamento total a ser aplicado ( $w_{dt}$ ) será obtido somando-se  $q_{eq}$  ao carregamento inicial ( $w_d$ ):

$$w_{dt} = w_d + q_{eq}$$

$$w_{dt} = 7,90 + 13,23 = 21,13 \text{ kN/m}^2$$

- Método “m e k”

O esforço cortante máximo de cálculo que causa o cisalhamento longitudinal é dado por:

$$V_d = w_{dt} \frac{L}{2} = 21,13 \times \frac{2,5}{2}$$

$$V_d = 26,41 \text{ kN/m}$$

Do exemplo anterior, a resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal pelo método m e k é dada por:  $V_{usd} = 18,26 \text{ kN/m}$

Portanto:  $V_{usd} = 18,26 \text{ kN/m} < V_d = 26,41 \text{ kN/m}$

**Ñ OK!**

- Método da Interação Parcial

O momento fletor resistente de cálculo pelo método da interação parcial foi calculado no exemplo anterior e vale  $M_{Rd} = 11,86 \text{ kN m}$ . O momento fletor máximo de cálculo, considerando a largura unitária da laje, é dado por:

$$M_d = w_{dt} \frac{L^2}{8} = 21,13 \times \frac{2,5^2}{8}$$

$$M_d = 16,51 \text{ kN m/m}$$

Então  $M_{Rd} = 11,86 \text{ kN m} < M_d = 16,51 \text{ kN m}$

**Ñ OK!**

Portanto, tanto pelo método “m e k” quanto pelo método da interação parcial a laje especificada é insuficiente. Pelo menos quatro soluções podem ser propostas para resolver o problema:

Proposta 1:

Dimensionar a laje mista considerando a continuidade entre as lajes L11 e L12 da Fig. 6.2. A Fig. 6.5 mostra o esquema estático e o esboço do diagrama de momentos fletores considerando-se esta continuidade. A armadura negativa deverá ser determinada conforme o cálculo convencional para laje de concreto armado.

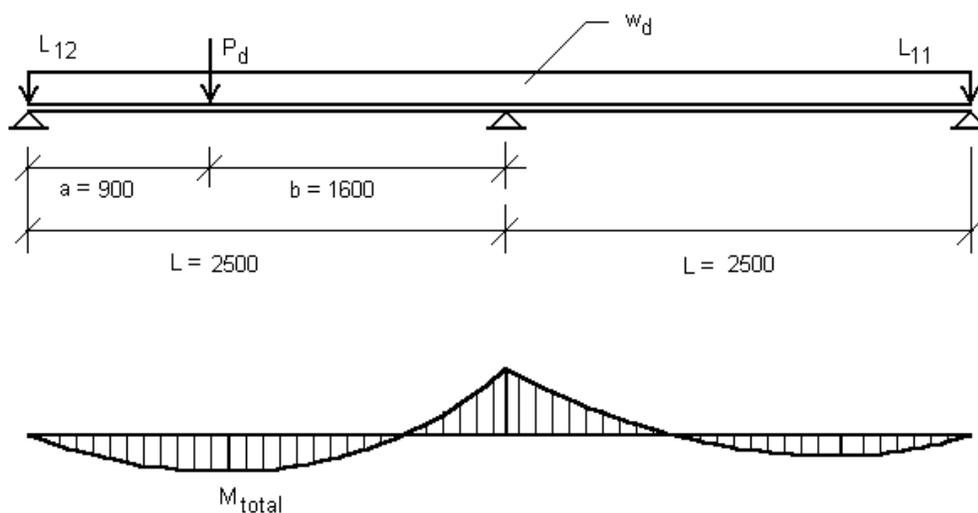


Figura 6.5 - Esquema estático e esboço do diagrama de momentos fletores para a laje contínua

Caso seja necessário, poderá ainda ser dimensionada uma armadura positiva a ser colocada na fôrma de aço na direção do vão da laje. Neste caso, a laje mista trabalhará com uma laje nervurada de concreto armado convencional resistindo ao momento fletor excessivo.

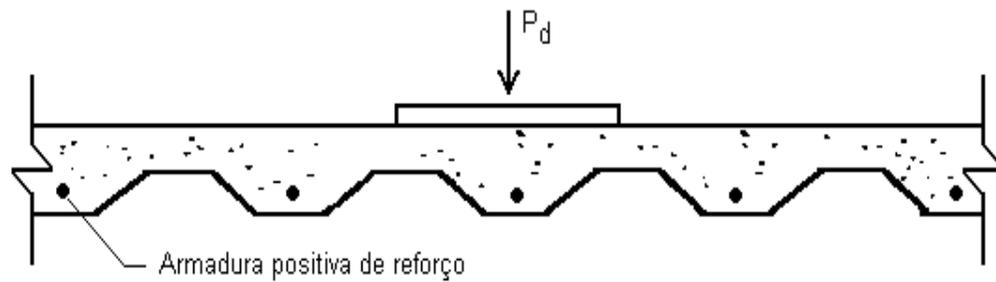


Figura 6.6 - Armadura positiva de reforço

Proposta 2:

Aumentar a altura total da laje mista ( $h_t$ ), para que a mesma resista ao carregamento atuante.

Proposta 3:

Aumentar adequadamente a espessura da fôrma de aço ( $t$ ).

Proposta 4:

Posicionar uma viga de aço na região abaixo da carga concentrada. Neste caso, a carga concentrada descarregaria nesta viga de reforço, a qual se apoiaria nas vigas longitudinais (ver Fig. 6.7), fazendo com que a laje não ficasse submetida à carga pontual.



Figura 6.7 – Uso da viga de reforço

Adotando-se a *proposta 3*, a espessura da fôrma de aço será aumentada para  $t=1,25\text{mm}$ . Para esta fôrma de aço ( $t = 1,25\text{mm}$ ) tem-se os seguintes dados:

$m = 208,63\text{kN/m}$ ;  $k = 0,039194\text{kN/mm m}$ ;  $e_p = e = 35,57\text{mm}$ ;  $M_{pa} = 9,939\text{kNm}$  (considerando a largura unitária da laje);  $A_p = 1.771\text{mm}^2$ ; Peso próprio da laje =  $2,55\text{kN/m}^2$ .

Dessa forma os novos valores de cálculo serão:

$$\bullet w_d = 1,4(CP_1 + CP_2) + 1,5SC = 1,4(2,55 + 1,0) + 1,5 \times 2,0$$

$$\bullet w_d = 7,97\text{kN/m}^2$$

$$\bullet w_{dt} = w_d + q_{eq} = 7,97\text{kN/m}^2 + 13,23\text{kN/m}^2$$

$$\bullet w_{dt} = 21,20\text{kN/m}^2$$

$$V_d = w_{dt} \frac{L}{2} = 21,20 \times \frac{2,5}{2}$$

$$V_d = 26,50 \text{ kN/m}$$

$$M_d = w_{dt} \frac{L^2}{2} = 21,20 \times \frac{2,5^2}{2}$$

$$M_d = 16,56 \text{ kN m/m}$$

- Método “m e k”

A resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal é dada por:

$$V_{usd} = \phi_v b d \left( m \frac{1}{L'} + k \right)$$

onde:

$$\phi_v = 0,70; b = 1,0 \text{ m}; L' = L/4 = 625\text{mm}; d_p = 140 - 35,57 = 104,43\text{mm}$$

$$\text{Logo: } V_{\text{usd}} = 0,70 \times 1,0 \times 104,43 \times \left( 208,63 \times \frac{1}{625} + 0,039194 \right) = 27,27 \text{ kN/m}$$

Com o aumento da espessura da fôrma de aço, obtém-se  $V_d = 26,50 \text{ kN/m}$

Portanto:  $V_{\text{usd}} = 27,27 \text{ kN/m} > V_d = 26,50 \text{ kN/m}$  **OK!**

- *Método da interação parcial*

$$\tau_{\text{uRd}} = 0,0078 \text{ kN/cm}^2 = 0,078 \text{ MPa (Tab. 4.5, pág. 53)}$$

$$N_{\text{cf}} = N_{\text{pa}} = A_p \phi_{\text{ap}} f_{\text{yp}} = 1771 \times 0,90 \times 280 \times 10^{-3} = 446,29 \text{ kN (em 1,0m de laje)}$$

$$L_{\text{sf}} = \frac{N_{\text{cf}}}{b \hat{\sigma}_{\text{uRd}}} = \frac{446,29}{1,0 \times 0,078} = 5.722 \text{ mm}$$

$L_x = 1250 \text{ mm} < L_{\text{sf}} = 5722 \text{ mm} \rightarrow$  Interação parcial.

De acordo com as Eqs. (5.10) até (5.14), tem-se:

$$M_{\text{Rd}} = N_{\text{c}} z + M_{\text{pr}}$$

$$N_{\text{c}} = b L_x \tau_{\text{uRd}} = 100 \times 125 \times 0,0078 = 97,50 \text{ kN}$$

$$x = \frac{N_{\text{c}}}{b(0,85 f_{\text{ck}} / \gamma_{\text{c}})} \leq h_{\text{c}}$$

$$x = \frac{97,50}{1,0 \times (0,85 \times 20 / 1,4)} = 8,03 \text{ mm} < h_{\text{c}} = 65 \text{ mm}$$

$$z = h_t - 0,5x - e_p + (e_p - e) \frac{N_c}{A_p \phi_{ap} f_{yp}}$$

$$z = 140 - 0,5 \times 8,03 - 35,57 + (35,57 - 35,57) \frac{97,50 \times 10^3}{1771 \times 0,9 \times 280} = 100,42 \text{ mm}$$

$$M_{pr} = 1,25 M_{pa} \left( 1 - \frac{N_c}{A_p \phi_{ap} f_{yp}} \right) \leq M_{pa}$$

$$M_{pr} = 1,25 \times 9,939 \times \left( 1 - \frac{97,50}{446,29} \right) = 9,71 \text{ kNm} < M_{pa} = 9,939 \text{ kNm}$$

Finalmente:

$$M_{Rd} = N_c z + M_{pr}$$

$$M_{Rd} = 97,50 \times 100,42 \times 10^{-3} + 9,71 = 19,50 \text{ kN m}$$

Conclui-se que:

$$M_{Rd} = 19,50 \text{ kN m} > M_d = 16,56 \text{ kN m}$$

**OK!**

A laje com fôrma de espessura  $t = 1,25 \text{ mm}$  resiste ao cisalhamento longitudinal.

### 6.3.3 Verificação das lajes $L_1$ , $L_2$ , $L_3$ e $L_5$ considerando as cargas lineares (alvenaria)

A carga de cálculo da alvenaria é dada por:

$$q_{ad} = 1,4SC = 1,4 \times 5,0 = 7,0 \text{ kN/m}$$

Para cargas lineares distinguem-se duas situações: cargas lineares paralelas ao vão da laje e cargas lineares perpendiculares ao vão da laje.

**a) Cargas lineares paralelas ao vão da laje** (lajes L1, L2 e L3 da Fig. 6.2)

A Fig. 6.8 a seguir ilustra esta situação:

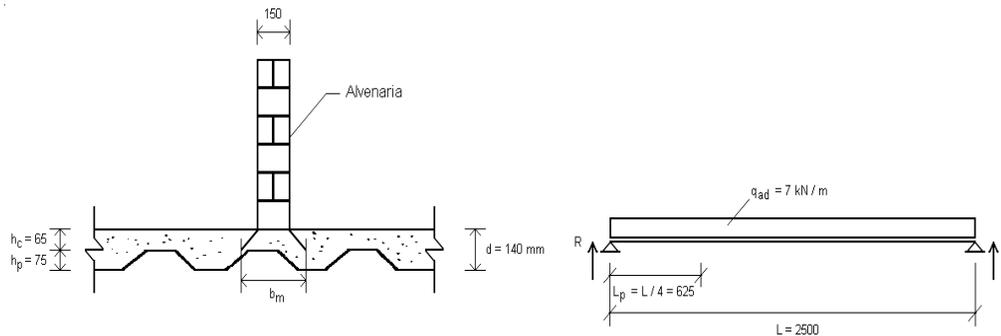


Figura 6.8 – Carga linear paralela ao vão da laje

Largura de aplicação –  $b_m$

Admite-se, conforme o item 5.2.3, que as cargas lineares paralelas ao vão da laje, são distribuídas sobre uma largura de aplicação  $b_m$ , dada pela Eq. (5.22):

$$b_m = b_p + 2(h_c + h_f)$$

$$b_m = 150 + 2(65 + 0) = 280\text{mm} < 7500\text{mm}$$

**OK!**

Largura Efetiva –  $b_{em}$  ou  $b_{ev}$

- Para a verificação à flexão e ao cisalhamento longitudinal tem-se:

$$b_{em} \leq \begin{cases} b_m + 2L_p \left( 1 - \frac{L_p}{L} \right) = 280 + 2 \times 625 \times \left( 1 - \frac{625}{2500} \right) = 1218 \text{ mm} \\ 2700 \frac{h_c}{h_p + h_c} = 2700 \times \frac{65}{75 + 65} = 1254 \text{ mm} \end{cases}$$

logo  $b_{em} = 1218\text{mm}$

Deve-se observar que, neste caso, para carga uniformemente distribuída,  
 $L_p = L' = L/4 = 625\text{mm}$ .

- Para verificação ao cisalhamento transversal, tem-se:

$$b_{ev} \leq \begin{cases} b_m + L_p \left(1 - \frac{L_p}{L}\right) = 280 + 625 \times \left(1 - \frac{625}{2.500}\right) = 749 \text{ mm} \\ 2700 \frac{h_c}{h_p + h_c} = 2700 \times \frac{65}{75 + 65} = 1254 \text{ mm} \end{cases}$$

logo  $b_{ev} = 749\text{mm}$

#### Verificação ao Cisalhamento Transversal

Para verificação ao cisalhamento transversal a largura efetiva, já calculada,  
 é igual a  $b_{ev} = 749\text{mm}$ .

A carga de alvenaria equivalente vale:

$$q_{aq} = q_{ad} \frac{1}{b_{ev}}$$

$$q_{aq} = 7,0 \times \frac{1}{0,749} = 9,35 \text{ kN/m}^2$$

Somando-se ao carregamento inicial, tem-se:

$$w_{dt} = w_d + q_{aq}$$

$$w_{dt} = 7,90 + 9,35 = 17,25 \text{ kN/m}^2$$

O esforço cortante máximo de cálculo é dado por:

$$V_{dt} = w_{dt} \frac{L}{2}$$

$$V_{dt} = 17,25 \times \frac{2,5}{2} = 21,56 \text{ kN/m}$$

Portanto do Exemplo 1 (item 6.2.2), tem-se:

$$V_{vRd} = 34,37 \text{ kN/m} > V_{dt} = 21,56 \text{ kN/m}$$

**OK!**

Verificação ao Cisalhamento Longitudinal

Para a verificação ao cisalhamento longitudinal a largura efetiva é  $b_{em} = 1218\text{mm}$ .

Carga de alvenaria equivalente:

$$q_{aq} = q_{ad} \frac{1}{b_{em}}$$

$$q_{aq} = 7,0 \times \frac{1}{1,218} = 5,75 \text{ kN/m}^2$$

Somando-se ao carregamento inicial tem-se a carga total aplicada:

$$w_{dt} = w_d + q_{aq}$$

$$w_{dt} = 7,90 + 5,75 = 13,65 \text{ kN/m}^2$$

- Método “m e k”

O esforço cortante máximo de cálculo vale:

$$V_d = w_{dt} \frac{L}{2}$$

$$V_d = 13,65 \times \frac{2,5}{2} = 17,06 \text{ kN/m}$$

Portanto do Exemplo 1 (item 6.2.2), tem-se:

$$V_{usd} = 18,26 \text{ kN/m} > V_d = 17,06 \text{ kN/m}$$

**OK!**

- Método da interação parcial

O momento fletor máximo de cálculo vale:

$$M_d = w_{dt} \frac{L^2}{8}$$

$$M_d = 13,65 \times \frac{2,5^2}{8} = 10,66 \text{ kN m/m}$$

Portanto do Exemplo 1 (item 6.2.2), tem-se:

$$M_{Rd} = 11,86 \text{ kN m} > M_d = 10,66 \text{ kN m}$$

**OK!**

**b) Cargas lineares perpendiculares ao vão da laje (laje L5 da Fig. 6.2)**

A Fig. 6.9 a seguir ilustra esta situação

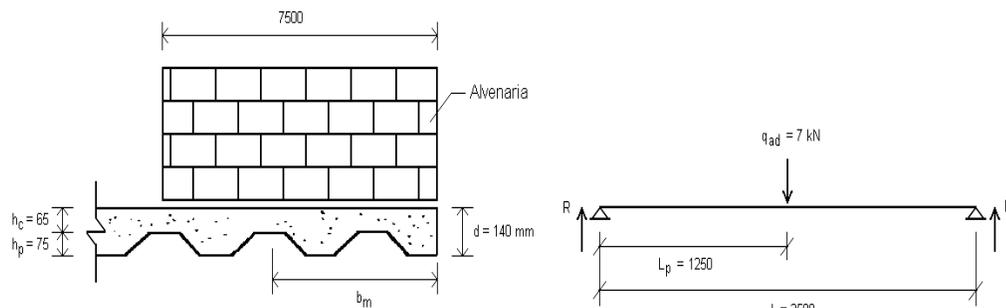


Figura 6.9- Carga linear perpendicular ao vão da laje.

Largura de aplicação –  $b_m$

Conforme visto anteriormente, a carga de alvenaria deve ser distribuída sobre uma largura de aplicação  $b_m$  sendo:

$$b_m = b_p + 2(h_c + h_f)$$

onde  $b_p$ , para cargas lineares perpendiculares ao vão da laje, é igual ao comprimento da carga linear, ou seja,  $b_p = 7.500 \text{ mm}$ , logo:

$$b_m = 7500 + 2(65 + 0) = 7630 \text{ mm} > 7500 \text{ mm (largura total da laje)}$$

Portanto:  $b_m = 7500 \text{ mm}$

Largura efetiva –  $b_{em}$  ou  $b_{ev}$

Conforme o item 5.2.3, em nenhum caso a largura efetiva deve ser superior à largura total da laje mista. Neste caso, tanto  $b_{em}$  quanto  $b_{ev}$  valem 7500mm. A fim de considerar os esforços atuando em uma faixa de 1,0m de laje, adotar-se-á:

$$b_{em} = b_{ev} = 1,0\text{m}$$

Verificação ao Cisalhamento Transversal

Para a verificação ao cisalhamento transversal, a largura efetiva é também  $b_{ev} = 1,0\text{m}$ .

O esforço cortante máximo de cálculo, considerando a carga uniformemente distribuída  $w_d = 7,90 \text{ kN/m}$  e a carga concentrada proveniente da alvenaria  $q_{ad} = 7,0 \text{ kN/m}$ , é dado por:

$$V_{dt} = w_d \frac{L}{2} + q_{ad} \frac{1}{2} \frac{1}{b_{ev}}$$

$$V_{dt} = 7,90 \times \frac{2,5}{2} + 7,0 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1,0} = 13,38 \text{ kN/m}$$

Do exemplo anterior, tem-se que a resistência ao cisalhamento transversal vale  $V_{pRd} = 34,37\text{kN}$

Portanto,  $V_{pRd} = 34,37\text{kN/m} > V_{dt} = 13,38\text{kN/m}$

**OK!**

Verificação ao Cisalhamento Longitudinal

Determinação da carga de alvenaria equivalente:

Da Fig. 6.9, igualando-se os momentos fletores máximos relativos à carga concentrada  $q_{ad}$  e à carga equivalente uniformemente distribuída,  $q_{eq}$ , tem-se:

$$q_{aq} \frac{L^2}{8} = q_{ad} \frac{L}{4} \frac{1}{b_{em}}$$

$$q_{aq} = 2 \times q_{ad} \times \frac{1}{L} \times \frac{1}{b_{em}}$$

$$q_{aq} = 2 \times 7,0 \times \frac{1}{2,5} \times \frac{1}{1,0} = 5,60 \text{ kN/m}^2$$

Logo a carga total aplicada será:

$$w_{dt} = w_d + q_{aq}$$

$$w_{dt} = 7,90 + 5,60 = 13,50 \text{ kN/m}^2$$

- Método “m e k”

O esforço cortante máximo de cálculo vale:

$$V_d = w_{dt} \frac{L}{2} = 13,50 \times \frac{2,5}{2}$$

$$V_d = 16,88 \text{ kN/m}$$

E, do Exemplo 1 (item 6.2.2),  $V_{usd} = 18,26 \text{ kN/m}$

Portanto:  $V_{usd} = 18,26 \text{ kN/m} > V_d = 16,88 \text{ kN/m}$

**OK!**

- Método da interação parcial

O momento fletor máximo de cálculo vale:

$$M_d = w_{dt} \frac{L^2}{8} = 13,50 \times \frac{2,5^2}{8}$$

$$M_d = 10,55 \text{ kN m}$$

E, do exemplo 1 (item 6.2.2),  $M_{Rd} = 11,86 \text{ kN m}$

Logo:  $M_{Rd} = 11,86 \text{ kN m} > M_d = 10,55 \text{ kN m}$

**OK!**

#### **6.3.4 Estados limites de utilização**

O cálculo dos estados limites de utilização (deslizamento relativo de extremidade, flecha e fissuras no concreto) é análogo àquele descrito no Exemplo 1 (item 6.2.3), e portanto não será apresentado aqui.

## CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi analisar o comportamento e a resistência de um sistema de lajes mistas, durante todas as fases do carregamento após a cura do concreto até o colapso.

A fim de se identificar e considerar os vários parâmetros que têm maior influência no comportamento estrutural e na resistência desse sistema, e dessa forma, conseguir determinar corretamente os modos de colapso, foi necessário realizar um programa de ensaios de laboratório em protótipos utilizando o Steel Deck CE-75.

Uma série de 12 protótipos foi ensaiado considerando-se duas espessuras da fôrma de aço,  $t = 0,80\text{mm}$  e  $t = 1,25\text{mm}$ . O comprimento do vão dos protótipos ( $L$ ), a altura total das lajes ( $h_t$ ), bem como o vão de cisalhamento ( $L'$ ), foram variados para cobrir adequadamente o conjunto de parâmetros que afetam o comportamento e a resistência do sistema misto.

Os procedimentos para a realização dos ensaios seguiram as recomendações mais utilizadas da literatura técnica internacional sobre o assunto, permitindo afirmar que se realizou um trabalho adotando uma metodologia adequada para tal análise e, conseqüentemente, com a obtenção de resultados confiáveis e seguros.

A análise dos resultados dos ensaios foi feita com base nas curvas carga  $\times$  deslizamento relativo de extremidade, carga  $\times$  flecha no meio do vão e carga  $\times$  deformação no aço, as quais foram obtidas das leituras feitas durante os ensaios em todos os incrementos de carga, de todas as fases do carregamento após a cura do concreto até o colapso.

Essa análise mostrou-se adequada para conhecer o comportamento do sistema de laje mista e permitiu definir com precisão o seu modo de colapso, a saber, o cisalhamento longitudinal. A caracterização desse tipo de colapso ocorrida no sistema de laje mista Steel Deck CE-75 é similar à de outros sistemas do tipo fôrma de aço com mossas, como relatado por SCHUSTER (1984), CSSBI (1988) e EUROCODE (1992), confirmando a adequação da metodologia usada nesse trabalho.

Uma vez definido o modo de colapso por cisalhamento longitudinal, procurou-se estabelecer critérios para o cálculo da resistência última desse estado limite último, determinando expressões analíticas que pudessem ser utilizadas nos escritórios de projeto. Para isso foram estudados os dois métodos recomendados pelo EUROCODE (1992): o método “m e k” e o método da interação parcial.

O método “m e k” é considerado internacionalmente o método padrão para o cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal do sistema de lajes mistas. Nesse método a resistência é dada através de uma equação semi-empírica, que relaciona a resistência nominal ao esforço cortante com os parâmetros dos ensaios.

Nesse trabalho adotou-se a expressão semi-empírica desenvolvida por SCHUSTER (1984), onde as constantes “m e k” foram determinadas a partir dos dados experimentais, através de uma análise de regressão linear, usando o método dos mínimos quadrados. As análises apresentadas, os valores encontrados para m e k e a determinação do coeficiente de resistência ao cisalhamento,  $\phi_v = 0,70$ , que apresentaram boa correlação

quando comparados com análises e valores de outras normas técnicas internacionais, demonstram a consistência e confiabilidade dos resultados aqui alcançados.

O método da interação parcial surge como alternativa ao método “m e k” na verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal, para lajes que tenham um comportamento dúctil. Além disso, esse método permite que se considere as contribuições das ancoragens de extremidade (do tipo *Stud Bolt*) e das armaduras de reforço, aumentando a resistência ao cisalhamento longitudinal do sistema de lajes mistas. Estas contribuições não podem ser quantificadas através do método “m e k”.

O modelo analítico utilizado para a análise do sistema misto pelo método da interação parcial foi apresentado para permitir uma melhor compreensão do comportamento do sistema misto, o que possibilita ampliar a faixa de aplicação desse sistema sem muitos ensaios adicionais. Apesar de todas essas vantagens, observou-se que esse método leva a projetos mais conservadores no caso de lajes curtas, porque menospreza o efeito do atrito nos apoios na resistência ao cisalhamento longitudinal.

Considerando a falta de normas técnicas brasileiras específicas sobre esse assunto, uma vez que esse tema não é abordado pelas normas NBR 8800 (1986) e NBR 6118 (1978), foram apresentados critérios de cálculo para o dimensionamento desse sistema de piso. Além disso, procurou-se mostrar um procedimento prático e seguro para o cálculo e dimensionamento do sistema de lajes mistas, o que ficou demonstrado na solução dos exemplos apresentados. Esses critérios são baseados principalmente no EUROCODE (1992) e consideram todos os estados limites últimos e de utilização relevantes para o dimensionamento do sistema misto.

Finalmente, são feitas algumas propostas para desenvolvimento em estudos posteriores, uma vez que vários aspectos interessantes e relevantes

surgiram no decorrer deste trabalho, os quais devem ser pesquisados e estudados.

Uma vez que a resistência ao cisalhamento longitudinal depende principalmente da vinculação mecânica entre a fôrma de aço e o concreto, acredita-se que outros tipos de mossas, com formas ou direções diferentes possam ser mais eficientes e devem, portanto, ser pesquisadas.

O uso de conectores de cisalhamento do tipo *Stud Bolt* nas extremidades das lajes mistas, dificultando o aparecimento do deslizamento relativo de extremidade, contribui para aumentar o grau de interação ao cisalhamento longitudinal e, conseqüentemente, a resistência ao cisalhamento longitudinal. Através do método da interação parcial este efeito pode ser estudado.

Observou-se que o efeito do atrito nos apoios na resistência ao cisalhamento longitudinal não é considerado adequadamente tanto pelo método “m e k” quanto pelo método da interação parcial, devendo esse efeito ser melhor avaliado.

Convém observar que esse sistema de lajes mistas também pode ser empregado em construções convencionais de concreto armado. Atualmente, no Brasil, tal sistema tem sido usado principalmente em construções com vigamento metálico. Sugere-se portanto o estudo da aplicação desse sistema de piso em edificações convencionais de concreto armado.

## BIBLIOGRAFIA

AMERICAN IRON and STEEL INSTITUTE - Load and Resistance Factor Design for Cold-Formed Steel Structural Members, AISI, Wasington, March, 1991.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS - Standard for the Structural Design of Composite Slabs, ANSI/ASCE 3-91, New York, December, 1992.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios, ABNT, NBR 8800, 1986.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado, ABNT, NBR 6118, 1978.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Materiais Metálicos - Determinação das Propriedades Mecânicas à Tração - Método de Ensaio, ABNT, NBR 6152, 1992

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - Ensaio de Corpos de Prova Cilíndricos de Concreto, ABNT, NBR 5739, 1960.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Concreto - Determinação do Módulo de Deformação Estático e Diagrama Tensão - Deformação, ABNT, NBR 8522, 1984.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Ações e segurança nas estruturas, ABNT, NBR 8681, 1984.

BAEHRE, ROLF *et al* - Cold formed steel in tall buildings, Council on Tall Buildings and Urban Habitat, Committee S37, Lehigh University, Bethlehem, Pennsylvania, 1993.

BODE, Helmut. and MINAS, Frank - Composite Slabs with and without End Anchorage under Static and Dynamic Loading, p. 265 - 270.

BRITISH STANDARD - Structural Use of Steelwork in Building, Part 4, Code of Practice for Design Floor with Profiled Steel Sheeting, British Standards Institution, 1982.

CANADIAN SHEET STEEL BUILDING - Standard for Composite Steel Deck, CSSBI, Willodale, Ontario, Canada, revised December, 1988.

CANADIAN SHEET STEEL BUILDING - Criteria for the Design of Composite Slabs, CSSBI, Willodale, Ontario, Canada, November, 1988.

CANADIAN SHEET STEEL BUILDING - Criteria for the Testing of Composite Slabs, CSSBI, Willodale, Ontario, Canada, revised November, 1988.

CHIEN E. Y. L. e RITCHIE J. K. - Design and Construction of Composite Floor Systems, Canadian Institute of Steel Construction, Markham-Ontario, Canada, 1984.

DANIELS, B. J. and CRISINEL, M. - Composite Slab Behavior and Strength Analysis. Part I : Calculation Procedure. Journal of Structural Engineering (ASCE). Vol 119, N° 1, p. 16 a 35, January, 1993.

DANIELS, B. J. and CRISINEL, M. - Composite Slab Behavior and Strength Analysis. Part II : Comparisions with Test Results and Parametric Analysis. Journal of Structural Engineering (ASCE). Vol 119, N° 1, p. 36 a 49, January, 1993.

DESIGNERS' HANDBOOK TO EUROCODE 4 - Composite Slabs with Profiled Steel Sheeting, Chapters 7, 10, Annex E and F.

EASTERLING, W. Samuel; GIBBIINGS, David R. and MURRAY, Thomas M. - Sttength of Shear Studs in Steel Deck on Composite Beams an Joists, Engineering Journal, American Institute of Steel Construction, p. 44 – 55, Second Quarter, 1993.

EUROCODE 4 - Design of Composite Steel and Concrete Structures, Parts 3.4, 7 and 10.3, European Prestandard , April, 1992.

FISHER, James M.; WEST, Michael A. and VAN DE PAS, Julius P. - Designing with steel joists, joist girders, steel deck; 1991.

HEAGLER, Richard B. - Proposed Changes in the Design of Composite Deck Slabs, AISC National Construction Conference, Phoenix - Arizona, p. 12-1 - 12-18, 1996.

INSTITUTO BRASILEIRO DE TELAS SOLDADAS - Telas Soldadas - Informações Técnicas. IBTS, São Paulo-S.P., Brasil.

JOHNSON, R. P. – Composite Structures of Steel and Concrete, V. 01, Blackwell Scientific Publications, 2<sup>nd</sup> Edition, Oxford, 1994.

JOLLY, C. K. and LAWSON, R. M. - End Anchorage in Composite Slabs: an Increase Loadcarrying Capacity, *The Structural Engineer*, V. 70, n° 11/2, p. 202 – 205, June, 1992.

LUTETRELL, L. D. and PRASSANNAN, S. - Strength Formulations for Composite Slabs. Seventh International Speciality Conference on Cold Formed Steel Structures, University of Missouri - Rolla, St. Louis, Missouri, U.S.A., p. 307 – 326, November 13-14, 1984.

PORTER, Max L. - Analysis of Two-Way Acting Composite Slabs. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 111, n° 1, p 1 – 17, January, 1985.

PORTER, Max L. and GREIMANN, Lowell F. - Shear Bond Strength of Studded Steel Deck Slabs. Seventh International Speciality Conference on Cold Formed Steel Structures, St. Louis, Missouri, U.S.A., p. 285 – 306, November 13-14, 1984.

RONDAL, Jacques and MOUTAFIDOU, Alkistis - Study of Shear Bond in Steel Composite Slabs, p. 259 – 264, 1997.

SCHUSTER, Reinhold M. - Strength and Behaviour of the P - 2430 - 12HB, Composite Slab System (normal weight concrete), Report N° WRI 110-12-02 Department of Civil Engineering, University of Waterloo, April, 1984.

STEEL DECK INSTITUTE - Design Manual for Composite Decks, Form Decks and Roof Decks, SDI, Canton, Ohio, Pub. 29, 1995.

## ANEXO A

### A.1 Gráficos de Carga × Deslizamento Relativo de Extremidade

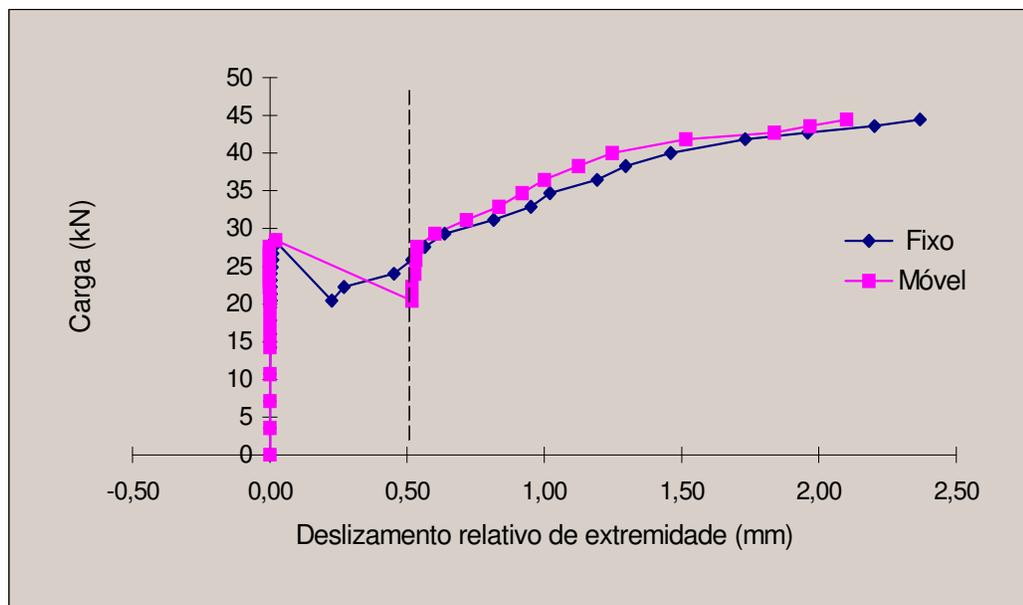


Figura A.1 – Protótipo 1 (t = 0,80mm)

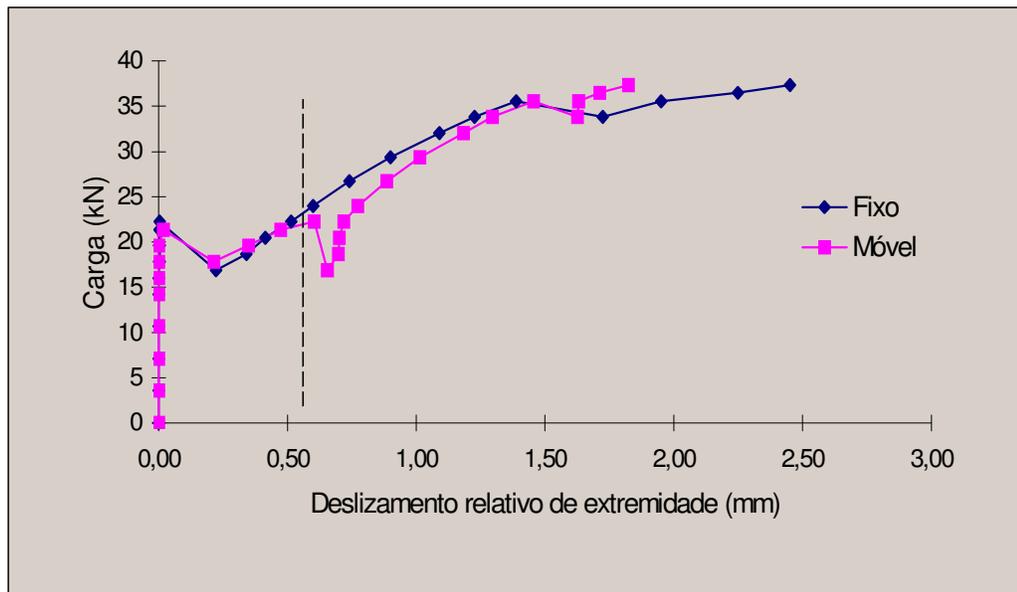


Figura A.2 – Protótipo 2 (t = 0,80mm)

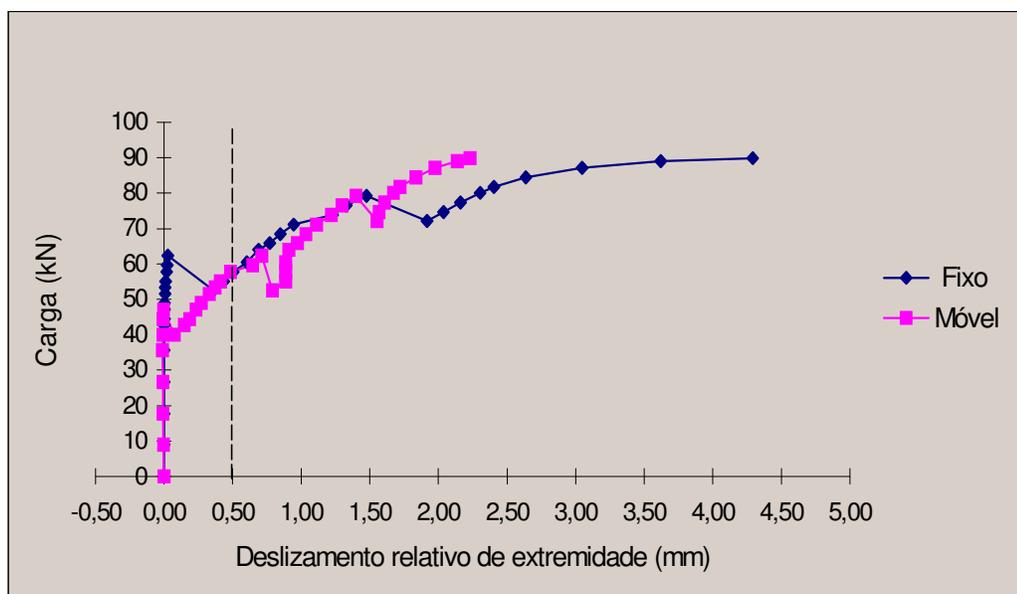
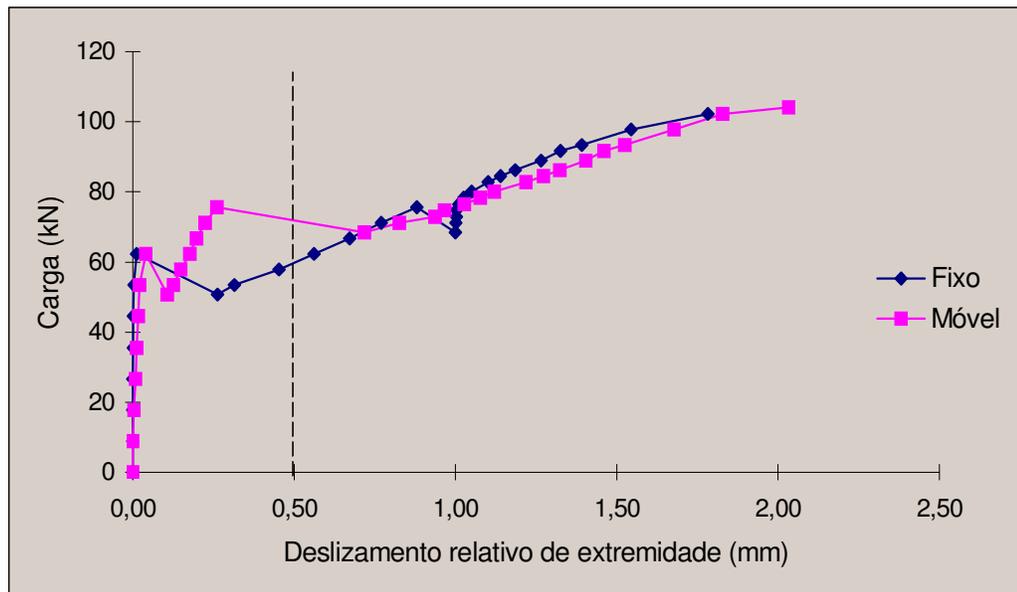
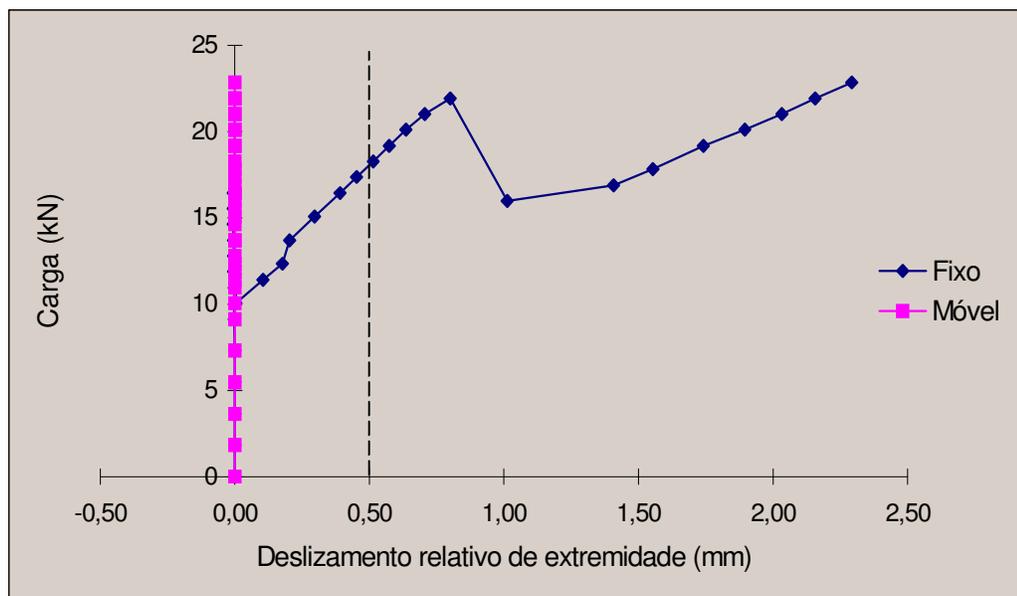


Figura A.3 – Protótipo 3 (t = 0,80mm)

Figura A.4 – Protótipo 4 ( $t = 0,80\text{mm}$ )Figura A.5 – Protótipo 5 ( $t = 0,80\text{mm}$ )

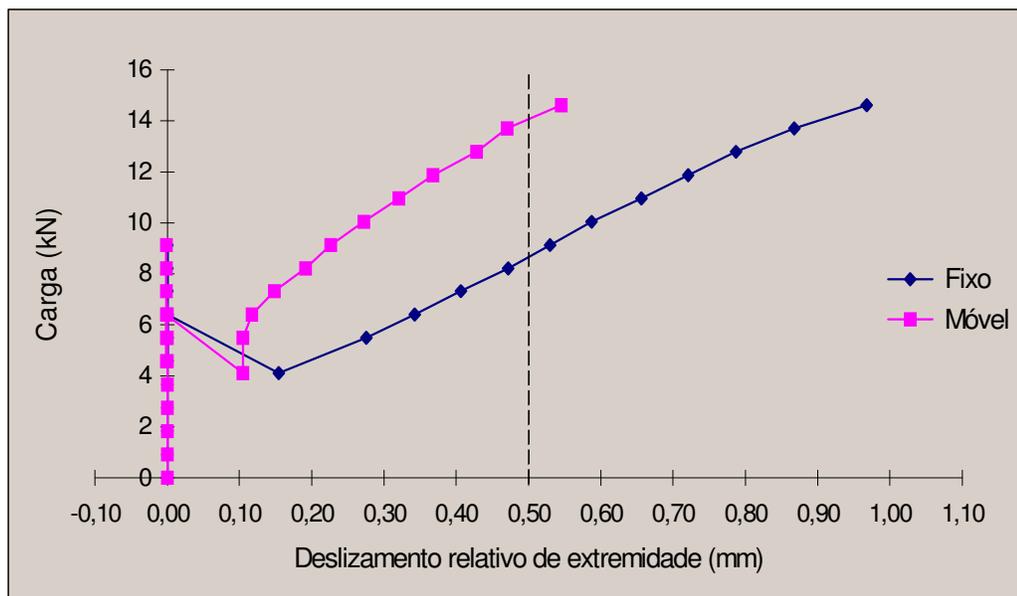


Figura A.6 – Protótipo 6 (t = 0,80mm)

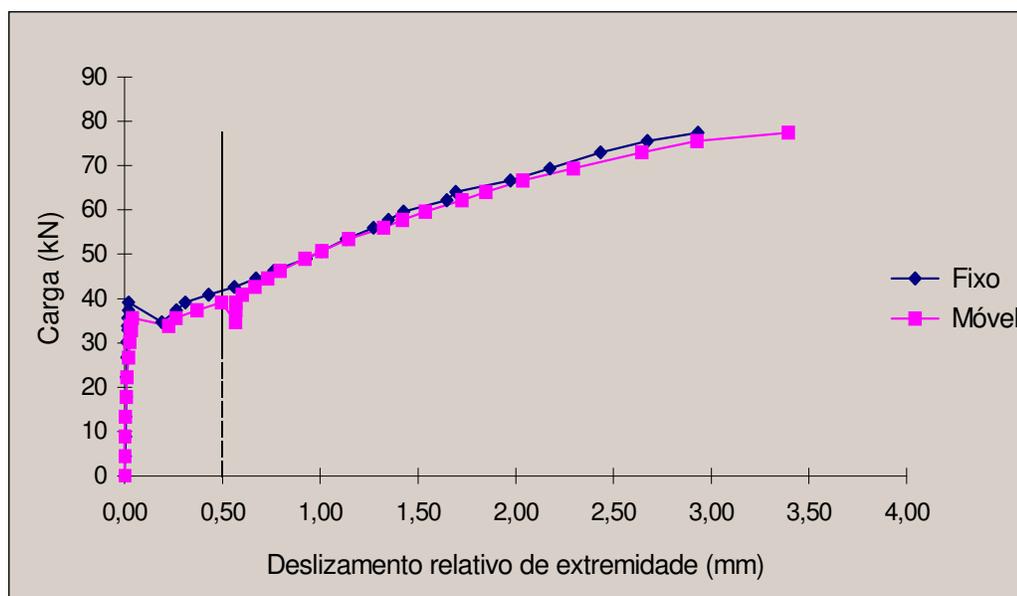


Figura A.7 – Protótipo 7 (t = 1,25mm)

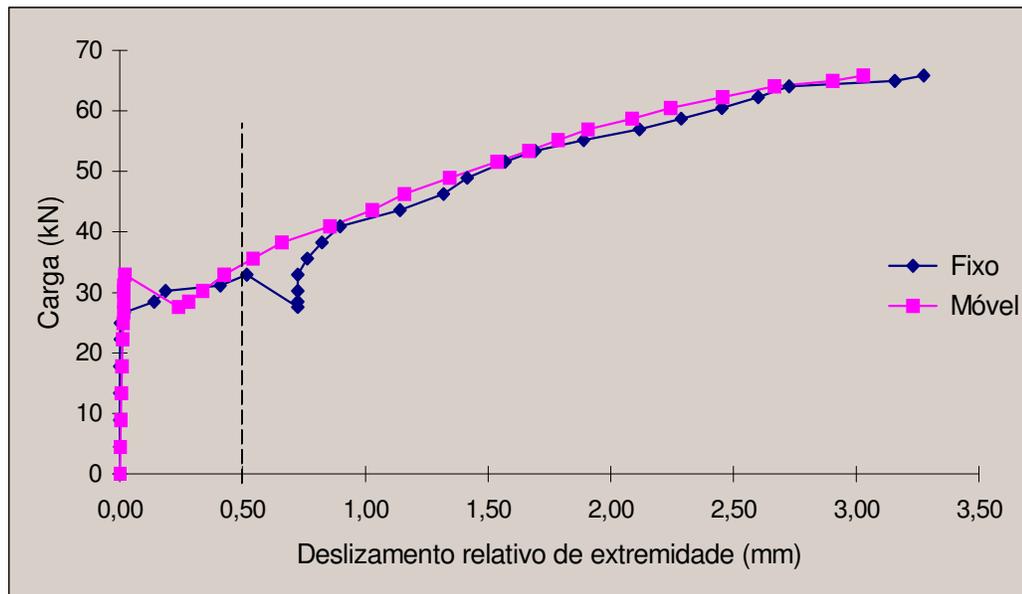


Figura A.8 – Protótipo 8 (t = 1,25mm)

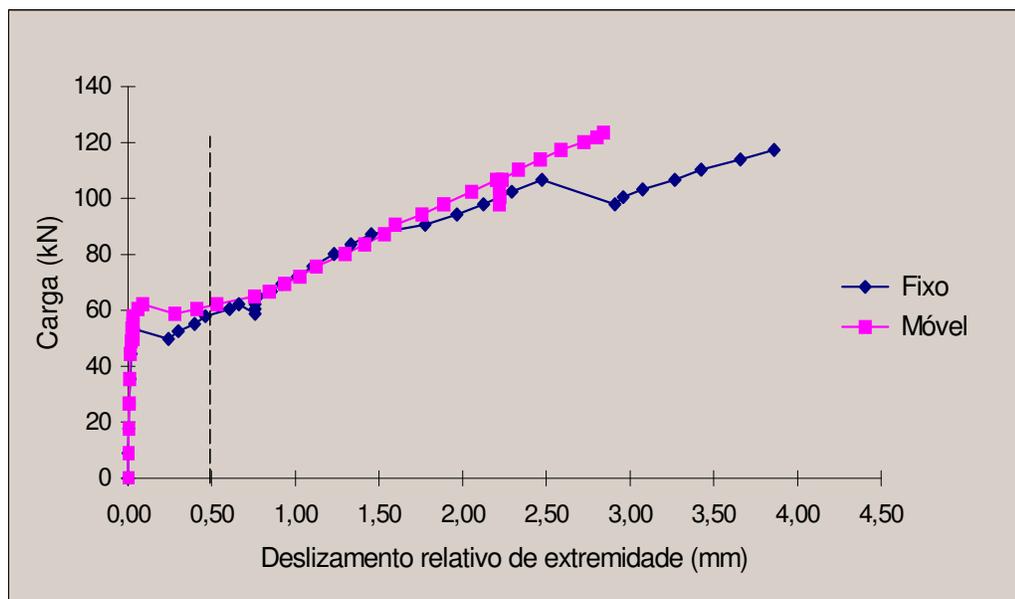


Figura A.9 – Protótipo 9 (t = 1,25mm)

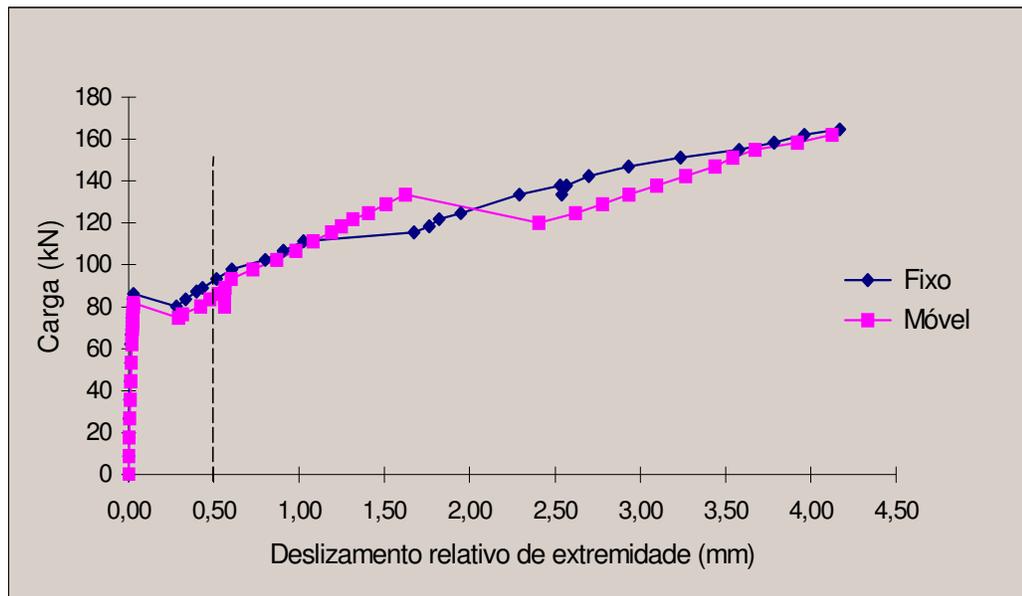


Figura A.10 – Protótipo 10 (t = 1,25mm)

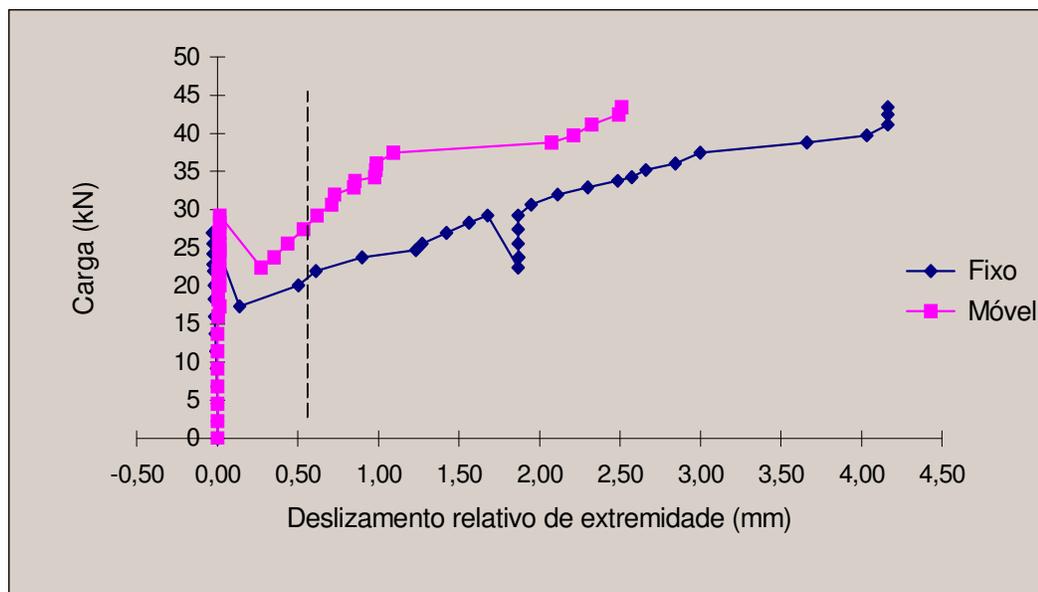


Figura A.11 – Protótipo 11 (t = 1,25mm)

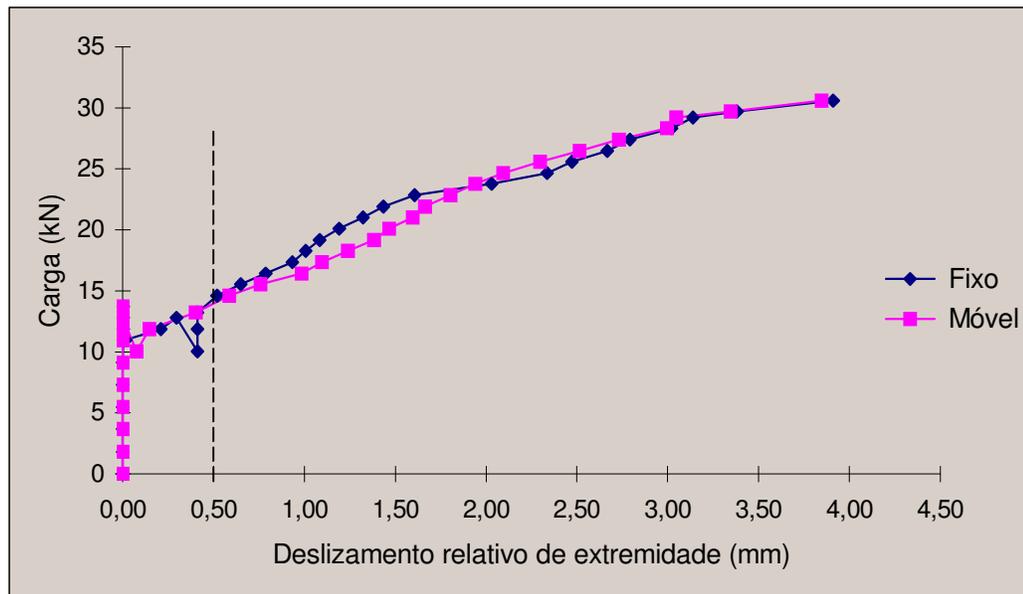


Figura A.12 – Protótipo 12 ( $t = 1,25\text{mm}$ )

## A.2 Gráfico de Carga $\times$ Flecha no Meio do Vão

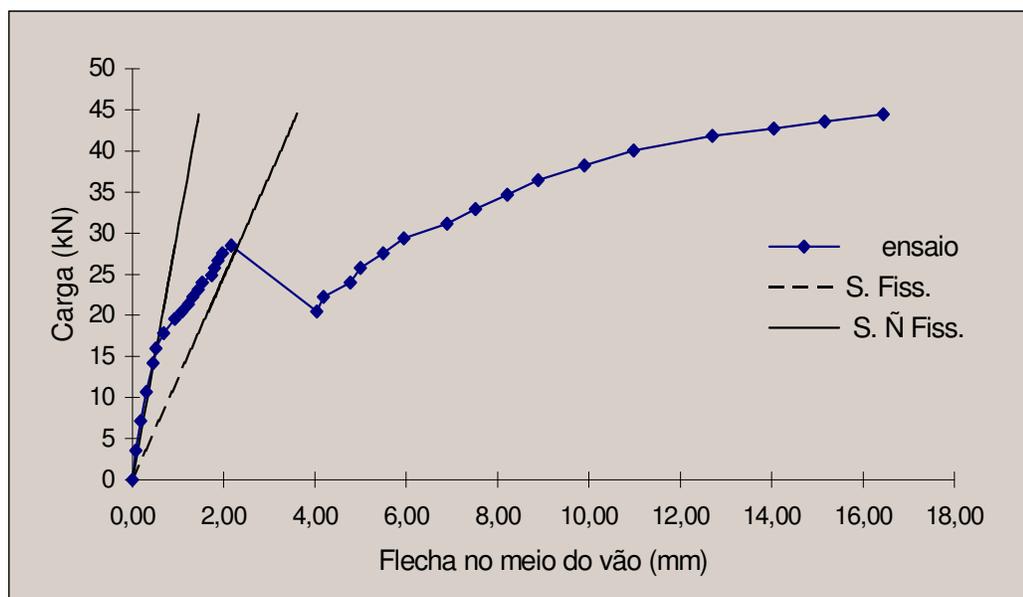


Figura A.13 – Protótipo 1 ( $t = 0,80\text{mm}$ )

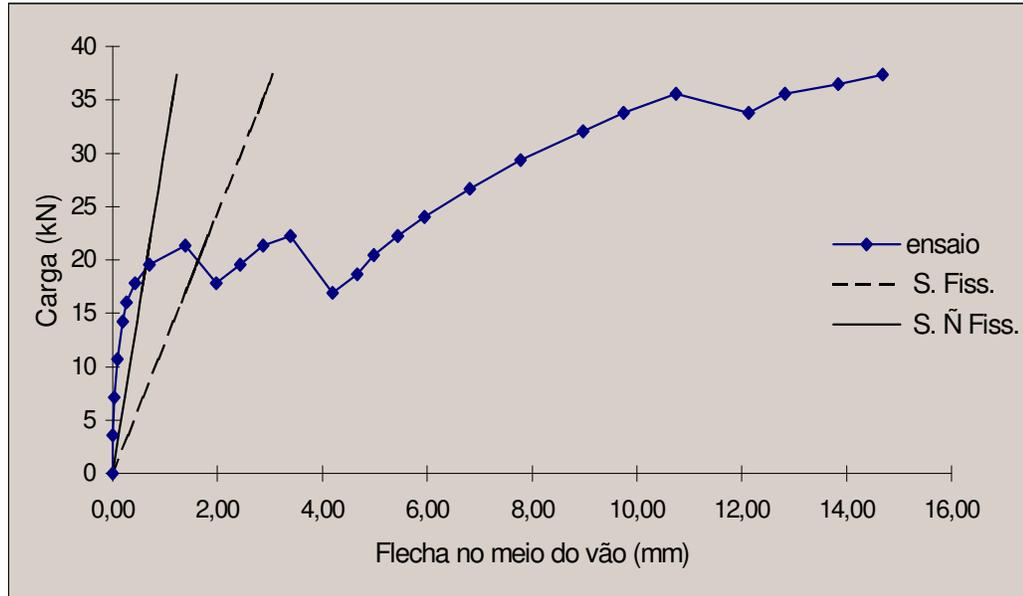


Figura A.14 – Protótipo 2 (t = 0,80mm)

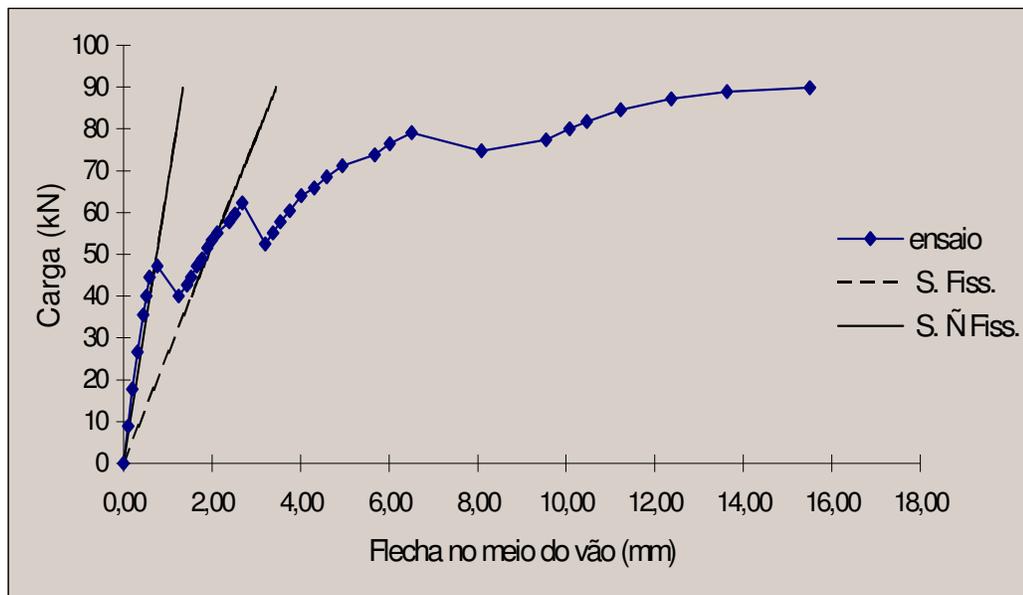


Figura A.15 – Protótipo 3 (t = 0,80mm)

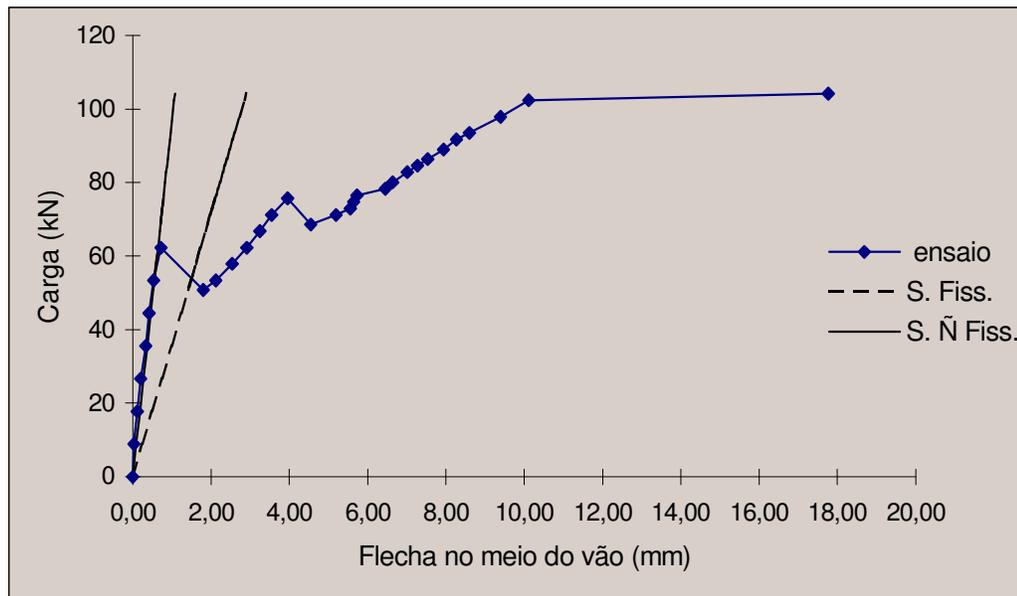


Figura A.16 – Protótipo 4 (t = 0,80mm)

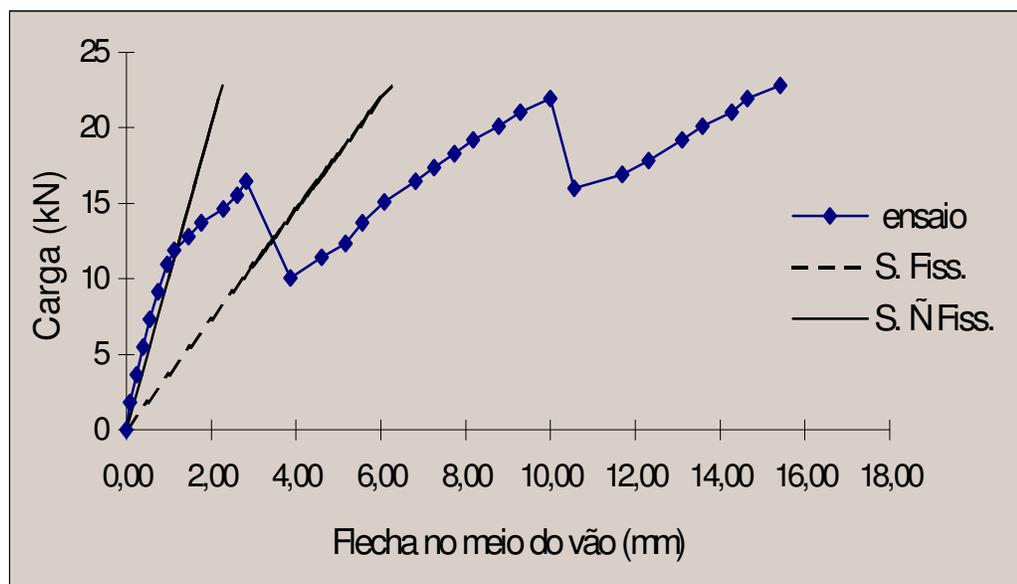


Figura A.17 – Protótipo 5 (t = 0,80mm)

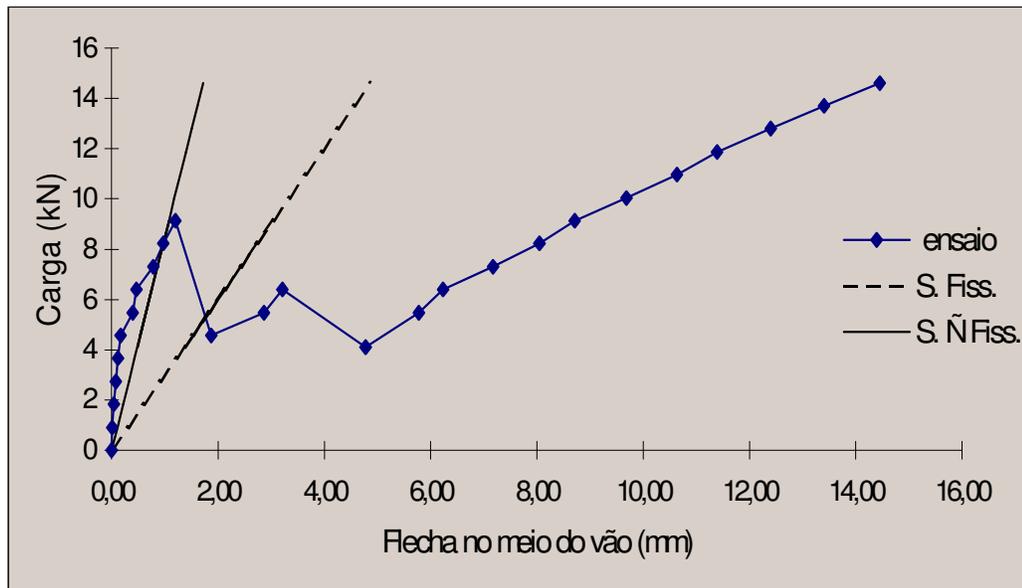


Figura A.18 – Protótipo 6 (t = 0,80mm)

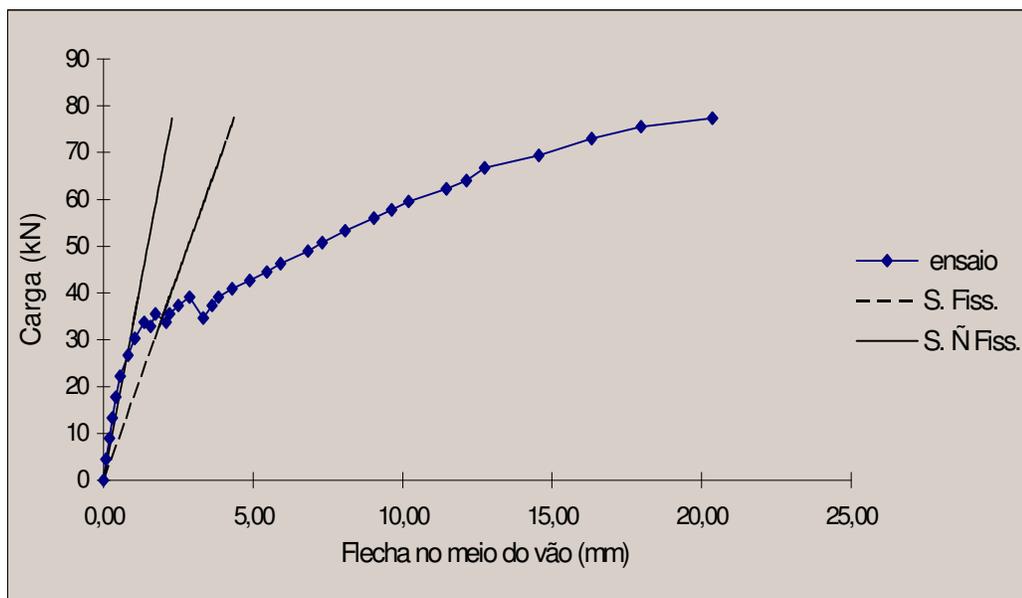


Figura A.19 – Protótipo 7 (t = 1,25mm)

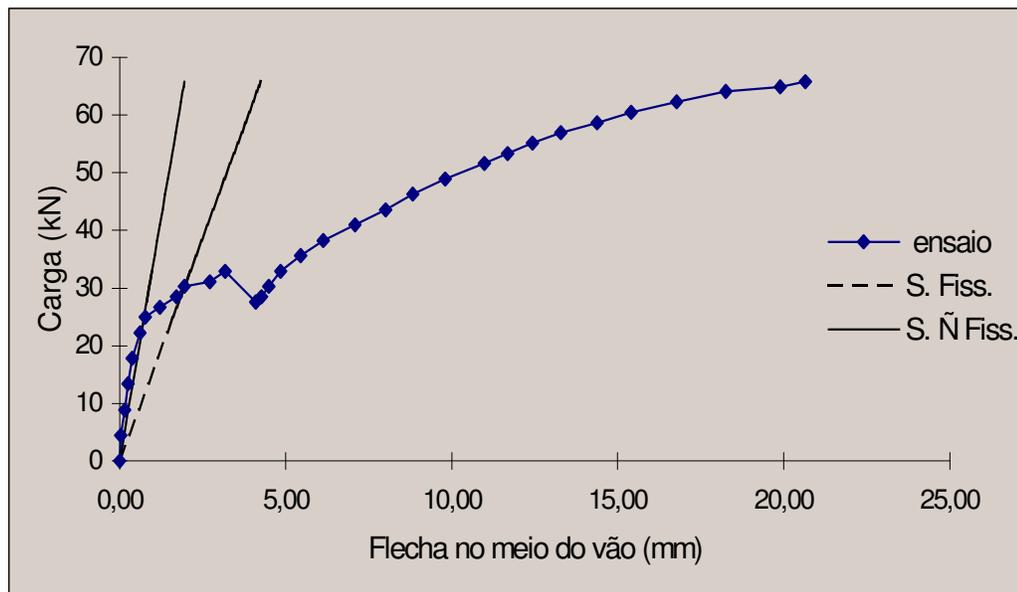


Figura A.20 – Protótipo 8 (t = 1,25mm)

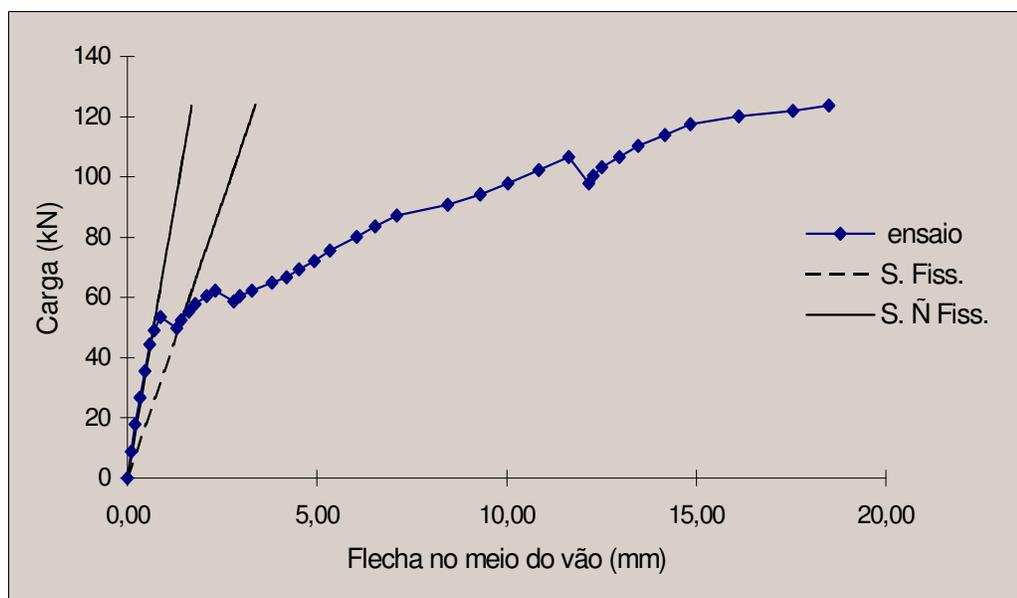


Figura A.21 – Protótipo 9 (t = 1,25mm)

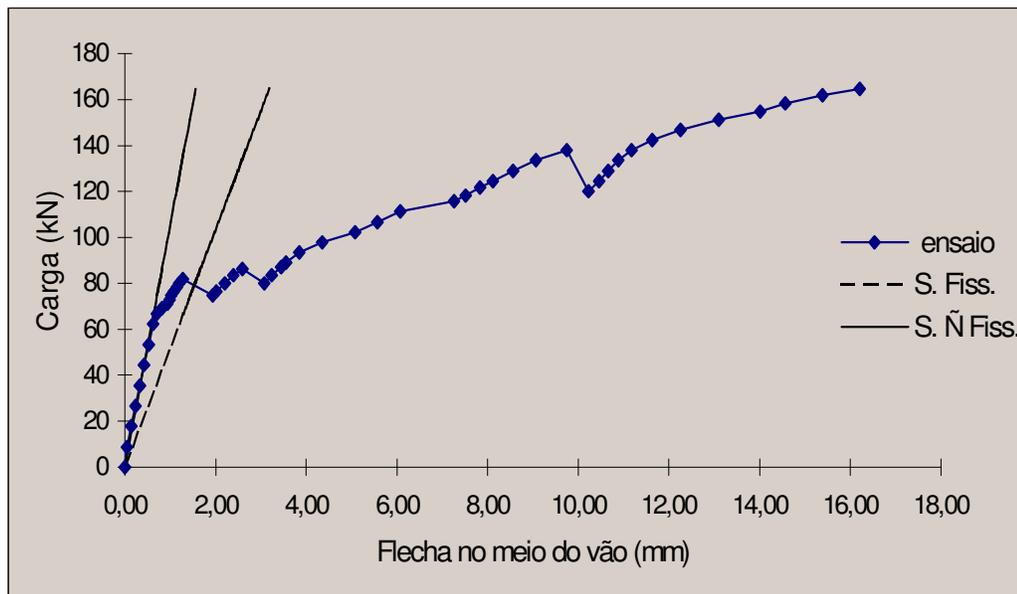


Figura A.22 – Protótipo 10 (t = 1,25mm)

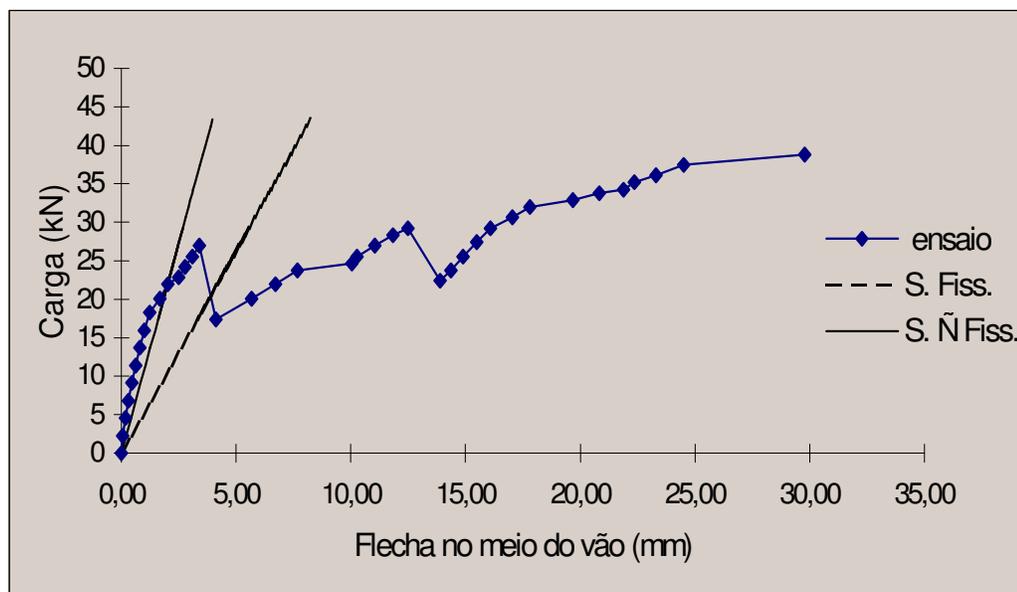


Figura A.23 – Protótipo 11 (t = 1,25mm)

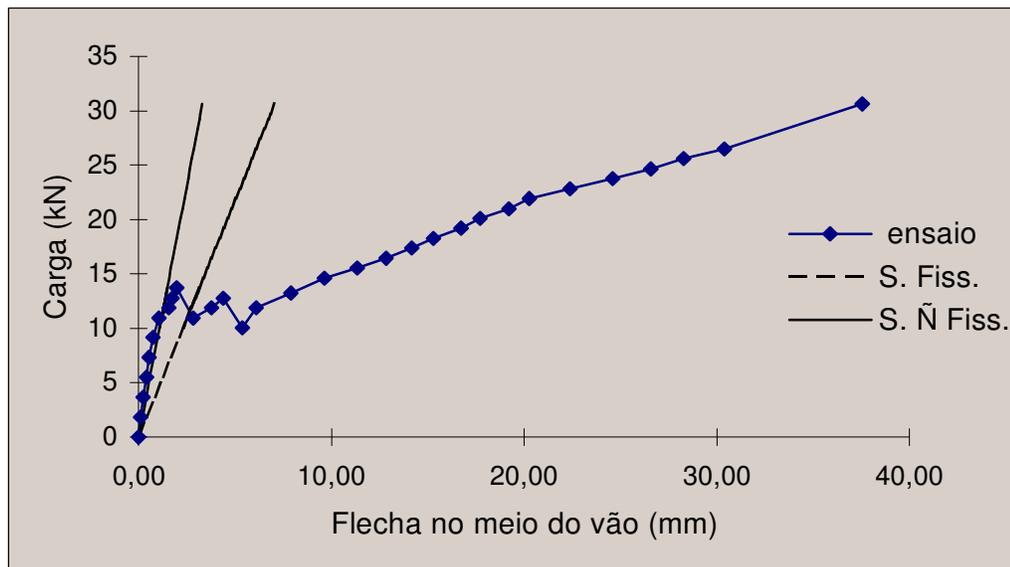


Figura A.24 – Protótipo 12 (t = 1,25mm)

### A.3 Gráficos de Carga × Deformação no Aço

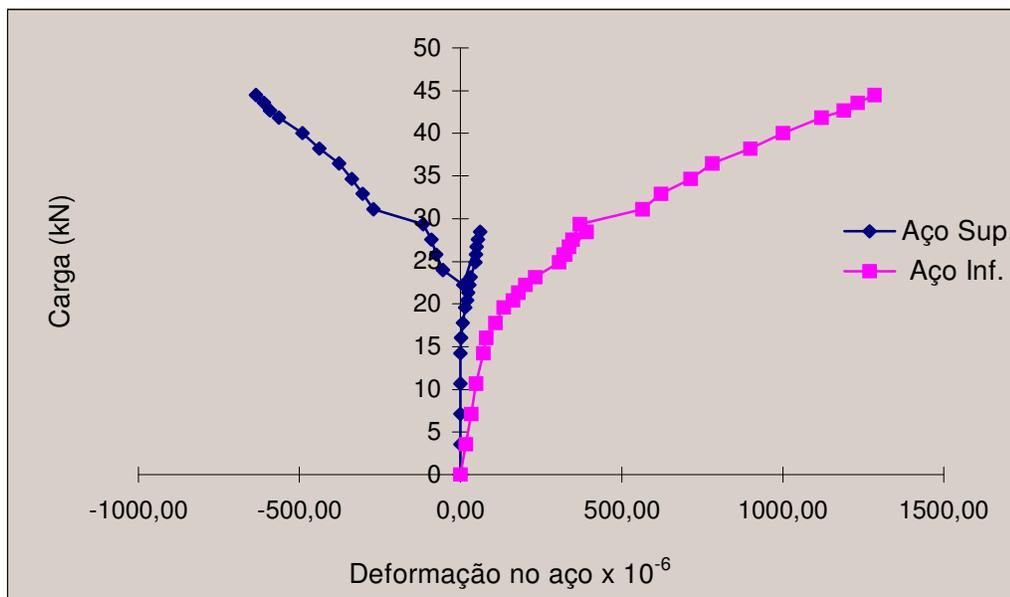


Figura A.25 – Protótipo 1 (t = 0,80mm)

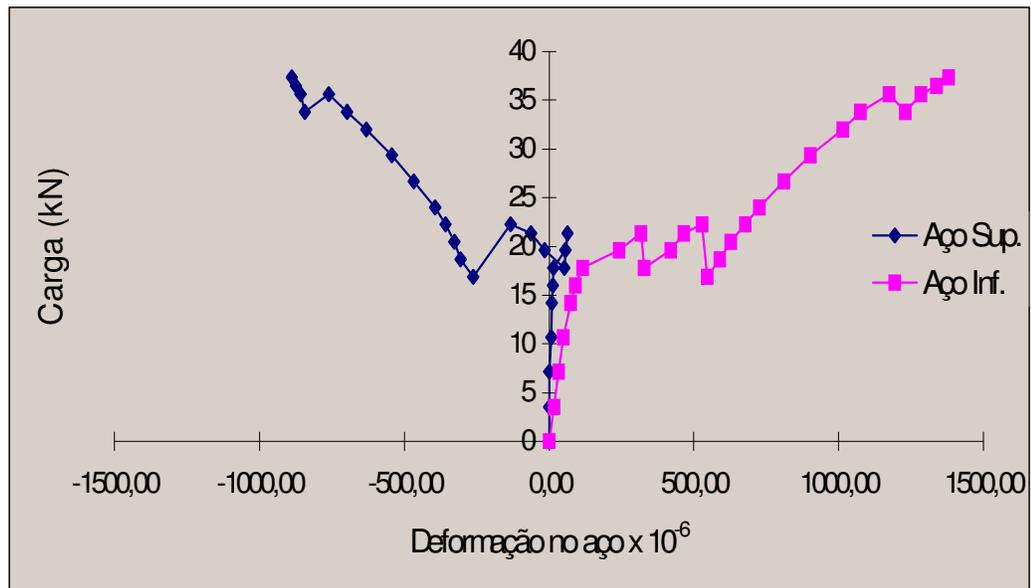


Figura A.26 – Protótipo 2 ( $t = 0,80\text{mm}$ )

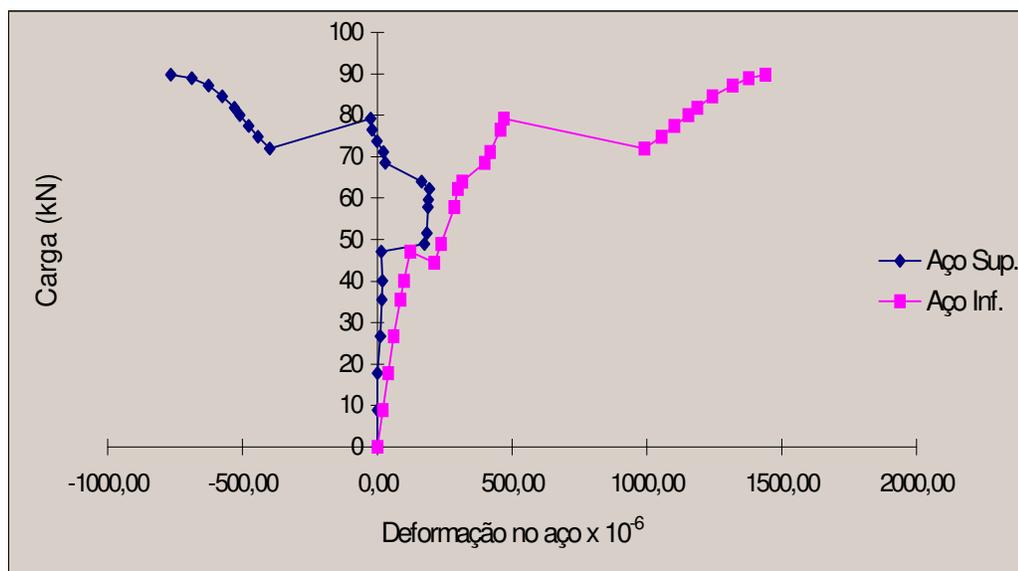


Figura A.27 – Protótipo 3 ( $t = 0,80\text{mm}$ )

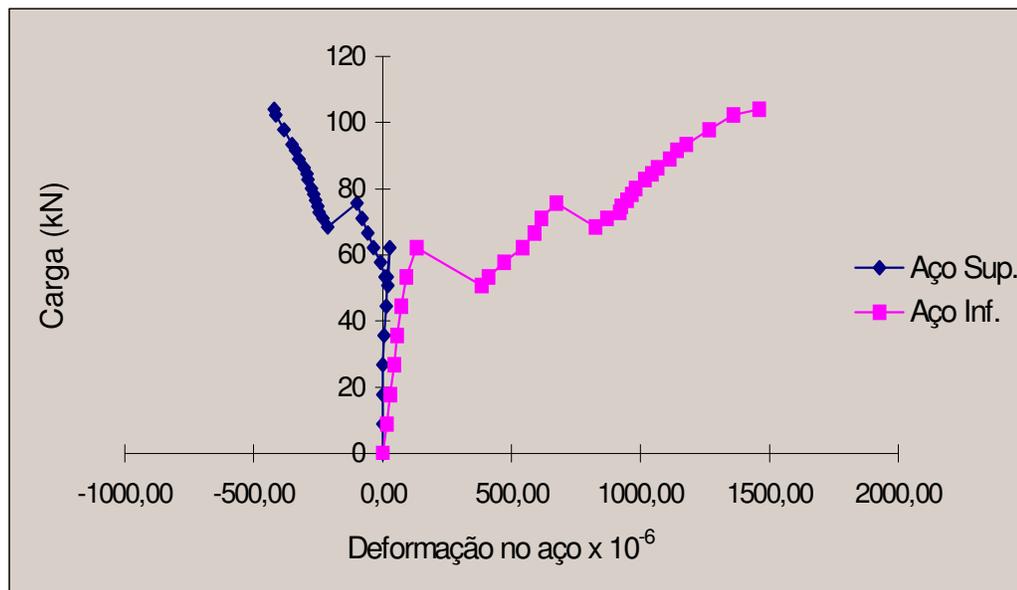


Figura A.28 – Protótipo 4 ( $t = 0,80\text{mm}$ )

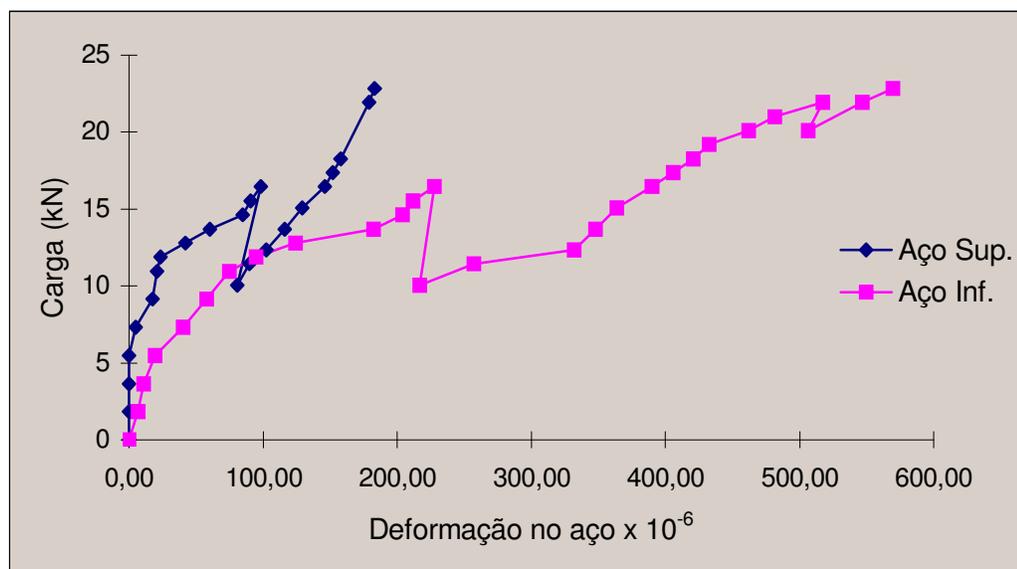


Figura A.29 – Protótipo 5 ( $t = 0,80\text{mm}$ )

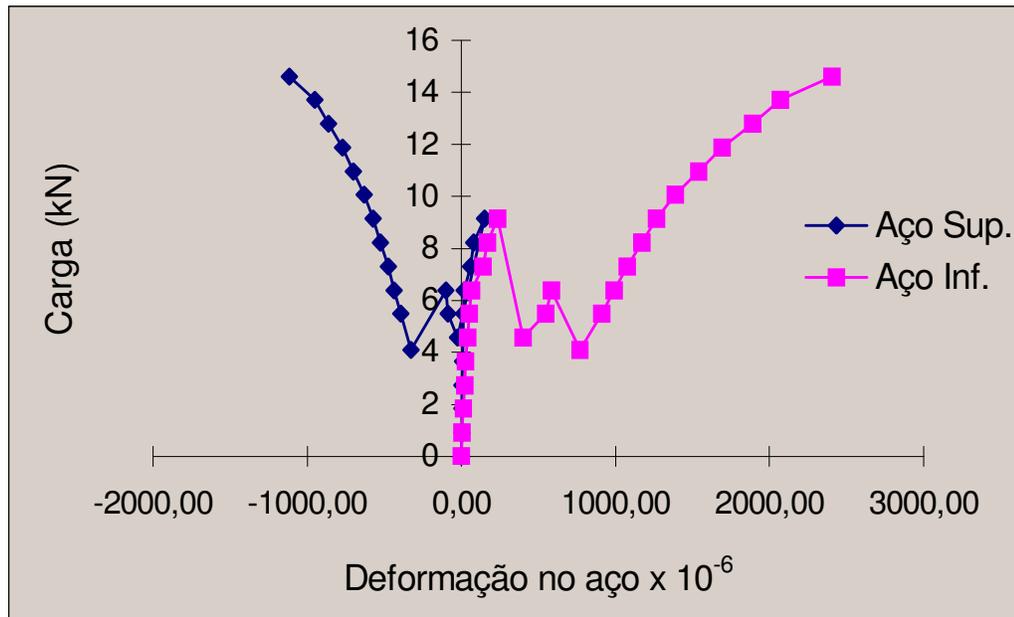


Figura A.30 – Protótipo 6 (t = 0,80mm)

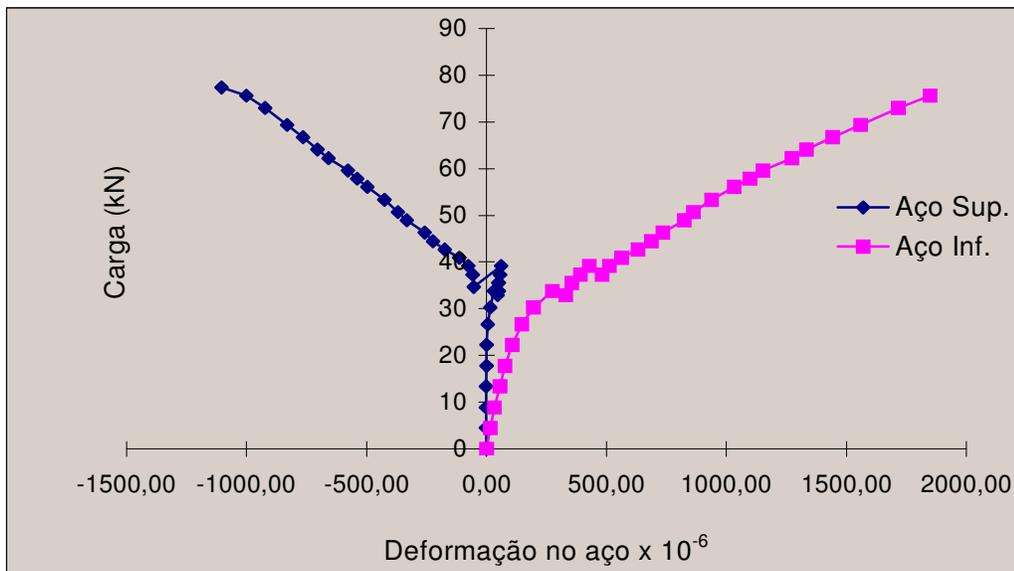


Figura A.31 – Protótipo 7 (t = 1,25mm)

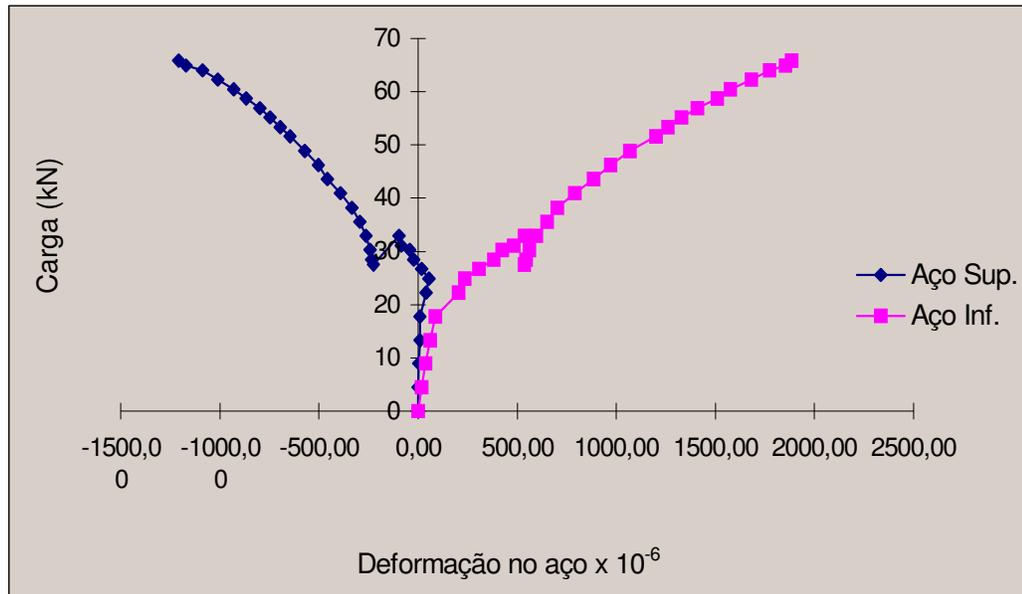


Figura A.32 – Protótipo 8 ( $t = 1,25\text{mm}$ )

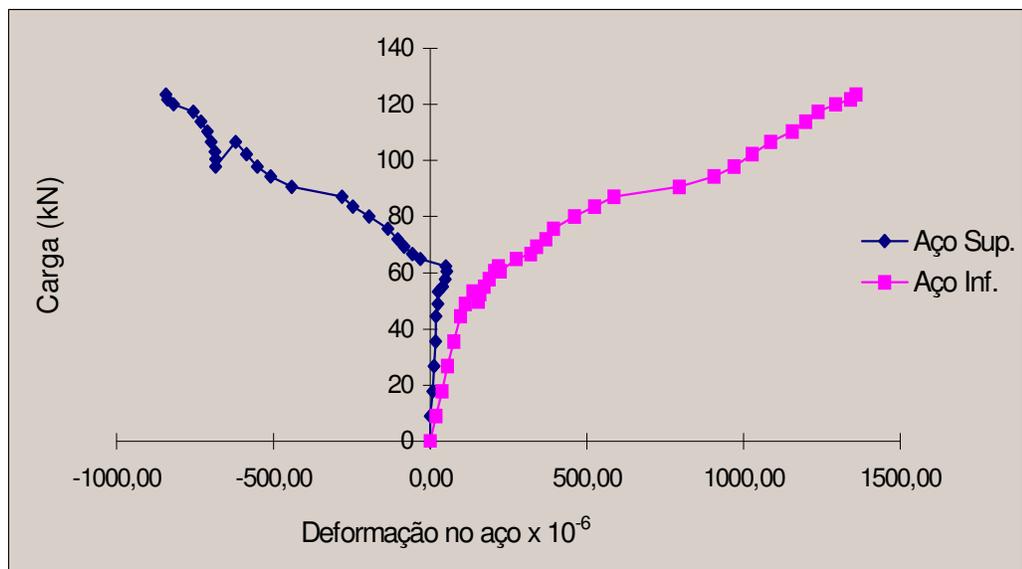


Figura A.33 – Protótipo 9 ( $t = 1,25\text{mm}$ )

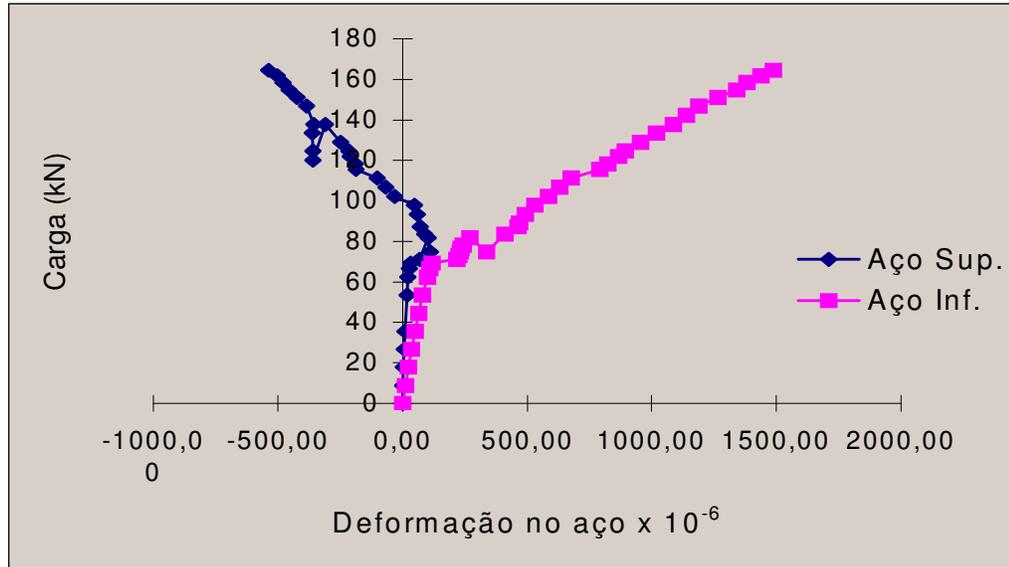


Figura A.34 – Protótipo 10 ( $t = 1,25\text{mm}$ )

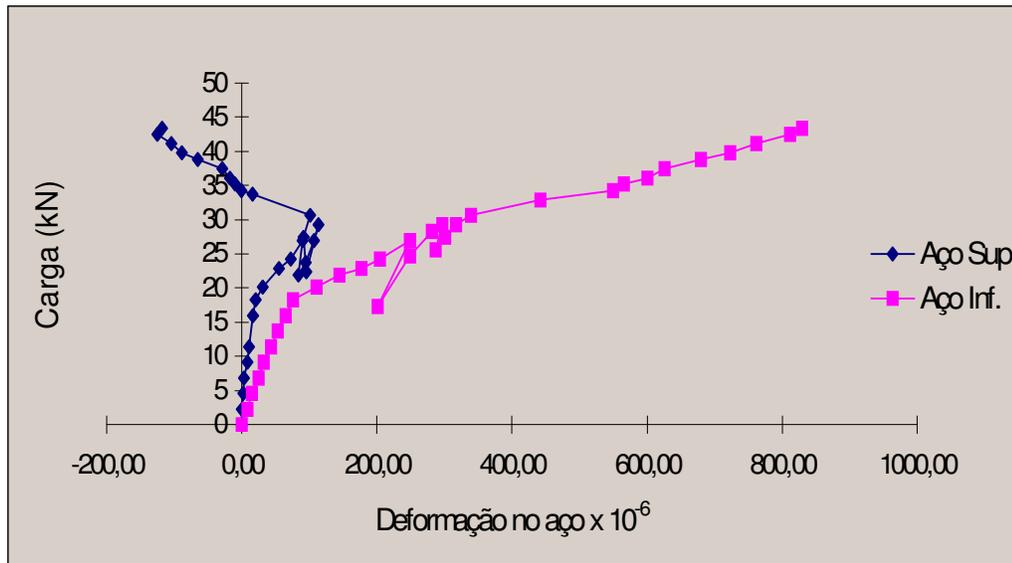


Figura A.35 – Protótipo 11 ( $t = 1,25\text{mm}$ )

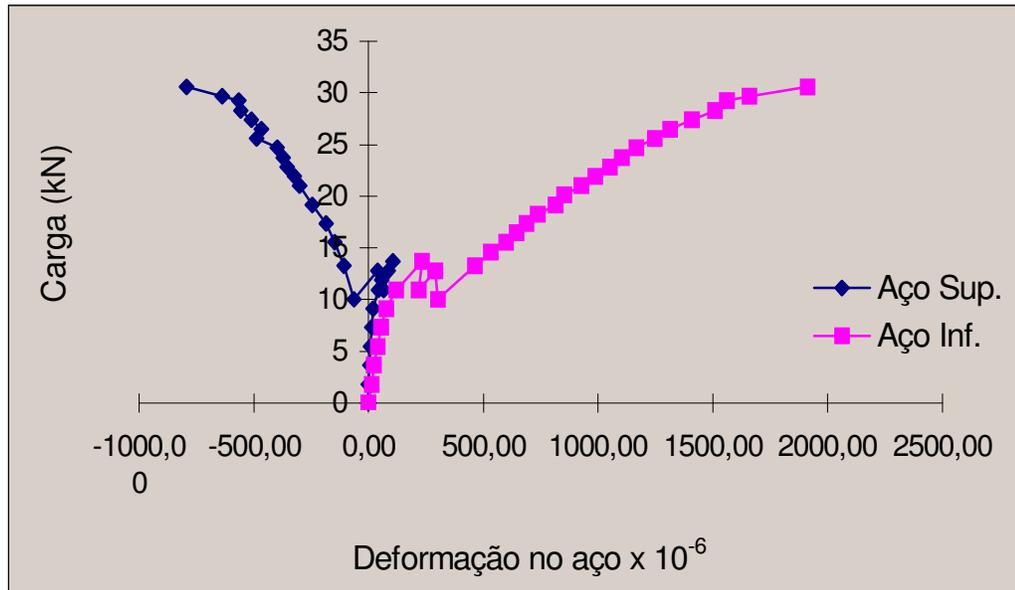


Figura A.36 – Protótipo 12 (t = 1,25mm)



Considerando a Fig. B.1, deve-se observar que o concreto abaixo da linha neutra (L.N.) está tracionado e para o cálculo das propriedades geométricas, neste caso da seção não fissurada, ele não é desprezado. Para o cálculo do momento de inércia desta seção não fissurada, deve-se considerar as propriedades do vazio, indicado na Fig. B.1 pelo retângulo de lados  $w_f$  e  $d_d$  através das equações:

$$A_v = \frac{b}{2} d_d \quad (\text{B.1})$$

$$y_v = (b + w_f) \frac{d_d}{3b} \quad (\text{B.2})$$

$$I_v = \frac{d_d^3}{36b} (b^2 + 2bw_f - 2w_f^2) \quad (\text{B.3})$$

sendo:

$A_v$  área do vazio dado pelo retângulo de lados  $w_f$  e  $d_d$ ;

$y_v$  distância do centro de gravidade do vazio à extremidade inferior da fôrma;

$I_v$  momento de inércia da seção do vazio

No cálculo das propriedades da seção mista, deve-se transformar a área de aço em uma área de concreto equivalente, para isto utiliza-se a seguinte relação modular:

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad (\text{B.4})$$

onde:

$E_s$  é o módulo de elasticidade do aço;

$E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto.

A coordenada do C.G. da seção mista,  $y_u$ , medido da extremidade superior do concreto comprimido (não fissurado) é dada por:

$$y_u = \frac{(bh_t^2)/2 + nA_s d - (h_t - y_v) b d_d/2}{nA_s + b(h_t - d_d/2)} \quad (\text{B.5})$$

Logo o momento de inércia da seção não fissurada,  $I_{uc}$ , é dado pela seguinte equação:

$$I_{uc} = \frac{bh_t^3}{12} + nI_{sf} - I_v + bh_t \left( \frac{h_t}{2} - y_u \right)^2 + nA_s (d - y_u)^2 - A_v (h_t - y_v - y_u)^2 \quad (\text{B.6})$$

onde:

$I_{sf}$  é momento de inércia da fôrma de aço, calculado com  $f_d = 0,5 f_y$ ;

$A_s$  é a área da fôrma de aço

Quando do cálculo da flecha para a seção não fissurada, a partir da Eq. (3.1), o módulo de elasticidade a ser considerado deve ser o do concreto.

## B.2 Momento de Inércia da Seção Fissurada - $I_{cc}$

Para o cálculo das propriedades geométricas da seção transversal da laje mista fissurada, deve-se considerar a Figura B.2.

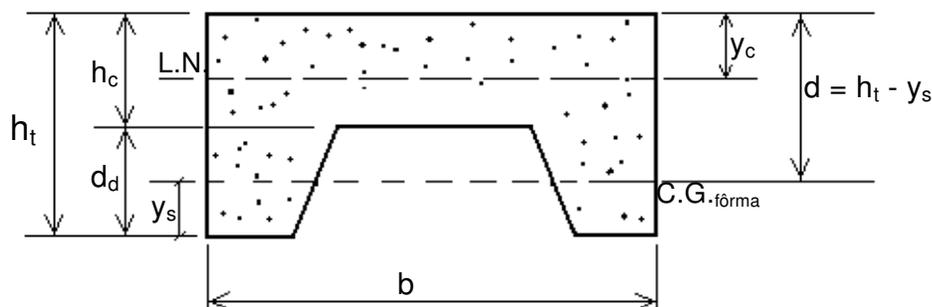


Figura B.2 - Seção Fissurada

No caso da seção fissurada, a parte do concreto situada abaixo da linha neutra (L.N.), região tracionada, deverá ser desprezada no cálculo.

Do mesmo modo feito anteriormente, deve-se transformar a área de aço em uma área de concreto equivalente, utilizando-se para isto a Eq. (B.4).

A coordenada do C.G. da seção mista pode ser obtida a partir das equações a seguir, observando-se a posição da linha neutra em relação à altura da laje de concreto.

- Para  $y_c < h_c$

$$y_c = \left( \sqrt{p^2 n^2 + 2pn} - pn \right) d \quad (B.7)$$

- Para  $y_c > h_c$

$$y_c = h_c \quad (B.8)$$

E o momento de inércia da seção mista fissurada é:

$$I_{cc} = \frac{1}{3}by_c^3 + nI_{sf} + nA_s(d - y_c)^2 \quad (B.9)$$

onde:

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad (B.10)$$

$I_{sf}$  é o momento de inércia da fôrma de aço, calculado com  $f_d = 0,5 f_y$

$A_s$  é a área da fôrma de aço

Assim como em B.1, para o cálculo da flecha (Eq. 3.1), da seção fissurada, o módulo de elasticidade a ser considerado é, também, o módulo de elasticidade do concreto.

### **B.3 Momento de Inércia da Seção Mista - $I_{cd}$**

O momento de inércia da seção mista considerada efetiva para o cálculo das flechas é então, conforme o ASCE(1992), SCHUSTER (1984) e CSSBI (1988), dado por:

$$I_{cd} = \frac{I_{uc} + I_{cc}}{2} \quad (B.11)$$

No cálculo das flechas das seções não fissuradas, das seções fissuradas e das seções mistas, deve-se utilizar os valores de  $I_{uc}$ ,  $I_{cc}$  e  $I_{cd}$ , respectivamente, adotando-se o módulo de elasticidade do concreto.

**ANEXO C**  
**FOTOGRAFIAS**



Figura C.1 – Equipamento de aplicação de carga e reação



Figura C.2 – Protótipos ensaiados



Figura C.2.a – Protótipos ensaiados



Figura C.3 – Deslizamento relativo de extremidade



Figura C.3.a – Deslizamento relativo de extremidade



Figura C.4 – Flambagem local da fôrma de aço